

BUDÓ ÁGOSTON

**KÍSÉRLETI
FIZIKA II.**

F
Dr. Budó Ágoston
akadémikus, Kossuth-díjas,
egyetemi tanár

KÍSÉRLETI FIZIKA

II. KÖTET

(ELEKTROMOSSÁGTAN ÉS MÁGNESÉGTAN)

530
B95



Móricz Zsigmond Könyvtár
106340-0

Állomány ellenőrizve
2002.

Felnőtt költészet

TANKÖNYVKIADÓ, BUDAPEST, 1968

EGYETEMI TANKÖNYV

E KÖNYV KIADÁSÁT A MŰVELŐDÉSÜGYI MINISZTER RENDELTE EL

Bírálok

DR. NAGY ELEMÉR
egyetemi tanár,
a fizikai tudományok doktora

DR. TARJÁN IMRE
Kossuth-díjas, egyetemi tanár,
a fizikai tudományok doktora

Az ábrákat rajzolta:

HORNYÁK LÁSZLÓ
egyetemi adjunktus

©, *Dr. Budó Ágoston, Szeged, 1968*

ELŐSZÓ

A Kísérleti fizika című egyetemi tankönyv jelen második kötete — az ez évben harmadik kiadásban megjelent első kötet szerves folytatása — az első kötet előszavában körvonalazott célkitűzések szerinti feldolgozásban tárja az olvasó elé azokat az elektromosság- és mágnesség-tani ismereteket, amelyekre az egyetemek fizika szakos tanárjelölt és fizikus hallgatói további tanulmányaik során támaszkodhatnak, és amely ismeretanyagnak a felelevenítése a már működő tanárok, fizikusok és más szakemberek számára is hasznos lehet.

Annak megfelelően, hogy az elektromosságra vonatkozó ismereteink kialakulása szorosan összefonódott anyagszerkezeti kutatásokkal és gyakorlati alkalmazásokkal, a „klasszikus elektromosság-tan” legfontosabb jelenségeinek és fenomenológiai törvényeiknek lényegében kísérleti úton való megismertetésén kívül helyet kaptak a könyv megfelelő fejezeteiben atomfizikai jellegű értelmezések és eredmények, valamint elektrotechnikai, ill. híradástechnikai alkalmazások is. Természetesen egyes atomfizikai értelmezések mélyebb megalapozására vagy kvantumelméleti továbbfejlesztésére csupán a későbbi részekben (az optikát és az atomfizikát tárgyaló, előkészületben levő harmadik kötetben) kerülhet sor, a technikai alkalmazások rendkívül nagy területéről pedig csak viszonylag kevés kérdéskört lehetett tárgyalni és ezt is többnyire csak vázlatos áttekintés igényével.

A mértékrendszereket illetően ma már aligha vitatható, hogy a fizikusnak a jelenleg leginkább alkalmazott két mértékrendszerben, nevezetesen a Gauss-féle CGS-rendszerben és az MKSA-rendszerben egyaránt tájékozódni kell tudnia; ezért a fontosabb összefüggéseket a könyv kezdetétől fogva mindkét mértékrendszerben megadja, és bár a felépítés sorrendje inkább a „CGS-felfogásnak” felel meg, a tárgyalás során mód nyílik az „MKSA-felfogás” megismerésére is.

Az áttekintés és a tanulás megkönnyítését kívánja elősegíteni a tárgyalás rendszerességére és tagoltságára való törekvésen kívül a fogalmak és tételek dőlt betűs szedéssel való kiemelése, az apró betűs részek pedig — amelyeknek terjedelme a szövegnek kerekén egyharmada — az anyagban jobban elmélyülni óhajtó olvasók igényeinek kielégítését szolgálják.

A szerző szeretné remélni, hogy a könyv az azt megfelelően használó hallgatók számára nemcsak bizonyos ismeretanyag egyszerű elsajátítására lesz alkalmas, hanem a fizikai gondolkodás fejlesztésével hozzájárul majd azoknak a készségeknek a kialakításához, amelyek a hivatás eredményes gyakorlásában jóval fontosabbak az emlékezetben tartott ismeretanyag mennyiségénél.

E helyen is őszinte köszönetemet fejezem ki dr. Makai Lajos egyetemi adjunktusnak az egész kézirat áttanulmányozása alapján tett észrevételeiért és az ábrák tervezésében nyújtott segítségért, dr. Ketskeméty István egyetemi tanárnak a több alkalommal folytatott hasznos konzultációkért, nem utolsósorban pedig a tankönyv bírálóinak, dr. Nagy Elemér és dr. Tarján Imre egyetemi tanároknak értékes megjegyzéseikért és javaslataikért.

Szeged, 1968. április hó

Budó Ágoston

TARTALOMJEGYZÉK

V. rész. Elektrosztatika és magnetosztatika

A) Az elektrosztatikai tér vákuumban (levegőben)

| | |
|--|----|
| 152. §. Alapjelenségek és alapfogalmak: a kétféle elektromos töltés, vezetők és szigetelők, elektromos megosztás | 12 |
| 153. §. Coulomb törvénye. A töltés egységei. A CGS- és az MKSA-mértékrendszerrel | 15 |
| 154. §. Az elektromos alapjelenségek korpuszkuláris értelmezéséről. A töltés megmaradásának tétele | 18 |
| 155. §. Elektromos tér, térerősség, erővonalak. Ponttöltés elektromos tere. Gauss tétele | 20 |
| 156. §. Dipólus elektromos tere. Az elektromos tér erőhatásai dipólusokra és töltetlen vezetőkre | 24 |
| 157. §. Az elektromos potenciál és feszültség. Ponttöltés, dipólus és folytonos eloszlású töltés potenciálja | 28 |
| 158. §. A töltés elhelyezkedése, a térerősség és a potenciál a vezetőkön. Vezetők elektromos térben. Vezető gömb potenciálja | 32 |
| 159. §. Kapacitás; kondenzátorok | 36 |
| 160. §. Elektrométerek. A feszültség, a töltés és a kapacitás mérése | 42 |
| 161. §. Energiasűrűség és erőhatások az elektrosztatikai térben | 45 |
| 162. §. Az elemi töltés meghatározása (Millikan kísérlete) | 47 |
| 163. §. Elektrosztatikai gépek | 49 |

B) Az elektrosztatikai tér szigetelőkben (dielektrikumokban). Érintkezési elektromosság

| | |
|--|----|
| 164. §. A dielektromos állandó és az eltolódási vektor. A vákuum esetén érvényes összefüggések általánosítása dielektrikumokra | 50 |
| 165. §. A szigetelők polárizálódása. Elektromos polarizáció és szuszeptibilitás. Erőhatások a dielektrikumokban | 55 |
| 166. §. A molekulák polarizálhatósága és dipólusmomentuma | 62 |
| 167. §. Ferroelektromosság, piezo- és piroelektromosság; elektrétek | 65 |
| 168. §. Érintkezési elektromosság, Galvani- és Volta-feszültség; galvánelem | 67 |

C) A magnetosztatikai tér

| | |
|--|----|
| 169. §. A magnetosztatikai tér vákuumban. (Mágneses alapjelenségek; összehasonlítás az elektrosztatikával; a mágneses térerősség és mérése) | 72 |
| 170. §. A magnetosztatikai tér anyagi közegekben. (Mágneses indukció, mágnesezettség, permeabilitás, szuszeptibilitás; a magnetosztatikai tér két alaptörvénye; mágneses árnyékolás; lemágnesezés) | 80 |
| 171. §. A Föld mágneses tere | 85 |

VI. rész. A stacionárius elektromos áram (egyenáram)

A) Áramerősség, feszültség, ellenállás

| | |
|--|-----|
| 172. §. Az elektromos áram fogalma; áramerősség | 88 |
| 173. §. Ohm törvénye és az ellenállás. A fémek fajlagos ellenállásának hőmérséklet-függése | 92 |
| 174. §. Az áramsűrűség. Ohm törvényének mélyebb jelentése és általánosítása | 98 |
| 175. §. Kirchhoff törvényei. Ellenállások (fogyasztók) soros és párhuzamos kapcsolása | 102 |
| 176. §. Áramforrások belső ellenállása; áramforrások kapcsolása | 106 |
| 177. §. Ellenállás-készülékek. Ellenállásmérés Wheatstone-híddal. A feszültség és az áramerősség mérése kompenzációval | 109 |
| 178. §. Az áram- és feszültségmérő műszerek kapcsolása és mérési határuk kiterjesztése | 114 |

B) Az áram és a hő

| | |
|---|-----|
| 179. §. A Joule-féle hő. Az áram munkája és teljesítménye | 116 |
| 180. §. Termoelektromos jelenségek (Seebeck-, Peltier- és Thomson-effektus) | 121 |

C) A stacionárius áram és a mágneses tér

| | |
|---|-----|
| 181. §. Az áram mágneses tere. A Biot–Savart-törvény és néhány alkalmazása. Az áramerősség és a mágneses térerősség egységeiről | 126 |
| 182. §. A gerjesztési törvény és az áramvezetők mágneses tere | 132 |
| 183. §. A mágneses tér erőhatása áramvezetőkre. Áramvezetők közötti erőhatások | 135 |
| 184. §. Mozdgó töltések (konvekciós áramok) mágneses tere. A Lorentz-féle erő | 142 |
| 185. §. Az áram mágneses hatásán alapuló mérőműszerek | 144 |
| 186. §. Az elektromágnes és néhány alkalmazása | 149 |

D) Az elektromos áram folyadékokban (folyékony elektrolitokban)

| | |
|--|-----|
| 187. §. Az elektrolízis alapjelenségei | 151 |
| 188. §. Az elektrolízis Faraday-féle törvényei. Az ionok töltése. Coulombméterek | 153 |
| 189. §. Az elektrolitikus disszociáció | 157 |
| 190. §. Az elektrolitikus vezetés mechanizmusa (Ohm törvénye és a vezetőképesség; ionvándorlás; az ionok mozgékonyasága és sűrűsödése) | 160 |
| 191. §. Az elektrolitok vezetőképességének koncentrációfüggése. Megjegyzések a folyékony ionvezetőkre vonatkozólag | 165 |
| 192. §. Elektrolitikus polarizáció | 168 |
| 193. §. Galvánelemek és koncentrációs elemek; a normálpotenciálok | 170 |
| 194. §. Akkumulátorok | 176 |
| 195. §. Az elektrolízis gyakorlati alkalmazásai | 177 |
| 196. §. Elektrokinetikai jelenségek | 178 |

E) Az elektromos áram gázokban és vákuumban

| | |
|---|-----|
| 197. §. Nem önálló vezetés közönséges nyomású gázokban | 180 |
| 198. §. Nem önálló vezetés nagy vákuumban. A szabad elektron; az elektron fajlagos töltésének és sebességének meghatározása | 184 |
| 199. §. A vákuumban mozgó elektronok néhány alkalmazása: elektroncső (dióda), katódsugár-oscilloszkóp, elektronoptika, elektronmikroszkóp | 189 |
| 200. §. Önálló vezetés ritkított gázokban; ködfénykísülés, katódsugarak és csősugarak | 196 |
| 201. §. Önálló vezetés közönséges nyomású gázokban; csúcs-, szikra- és ívkísülés | 202 |
| 202. §. A légkör elektromos jelenségeiről | 207 |

F) Az elektromos áram fémekben és félvezetőkben

| | |
|--|-----|
| 203. §. A fémes vezetés mechanizmusa; a fémek elektronelméletéről | 209 |
| 204. §. A Hall-effektus és más galvanomágneses, illetve termomágneses jelenségek | 215 |
| 205. §. A termikus elektronemisszió és az érintkezési feszültség | 216 |
| 206. §. A félvezetők áramvezetése; a sávmodell | 219 |
| 207. §. Kristálydiódák és tranzisztorok | 224 |

VII. rész. Az időben változó elektromágneses tér

A) Az elektromágneses indukció

| | |
|---|-----|
| 208. §. Az indukció alapjelenségei. Lenz szabálya | 228 |
| 209. §. A Faraday-féle indukciós törvény és néhány alkalmazása (a mágneses indukció, térerősség és feszültség mérése; váltakozó áram előállítása) | 231 |
| 210. §. Indukció mozgó és nyugvó vezetőkben. A második Maxwell-egyenlet | 235 |
| 211. §. Kölesönös indukció és önindukció. Az önindukció szerepe áramok be- és kikapcsolásánál | 238 |
| 212. §. Örvényáramok. Unipoláris indukció | 243 |

B) Az anyagok mágneses tulajdonságai

| | |
|---|-----|
| 213. §. Az anyagok felosztása mágneses tulajdonságaik alapján. A szuszceptibilitás, ill. permeabilitás mérése | 245 |
| 214. §. A dia-, para- és ferromágneses anyagok jellemzői. Szupravezetés és mágneses tér | 249 |
| 215. §. A mágnesség és a molekuláris áramok. Giromágneses hatások, elektronspin, Larmor-precesszió | 253 |
| 216. §. A dia-, a para- és a ferromágnesség értelmezéséről. Antiferromágneses anyagok és ferritek | 256 |
| 217. §. Mágneses kör; elektromágnes | 262 |

C) Váltakozó áramok (kvázistacionárius áramok)

| | |
|---|-----|
| 218. §. A váltakozó áram fogalma; effektív áramerősség és feszültség | 265 |
| 219. §. Váltakozó áramú ellenállások (ohmos ellenállás, önindukciós tekercs és kondenzátor váltakozó áramú körben). Feszültség- és áramrezonancia | 268 |
| 220. §. Számítások váltakozó áramú mennyiségekkel (vektordiagram és komplex számításmód). A váltakozó áramú Wheatstone-híd | 275 |
| 221. §. A váltakozó áram teljesítménye. Tekercsek és kondenzátorok energiavesztései | 279 |

D) Az indukció és az elektromágnesség főbb technikai alkalmazásai (elektromos gépek; elektroakusztikai eszközök)

| | |
|---|-----|
| 222. §. Egyenáramú generátorok (dinamók) és motorok | 281 |
| 223. §. Váltakozó áramú generátorok és motorok; a háromfázisú áram | 286 |
| 224. §. Transzformátor. Az elektromos energia átvitele. Szikrainduktor | 292 |
| 225. §. Áramátalakítók, egyenirányítók | 295 |
| 226. §. Elektroakusztikai eszközök (mikrofon, telefonhallgató, hangszóró, magnetofon) | 297 |

E) Elektromágneses rezgések

| | |
|--|-----|
| 227. §. Szabad rezgések zárt rezgőkörben | 299 |
| 228. §. Kényszerrezgések; rezonancia | 303 |
| 229. §. Csatolt rezgések | 305 |
| 230. §. Nagyfrekvenciájú rezgések előállítása régebbi módszerekkel; a rezgések néhány tulajdonsága | 308 |

| | |
|--|-----|
| 231. §. Az elektroncső (trióda és többrácsos csövek). Erősítés elektroncsővel és tranzistorral | 313 |
| 232. §. Rezgések és impulzusok előállítása elektroncsővel vagy tranzistorral | 322 |
| F) <i>Elektromágneses hullámok</i> | |
| 233. §. Elektromágneses hullámok vezetékek mentén (dróthullámok) | 328 |
| 234. §. Az eltolódási áram és az első Maxwell-egyenlet | 330 |
| 235. §. A dróthullámok terjedése; telegráfegyenlet, tápvonalak | 333 |
| 236. §. Szabad elektromágneses hullámok; a dipólus sugárzása | 338 |
| 237. §. Hertz kísérletei. Az elektromos hullámok (rádióhullámok) terjedése | 344 |
| 238. §. A drótnélküli távíró. A rádió adó- és vevőállomása | 348 |
| 239. §. Mikrohullámok | 353 |
| 240. §. A televízió | 359 |
| G) <i>A Maxwell-elméletről és a mértékrendszerekről</i> | |
| 241. §. Az elektromosságtan áttekintése a Maxwell-egyenletek alapján; az elektron-elméletről | 362 |
| 242. §. Az elektromos mértékrendszerek áttekintése | 373 |
| Név- és tárgymutató | 379 |

ELEKTROSZTATIKA ÉS MAGNETOSZTATIKA

A fizikának az elektromos és mágneses jelenségekkel foglalkozó része, az *elektromosság* (*villamosság*) — amelybe a *mágnességtan* is beleértjük — rendkívül jelentős tudományág, minthogy az elektromosság a természetre, az anyag szerkezetére vonatkozó alapvető ismereteink egyik fő forrása, és gyakorlati alkalmazásai révén már kerekén egy évszázada, az *elektrotechnika* kialakulása óta a gazdasági és kulturális fejlődés egyik leghatékonyabb tényezője.

Az elektromos és mágneses jelenségek *makrofizikai* (*fenomenológiai*) jellegű törvényszerűségeit az addig ismert eredményekre és különösen FARADAY (1791—1867) erőter-elgondolására támaszkodva, MAXWELL (1831—79) foglalta össze egységes, matematikai alakban is kifejezett tudományos rendszerré. Ez a Maxwell-féle vagy *klasszikus elektrodinamika* az alaptörvényeinek tekinthető Maxwell-egyenletek révén — miként a klasszikus mechanika a Newton-axiómák révén — lehetővé teszi a jelenségek nagy sokaságának egységes értelmezését, de fenomenológiai jellegénél fogva nem adhat kielégítő magyarázatot az anyag szerkezetétől függő elektromos és mágneses sajátságokra, pl. a fémek, folyadékok és gázok áramvezetésének mechanizmusára stb., márpedig a jelenségeknek az anyag szerkezetét is figyelembe vevő *mikrofizikai* (*körpuszkuláris, atomisztikus*) értelmezése a modern fizika legfontosabb feladatai közé tartozik (59. §). Az elektromosság terén ennek a feladatnak a rendszeres megvalósítását a Maxwell-elmélet továbbfejlesztését jelentő, H. A. LORENTZ-től (1853—1928) származó *klasszikus elektronelmélet* kezdte el.

A jelen kötetben egyik fő célunk a legfontosabb elektromos és mágneses jelenségeknek s fenomenológiai törvényeiknek lényegében induktív, kísérleti úton való megismertetése, de ezeken és fontosabb alkalmazásaikon kívül — a fentieknek megfelelően, az elektromosság és az anyagszerkezet elválaszthatatlanságára való tekintettel — általában a mikrofizikai értelmezéssel is foglalkozunk. Természetesen több esetben az effajta értelmezések mélyebb megalapozására (ill. kvantumelméleti továbbfejlesztésére vagy módosítására) csak később, az atomfizikában kerülhet sor.

A tárgykört fenomenológiai szempontok alapján három nagy részre osztjuk. Az első, ill. a könyvben az V. rész tárgyát az *elektrosztatika és magnetosztatika*, azaz a nyugvó elektromos töltések és az állandó (permanens) mágnesek erőterében lejátszódó jelenségek képezik; a VI. rész a stacionárius elektromos árammal, a VII. rész pedig az időben változó elektromágneses erőterrel kapcsolatos jelenségeket vizsgálja.

Az V. rész most soron következő A) fejezetébe — az elektrosztatikai tér vákuumban (levegőben) — tartozó törvényekhez közönséges levegőben végezhető kísérletek alapján jutunk, de a tapasztalat szerint ezek a jelenségek gyakorlatilag ugyanúgy játszódnak le vákuumban is, és a törvények szigorúan véve a vákuum esetére vonatkoznak. A szigetelő szerepe és speciálisan a levegőnek igen csekély befolyása a B) fejezetből világlik majd ki.

A) AZ ELEKTROSZTATIKAI TÉR VÁKUUMBAN (LEVEGŐBEN)

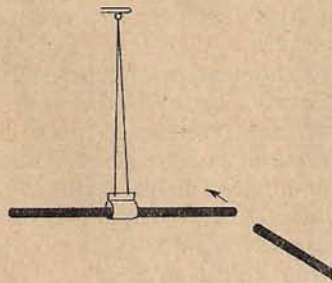
152. §. Alapjelenségek és alapfogalmak: a kétféle elektromos töltés, vezetők és szigetelők, elektromos megosztás

1. *A kétféle elektromos töltés.* A ránk maradt történeti adatok szerint i. e. 600 körül a miletosi THALES tett először említést arról, hogy a gyapjúval megdörzsölt borostyánkő apró testeket magához vonz. Ezzel a tulajdonsággal sok más test is rendelkezik (GILBERT, 1600): pl. a foncsorozott bőrrrel dörzsölt üvegrúd, a szőrmével dörzsölt ebonit a közelében elhelyezett papírszeleteket vagy a selyemszátra függesztett bodzabél golyót magához vonzza, majd az érintkezés után eltaszítja. Az említett testek tehát a dörzsölés következtében olyan állapotba jutnak, amelyben erőhatást fejtenek ki; ezt az állapotot a borostyánkő görög nevééről (elektron) *elektromos* állapotnak nevezzük, és az erőhatást a testeken levő *elektromos töltésnek* vagy *elektromos mennyiségnek* tulajdonítjuk.

A 152.1. ábra szerint felfüggesztett, foncsorozott bőrrrel dörzsölt üvegrudat egy ugyanígy megdörzsölt másik üvegrúd eltaszítja. Hasonlóan: két, szőrmével dörzsölt ebonit rúd taszítja egymást, viszont a bőrrrel dörzsölt üvegrúd és a szőrmével dörzsölt ebonit rúd között vonzás lép fel. Más testek dörzsölés után ebből a szempontból vagy az üveghez, vagy az ebonitához hasonlóan viselkednek. Ebből arra következtethetünk, hogy *kétféle elektromos töltés létezik* (DU FAY, 1733), amelyek közül a foncsorozott bőrrrel dörzsölt üveg töltését — önkényesen — *pozitívnak*, a szőrmével dörzsölt ebonit (gyanta) töltését pedig *negatívnak* nevezték el (LICHTENBERG, 1777).¹ A fenti kísérletek eredménye tehát úgy fejezhető ki, hogy *egynemű elektromos töltésű testek taszítják, különneműek vonzzák egymást*. Alapkísérletünknek az a része, amelyben a megdörzsölt üvegrúd a bodzabél golyót az érintkezés után eltaszítja, most már nyilván úgy értelmezhető, hogy a golyó az érintkezéskor pozitív töltést vett fel. Eszerint *az elektromos töltés érintkezés útján átmehet egyik testről a másikra*.

Az üvegrúd dörzsölésénél alkalmazott bőrdarab a felfüggesztett üvegrudat vonzza, a szőrmével dörzsölt ebonit rudat pedig taszítja, azaz negatív töltésű. Általánosan: két különböző anyagú test dörzsölésekor a két testen ellentétes előjelű töltések halmozódnak fel, és pedig — amint azt csak később ismertethető kísérletek igazolják — abszolút értékre nézve egyenlő mennyiségben. Ennek alapján arra gondolhatunk,

¹ A dörzsölő test megadása is lényeges, mert pl. a gyapjúval dörzsölt üveg negatív töltésű.



152.1. ábra

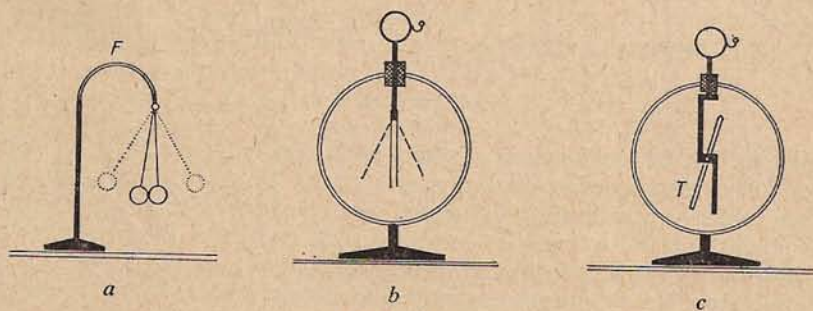
hogy a dörzsölés eredménye nem a töltések létrehozásában, hanem a *kétféle elektromos töltés szétválasztásában* áll.

2. *Vezetők és szigetelők.* A kezünkben tartott *fémrudat* nem tudjuk dörzsöléssel elektromossá tenni, de ha pl. üvegnyélen tartjuk, és úgy dörzsöljük (pl. selyemmel), akkor egész felületén elektromos lesz. Hasonlóan: egész kiterjedésében elektromos lesz az üvegnyélen tartott *fémrúd*, ha valamely elektromos testet akár csak egy pontjában hozzáérintünk, másrészt mindenütt elveszti a töltést akkor, ha csak egy helyen is ujjunkkal megérintjük, vagy ha fémdrótval a földdel (vízcsappal) összekötjük. Ezzel szemben pl. az üveg vagy az ebonit csak a dörzsölés vagy elektromos testtel való érintkezés helyén mutat töltést, ill. a töltést csak az ujjunkkal való megérintés helyén veszti el. E tapasztalat alapján *vezetőket* és *szigetelőket* különböztethetünk meg (GRAY, 1731): a *vezetőkben*, pl. a fémekben, emberi testben, földben a valamely helyükön létesített elektromos állapot elterjed, azaz a töltés könnyen mozoghat — ezért a *fémrúd* töltését testünk vagy egy fémdrót közvetítésével a „földbe *vezethetjük*” —, a *szigetelőkben*, pl. az üvegben, ebonitban azonban nem.

A *vezetők* és a *szigetelők* között valójában nincsen éles határ. Pontosabban: később említendő mérések alapján a „vezetés” szempontjából minden anyag — a folyadékok és a gázok is — egy számszerű adattal, az ún. fajlagos *vezetőképességgel* jellemezhető, és ennek viszonylag nagy, ill. igen kis értéke szerint jó *vezetőkről* és jó *szigetelőkről* beszélhetünk. A *jó vezetők* közé tartoznak a fémek, a szén, az emberi test, a föld, a savak, bázisok és sók vizes oldatai és az igen nagy hőmérsékletű gázok (lángok); *jó szigetelők* pl. a borostyánkő, kvarc, csillám, az üveg sok fajtája, a porcelán, gyanta, ebonit, kén, paraffin, selyem, sellak, sok olaj, a levegő és általában a normális állapotú gázok (abszolút szigetelő a légüres tér lenne). A két csoport közti átmenetet képező anyagokhoz sorolhatók pl. a fa, papíros, márvány, bőr, vászon. A közönséges víz elég jó vezető, a nagyon tiszta víz elég jó szigetelő.

†A lángok jó *vezetőképességük*nek fogva felhasználhatók arra, hogy *szigetelőkről* a rajtuk maradt töltést eltávolítsuk; e célból a szigetelőt pl. Bunsen-lánggal „végigsimitjük”. — Nedves levegőben sok, egyébként jól szigetelő szilárd test szigetelőképesége megbízhatatlanná válik a test felületén képződő vékony vízréteg miatt.

3. A testek elektromos állapotának kényelmes kimutatására szolgáló *elektroszkópok* közül a legegyszerűbb az *elektromos inga*: száraz selyemszálon függő bodzabél golyó, amelyet célszerű fémbevonattal ellátni, mert így a golyó töltése egyszerűen érintéssel eltávolítható. Az *elektromos kettős inga* (152,2a ábra) két könnyű fém-



152,2. ábra

golyóból áll, amelyek igen vékony dróttal a szigetelő állványon levő F fémkengyelre vannak felfüggesztve; ha F -hez elektromos testet érintünk, a golyók eltaszítják egymást. Érzékenyebb a *lemezes elektroszkóp* (BENNET, 1786; 152,2b ábra): üveg-edénybe — amelyet célszerű dróthálóval burkolni — jó szigetelő dugón át fémrúd nyúlik be, ennek alsó végére két aranyfüst vagy sztaniol lemezke van erősítve; a rúd felső, rendszerint fémgömbben vagy fémtányérban végződő részének töltést adva, a lemezek szétágaznak. Egy másik fajtában fémtű (T) vagy igen vékony fémcső fordul el a töltés hatására (152,2c ábra). Tökéletesebb, kvantitatív mérésekre is alkalmas típusokkal, az *elektrométerekkel* később ismerkedünk meg (160. §).

Néhány kísérlet az elektroszkóppal. a) Szigetelő nyélen levő kis fémgolyót („próbagolyót”) megdörzsölt üvegrúddal, azután az elektroszkóp gömbjéhez érintünk, majd ezt az eljárást többször megismételjük. Ily módon az elektroszkóp, mindig több pozitív töltést nyervén, egyre nagyobb kitérést mutat. Ha most a kísérletet úgy folytatjuk, hogy a próbagolyót megdörzsölt ebonit rúddal érintjük, az előbbi kitérés egyre csökken, zérus lesz, majd ismét növekszik. Ez a kísérlet a töltés átvihetőségén kívül a kétféle töltés pozitív és negatív elvezetésének indokoltságát mutatja, ti. a kétféle töltés „közömbösítheti” egymást.

b) Ha feltöltött elektroszkópot (A) és egy feltöltetlen (B) fémdróttal összekötünk, B is azonnal töltést nyer, ha viszont az összeköttetést száraz selyemfonál közvetíti, akkor nem: módszer vezetőik és szigetelőik megkülönböztetésére.

c) Két egyforma elektroszkóp közül az egyiknek pozitív, a másiknak negatív töltést adunk úgy, hogy a kitérések egyenlők legyenek. Ha most a két elektroszkópot fémrúddal összekötjük, mindkettő elveszti töltését. Ez a jelenség a már a -ban is említett *közömbösítés* (*semlegesítés*).

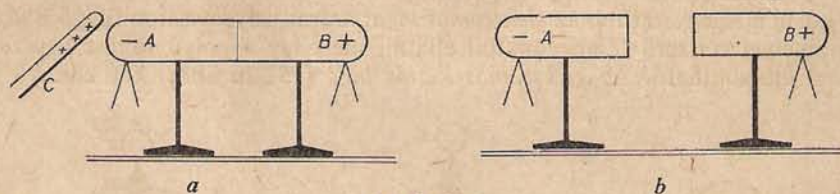
d) Ha elektroszkóp fémtányérjára (152,2b ábra, a gömb helyett tányér) pl. paraffin lemezt teszünk, és ezt a tányérhoz dörzsöljük, majd felemeljük, az elektroszkóp kitérést mutat, amely azonban megszűnik, ha a paraffin lemezt a tányérra visszatesszük. E kísérlet arra utal, hogy a dörzsölés útján szétválasztott kétféle töltés egyenlő mennyiségű.

e) Az elektroszkóp egy elektromos testnek pusztán közelítésekor is (tehát érintkezés nélkül is) kitérést mutat; az elektromos test eltávolítása után a kitérés megszűnik.

f) Ha pozitív töltésű elektroszkóphoz pozitív töltésű testet közelítünk, a kitérés nő (a test eltávolításakor eredeti értékére csökken), negatív töltésű test közelítésekor viszont a kitérés csökken (a test elvitele után pedig ismét az eredeti érték áll vissza). Ily módon könnyen megállapíthatjuk egy elektromos test töltésének minőségét anélkül, hogy a testet elektroszkóphoz kellene érinteni.

Az e) és f) alatti megfigyelések egy másik alapjelenséggel, az elektromos megosztással értelmezhetők.

4. Az *elektromos megosztás vagy influencia* (WILCKE, AEPINUS, 1760 körül) abban áll, hogy egy elektromos test közelében szigetelten elhelyezett vezetőben — fém



152,3. ábra

— töltések lépnek fel, nevezetesen a vezetőnek a test felőli részén a test töltésével ellentétes, túlsó részén pedig azzal egyenmű töltés. Pl. a 152,3a ábrán vázolt a) kísérletben ezeket a pozitív töltésű üvegrúd által „*influált töltéseket*” a fémhenger A és B oldalára illesztett aranyfüst lemezek jelzik (a henger középső részén nincs észrevehető töltés). A töltések minőségét pl. próbagolyó és elektroszkóp segítségével állapíthatjuk meg. Ha a C megosztó testet eltávolítjuk, a jelenség megszűnik, a fémhengernek sehol sincs töltése.

A megosztás jelensége provizórikusan így értelmezhető: Természetes állapotában a vezető egyenlő mennyiségű pozitív és negatív töltést tartalmaz, mindkettő egyenletesen oszlik el, úgyhogy a vezető mindenütt semleges. Ha most a vezető közelébe pl. pozitív töltésű testet viszünk, ennek a vezető pozitív és negatív töltéseire gyakorolt taszító, ill. vonzó hatása folytán — mivel a vezetőkben legalábbis az egyik fajta töltés (a fémekben a negatív, l. alább) könnyen mozoghat — a vezetőnek a test felőli részén a negatív, túlsó részén a pozitív töltés lesz többségben. A megosztó test eltávolítása után a vezetőben levő töltések eloszlása ismét egyenletes, azaz a vezető mindenütt semleges lesz. — További kísérletek:

b) Ha a C megosztó test közelében levő fémhengert (152,3a ábra) egy pillanatra ujjunkkal megérintjük, azaz földeljük, majd C -t eltávolítjuk, a fémhenger egész kiterjedésében negatív töltésűnek mutatkozik. Eszerint a vezetőből a megosztó test töltésével egyenlő influenciatöltés elvezethető, az ellentétes influenciatöltést viszont a megosztó test mintegy lekötve tartja.

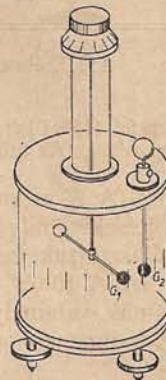
c) A C megosztó test közelében levő fémhengert, amelyet előzőleg két félhengerből tettünk össze, a szigetelő állványoknál fogva válasszuk ketté, majd C -t távolítsuk el (152,3b ábra). Ekkor az A félhengert negatív, a B -t pozitív töltésűnek találjuk, azaz a vezető kettéosztásával a kétféle influenciatöltés szétválasztható. Ha most a két félhengert összetoljuk, az egész henger semlegesnek mutatkozik. Ez azt bizonyítja, hogy a kétféle influenciatöltés egyenlő nagyságú.

A b) és c) kísérletek eredménye az a)-ban említett értelmezés alapján kézenfekvő. Hasonlóan, most már könnyen értelmezheti az olvasó az elektroszkóppal a 3. pontban végzett e) és f) megfigyeléseket is.

Az elektromos alapkísérletnek az a része, hogy egy töltött test vonzza a töltetlen testet, az influenza alapján töltések közti erőhatásokra vezethető vissza (részletesebben l. később).

153. §. Coulomb törvénye. A töltés egységei. A CGS- és az MKSA- mértékrendszerről

1. Az elektromosság tanában az első kvantitatív összefüggést, amely két pontszerű elektromos test (rövidebben: pontszerű töltés vagy ponttöltés¹⁾) között fellépő erőre vonatkozik, COULOMB állapította meg 1785-ben torziós ingájával. A módszer lényegében a következő (l. 153,1. ábra). Ha a torziós szálra függesztett szigetelő rúd egyik végén levő kis G_1 fémgolyónak és a mellette r távolságban elhelyezett G_2 fémgolyónak pl. pozitív töltést adunk, a taszító hatás miatt G_1 eltávolodik, de a torziós fej bizonyos φ szöggel való elfordításával az eredeti r távolság visszaállítható. A rúdnak ebben az egyensúlyi helyzetében a golyók közti F taszítóerőnek a forgatónyomatéka egyenlő nagyságú a szál elcsavarodásából származó, φ -vel arányos visszahajtó nyomatékkal ($D*\varphi$ -vel, $D*$ az ún. irányító nyomaték, 45. §), tehát F meghatározható. Az r távolságon kívül változtatható bármelyik golyó töltése is ismert arányban úgy, hogy a golyót egy ugyanakkora töltetlen golyóhoz érintve, töltését megfelezzük. Az ily módon végzett mérések eredménye Coulomb törvénye: Két ponttöltés között ható erő —



153,1. ábra

¹ A ponttöltés fogalma a tömegpontéhoz hasonló idealizálás (4. §). Általában ponttöltésnek tekinthető egy töltéssel bíró test akkor, ha méretei elhanyagolható kicsinyek a test és a számításba jövő más testek közti távolságokhoz képest.

amelynek iránya az összekötő egyenesbe esik — egyenesen arányos a két töltés (Q_1 és Q_2) szorzatával, és fordítva arányos a távolság négyzetével,

$$F = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2}; \quad (1)$$

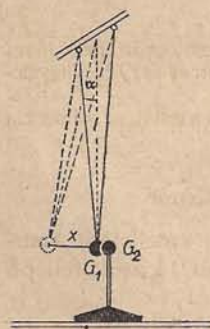
hallgatólagosan feltételeztük, hogy a töltések levegőben, pontosabban vákuumban vannak.

A K arányossági tényezőt pozitívnek tekintve, az egynemű töltések ($Q_1 Q_2 > 0$) közti taszítóerőnek az F pozitív, a különnemű töltések ($Q_1 Q_2 < 0$) közti vonzóerőnek az F negatív értéke felel meg. Vektori alakban, ha a 2 ponttöltéstől az 1-hez húzott rádiuszvektort r -rel jelöljük, az 1 ponttöltésre a 2 részéről gyakorolt erő:

$$\mathbf{F}_{12} = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (2)$$

A Coulomb-törvény formailag ugyanolyan alakú, mint a gravitációs törvény, l. (25,8—9).

Ha pl. az 1 ponttöltésre egyidejűleg több ponttöltés (2, 3, ...), ill. több pontszerű töltésből összetehető töltés hat, akkor a tapasztalat szerint erre az esetre is érvényes a 18. §-ban megismert *szuperpozíció elve*: az 1 ponttöltésre a többi ponttöltések együttesen a Coulomb-törvény szerinti $\mathbf{F}_{12}, \mathbf{F}_{13}, \dots$ erők vektori összegével egyenlő erőt fejtik ki. Ezt a fontos elvet a továbbiakban gyakran fogjuk alkalmazni.



153,2. ábra

A Coulomb-törvény ellenőrizhető pl. a 153,2. ábrán vázolt módon is. Az m tömegű G_1 fémgolyó hosszú kettős selyemfonálon függ, úgyhogy G_1 , mint egy l hosszúságú inga, csak a rajz síkjában mozoghat. Ha most G_1 -nek és G_2 -nek pl. egynemű töltéseket adunk, az inga egyensúlyi helyzetéből olyan x távolságra, ill. olyan α szöggel tér ki, amelynél a nehézségi erőnek F érintőleges komponense egyensúlyt tart az F taszítóerővel; ez utóbbit tehát $F = F_t = mg \sin \alpha \approx mgx/l$ alapján megmérhető.

A Coulomb-törvény érvényességére, ill. arra, hogy az erő a távolságnak egzaktnál a második hatványával fordítva arányos ($F \sim 1/r^2$), a közvetlen erőméréseknel sokkal pontosabb bizonyíték is van. A törvény ugyanis matematikai úton levezethető abból a kísérletileg talált tételből (CAVENDISH, 1722), hogy töltéssel ellátott üres fémgömb belsejében — hacsak az üregbe külön töltést nem viszünk — elektromos erőhatás nem lép fel (158. § 1d), ezt a tételt pedig a modern készülékekkel végzett rendkívül pontos mérések is igazolták. (Az utóbbiak szerint $1/r^2$ -ben a kitevő legfeljebb kb. 10^{-9} -nel térhet el a 2-től.)

2. A K arányossági tényező nyilván attól függ, hogy az erőt, a távolságot és a töltéseket milyen egységekben mérjük. A *töltés egységét* azonban eddig még nem választottuk meg; megválasztására az alábbi két lehetőséget ismertetjük.

a) A töltés egységét éppen az (1) Coulomb-törvény alapján rögzíthetjük le, ha K -nak valamely önkényesen választott értékében megállapodunk. GAUSS nyomán K -t dimenzió nélküli, egységnyi értékű számnak véve ($K=1$), a Coulomb-törvény

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (3)$$

alakjából a töltés dimenziója: $[Q] = [r][F]^{1/2} = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}]$, és így

$$a. \text{ töltés CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} \equiv 1 \text{ franklin (Fr)}. \quad (4)$$

(3) alapján 1 CGS-egységnyi az a töltés, amely a tőle 1 cm távolságban levő ugyanakkora töltésre légüres térben 1 dyn erőt fejt ki.

A töltésegység fenti választásának megfelelően felépített Gauss-féle CGS-mértékrendszerben (egységrendszerben) a töltés és minden más elektromos és mágneses mennyiség leszámaztatott mennyiség, ti. ezeket, ill. egységeiket a mechanikában megválasztott három alapmennyiségre, ill. alapegységre (hosszúság, tömeg, idő; cm, g, s) vezetjük vissza. Az így leszámaztatott CGS-egységekben általában, (4)-hez hasonlóan, kényelmetlen törtekitevős hatványok lépnek fel.

b) Gyakorlati célokra a CGS-egység (Fr) többnyire túlságosan kicsiny, ezért — később ismertetendő szempontok alapján — más egységet választottak, nevezetesen

$$\text{a töltés gyakorlati egysége: } 1 \text{ coulomb (C)} = 3 \cdot 10^9 \text{ Fr.}^2 \quad (5)$$

Mivel a töltés a mechanikai mennyiségektől merőben különböző jellegű mennyiség, indokolt ezt a három alapmennyiségtől független *negyedik alapmennyiségnek*, a coulombot negyedik alapegységnek választani. Az első három alapegység célszerűen a m, kg, s (MKS-rendszer, amelyben az erő egysége: 1 newton (N) = 1 mkg s⁻² = = 10⁵ dyn). Ezekben az egységekben (1) és (5) alapján a Coulomb-törvény arányossági tényezője a következőnek adódik:

$$K = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}; \quad (6)$$

két 1 C-nyi, egymástól 1 m-re levő ponttöltés tehát légüres térben egymásra 9 · 10⁹ N erőt fejtene ki.

Gyakorlati okokból célszerűbbnek bizonyult negyedik alapmennyiségként a töltés helyett a töltés/idő dimenziójú *áramerősséget* (172. §) és így *negyedik alapegységként* az 1 C/s = 1 *amper* (A) áramerősség-egységet választani. Ennek megfelelően épült fel az MKSA-mértékrendszer, amely különösen gyakorlati szempontból számos előnnyel rendelkezik más mértékrendszerekkel szemben.

Mivel az elektromos és mágneses jelenségek törvényeit kifejező egyenletekben a tömeg viszonylag igen ritkán fordul elő, az elektrotechnikában a leszámaztatott egységek megjelölésében a m, s, A mellett rendszerint nem a kg, hanem az elektromos *feszültség* (157. §) egysége szerepel, a *volt* (V), amely a következőképpen definiálható:

$$1 \text{ VA} = 1 \text{ W} = 1 \text{ Nm/s} = 1 \text{ m}^2 \text{kg/s}^3. \quad (7)$$

Az utóbb említett négy alapegységből (*VAMS-egységrendszer*) pl. a tömeg és az erő egysége (7) alapján így származtatható le:

$$1 \text{ kg} = 1 \frac{\text{VA s}^3}{\text{m}^2}, \quad 1 \text{ N} = 1 \frac{\text{VA s}}{\text{m}}, \quad (8a-b)$$

továbbá 1 C = 1 As miatt (6)-ból a Coulomb-törvény arányossági tényezője: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Vm/As}$. Megjegyzendő, hogy későbbi fontos összefüggések alakjának

² Pontosabban: 1 C = 2,9979 · 10⁹ Fr, ill. 1 C = {c}/10 Fr, ahol {c} = 2,9979 · 10¹⁰ a cm s⁻¹-ben kifejezett fénysebesség számértéke. Ennek megfelelően a későbbi (6) és (9) formulákban 9 · 10⁹ helyett a pontosabb érték 8,987 · 10⁹, ill. {c}² · 10⁻¹¹.

egyszerűsítésére célszerűnek mutatkozott ezt az arányossági tényezőt a $K = 1/4\pi\epsilon_0$ alakban írni, ahol tehát ϵ_0 , az ún. *influenziakonstans*:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad (9)$$

Ily módon *Coulomb törvénye* (skaláris alakban, és ha a közeg vákuum):

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (\text{CGS}), \text{ ill. } F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (\text{MKSA}). \quad (10)$$

A fontosabb egyenleteket később is, (10)-hez hasonlóan, mind a (*Gauss-féle*) *CGS-rendszerben*,³ mind az *MKSA-rendszerben* meg fogjuk adni, mivel a fizikusnak mindkét rendszerben tájékozódni kell tudnia. A mértékrendszer külön megemlítése vagy megjelölése nélkül szereplő összefüggések mind a két rendszerben azonos alakúak.

154. §. Az elektromos alapjelenségek korpuszkuláris értelmezéséről.

A töltés megmaradásának tétele

Az elektrosztatikai alapjelenségek értelmezésére irányuló első említésre méltó kísérlet, a „*fluidumhipotézis*” a testek elektromos állapotát különleges „súlytalan folyadéokra” vezette vissza (egy-, ill. kétfolyadumos elmélet, FRANKLIN, ill. SYMMER, 1760 körül).

Bár tárgyalásunkban az ismert okokból (59. §) még sokáig a fenomenológiai módszer fog előtérben állni, mégis a célból, hogy a jelenségeknél a mai felfogásnak megfelelő *korpuszkuláris (mikrofizikai) értelmezésre* is utalhassunk, már most vázlatosan előrebocsátjuk az *atomfizika* alapvető eredményei közül a számunkra most legszükségesebbeket; ezek megalapozására természetesen csak később kerülhet sor.

1. Századunk elején bizonyossá vált, hogy az elektromosság korpuszkuláris szerkezetű: *az elektromos töltés anyagi részecskének egyik alapvető tulajdonsága*. Minden *atom* a tömegének túlnyomó részét magában foglaló pozitív töltésű *atommagból* és az ezt körülvevő negatív töltésű *elektronokból* áll. A mérések szerint *az elektron töltésének nagysága*:

$$e = 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ CGS-egység} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb}; \quad (1)$$

az *elektron tömege*:

$$m_{e1} = 0,911 \cdot 10^{-27} \text{ gramm}, \quad (2)$$

a hidrogénatom tömegének kereken 1840-ed része. A fenti e töltés a természetben előforduló legkisebb, ún. *elemi töltés*, bármely töltés ennek egész számú többszöröse.

³ Közelebbi megjelölés hiányában CGS-rendszeren mindig a Gauss-féle CGS-rendszert fogjuk érteni. Ezt azért hangsúlyozzuk, mert olykor használatos az *elektrosztatikai CGS-rendszer* és az *elektromágneses CGS-rendszer* is. Megjegyzendő, hogy az elektromos jellegű mennyiségek (pl. töltés, áramerősség, feszültség, térerősség, kapacitás) Gauss-féle CGS- és elektrosztatikai CGS-egységei azonosak, úgyhogy ezeknek a mennyiségeknek a Gauss-féle CGS-egységei az irodalomban gyakran „1 el. sztat. egys.” megjelöléssel szerepelnek. — Az elektromos mértékrendszerekről a 242. § nyújt áttekintést.

Az *atommag töltése* annyi pozitív elemi töltés, amennyi a megfelelő elem *rendszáma* a periódusos rendszerben. Ugyanennyi az egészében véve semleges atom elektronjainak száma is, azaz pl. a hidrogénatomban 1, a héliumban 2, az oxigénben 8, az uránatomban 92 elektron van.

Az *atommagok* alkotórészei a protonok és a neutronok. A *proton* a hidrogénatom magja, 1 pozitív elemi töltéssel bír, a protonnal megközelítőleg egyenlő tömegű *neutron* pedig semleges. Az elektron, a proton és a neutron számos másfajta részecskével együtt az *elemi részecskék* közé tartoznak. A „közönséges” (nem túlságosan nagy energiákkal kapcsolatos) jelenségeknél az atommag felépítésének és az elemi részecskéknek a problémája általában nem játszik szerepet.

Az atom elektronjai a magtól való átlagos távolságuk szerint, amely 10^{-8} cm nagyságrendű,¹ különböző csoportokba, ún. *elektronhéjakba* sorolhatók. Az atomok, ill. a megfelelő elemek igen sok fizikai és kémiai tulajdonságára, így pl. a *molekulák* való összekapcsolódásra nézve elsősorban a legkülső héjon levő elektronok (*külső, vegyérték- vagy valenciaelektronok*) a mérvadók. Pl. az alkálifémek, a réz, az ezüst és az arany atomjainak 1, a halogén elemek atomjainak 7 külső elektronjuk van.

Ha valamely (egészében véve semleges) atom vagy molekula egy vagy több elektront elveszít, ill. felvesz, akkor pozitív, ill. negatív töltésű *ion* — atomion vagy molekulaion — keletkezik. Az elektronokat, ionokat és általában a töltéssel bíró mikrorészecskéket (pl. egy ionból és a hozzá kapcsolódó semleges molekulákból álló komplexumot) közös néven *töltéshordozóknak* hívjuk.

2. Valamely anyag annál jobb *vezető*, minél több és minél „könnyebben mozgó” töltéshordozót tartalmaz. A *szilárd testek (kristályok)* közül a *fémek* egyik legfontosabb tulajdonsága, hogy bennük nagy számmal vannak olyan, ún. *szabad vagy vezetési elektronok*, amelyek igen könnyen nagy távolságokra is elmozdulhatnak. A legjobban vezető fémekben, pl. az ezüstben és a rézben gyakorlatilag annyi szabad elektron van, mint amennyi atom (tehát 1 mol fémekben kb. $6 \cdot 10^{23}$), ti. átlagban mindegyik atomnak a külső, leglazábban kötött elektronja a szomszédos részecskékkel való kölcsönhatás következtében „leszakad” az atomról, és az egész kristály „közös elektronjává” válik. Ily módon a fémeket úgy tekinthetjük, hogy az a kristályrácsot alkotó pozitív ionokból és a szabad elektronokból áll. A vezetésben csak az utóbbiak vesznek részt, a pozitív ionok nem, mert ezek csak egyensúlyi helyzetük kis környezetében rezegnek, nagyobb távolságra nem mozdulnak el. A *folyadékok* közül a jó vezető *elektrolitokban* (pl. HCl vagy H_2SO_4 vizes oldatai) a vezetést nem elektronok, hanem pozitív és negatív ionok közvetítik. Az említett két határeset, ti. a tiszta elektronvezetés és a tiszta ionvezetés között mindenféle átmenet előfordul. Így pl. a közönségesen *szigetelőknak* nevezett anyagok kismértékű vezetését egyidejűleg elektronok is és ionok is közvetíthetik, az anyagi minőségtől és a különböző feltételektől (pl. hőmérséklet, szennyeződés) függő arányban. A technikában használatos *félvezetőkben* (pl. germánium, szilícium) az elektronvezetés a túlnyomó.

A *szigetelők* esetében, ha az imént említett csekély vezetéstől eltekintünk, a vezetés hiánya vagy annak tulajdonítandó, hogy a szigetelőben nincsenek töltéshordozók (ide tartoznak pl. a normális állapotú *gázok*, mert ezek semleges molekulákból

¹ E távolsághoz mérten az atommagok és az elektronok pontszerűeknek tekinthetők, ti. „sugaruk” 10^{-13} cm nagyságrendű.

állanak), vagy pedig annak, hogy a töltéshordozók nem mozdulhatnak el nagyobb távolságra (ilyen szigetelő pl. a Na^+ - és Cl^- -ionokból álló kősókristály).

3. A fentiek alapján a „dörzsölési elektromosság” arra vezethető vissza, hogy két különböző anyagú, egészében véve semleges test összedörzsölésekor az egyik testről töltéshordozók, a legtöbb esetben elektronok jutnak át a másik testre; így a két test szétválasztása után az *elektron többlettel* rendelkező test negatív, az *elektronhiányt* felmutató test pedig pozitív töltésű. Később látni fogjuk, hogy a dörzsölésnek csak az a szerepe, hogy a két test szoros érintkezését segíti elő, és ezért helyesebb *érintkezési elektromosságról* beszélni.

Az *elektromos megosztás* jelenségére a 152. § 4.-ben végzett *a)* és *c)* kísérlet (152,3a és *b* ábra) korpuszkuális értelmezése a következő. A pozitív töltésű *C* megosztó testnek a fémhenger szabad elektronjaira gyakorolt vonzó hatása miatt a henger *A* felében elektron többlet (negatív töltés), *B* felében elektronhiány (pozitív töltés) jön létre; ha a hengert kettéosztjuk, és *C*-t eltávolítjuk, az *A* és *B* félhengerek negatív, ill. pozitív töltése nyilván megmarad. A *b)* kísérlet eredménye, hogy ti. a 152,3a ábra esetében a fémhengerből „a pozitív influenciatöltés elvezethető”, úgy értendő, hogy a henger földelésekor a földből a dróton vagy testünkön át elektronok jutnak a hengerre, és így a földelés megszüntetése és *C* eltávolítása után a henger negatív töltésűnek mutatkozik.²

A dörzsölés, ill. érintkezés folytán az egyik testen létrejövő elektron többlet egyenlő a másik testen keletkező elektronhiánnyal, és hasonlóan, amennyivel növekedett az influenza következtében az elektronok száma pl. a 152,3a ábrán feltüntetett henger egyik felén, annival csökkent az a másikon. E példák alapján kézenfekvővé válik az a sok más tapasztalat által is igazolt tény, hogy töltéshordozókat, ill. töltéseket nem lehet előállítani, hanem csak a különböző előjelű töltéseket lehet egymástól szétválasztani. Más szavakkal: *zárt rendszerben az elektromos töltések algebrai összege változatlan marad; ez a töltés megmaradásának tétele*, amely hasonló fontosságú, mint a tömeg, az energia, az impulzus és az impulzusnyomaték megmaradásának tételei.

155. §. Elektromos tér, térerősség, erővonalak. Ponttöltés elektromos tere. Gauss tétele

1. *Elektromos tér.* Ha elektromos töltésű test (*A*) környezetének valamely pontjában egy kis *Q* töltésű, pontszerű „próbatestet” (*B*) helyezünk el, erre meghatározott erő hat. Ezt az erőhatást FARADAY nyomán és a későbbi döntő bizonyítékok alapján nem „távolbahatásnak” hanem „térhatásnak” kell tulajdonítanunk (a gravitációs erőtérről az 57. §-ban megismert módon): Az elektromos töltésű *A* test (vagy több ilyen test) a környező térben bizonyos változást hoz létre, más szóval maga körül *elektromos (erő)teret* vagy *elektromos mezőt* kelt — akkor is, ha a *B* test még nincs is jelen —, és közvetlenül ez a tér hat az elektromos töltésű *B* testre; az *A* és *B* közti erőhatást tehát az elektromos tér közvetíti. Általánosabban, *elektromos térnek* nevezzük a térnek azt a részét, amelynek minden pontjához meghatározott, elvileg egy pontszerű „próbatöltés” segítségével megállapítható erő tartozik. Ez a definíció azért általánosabb, mert amint később látni fogjuk, elektromos teret

² Általánosan, az a *fenomenológiai tárgyalásnál* az egyöntetűségre és rövidegre való tekintettel indokolt kifejezőmód, hogy pl. „a fémnek pozitív töltést adunk, vagy arról pozitív töltést veszünk le”, valójában azt jelenti, hogy a fémből elektronokat vonunk el, ill. a fémre elektronokat juttatunk.

nemcsak töltések létesíthetnek. Ha ki akarjuk emelni, hogy az elektromos tér nyugvó, időben változatlan töltésektől származik, *elektrosztatikai térről* beszélünk.

2. Az *elektromos térerősség*. Az elektromos tér valamely P pontjában elhelyezett kis Q töltésű próbatestre ható F erő a mérések szerint arányos a Q töltéssel,¹ tehát F így fejezhető ki:

$$F = QE. \quad (1)$$

A kizárólag az elektromos térre jellemző $E = F/Q$ vektormennyiséget — amely a dimenziótól eltekintve, a pozitív egységnyi próbatöltésre ható erőt jelenti — *elektromos térerősségnek* nevezzük. A térerősség általában a helytől, azaz a választott P pont r helyzetvektorától vagy x, y, z koordinátáitól függ. Ha a tér valamely tartományának minden pontjában irány és nagyság szerint ugyanaz, akkor az elektromos tér ebben a tartományban *homogén*.

Az E dimenziója (1) értelmében erő/töltés, és így a 153. § (4), (5) és (8b) egyenletei szerint

$$\text{az elektromos térerősség CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}, \quad (2)$$

$$\text{MKSA-egysége: } 1 \frac{\text{newton}}{\text{coulomb}} = 1 \frac{\text{volt}}{\text{méter}} = 3,336 \cdot 10^{-5} \text{ CGS-egység.} \quad (3)$$

1 CGS-egységnyi, ill. $1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$ a térerősség valamely P pontban akkor, ha a tér a P -ben elhelyezett 1 CGS-egységnyi, ill. 1 C ponttöltésre 1 dyn, ill. 1 N erőt gyakorol.²

3. Az *elektromos erővonalak* (E -vonalak) az elektromos teret szemléltető olyan görbék, amelyek érintője a tér minden P pontjában az ott uralkodó E térerősség irányába esik. Megállapodás szerint az erővonalakat a tér minden helyén gondolatban olyan sűrűn húzzuk meg, hogy a rájuk merőlegesen felvett egységnyi felületen éppen annyi erővonal haladjon át, mint amekkora a térerősség a kérdéses helyen. Ily módon az erővonalak iránya és sűrűsége az E térerősség irányát és nagyságát jelzi.³

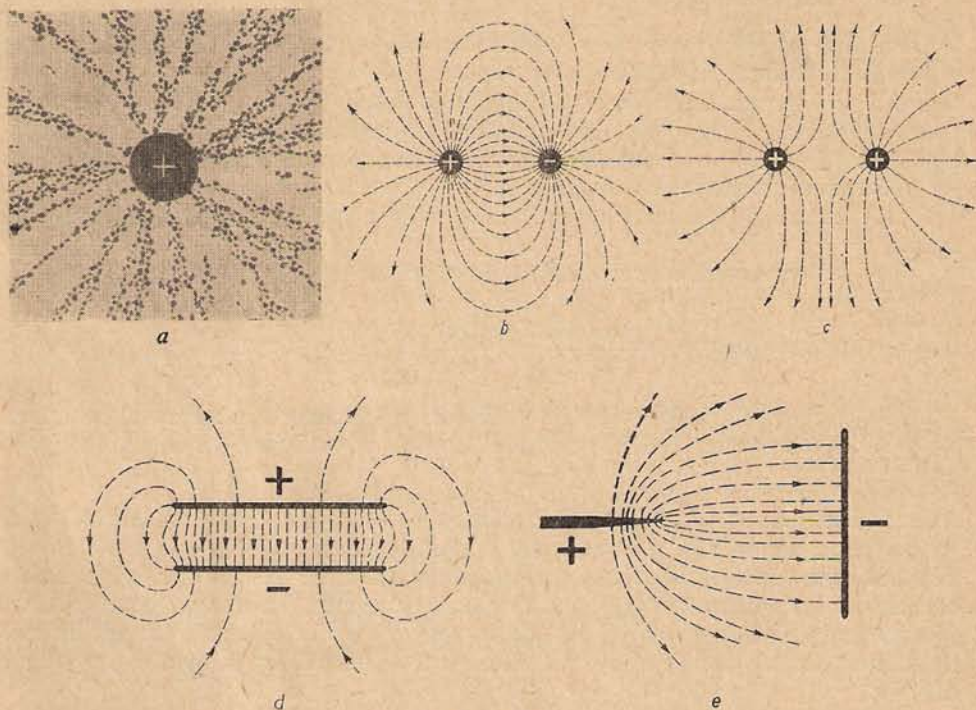
Az erővonalak, pl. különböző elhelyezkedésű és töltésű fémlemezek erővonalai, érzékeltethetők úgy, hogy az üveglapra ragasztott fémlemezeknek töltést adunk (pl. influenciagéppel, 163. §), és az üveglapra gipsz-kristályport szórunk. Úgy is eljárhatunk, hogy a fémlemezeket ricinusolaj-réteggel borítjuk be, és erre búzadarát hintünk. Elegendő nagy térerősség esetén a gipszrészecskék vagy a daraszemek erővonalak mentén húzódó „láncokba” rendeződnek (ennek okára nézve l. 156. § 3.), és így a megfelelő erőtérrel, bár csupán egy síkban, szemléletes képet nyerhetünk.

¹ Elektromos töltésű testektől (A, B, \dots) származó tér esetén ez az arányosság következik a Coulomb-törvényből: az A, B, \dots testek töltései pontszerű töltésekből (Q_1, Q_2, \dots) tehetők össze; e ponttöltések a Q próbatöltésre Q -val arányos F_1, F_2, \dots erőket gyakorolnak, és így ezek $F = F_1 + F_2 + \dots$ eredője szintén arányos Q -val. A próbatestnek és töltésének is elegendő kicsinynek kell lennie, mert különben a próbatest a vizsgálandó teret észrevehetően módosítja (158. § 4.).

² A 157. §-ban látni fogjuk, hogy 1 V/m a térerősség két nagy felületű, egymástól 1 m távolságra levő és 1 V potenciálkülönbségű fémlemezek közti homogén térben.

³ Az erővonalak fogalma természetesen nem jelenti azt, hogy egy pontszerű töltésnek erővonalak mentén kell mozognia, mint ahogyan pl. a nehézségi erőtérben vízszintesen vagy ferdén elhajított test sem az (ebben az esetben függőleges) erővonalak mentén mozog.

A 155,1. ábra a következő egyszerű és fontos eseteket tünteti fel. *a)* Egy feltöltött kis körlap vagy (idealizálva) *ponttöltés* erővonalai a töltésből radiálisan kiinduló, ill. abba torkolló egyenesek aszerint, amint a töltés pozitív vagy negatív. *b)* Két egyenlő nagyságú és ellentétes előjelű, egymáshoz közeli ponttöltés, ún. *dipólus* erővonalai. *c)* Két egyenlő nagyságú és egyenmű ponttöltés erővonalai. *d)* Két párhuzamos, ellentétesen egyenlő töltésű fémlemez között az erővonalak — a szé-



155,1. ábra

leknél fellépő „szórástól” eltekintve — párhuzamos és egyenlő sűrűségű egyenesek, vagyis a lemezek közötti elektromos tér jó megközelítéssel *homogén tér*. *e)* Ellentétesen egyenlő töltésű lemez és csúcs esetében az erővonal-sűrűség s ezzel a térerősség a *csúcsonál* a legnagyobb.

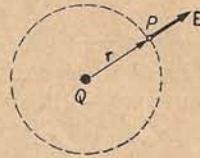
A fenti példákban látható, és egészen általánosan fennáll, hogy a nyugvó töltésektől származó térben, az elektrosztatikai térben az erővonalak mindig a pozitív töltésekből indulnak ki, és a negatív töltésekben végződnek (a töltések egy része esetleg igen távol, „a végtelenben” van), tehát nincsenek sem „semmiben végződő”, sem önmagukba visszafutó, zárt erővonalak. Ezt a tulajdonságot a hidrodinamikából átvett szavakkal (l. 77. §) úgy fejezhetjük ki, hogy az *elektrosztatikai tér örvénymentes vektortér, amelynek az elektromos töltések a forrásai*.

Az elektromos erőteret sokáig egy hipotetikus közegnek, az egész világmindenséget betöltő rugalmas „éternek” a feszültségi állapotára igyekeztek visszavezetni. E feltevés szerint az erővonalak irányában húzás, a vonalakra merőlegesen pedig nyomás

uralkodik, úgyhogy az erővonalak kifeszített és a harántirányban egymást taszító gumifonalakhoz lennének hasonlíthatók, és ily módon pl. két ellentétes, ill. két egynemű töltés között a 155,1b—c ábrák szerint valóban vonzást, ill. taszítást létesítenének. Az effajta mechanisztikus értelmezések azonban tarthatatlanoknak bizonyultak. Mai felfogásunk szerint az elektromos, ill. (általánosabban) az *elektromágneses tér* önálló, a mechanikai jelenségekre vissza nem vezethető, objektív fizikai realitás, az anyag egyik különleges formája.

4. *Ponttöltés elektromos tere.* A Q töltésű pontszerű testtől \mathbf{r} vektori távolságban levő P pontban (155,2. ábra) az \mathbf{E} térerősség a Coulomb-törvény (153,2) alakjából adódik. Ha a P -ben elhelyezve gondolt próbatöltés Q_0 , akkor \mathbf{E} definíciója és a Coulomb-törvény szeint $\mathbf{E} = \mathbf{F}/Q_0 = K(Q/r^2)(\mathbf{r}/r)$, azaz (153,10) figyelembevételével a Q ponttöltés elektromos terében a térerősség:

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{MKSA}). \quad (4)$$



155,2. ábra

Több ponttöltés terében az \mathbf{E} térerősség az egyes ponttöltésektől származó $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots$ térerősségek vektori eredője (*szuperpozíció elve*, 153. §).

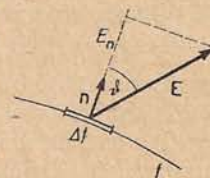
A Q ponttöltés köré írt r sugarú G gömbfelület egységnyi területű részén a definíció és (4) alapján $E = Q/r^2$ (CGS) számú erővonal megy át. Az egész gömbfelületen átmenő és egyúttal a Q ponttöltésből kiinduló összes erővonalak száma nyilvánvalóan $4\pi r^2$ -szer ennyi. Mondhatjuk tehát, hogy *egy Q ponttöltésből*

$$4\pi Q \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (\text{MKSA}) \quad (5)$$

számú erővonal indul ki, ill. torkollik be abba aszerint, amint a töltés pozitív vagy negatív.

5. *Gauss tétele.* A fenti tétel jelentősen általánosítható, ha bevezetjük a következő fogalmat: valamely f felületen átmenő elektromos erővonalfluxuson vagy *elektromos erőfluxuson* (Ψ) — szemléletesen és a dimenziótól eltekintve — az f -en átmenő E -vonalak számát értjük. A fluxus matematikai kifejezése céljából tekintsük először az f felületnek egy olyan kicsiny Δf darabját, amelynek mentén az \mathbf{E} térerősség változatlanul vehető. Ekkor, ha \mathbf{E} a Δf -nek \mathbf{n} normálisával ϑ szöget zár be (155,3. ábra), azaz \mathbf{E} vetülete \mathbf{n} irányára $E_n = E \cos \vartheta$, a Δf -en átmenő fluxus nyilvánvalóan $E_n \Delta f$, és így az egész f felületen átmenő fluxus az E_n -nek az f -re kiterjesztett integrálja:⁴

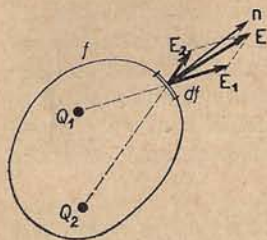
$$\Psi = \int_{(f)} E_n df. \quad (6)$$



155,3. ábra

A Q ponttöltést vegyük körül egy f zárt felülettel, és \mathbf{n} jelentse a felületelemek kifelé mutató, azaz *külső normálisát*. Ez azt jelenti, hogy (6) kiszámításánál a zárt felületből kilépő

⁴ A (6) jobb oldalán álló *felületi integrál* az $\int_{(f)} \mathbf{E} df$ alakban is írható, ahol a $d\mathbf{f}$ vektori felületelem a df nagyságú és \mathbf{n} irányú vektort jelent.



155.4. ábra

erővonalak számát pozitív, a (negatív töltés esetén) belépő erővonalak számát negatív előjellel kell figyelembe venni. Kézenfekvőnek tűnik, és a szigorú bizonyítás is arra vezet, hogy a Q ponttöltést körülvevő bármely zárt felületen átmenő fluxus ugyanaz, mint az (5)-ben a G gömbfelületre kiszámított fluxus, azaz $\Psi = 4\pi Q$ (CGS). Ha most a zárt felületen belül több ponttöltés van, Q_1, Q_2, \dots (155.4. ábra), akkor mindegyikre fennáll a megfelelő egyenlet, tehát (a \oint jel a zárt felületre kiterjesztett integrálra utal):

$$\oint E_{1n} df = 4\pi Q_1, \quad \oint E_{2n} df = 4\pi Q_2, \dots \quad (\text{CGS}). \quad (7)$$

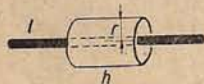
Az egyenletek összeadásából — figyelembe véve, hogy $E_{1n} + E_{2n} + \dots = E_n$ az eredő E térerősség normális komponense, és a $Q_1 + Q_2 + \dots = \sum Q_i$ jelölést alkalmazva — következik Gauss tétele:⁵

$$\oint E_n df = 4\pi \sum Q_i \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \oint E_n df = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q_i \quad (\text{MKSA}), \quad (8)$$

azaz egy tetszőleges f zárt felületen átmenő elektromos erőfluxus egyenlő az f -en belüli töltések algebrai összegének 4π -szeresével (CGS), ill. $1/\epsilon_0$ -szorosával (MKSA). A töltések bármilyen eloszlásúak lehetnek, nem kell ponttöltéseknek lenniök.

Gauss tétele lényegében egyenértékű a Coulomb-törvénnyel, de segítségével gyakran — megfelelő szimmetriájú terek esetében — a térerősség sokkal egyszerűbben határozható meg, mint ha a töltéseket ponttöltésekre bontanánk, és az ezekről származó térerősségeket vektorilag összegeznénk.

Példa. Egy Q töltésű, igen hosszú (l) fémhenger (huzal) esetében a térerősség, eltekintve a két véghez közeli térrészekről, szimmetriaokokból mindenütt merőleges a henger palástjára, és mindenhol ugyanolyan nagyságú (E). Ezért, ha zárt felületként a 155.5. ábra szerint az r ($\ll l$) sugarú, h hosszúságú hengert vesszük fel, az ezen átmenő fluxus $E \cdot 2\pi r h$, a körülzárt töltés pedig nyilván $(Q/l)h$, tehát (8) alapján $E \cdot 2\pi r h = 4\pi Q h / l$ (CGS). Innen a térerősség nagysága a fémhenger tengelyétől r ($\ll l$) távolságban:



155.5. ábra

$$E = \frac{2Q}{lr} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 lr} \quad (\text{MKSA}). \quad (9)$$

156. §. Dipólus elektromos tere. Az elektromos tér erőhatásai dipólusokra és töltetlen vezetőkre

1. Az elektromos dipólus egy pozitív ponttöltésből (Q) és egy ugyanolyan nagyságú negatív ponttöltésből ($-Q$) áll, amelyek egymástól való l távolsága kicsiny az adott feladatban előforduló egyéb távolságokhoz képest. Ha \mathbf{l} a megállapodás szerint a negatív ponttöltésből a pozitívba húzott vektor (156.1. ábra), a dipólus momentumán (nyomatékán) értjük az

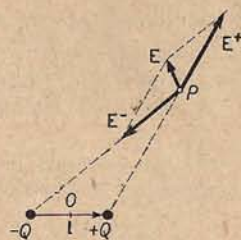
$$\mathbf{m} = Q\mathbf{l} \quad \text{vektort;} \quad \text{nagysága:} \quad m = Ql. \quad (1)$$

⁵ Gauss—Osztrogradskij-féle tételnek is nevezik.

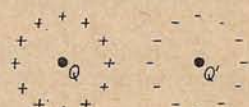
¹ (153,4-5) alapján tehát

a dipólusmomentum CGS-egysége: $1 \text{ cm}^{5/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$,
MKSA-egysége: $1 \text{ coulomb} \cdot \text{méter} (= 1 \text{ Asm}) = 3 \cdot 10^{11} \text{ CGS-egység.}$ (2)

Gyakran a töltések bonyolultabb rendszere is dipólussal helyettesíthető. Ezt beláthatjuk, ha bevezetjük az ún. *elektromos súlypont* fogalmát. A töltések bármely rendszerénél — akár pontszerű, akár „folytonos eloszlású” töltések esetében — külön a pozitív és külön a negatív töltések elektromos súlypontját ugyanúgy határozhatjuk meg, mint a pontrendszerek vagy folytonos tömegeloszlású testek súlypontját (l. 33. §), csak az ismert formulákban a tömegek helyébe a pozitív, ill. a negatív töltéseket kell behelyettesítenünk. Sok feladatban mármost a Q_1, Q_2, \dots pozitív töltések a súlypontjukban gondolt $Q = Q_1 + Q_2 + \dots$ töltéssel, hasonlóan a Q'_1, Q'_2, \dots negatív töltések a súlypontjukban gondolt $Q' = Q'_1 + Q'_2 + \dots$ negatív töltéssel helyettesíthetők (156,2. ábra); abban az esetben, ha $Q' = -Q$, és a két súlypont nem esik egybe, a töltésrendszer dipólusnak tekinthető. Ilyen értelemben mondhatjuk pl., hogy egy fémes vezető az influenza következtében dipólussá válik (152,3a ábra). Ezért és sok más, később kivilágító okból a dipólus igen fontos töltésrendszer.



156,1. ábra



156,2. ábra

2. *A dipólus elektromos tere* (155,1b ábra), konkrétan az E térerősség egy tetszőleges P pontban (156,1. ábra), a $+Q$ és a $-Q$ ponttöltésektől származó E^+ és E^- térerősségek vektori összeadásával határozható meg. A számítást csak a P pontnak két speciális helyzetére, a „Gauss-féle két főhelyzetre” vonatkozólag végezzük el.

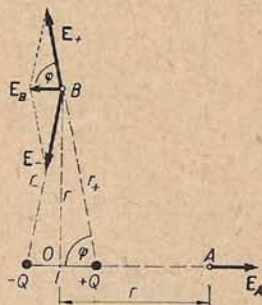
a) *A Gauss-féle első főhelyzetben*, a dipólus tengelyén az O középponttól az l -hez képest nagy $r = \overline{OA}$ távolságban levő A pontban (156,3. ábra), a térerősség nagysága a Coulomb-törvény alkalmazásával:

$$E_A = K \frac{Q}{[r - (l/2)]^2} - K \frac{Q}{[r + (l/2)]^2} = K \frac{2Ql}{[r^2 - (l/2)^2]^2}.$$

Az $l \ll r$ feltevés szerint $l^2/4$ elhanyagolható az r^2 -hez képest, továbbá (1) alapján $Ql = m$ a dipólus momentuma. Így, K értékét (1, ill. $1/4\pi\epsilon_0$) figyelembe véve, a térerősség nagysága az A pontban:

$$E_A = \frac{2m}{r^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2m}{r^3} \quad (\text{MKSA}); \quad (3)$$

E_A irányát az ábra mutatja.



156,3. ábra

b) *A Gauss-féle második főhelyzetben*, a dipólust felező merőlegesen az O -tól $r = \overline{OB} \gg l$ távolságban levő B pontban, az E_B térerősség iránya a 156,3. ábrán látható, nagysága pedig az ábra jelöléseivel:

$$E_B = 2E_+ \cos \varphi = 2K \frac{Q}{r_+^2} \cos \varphi = 2K \frac{Q}{r_+^2} \frac{l/2}{r_+} = K \frac{Ql}{[r^2 + (l/2)^2]^{3/2}}.$$

Mivel ismét $Ql = m$, és r^2 mellett $l^2/4$ elhanyagolható, a *térerősség nagysága a B pontban*:

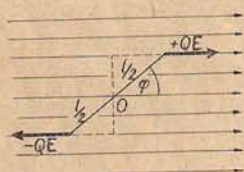
$$E_B = \frac{m}{r^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{m}{r^3} \quad (\text{MKSA}). \quad (4)$$

Általános esetben a számítás szerint, ha az $\vec{OP} = \mathbf{r}$ helyzetvektorhoz (156.1. ábra) tartozó \mathbf{r}/r egységvektort a rövidség kedvéért \mathbf{r}^0 -al jelöljük, a *dipólustól származó térerősség a P pontban*:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{r^3} (3\mathbf{r}^0(\mathbf{m}\mathbf{r}^0) - \mathbf{m}) \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} (3\mathbf{r}^0(\mathbf{m}\mathbf{r}^0) - \mathbf{m}) \quad (\text{MKSA}). \quad (5)$$

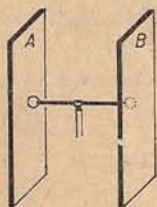
Mint látható, a dipólus létesítette térerősség fordítva arányos az r távolság köbével ($E \sim r^{-3}$), tehát az r növelésével gyorsabban tart a zérushoz, mint a ponttöltéstől származó térerősség ($E \sim r^{-2}$).

3. *Dipólus elektromos térben.* a) *Homogén térben* a merevnek feltételezett dipólusra, amelynek tengelye az \mathbf{E} térerősség irányával φ szöget zár be, a 156.4. ábra szerint a $+QE$ és $-QE$ erőkből álló *erőpár* hat. Az erőpár karja $l \sin \varphi$, nyomatéka tehát $QE \cdot l \sin \varphi = mE \sin \varphi$. Eszerint *homogén elektromos tér a dipólusra csupán forgatónyomatékot gyakorol* (azaz csak irányító hatást fejt ki, gyorsító hatást nem), amelynek nagysága:



$$M = mE \sin \varphi; \quad \text{a forgatónyomaték vektora: } \mathbf{M} = [m\mathbf{E}]. \quad (6a-b)$$

156.4. ábra



156.5. ábra



156.6. ábra

Az irányító hatás és saját tehetetlensége miatt egy olyan dipólus, amely függőleges tengely körül könnyen foroghat (mint pl. az iránytűhöz hasonlítható kis „elektromos tű”, 156.5. ábra), vízszintes irányú homogén térben *forgási rezgést* végez. Ha Θ a forgó rendszer tehetetlenségi nyomatéka, a mozgásegyenlet a 45. § alapján: $d^2\varphi/dt^2 = -mE \sin \varphi$. Kis amplitúdók esetén $\sin \varphi \approx \varphi$ miatt a forgási rezgés harmonikus, és a *lengésidő*:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{mE}}. \quad (7)$$

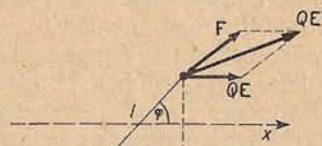
A lengések tehát annál gyorsabbak, minél nagyobb az m dipólusmomentum és az E térerősség. Ezt könnyen megmutathatjuk úgy, hogy a dipólus gömbjeinek vagy az A és B fémlemezeknek nagyobb töltéseket adunk.

Az irányító hatáson alapszik a gipsz-kristályporral vagy búzadarával való *erővonal szemléltetés* is (155. § 3.). A por- vagy daraszemek lényegében az elektromos tér megosztó hatása folytán (pontosabban a dielektromos polarizáció miatt, 165. §) dipólusokká válnak, és ezek a 156.6. ábrán kis nyilakkal jelzett dipólusok az erővonalak mentén láncszerűen rendeződnek.

b) *Inhomogén térben* a dipólus $-Q$ és $+Q$ töltései helyén uralkodó térerősség, \mathbf{E} és \mathbf{E}' , általában irány és nagyság szerint is különböző. A dipólusra ható $-QE$, QE' erőrendszer a 156.7. ábra szerint egy erőpárral és egy \mathbf{F} erővel helyettesíthető, úgyhogy a dipólus, ha szabadon mozoghat, általában forogva halad a nagyobb térerősségű hely felé.

Vizsgáljuk azt a speciális esetet, amelyben a térerősség iránya a $-Q$ és $+Q$ ponttöltések helyén egyenlőnek tekinthető (tehát most a 156,7. ábrán a QE' és QE vektorok egy egyenesbe esnek), nagysága azonban ebben az x -szel jelölt irányban változik. Ekkor a dipólusra a (6a-b) forgatónyomatékon kívül nyilvánvalóan az x irányú $F_x = Q(E' - E)$ erő hat. Ha l elegendő kicsiny, akkor írhatjuk: $E' - E = (dE/dx)l \cos \varphi$; itt dE/dx , a „hosszúságegységre eső térerősségváltozás” a tér inhomogenitásának mértéke, $l \cos \varphi$ pedig a két ponttöltés x irányban mért távolsága. Ily módon, $Ql = m$ miatt, a dipólusra ható erő:

$$F_x = m \frac{dE}{dx} \cos \varphi = m_x \frac{dE}{dx}, \quad (8)$$



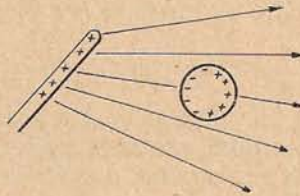
156,7. ábra

ahol $m_x = m \cos \varphi$ a dipólusmomentum vetülete a tér irányára. Ha a dipólus már „beállt” a tér irányába ($\varphi = 0$), akkor $F_x = m dE/dx$; ez az erő a dipólust a növekvő térerősség irányába igyekszik elmozdítani.

4. Töltetlen vezető elektromos térben — mint már az 1. pontban említettük — *influenca folytán dipólussá válik*, úgyhogy a rá gyakorolt erőhatások gyakran az előbb tárgyalt egyszerű esetekre vezethetők vissza. Így pl. a homogén térben ferdén



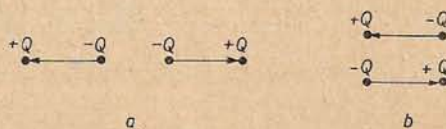
156,8. ábra



156,9. ábra

elhelyezett fémrúdra forgatónyomaték hat, amely igyekszik a rudat hossz tengelyével a tér irányába beállítani (156,8. ábra). További példa: *elektromos test vonzza a töltetlen fémgolyót*, mert az influenza következtében dipólussá vált golyóra az elektromos test inhomogén erőtere a növekvő térerősség felé, azaz a test felé irányuló erőt fejt ki (156,9. ábra). Ez a 152. §-ban megismert vonzási alapkísérlet pontosabb értelmezése fémgolyó, ill. fémmel bevont bodzabél golyó esetében (szigetelő golyóra vonatkozólag I. 165. § 6.).

5. A dipóluson kívül olykor fontos szerepet játszanak „magasabb rendű pólusok” is, elsősorban a *kvadrupólus* két fajtája: két ellentétes irányú, egymáshoz közeli dipólusból a 156,10a, ill. b ábra szerint összetett töltésrendszer. A dipólusok m momentumának és egymástól való d távolságának szorzatát *kvadrupólus-momentumnak* hívják.



156,10. ábra

157. §. Az elektromos potenciál és feszültség.

Ponttöltés, dipólus és folytonos eloszlású töltés potenciálja

1. *Az elektromos potenciál és feszültség fogalma.* Az elektrosztatikai erőter valamely tartományban teljesen meg van határozva, ha meg tudjuk adni az \mathbf{E} térerősséget mint a hely függvényét, azaz az $\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, y, z)$ vektorfüggvényt. Ehhez azonban 3 skaláris függvénynek, pl. az $E_x = E_x(x, y, z)$, $E_y = \dots$, $E_z = \dots$ derékszögű komponenseknek az ismerete szükséges, és ezért igen lényeges, hogy az elektromos tér sokkal egyszerűbben is jellemezhető, nevezetesen egyetlen skaláris függvény, az *elektromos potenciál* segítségével. A potenciál fogalmával már a gravitációs erőterrel kapcsolatban megismerkedtünk (57. §), úgyhogy a most következők nagyrészt csak az ott kifejtetteknek az elektrosztatikai térre való átvitelét jelentik.

A Q töltésű pontszerű testre, röviden a Q próbatöltésre az elektromos térben az $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$ erő hat. Ha tehát a próbatöltést a $-\mathbf{F}$ erővel, azaz gyorsulás nélkül az A pontból valamely görbe mentén a B pontba visszük, akkor a munka definíciója

szerint az \mathbf{F} erő ellenében $L = - \int_A^B \mathbf{F}_s ds = -Q \int_A^B \mathbf{E}_s ds$ munkát kell végeznünk.

Kimutatható, hogy ez a munka független az úttól (az A -ból B -be vezető görbétől),¹ és így nem más, mint a próbatöltés potenciális energiájának a megváltozása:

$$L = W_{\text{pot } B} - W_{\text{pot } A} = -Q \int_A^B \mathbf{E}_s ds. \quad (1)$$

Az egyenletet Q -val elosztjuk, és definíciószerűen kimondjuk: *Az elektromos térben a B és A pontok közti potenciálkülönbség vagy feszültség:*²

$$U \equiv U_B - U_A = \frac{W_{\text{pot } B} - W_{\text{pot } A}}{Q} = - \int_A^B \mathbf{E}_s ds, \quad (2)$$

amely tehát a dimenziótól eltekintve a pozitív egységnyi próbatöltés B és A pontokhoz tartozó potenciális energiájának a különbsége, vagyis az a munka, amelyet az elektromos erők ellenében kell végeznünk, míg a pozitív egységnyi próbatöltést az A pontból (tetszőleges úton) a B pontba visszük.

A potenciális energiához hasonlóan magának a potenciálnak az értékét a tér egy P pontjában csak akkor adhatjuk meg, ha egy megállapodás szerinti O „null-pontban” a potenciál értékét zérusnak választjuk (29. § 3.). Így (2) alapján, az $A = O$, $B = P$ jelölésekkel és az $U_A = U_O = 0$ megállapodással élve, mondhatjuk, hogy az elektromos tér valamely P pontjában a potenciál értéke:

$$U_P = \frac{W_{\text{pot } P}}{Q} = - \int_O^P \mathbf{E}_s ds. \quad (3)$$

¹ A gravitációs térre vonatkozólag ezt az 57. §-ban kimutattuk; az ott nyert eredmény a gravitációs törvény és a Coulomb-törvény matematikai alakjának azonossága miatt az elektrosztatikai tér esetére is érvényes. – Az $\int_A^B \mathbf{E}_s ds$ vonalintegrál (28,7a) szerint az $\int_A^B \mathbf{E} ds$ alakban is írható, ahol ds a vektori ívelem.

² Más szóval: a B feszültsége az A -hoz képest; $U_B - U_A$ vagy $U_{B,A}$ helyett szokásosabb jelölése egyszerűen U .

Nullpont vagy nullnívó gyanánt sok esetben a végtelen távoli pontot, más esetekben, gyakorlati problémáknál pedig a földfelületet célszerű választani. Ennek megfelelően a *végtelen távoli pont*, ill. a *földfelület potenciálja definíciószerűen zérus*, és U_p számérték szerint azt a munkát jelenti, amelyet a pozitív egységnyi töltésnek a végtelen távoli pontból, ill. a földfelülettől a P pontba való vitele során az elektromos erők ellenében kell végeznünk.

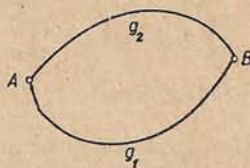
A potenciál és a feszültség dimenziója (2) szerint munka/töltés, tehát (153,4) alapján, az 1 erg/1 CGS-töltésegységet képezve,

$$\text{a potenciál és a feszültség CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{1/2}\text{g}^{1/2}\text{s}^{-1}; \quad (4)$$

$$\text{MKSA-egysége: } 1 \text{ volt (V)} = 1 \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}} = \frac{1}{300} \text{ CGS-egység.}^3 \quad (5)$$

1 CGS-egységnyi, ill. 1 volt feszültség áll fenn az elektromos tér két pontja között akkor, ha az 1 CGS-egységnyi, ill. az 1 coulomb töltésnek az egyik pontból a másikba való vitelénél 1 erg, ill. 1 joule munkát kell végeznünk.

A potenciál bevezetését az teszi lehetővé, hogy az (1)-nél említett munka független az úttól, azaz pl. az A -ból B -be vezető g_1 görbe mentén végzendő munka ugyanaz, mint a g_2 mentén (157,1. ábra). Ebből következik, hogy ha a pontszerű töltést g_1 mentén A -ból B -be, majd a g_2 mentén B -ből A -ba visszük, a *zárt görbe mentén végzett teljes munka zérus*. Matematikai alakban: az elektrosztatikai térben az elektromos térerősségnek bármely zárt görbe menti integrálja zérus,⁴



157,1. ábra

$$\oint E_s ds = 0. \quad (6)$$

Ez az egyenlet fejezi ki matematikailag az elektrosztatikai térnek azt a fontos tulajdonságát, hogy zárt erővonalai nincsenek, más szóval az *elektrosztatikai tér örvénymentes vektortér*.

2. A *potenciál és a térerősség közti összefüggés* egyik alakja a (3) egyenlet, amely szerint a *potenciál a térerősség út szerinti integrálja*. Az összefüggés másik fontos alakja (2)-ből vagy közvetlenül a potenciálkülönbség fogalmából következik: Ha a pozitív egységnyi töltést az A pontból bizonyos irányban a kis Δs szakasszal elmozdítjuk, a potenciál $\Delta U = -E_s \Delta s$ -sel változik meg, és így

$$E_s = -\frac{\Delta U}{\Delta s}; \quad \text{pontosabban } E_s = -\frac{\partial U}{\partial s}, \quad (7)$$

azaz a térerősségnek valamely irány menti komponense a potenciálnak a kérdéses

³ Pontosabban: 1 V = 1/299,79 CGS-egység, ti. 1 joule = 10⁷ erg és 1 coulomb = 2,9979 · 10⁹ CGS-töltésegység. — Az 1 volt egységet VOLTA (1745—1827) emlékére nevezték el így.

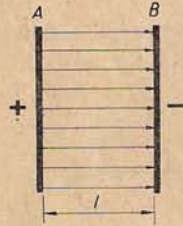
⁴ Ez az energia megmaradásának az elvéből (a termodinamika első főtételeből) is következik: ha a próbatöltésnek a zárt görbén való körülvitelekor az elektrosztatikus erőter munkája zérus helyett pozitív lenne, akkor ismételt körülvitelek révén tetszőlegesen nagy munkát nyerhetnénk minden energiafelhasználás nélkül (perpetuum mobile, 118. §), ti. a körüljárásakor sem a próbatöltés, sem az elektrosztatikus tér nem szenved semmiféle változást. Ha a munka negatív lenne, az előbbi következtetés az ellentétes irányú körüljárásra alkalmazható.

irány menti negatív differenciálhányadosa.⁵ A (7) egyenlet fennáll speciálisan egy derékszögű koordináta-rendszer x, y, z tengelyeinek irányára vonatkozólag is:

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}, \quad (8)$$

a térerősség derékszögű komponensei a potenciálnak az x, y, z koordináták szerinti negatív parciális differenciálhányadosai. Ebből látható, hogy a potenciál ismeretében a térerősség is ismeretes, mert hiszen komponensei egyszerűen az $U=U(x, y, z)$ potenciálfüggvény differenciálásából adódnak. Ha azt a vektort, amelynek derékszögű komponensei rendre $\partial U/\partial x, \partial U/\partial y, \partial U/\partial z$, az U gradiensének nevezzük, és $\text{grad } U$ -val jelöljük, a (8) egyenleteket egyetlen vektoregyenletben foglalhatjuk össze:

$$\mathbf{E} = -\text{grad } U, \quad (9)$$



157,2. ábra

a térerősség egyenlő a potenciál negatív gradiensével, az ún. potenciálessel. Ennek az összefüggésnek a szemléletes jelentésére a 3. pontban még visszatérünk.

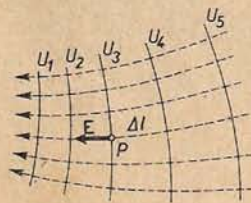
A homogén erőtér speciális esetében, konkrétan pl. a párhuzamos, egymástól l távolságban levő, ellentétesen egyenlő töltésű A és B fémlapok közti térben (157,2. ábra, amelyen a pozitív töltésű A lap potenciálja a nagyobb) a térerősség nagysága nyilvánvalóan:

$$E = \frac{U_A - U_B}{l}. \quad (10)$$

3. Ekvipotenciális felületek. A térerősség az erővonalakkal, a potenciál pedig az ekvipotenciális vagy nívófelületekkel szemléltethető. Ezek olyan felületek, amelyeknek minden pontjában ugyanaz a potenciál értéke, egyenletük tehát

$$U(x, y, z) = \text{const}. \quad (11)$$

A konstans valamely adott értékének (pl. U_1) egy meghatározott nívófelület, másik értékének egy másik nívófelület felel meg. Ha a Q ponttöltést egy nívófelület mentén



157,3. ábra

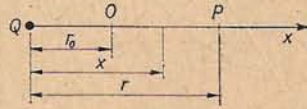
a felület tetszőleges A pontjából a B pontjába visszük, az elektromos erők ellenében végzett munka, $Q(U_B - U_A)$ nyilvánvalóan zérus, ami csak úgy lehetséges, hogy a nívófelületek mindenütt merőlegesek a térerősségnek, vagyis az erővonalaknak az irányára (157,3. ábra).

Az ábra olyan U_1, U_2, \dots nívófelületeket tüntet fel, amelyekre nézve $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \dots = \Delta U > 0$. Legyen továbbá pl. az U_3 nívófelület P pontjától az U_4 nívófelület távolsága Δl ; Δl és ΔU legyenek elegendő kicsinyek. Ekkor a fentiek alapján közvetlenül belátható, hogy a nívófelület P pontjában az \mathbf{E} térerősség a nívófelületre merőlegesen, a csökkenő potenciál irányába mutat, és nagysága a potenciálnak a hosszúságegységre eső megváltozása ebben az irányban: $E = \Delta U / \Delta l = |\text{grad } U|$. Ez a tétel egyúttal a (9)-ben szereplő $\text{grad } U$ vektor szemléletes jelentését is magába foglalja. A nívófelületekből, ha ezeket az $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \dots = \Delta U$ megállapodásnak megfelelően rajzoljuk fel, a térerősségre következtethetünk: minél közelebb esnek egymáshoz a nívófelületek, annál nagyobb a térerősség.

⁵ Közvetlenül (7)-ből vagy a későbbi (10)-ből világlik ki, hogy a térerősség MKSA-egysége a volt/méter, l. (155,3).

4. *Ponttöltés potenciálja.* A Q ponttöltéssel együtt ugyanazon az egyenesen, pl. az x tengelyen levő P és O pontok között (157,4. ábra) a potenciálkülönbség a (2) definíció szerint, és mivel a térerősség x komponense egy x abszcisszájú pontban Q/x^2 (CGS), a következő:

$$U_P - U_O = - \int_{r_0}^r \frac{Q}{x^2} dx = \left[\frac{Q}{x} \right]_{r_0}^r = \frac{Q}{r} - \frac{Q}{r_0} \quad (\text{CGS}).$$

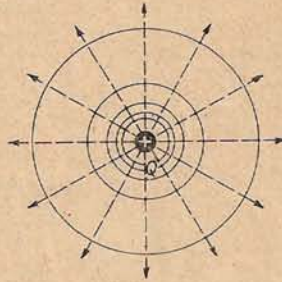


157,4. ábra

Ha a (3)-nál mondottaknak megfelelően a potenciál nullpontját a végtelen távoli pontba helyezzük ($r_0 \rightarrow \infty$), akkor a potenciál értéke a Q ponttöltéstől r távolságra levő P pontban:

$$U_P = \frac{Q}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (\text{MKSA}). \quad (12)$$

A ponttöltés terében a nívófelületek nyilván a ponttöltés köré írt gömbfelületek, mert (11) szerint $U_P = \text{const}$, ha $r = \text{const}$. A 157,5. ábra a szaggatott vonallal jelzett erővonalakon kívül azokat a nívófelületeket tünteti fel, amelyeken $Q=3$ CGS-egység esetén a potenciál értéke rendre 1, 2, ..., 5 CGS-egység; e gömbfelületek sugarai rendre 3, 1,5, ..., 0,6 cm.



157,5. ábra

5. *Több ponttöltésből álló rendszer potenciálja* a P pontban az egyes Q_i ($i=1, 2, \dots, n$) ponttöltésektől származó potenciálok algebrai összege:

$$U_P = \sum \frac{Q_i}{r_i} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{Q_i}{r_i} \quad (\text{MKSA}), \quad (13)$$

ahol r_i a P pont és az i -edik ponttöltés közötti távolság.

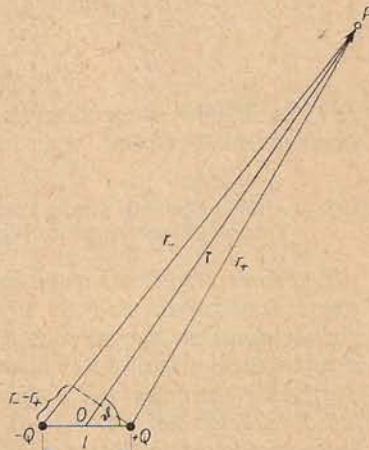
Dipólus potenciálja egy olyan P pontban, amelynek a dipólus O középpontjától mért $\vec{OP} = \mathbf{r}$ helyzetvektora az $\mathbf{m} = Ql$ dipólusmomentum irányával ϑ szöget zár be, a 157,6. ábra jelöléseivel: $U_P = Q(1/r_+ - 1/r_-)$ (CGS). A dipólusra vonatkozó feltevés szerint r_+ és r_- igen nagy az l -hez képest, úgyhogy

$$\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} = \frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} = \frac{l \cos \vartheta}{r^2}.$$

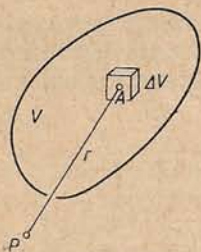
Ezért a dipólus potenciálja a P pontban:

$$U_P = \frac{m}{r^2} \cos \vartheta \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{m}{r^2} \cos \vartheta \quad (\text{MKSA}). \quad (14)$$

6. *Folytonos töltéseloszlás* esetén — amikor a töltés egy V térfogatú térrészt, ill. testet fenomenológiai értelemben folytonosan tölt be — a testet pl. három, egymásra merőleges síksereggel olyan kis térfogatelemekre bontjuk, hogy a bennük



157,6. ábra



157.7. ábra

foglalt töltések már jó megközelítéssel ponttöltéseknek legyek tekinthetők. Ha pl. az A pontot körülvevő ΔV térfogatelembe levő töltés ΔQ (157.7. ábra), akkor — a közönséges sűrűséghez teljesen hasonlóan — az A ponthoz tartozó térbeli vagy térfogati töltéssűrűségen értjük a

$$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V}, \text{ pontosabban a } \rho = \frac{dQ}{dV} \quad (15)$$

mennyiséget, $\Delta Q/\Delta V$ -nek $\Delta V \rightarrow 0$ -ra adódó határértékét. Így (13) alapján a V térfogatban folytonosan eloszló töltés potenciálja a P pontban megközelítőleg: $\sum \Delta Q/r = \sum \rho \Delta V/r$, pontosan pedig:

$$U_P = \int_{(V)} \frac{\rho dV}{r} \quad (\text{CGS}), \text{ ill. } U_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(V)} \frac{\rho dV}{r} \quad (\text{MKSA}); \quad (16)$$

az integráljel alatti (V) a töltés által elfoglalt egész térfogatra kiterjesztendő integrálra utal.

A fémek esetében, amint azt a 158. §-ban látni fogjuk, az elektromos töltés (többlettöltés) a felületen oszlik el. Ebben az esetben (157.7. ábra) a felület Δf eleméhez tartozó felületi töltéssűrűséget vezetjük be az

$$\eta = \frac{\Delta Q}{\Delta f}, \text{ pontosabban az } \eta = \frac{dQ}{df} \quad (17)$$

egyenlettel, és (14)-hez teljesen hasonlóan kapjuk, hogy az f felületen folytonosan eloszló töltés potenciálja a P pontban:

$$U_P = \int_{(f)} \frac{\eta df}{r} \quad (\text{CGS}), \text{ ill. } U_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(f)} \frac{\eta df}{r} \quad (\text{MKSA}). \quad (18)$$

A (16), ill. (18) integrálok konkrét esetekben való kiszámításához természetesen ismernünk kell a ρ , ill. η sűrűséget mint a hely függvényét. (Példa a 158. § 5.-ben.)

158. §. A töltés elhelyezkedése, a térerősség és a potenciál a vezetőkön. Vezetők elektromos térben. Vezető gömb potenciálja

1. Fémes vezetőknél a töltésre, térerősségre és a potenciálra vonatkozólag — az elektrosztatikában tárgyalt egyensúlyi állapotban, amikor a töltések fenomenológiai értelemben nyugalomban vannak — egyszerű kísérletek és megfontolások alapján több fontos tétel állapítható meg.

a) Az elektromos töltés (pontosabban: többlettöltés) egyensúly esetén a vezető külső felületén helyezkedik el. Az erre vonatkozó számos kísérlet közül néhány: Ha a szigetelten felállított, kis nyílással ellátott F fémedényt feltöltjük (158.1. ábra), és a kis G próbagolyót az F külső felületéhez, majd elektroszkóp gömbjéhez érint-

jük, G töltést mutat, a belső fallal való érintkezés után azonban nem. — Megfordítva: a feltöltött G próbapolyó a töltetlen F fémedény külső felületéhez való érintés után töltésének egy részét megtartja (ti. maga is az $F+G$ rendszer külső felületének egy része), de a belső falhoz érintve teljesen elveszti töltését, mert ez a töltés az F külső felületére jut. Ezért ahhoz, hogy a G próbapolyó töltését teljesen átviessük egy elektroszkópra, ún. *pohárelektroszkópot* (158,2. ábra) kell használnunk, és G -t a „pohár” belső falához kell érintenünk. — A szigetelten felállított, sűrű szövésű dróthálóból készült H henger belsejében elektroszkópot helyezünk el, amelynek gömbjét és H -t dróttal összekötjük (158,3. ábra). Bármekkora töltést adunk is H -nak (ezt a töltést a H -ra tett K kettős inga jelzi), a belül levő E elektroszkóp nem mutat töltést.

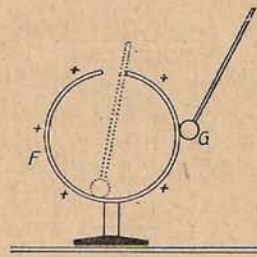
A fenti tétel könnyen belátható. Ha a fémes vezetőnek bármely helyen pl. negatív töltést adunk, az eme többlettöltést jelentő töltéshordozók — elektronok, mivel a fém szabadon mozoghatnak — egymást a lehető legtávolabbra taszítják, tehát az egyensúly beálltával a vezető (külső) felületén foglalnak helyet.¹ Fennáll továbbá:

b) *Egyensúly esetén az E elektromos télerősség a vezető belsejében mindenütt zérus, a vezető külső felületén pedig a felületre merőleges.* Ha ugyanis E a vezető belsejében nem lenne zérus, ill. ha a vezető felületén lenne érintőleges komponense, a töltéshordozók (a szabad elektronok) a fém belsejében, ill. a felület mentén elmozdulnának, nem lehetnének nyugalomban. A tétel második részét a 155,1. ábrán látható erővonalképek is bizonyítják: *az erővonalak merőlegesek a vezető felületére.*² A tételből a potenciál és az ekvipotenciális felületek értelmezésére való tekintettel azonnal következik:

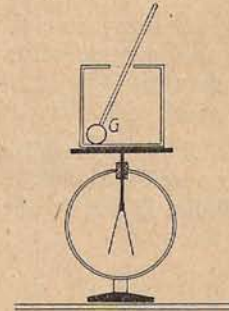
c) *Egyensúly esetén a homogén³ vezető minden pontjában ugyanakkora a potenciál, és a vezető felülete ekvipotenciális felület.* $E=0$ és (157,2) miatt ugyanis, ha A és B a vezető bármely két pontját jelenti, $U_B - U_A = 0$, azaz $U_B = U_A$.

Mivel a vezető belsejében a télerősség is és a többlettöltés is zérus, az egyensúly nyilván nem változnék meg, ha a vezető belsejéből egy részt eltávolítanánk. Mondhatjuk tehát:

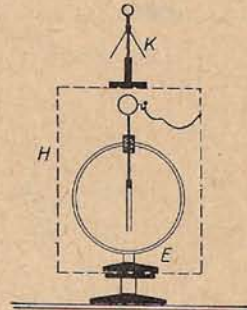
d) *A vezetőben levő üregben a télerősség zérus, feltéve, hogy az üregben nincsenek (izolált) elektromos töltésű testek.* Ezt a tételt igazolja pl. a 158,3. ábránál megismert



158,1. ábra



158,2. ábra

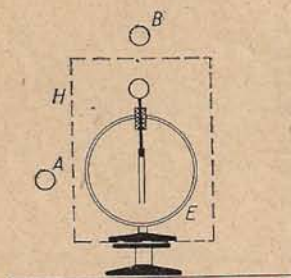


158,3. ábra

¹ Ha a fém bármely helyén pozitív többlettöltést, azaz elektronhiányt idézünk elő, a pozitív többlettöltésnek a szabad elektronokra gyakorolt vonzó hatása miatt az egyensúlyi töltéeloszlás olyan lesz, hogy az elektronhiány, azaz a pozitív többlettöltés, szintén a fém külső felületén jelentkezik.

² Hogy a felületre merőleges erőtér a töltést a vezetőről nem veszi le, ennek anyagszerkezeti okai vannak (205. §).

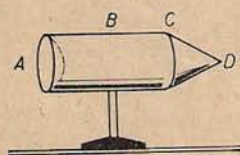
³ Ha a vezető inhomogén, azaz különböző anyagi minőségű részekből áll, akkor az egyes részek közt 1 V nagyságrendű „érintkezési feszültség” áll fenn, l. 168. § 2.



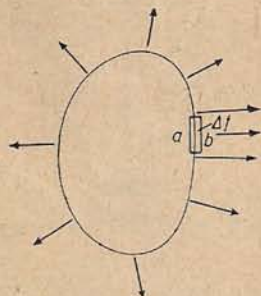
158,4. ábra

kísérlet következő módosítása. Ha a töltetlen E elektroszkópot minden oldalról körülvevő H dróthálónak (158,4. ábra) bármekkora töltést adunk, vagy bármilyen erősen feltöltött A és B testeket viszünk a közelébe (influenziagép felhasználásával A , H és B között szikrákat is üttethetünk át), az elektroszkóp nem jelez kitérést; a H háló nélkül viszont az elektroszkóp lemezei erősen szétágaznak a feltöltött A és B gömbök megosztó hatása miatt (152. §). Azt a tényt, hogy zárt fémburkolattal vagy megfelelő sűrű szövésű dróthálóval („Faradaykalitka”) körülvelt térrészbe az elektromos erőtér nem hatolhat be, gyakran felhasználják érzékeny műszereknek külső zavaró elektromos hatásoktól, vagy pl. lőporraktáraknak a villámcsapástól való megvédésére; ez az eljárás az *elektrosztatikai árnyékolás*. A fémburkolatot rendszerint földelik, hogy az állandóan „földpotenciálón” legyen. (Ha a fémburkolat nincs földelve, érintése veszélyes lehet!)

2. *A töltés eloszlása a vezető felületén* általában nem egyenletes, azaz egy feltöltött vezetőn a felületegységre eső töltés, az $\eta = dQ/df$ *felületi töltéssűrűség* (157. § 6.) a felület különböző helyein általában más és más. Ha pl. a 158,5. ábrán feltüntetett alakú vezetőt feltöltjük, majd kis próbagolyóval rendre az A , B , C , D helyekről veszünk le töltést (Q_A , Q_B , ...), és ezt pohár-elektroszkópnak átadjuk, látjuk, hogy $Q_A < Q_B < Q_C < Q_D$. Eszerint *a vezető felületének különböző helyein az η felületi töltéssűrűség annál nagyobb, minél nagyobb a görbület, tehát viszonylag legnagyobb a csúcsoknál és éleknél; ezeken a helyeken az E térerősség is a legnagyobb, amint arra a 155,1e ábrával kapcsolatban már rámutattunk.*



158,5. ábra



158,6. ábra

Az E és az η közt egyszerű kapcsolatot állapíthatunk meg, ha a (155,8) Gauss-tételt a 158,6. ábra szerint felvett, igen lapos hengerre alkalmazzuk. A henger belső a fedőlapján és a paláston átmenő fluxus zérus, mert E a vezető belsejében zérus, kívül pedig a palást alkotóinak irányába esik; így csak a b fedőlapon átmenő $E_n \Delta f = = E \Delta f$ fluxus jön számításba, és ez $4\pi \Delta Q$ -val, ill. $\Delta Q/\epsilon_0$ -val egyenlő. Így *a vezető felületének bármely helyén a térerősség nagysága arányos a felületi töltéssűrűséggel:*

$$E = 4\pi\eta \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E = \frac{\eta}{\epsilon_0} \quad (\text{MKSA}). \quad (1)$$

3. *Csúcs hatás*. Ha a csúccsal rendelkező A vezetőt eléggé erősen feltöltjük (néhány ezer volt feszültségre azért, hogy influenziagép egyik elektródjával kötjük össze, 158,7. ábra), a csúcs közelében a csúcstól elirányuló légáram, ún. *elektronás szél* mutatható ki, amely a gyertya lángját elhajlítja vagy elfújja. Ez a jelenség azzal függ össze, hogy a csúcsonál levő igen nagy térerősség hatására a levegő elveszti szigetelőképességét, és (a fellépő „csúcskisülésben”, 201. §) A -ról töltés távozik el. Közelebből a jelenséget úgy képzelhetjük el, hogy a pl. pozitív töltésű csúcs közelé-

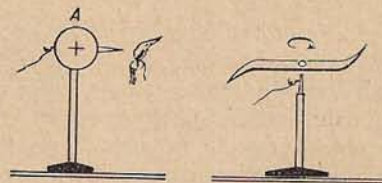
ben a levegő molekulái megosztás folytán dipólusokká válnak, és ezért a csúcs ezeket minden oldalról magához vonzza, majd az érintkezés után pozitív töltésűvé váló részecskéket egyenes irányban eltaszítja. Ennek a taszítóerőnek a reakcióereje hozza forgásba a 158,8. ábrán vázolt elektromos *Segner-kereket*.

A fentiek alapján érthető, hogy a csúccsal rendelkező, erősen feltöltött *A* vezető csakhamar elveszti töltésének nagy részét, a közelben levő semleges *B* vezető pedig az *A*-ról kiinduló „elektromos szélben” az *A*-ével egyenmű töltéshez jut (158,9. ábra; *B* az így nyert töltést *A* eltávolítása után is megtartja, azaz nem egyszerűen megosztásról van szó). Ha tehát azt kívánjuk, hogy egy vezetőn elég nagy töltés tartósan megmaradjon, a vezetőnek („konduktornak”) nem szabad éllel vagy csúcsokkal bírnia.

Az előző kísérlet megfordítottja: a csúccsal ellátott semleges *A* vezető a feltöltött *B* konduktor közelében a *B*-ével egyenmű töltést nyer (158,10. ábra). Megosztás folytán ugyanis a csúcs a *B*-ével ellentétes töltéshez jut, ennek egy része az elektromos szélben eltávozik, és így az *A*-n *B*-ével egyenmű töltés marad vissza. Ez a jelenség, a *csúcsok szívóhatása*, pl. az elektrosztatikai gépeknél nyer alkalmazást (163. §).

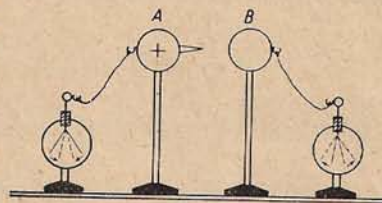
4. Az elektromos térben elhelyezett vezető módosítja az eredeti elektromos teret. Így pl. a $+Q$ és $-Q$ töltésű párhuzamos fémlemezek közti homogén tér a töltetlen *H* fémhasáb behelyezése után — amint azt a 155. §-ban megismert „erővonal-előállítás” közvetlenül kimutathatjuk — a 158,11a ábra szerint változik meg. Ez a változás az *elektromos megosztás* (*influenca*) miatt jön létre a következőképpen. A *H*-nak a térbe való behelyezését követően igen rövid idő alatt *H* megfelelő határ-

felületein influenciatöltések alakulnak ki (*b* ábra), és pedig úgy, hogy az egyensúlyi állapotban az influenciatöltésektől származó télerősségnek és a megosztást létesítő elsődleges télerősségnek az eredője *H* belsejében mindenütt zérus legyen (az 1. *b*

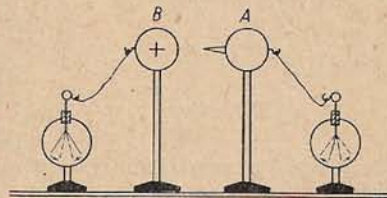


158,7. ábra

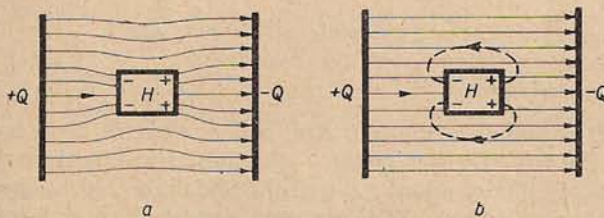
158,8. ábra



158,9. ábra



158,10. ábra



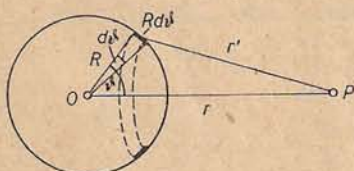
158,11. ábra

tételnek megfelelően). A H -n kívüli térrészben az influenciatöltések tere (a b ábrán szaggatva rajzolt erővonalak) a véglapoknál erősíti, az oldallapok közelében pedig gyengíti az eredeti homogén teret, úgyhogy végeredményben az a ábra szerinti térerősség jön létre. Kvalitatíve hasonló változás következik be más esetekben is. Ezért az elektromos térerősség mérésénél alkalmazott *próbagolyónak* (155. §) elegendő kis méretűnek és kis töltésűnek kell lennie, hogy a mérendő teret módosító hatás elhanyagolható legyen.

5. *Vezető gömb potenciálja.* Vezetők potenciálja a (157,18) formula alapján csak akkor számítható ki, ha az η felületi töltéssűrűség eloszlása ismeretes. Egy R sugarú, *magában álló* (akár tömör, akár üres) *fémgömb* felületén a gömb teljes Q töltése szimmetriaokokból egyenletesen oszlik el, azaz $\eta = Q/4\pi R^2$, és ennek alapján a potenciál egy tetszőleges P pontban könnyen meghatározható. Az alább vázolt számítás eredménye szerint a *magában álló vezető gömb potenciálja* az R sugarú gömbön kívüli, az O középponttól r távolságra levő P pontban akkora, mintha az egész töltés a gömb középpontjában lenne egyesítve, azaz (vákuumban)

$$U_P = \frac{Q}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (\text{MKSA}), \quad \text{ha} \quad r \geq R; \quad (2)$$

a gömb felületén és bármely belső pontban a potenciál állandó:



158,12. ábra

$$U = \frac{Q}{R} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \quad (\text{MKSA}). \quad (3)$$

Ennek megfelelően a gömbtől származó *térerősség* nagysága a P pontban Q/r^2 (CGS), ill. zérus aszerint, amint P a gömbön kívül vagy belül van.

A számítás menete. A df felületelemnek válasszuk azt az igen keskeny zónát, amely a 158,12. ábrán látható $Rd\vartheta$ hosszúságú körívnek OP körüli forgatásakor jön létre. Ennek a $df = Rd\vartheta \cdot 2\pi R \sin \vartheta = 2\pi R^2 \sin \vartheta d\vartheta$ felületű zónának minden pontja P -től $r' = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \vartheta}$ távolságra van, tehát (157,18) értelemszerű alkalmazásával és $\eta = Q/4\pi R^2$ miatt

$$\begin{aligned} U_P &= \int \frac{\eta df}{r'} = \frac{Q}{2} \int_0^\pi \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \vartheta}} = \frac{Q}{2} \cdot \frac{1}{rR} [\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \vartheta}]_0^\pi = \\ &= \frac{Q}{2} \frac{|r+R| - |r-R|}{rR} \quad (\text{CGS}), \end{aligned} \quad (4)$$

ebből pedig $r \geq R$ -re valóban a (2), $r \leq R$ -re pedig a (3) formula adódik.

159. §. Kapacitás; kondenzátorok

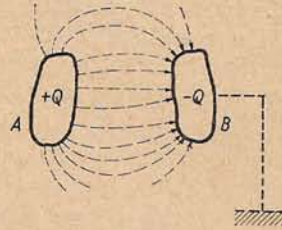
1. *A kapacitás fogalma és egységei.* Két, más vezetőktől távol levő vezető közül pl. A -n legyen (pozitív) Q , B -n pedig $-Q$ töltés. Ezt könnyen megvalósíthatjuk úgy, hogy A -nak Q töltést adunk, B -t pedig földeljük (159,1. ábra), ti. ekkor az influenza folytán B -n éppen $-Q$ töltés lesz. Az A -ból kiinduló erővonalak mind B -n végződnek, nem nyúlnak a végtelenbe, hanem mintegy a rendszer környezeté-

ben sűrűsödnek össze, és ezért a két vezetóből álló rendszert *kondenzátornak* vagy *sűrítőnek* nevezzük. Az A és a B között nyilvánvalóan feszültség (U) van, amelyet a pozitív egységnyi töltésnek B -ről A -ra vitelekor végzendő munka, $\int E_s ds$ ad meg. Ha a Q töltést pl. megkét-szerezünk, a térerősség (erővonal-sűrűség) mindenütt kétszer nagyobb lesz, és így az említett munka, ill. U is kétszeresére nő, azaz a *töltés és a feszültség között arányosság áll fenn*:

$$Q = CU. \quad (1)$$

A töltéstől és a feszültségtől független, csupán a geometriai viszonyoktól (az A , B vezetők alakjától, méreteitől és kölcsönös helyzetétől) függő

$$C = \frac{Q}{U} \quad (2)$$



159,1. ábra

pozitív mennyiséget *kapacitásnak*, a jelen esetben az A és B vezetők közül álló *kondenzátor kapacitásának* nevezzük. C közvetlenül megadja azt a töltést, amely a kondenzátort egységnyi feszültségre „tölti fel”, és nyilván annál nagyobb, minél nagyobb töltést képes a kondenzátor minél kisebb feszültség mellett „befogadni”. Innen ered a kapacitás elnevezés.

A (2) egyenlet nemcsak azt jelenti, hogy egy C kapacitású (A , B) kondenzátornak a fenti módon Q töltést adva (pl. A -nak Q , B -nek $-Q$ töltést), A és B közt $U = Q/C$ feszültség keletkezik, hanem érvényes ennek a megfordítottja is: ha A és B közt U feszültséget létesítünk — pl. akkumulátorral —, akkor A -n és B -n $Q = CU$ nagyságú és ellentétes előjelű töltések halmozódnak fel.

A kapacitás dimenziója töltés/feszültség, tehát a (153,4-5) és a (157,4-5) egyenletek alapján

$$\text{a kapacitás CGS-egysége: } \frac{1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}}{1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}} = 1 \text{ cm}, \quad (3)$$

$$\text{MKSA-egysége: } \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ volt}} = 1 \frac{\text{As}}{\text{V}} \equiv 1 \text{ farad (F)} = 9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^2 \quad (4)$$

Mivel a farad igen nagy egység, többnyire a következő törtrészei használatosak:

$$\begin{aligned} 1 \text{ mikrofara}d (\mu\text{F}) &= 10^{-6} \text{ farad} = 9 \cdot 10^5 \text{ cm}, \\ 1 \text{ nanofara}d (\text{nF}) &= 10^{-9} \text{ farad} = 900 \text{ cm}, \\ 1 \text{ pikofara}d (\text{pF vagy } \mu\mu\text{F}) &= 10^{-12} \text{ farad} = 0,9 \text{ cm}. \end{aligned} \quad (5)$$

Egy „magában álló vezető” kapacitásán szintén a vezető alakjától és méreteitől függő $C = Q/U$ mennyiséget értjük; itt Q a vezető töltése, U a vezető potenciálja, azaz feszültsége a végtelen távoli ponthoz, gyakorlatilag pl. a terem falához vagy a

¹ A definiáló egyenletben Q -n és U -n mindig pozitív mennyiséget értünk. Az a szokásos kifejezés, hogy „a kondenzátor töltése Q ”, úgy értendő, hogy a pozitív „fegyverzet” töltése Q , a másiké $-Q$; a kondenzátorban a töltések algebrai összege zérus!

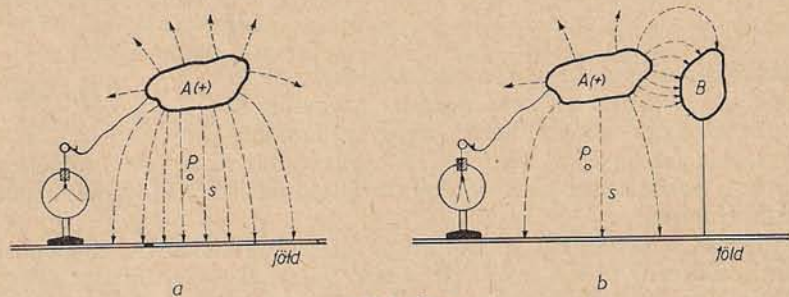
² Pontosabban: $1 \text{ F} = 8,987 \cdot 10^{11} \text{ cm}^2$, ill. $1 \text{ F} = \{c\}^2 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$, l. 153. § 2.

földhöz képest (ama távoli testhez képest, amelyen a vezetőlől kiinduló erővonalak végződnek, l. 155. § 3.). Az R sugarú gömbnél (158,3) szerint $Q = RU$ (CGS), tehát egy magában álló vezető gömb kapacitása (vákuumban):

$$C = R \text{ (CGS), ill. } C = 4\pi\epsilon_0 R \text{ (MKSA),} \quad (6)$$

azaz egyenlő, ill. arányos a gömb sugarával. A Földnek mint $R = 6370$ km sugarú gömbnek a kapacitása $6,37 \cdot 10^8 \text{ cm} = 708 \mu\text{F}$.

Ha a töltéssel ellátott és elektroszkóppal összekötött A vezető közelében egy másik, B vezetőt helyezünk el, akkor az elektroszkóp kisebb kitérést jelez, különösen ha B földelve van (159,2a és b ábra); B eltávolítása után az eredeti kitérés visz-



159,2. ábra

száll. A jelenség szemléletes magyarázata a következő. Az A vezető töltése (Q) és ezzel az A -ból kiinduló összes erővonalak száma a B odahelyezésével nem változott meg, de megváltozott az erővonalak eloszlása (l. 158. § 4.), nevezetesen az influencia miatt az A -nak a B felőli oldalán az erővonalak sűrűsége nagyobb lett. Ennek folytán más helyen, pl. a P pont környezetében az erővonalak sűrűsége, a térerősség csökkent, és így ahhoz, hogy a pozitív egységnyi töltést a földtől pl. az s úton A -ig vigyük, kisebb munkát kell végeznünk, mint a B odahelyezése előtti a esetben. Ez azt jelenti, hogy B közelítésekor A feszültsége (U) csökken,³ tehát — mivel $C = Q/U$ -ban a Q töltés változatlan maradt — a rendszer kapacitása növekszik. Így érthető, hogy az egymáshoz elég közel levő A és B vezetőkből álló rendszernek, a kondenzátornak a kapacitása sokkal nagyobb, mint a magában álló A vezetőé.

2. A sík- és a gömbkondenzátor kapacitása egyszerűen kiszámítható. A következőkben feltesszük, hogy a fegyverzetek között vákuum van (gyakorlatilag levegő is lehet; a közeg befolyásával a 164. §-ban foglalkozunk).

A sík- vagy lemezes kondenzátor két, egymással párhuzamos fémlemezről áll; egy-egy lemez felülete legyen f , a köztük levő d távolság legyen kicsiny a lemezek

³ Kísérletünkben ekkor az A -val összekötött elektroszkóp kisebb kitérést mutatott, bár A teljes töltése ugyanaz maradt. Ebből következik, hogy a fenti esetben az elektroszkóp kitérésére az A vezető feszültsége a mérvadó, és nem A -nak a teljes töltése (l. 160. §).

kiterjedéséhez képest (159,3. ábra). Az ilyen lapos síkkondenzátor Q és $-Q$ töltésű lemezei között az elektromos tér jó megközelítéssel homogén (155. §), és (158,1) értelmében a *térerősség nagysága*:

$$E = 4\pi\eta = 4\pi \frac{Q}{f} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E = \frac{\eta}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 f} \quad (\text{MKSA}). \quad (7)$$

A lemezek közti feszültség nyilvánvalóan: $U = Ed$, és így a $C = Q/U$ definíció alapján a lapos síkkondenzátor kapacitása (vákumban):

$$C = \frac{f}{4\pi d} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad C = \epsilon_0 \frac{f}{d} \quad (\text{MKSA}), \quad (8)$$

azaz a lemezek f felületével egyenesen, d távolságukkal fordítva arányos.

A 159,2. ábrának megfelelő kísérlet: ha a feltöltött síkkondenzátornak elektroszkóppal összekötött A lemezét közelítjük B -hez, az elektroszkóp kisebb feszültséget jelez, ti. d csökkenésével C nő, a $Q = CU$ töltés viszont változatlan, s így U -nak kell csökkennie. Megfordítva: az A lemez távolításakor a feszültség nő,⁴ szemléletesen szólva „az erővonalak széthúzása” miatt.

A gömbkondenzátort képező két koncentrikus fémgömb közül pl. az R sugarú belsőnek a kivezető vékony drót (D) közvetítésével Q töltést adunk, az R' sugarú külső gömböt földeljük (159,4. ábra). A két gömb közötti térben a középponttól r távolságban levő P pontban a *térerősség nagysága*:

$$E = \frac{Q}{r^2} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (\text{MKSA}). \quad (9)$$

Ha ugyanis a belső gömböt gondolatban körül vesszük az r sugarú, $4\pi r^2$ nagyságú gömbfelülettel, Gauss tétele szerint ezen összesen $4\pi Q$ (CGS) erővonal, a felületegységen tehát a gömbszimmetrikus erővonal-eloszlás miatt Q/r^2 (CGS) számú erővonal halad át. A belső és a külső gömb közti U feszültség (9)-nek R -től R' -ig vett integrálja, azaz (l. 157. § 4.) $U = Q/R - Q/R'$ (CGS). Ily módon $C = Q/U$ -ből kapjuk, hogy a gömbkondenzátor kapacitása (vákumban):

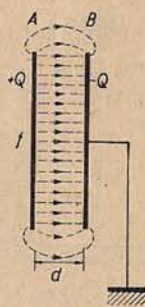
$$C = \frac{R'R}{R' - R} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R'R}{R' - R} \quad (\text{MKSA}). \quad (10)$$

Ebből $R' \rightarrow \infty$ -re $C = R$ (CGS), azaz a magában álló gömb kapacitására vonatkozó (6) formula adódik. Ha pedig a két gömb közti $d = R' - R$ távolság igen kicsiny az R -hez képest, akkor $C \approx R^2/d = 4\pi R^2/4\pi d = f/4\pi d$ (CGS), amely a (8)-nak megfelelő formula.

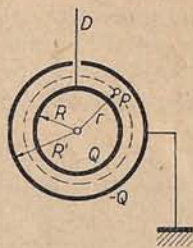
A hengerkondenzátornál a 159,5. ábra jelöléseire utalva, csak a számítás eredményét közöljük: a $h \gg R'$ esetben

$$C = \frac{h}{2 \ln(R'/R)} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad C = 2\pi\epsilon_0 \frac{h}{\ln(R'/R)} \quad (\text{MKSA}). \quad (11)$$

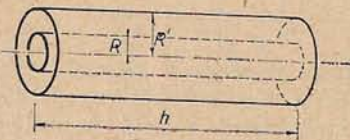
3. Kondenzátorfajták. A laboratóriumi gyakorlatban és a technikában alkalmazott igen sokféle kondenzátor nagyrészt sík-, gömb- vagy hengerkondenzátor. A fegy-



159,3. ábra

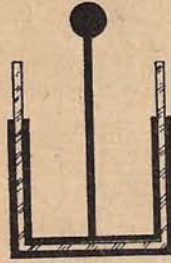


159,4. ábra



159,5. ábra

⁴ E jelenség felhasználásával kimutatható az elektroszkóppal olyan kis feszültség is, amelyet egyébként az elektroszkóp nem jelezne.



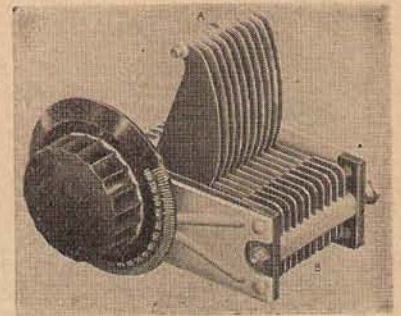
159,6. ábra

vezetek között szigetelőanyagként használatosak: levegő, csillám, papíros, üveg, keramikus anyagok stb. Időrendben az első kondenzátor a demonstrációs célokra még ma is gyakran használt *leideni palack* volt (CUNAEUS és KLEIST, 1746; 159,6. ábra): pohár alakú üvegedény, kívül és belül magasságának kb. $\frac{2}{3}$ részéig sztaníollal bevonva. A *tömb-* vagy *blokk-kondenzátorok* egyik gyakori típusa két hosszú, összegöngyölt alumínium fóliából és paraffinozott papírból mint szigetelőanyagból áll (159,7. ábra). Így kis méretek mellett igen nagy kapacitás érhető el (pl. $5 \times 5 \times 2$ cm méret mellett $1 \mu\text{F}$; ekkora kapacitása egy $9 \cdot 10^5$ cm sugarú gömbnek lenne!). A kapacitás és a méret aránya még kedvezőbb az *elektrolit-kondenzátoroknál* (195. §). A *forgókondenzátor* (159,8. ábra) kapacitása kényelmesen változtatható azáltal, hogy a párhuzamos fémlapokból összetett *B* állórészhez képest a hasonló felépítésű *A* „forgórészt” elforgatjuk; a kapacitás „teljes beforgatás” esetén a legnagyobb.

A kondenzátorok csak bizonyos feszültségre tölthetők fel, mert ennél nagyobb feszültségnél „átütés” következik be. A nem légszigetelésű kondenzátorok legnagyobb



159,7. ábra



159,8. ábra

része ilyenkor a szigetelőanyag megrongálódása folytán használhatatlanná válik. Ezért a kondenzátoroknál általában megadják a „vizsgálati feszültséget” és az ennél kisebb, a tartós használatnál megengedhető *üzemi feszültséget*. (Ez pl. a rádiótechnikában alkalmazott blokk-kondenzátorok esetén többnyire néhány száz volt.)

4. Kondenzátorok kapcsolása. Két vagy több kondenzátor *párhuzamos kapcsolásánál* (159,9. ábra) mindegyik kondenzátorra ugyanaz az U feszültség esik, tehát az egyes kondenzátorok töltése: $Q_1 = C_1 U$, $Q_2 = C_2 U$, Így az egész rendszer töltése: $Q = Q_1 + Q_2 + \dots = (C_1 + C_2 + \dots) U$, másrészt, ha C az egész rendszer kapacitása, $Q = C U$. Eszerint *párhuzamos kapcsolás esetén az eredő kapacitás az egyes kapacitások összege:*

$$C = C_1 + C_2 + \dots \quad (12)$$

Két vagy több kondenzátor *soros (kaszád-) kapcsolásánál* (159,10. ábra) a két legelső fegyverzetnek Q , ill. $-Q$ töltést adva, a megosztás folytán mindegyik

fegyverzetten Q abszolút értékű töltés halmozódik fel. Az egész rendszer A és B sarkai közti U feszültség az egyes kondenzátorok feszültségeinek összege:

$$U = U_1 + U_2 + \dots = Q/C_1 + Q/C_2 + \dots,^5$$

másrészt, ha C az egész rendszer kapacitása, $U = Q/C$. Eszerint soros kapcsolás esetén az eredő kapacitás reciproka az egyes kapacitások reciprokainak az összege:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \quad (13)$$

Röviden: párhuzamos kapcsolásnál az egyes kapacitások, soros kapcsolásnál pedig ezek reciprokai összegeződnek.

Pl. két, egyenként $2 \mu\text{F}$ -os és 400 V üzemi feszültségű kondenzátor párhuzamos kapcsolásával $4 \mu\text{F}$ -os és 400 V üzemi feszültségű kondenzátort, soros kapcsolással viszont csak $1 \mu\text{F}$ -os, de 800 V üzemi feszültségű kondenzátort kapunk, ti. az utóbbi esetben az egyes kondenzátorokra csak 400 – 400 V feszültség esik. — A kettőnél több kondenzátorral lehetséges „kombinált kapcsolások” nyilván a párhuzamos és a soros kapcsolásra vezethetők vissza.

A párhuzamos kapcsolást alkalmazzák a méréseknél használatos kapacitásszekerényekben (159,11. ábra). Ezek a „súlysorozathoz” hasonló szerepet betöltő készülékek több hitelesített kapacitású kondenzátort (pl. 1 , 2 , 2 és $5 \mu\text{F}$ -osat) tartalmaznak. Ha pl. a K_1 és K_3 fémkarokat érintkezésbe hozzuk a B fémsínnel, akkor az A és B pólusok közti rendszer kapacitása $C_1 + C_3$.

Tegyük fel, hogy n számú, egyenként C kapacitású kondenzátort párhuzamosan kapcsolunk, és a rendszert U feszültségre feltöltjük. Ha ezután alkalmas berendezés segítségével az n kondenzátort sorba kapcsoljuk, az így nyert „kaskádtelep” két sarka közötti feszültség az előzők szerint nU lesz. Ez a kondenzátorokkal megvalósítható feszültségszorzás alapelve.

5. Kettőnél több vezetőből álló rendszernél az itt nem részletezett elmélet szerint az egyes vezetők Q_1, Q_2, \dots töltései és (a földhöz viszonyított) U_1, U_2, \dots feszültségei között lineáris egyenletek állnak fenn. Arra a speciális esetre szorítkozva, amelyben a rendszer az 1 és 2 vezetők közül — pl. kondenzátor két fegyverzetéből — és a 0 -val jelzett földelt vezetőből áll (l. a korábbi 159,2b ábrához lényegében hasonló 159,12. ábrát), 1 és 2 töltései és a feszültségek közti egyenletek a következők:

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_{10}U_1 + C_{12}(U_1 - U_2), \\ Q_2 &= C_{20}U_2 + C_{12}(U_2 - U_1). \end{aligned} \quad (14)$$

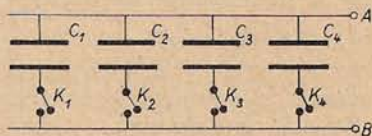
⁵ Az 1 és 2 kondenzátorokra eső feszültségek aránya tehát: $U_1/U_2 = C_2/C_1$. Ez azonban csak a tárgyalásunkban feltételezett ideális kondenzátorokra érvényes; a tökéletlen szigetelés folytán véges R_1 és R_2 ellenállással (173. §) rendelkező „átvezetési kondenzátorok” soros kapcsolásánál — egyenáram esetén — a feszültségek arányát az ellenállások szabják meg: $U_1/U_2 = R_1/R_2$ (175. §).



159,9. ábra

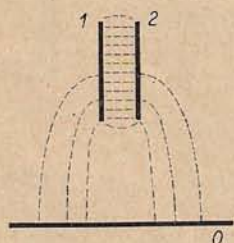


159,10. ábra

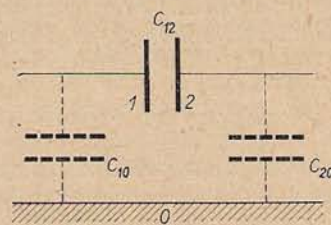


159,11. ábra

Itt a vezetők geometriai elrendezésétől és a szigetelő anyagi minőségétől függő C_{10} , C_{20} , C_{12} pozitív mennyiségek az ún. *részkapacitások* (pl. C_{12} , ill. C_{10} az 1 kapacitása a 2-vel, ill. a földelt lemezzel szemben). Ha, miként a nagyobb tömbkondenzátoroknál, a C_{10} és C_{20} „földkapacitások” elhanyagolhatók C_{12} -höz képest — ez felel meg az eddig tárgyalt eseteknek —, akkor C_{12} -t röviden a kondenzátor kapacitásának hívhatjuk. Kisebb kapacitású kondenzátoroknál (pl. forgókondenzátoroknál) azonban a C_{10} és C_{20} részkapacitások is számottevők, és ezek, valamint kismértékben C_{12} is



159,12. ábra

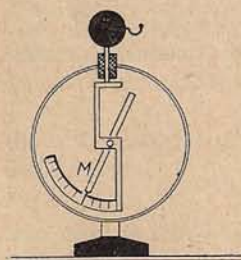


159,13. ábra

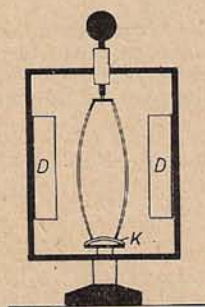
függnek a kondenzátornak a földelt lemezhez viszonyított helyzetétől (tehát pl. kezünk közelítésekor is változnak). Ezen a határozatlanságon teljes *árnyékolással* lehet segíteni: 1-et és 2-t földelt vezető burokkal veszik körül, amikor is C_{12} és a burokhöz viszonyított C_{10} , C_{20} részkapacitások már pontosan meghatározott állandók. Az ilyen árnyékolt kondenzátor *hatásos* vagy *üzemi kapacitása* (C) különbözik C_{12} -től. Nevezetesen abban az esetben, ha az 1 és 2 lemezeket a földelt buroktól elszigetelik, a 159,13. ábra szerinti „helyettesítő kapcsolásból” láthatóan a sorba kapcsolt C_{10} és C_{20} kapacitások C_{12} -vel párhuzamosan vannak kapcsolva, és így $C = C_{12} + C_{10}C_{20}/(C_{10} + C_{20})$. Ha pedig pl. az 1 fegyverzetet összekötjük a burokkal, akkor az üzemi kapacitás mint a párhuzamosan kapcsolt C_{12} és C_{20} kapacitások összege: $C = C_{12} + C_{20}$. A fentieket különösen a mérésekre szolgáló, kisebb kapacitású *normálkondenzátoroknál* kell figyelembe venni.

160. §. Elektrométerek. A feszültség, a töltés és a kapacitás mérése

1. *Elektrométerek; feszültségmérés elektrométerrel.* Az elektrométerek az elektroszkópoknak (152. §) kvantitatív mérésekre alkalmas változatai. Az egyszerűbb *lemezes elektrométerek* az aranyfüst-elektroszkóptól abban különböznek, hogy skálát is tartalmaznak, és külső „házuk” — mint minden elektrométeré — a már ismert okokból *fémház*, a leolvasást lehetővé tevő ablakkal ellátva. A *Braun-féle elektrométerben* (1891; 160,1. ábra) az M „mozgó rész” lemez helyett vékony alumínium mutató, az érzékenyebb Wulf-féle *kétfonalas elektrométerben* (1907; 160,2. ábra) pedig két igen vékony, alul a K kvarckengyel segítségével gyengén kifeszített platina szál, amelyek töltés hatására távolodnak egymástól.



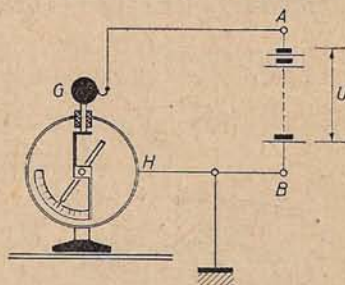
160,1. ábra



160,2. ábra

A távolságnövekedés — amelyet még fokoz a fémházzal összekötött D , D drótkengyelekben influált töltések vonzó hatása — mikroszkóppal vagy vetítés útján olvasható le. A készülék egyik előnye, hogy a fonalak gyorsan beállnak a mindenkor i egyensúlyi helyzetbe.

A további elektrométer-típusok ismertetése előtt rámutatunk arra, hogy az elektrométerek elsősorban nem a töltés, hanem a *feszültség mérése*re használatosak. Ha pl. akkumulátortelep vagy más *feszültség- vagy áramforrás* A és B sarka közötti U feszültséget kívánjuk megmérni, akkor pl. A -t fémdrót útján az elektrométer G „gömbjével”, B -t a leföldelt H fémházzal kötjük össze (160,3. ábra). Ezáltal G és H között is U lesz a feszültség, és így, ha C_{e1} az elektrométer kapacitása — azaz a fémházból és az ettől elszigetelt részből álló kondenzátor kapacitása —, az elektrométer szigetelt része $C_{e1}U$, a fémház pedig $-C_{e1}U$ töltést nyer. Az előbbi töltés bizonyos hányada, mondjuk $kC_{e1}U$ az elektrométer mozgó részére (lemezre, tűre vagy fonalra) jut. Az erre ható erő arányos egyrészt a $kC_{e1}U$ töltéssel, másrészt azzal a térerősséggel, amely a szigetelt rész és a fémház között a $C_{e1}U$, $-C_{e1}U$ töltések miatt kialakul. Mivel mind a mozgó rész töltése, mind a térerősség nő az U feszültséggel, az U -val növekszik a mozgó részre ható erő s így a kitérés is. Ha tehát a műszer skáláját ismert feszültségek segítségével hitelesítettük (l. 161. §), az ilyen elektrométerek vagy más néven *elektrosztatikus voltmérők* közvetlenül alkalmasak a feszültség méréseire.

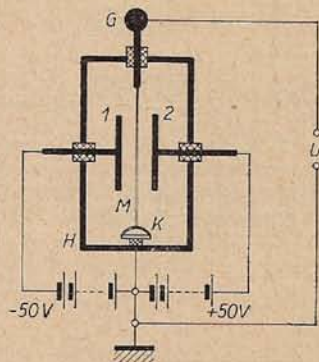


160,3. ábra

A feszültségre való hitelesítés akkor is érvényes, ha az egész mérőberendezés kapacitása megváltozik (pl. a vezeték cseréje miatt), mert adott U feszültségű áramforrásból magának az elektrométernek a szigetelt részére mindig $C_{e1}U$ töltés jut. A Braun-féle elektrométer mérési tartománya kb. 100-tól 10 000 V-ig, a kétfonals elektrométereké kb. 30-tól 400 V-ig terjed; kapacitásuk néhány centiméter.

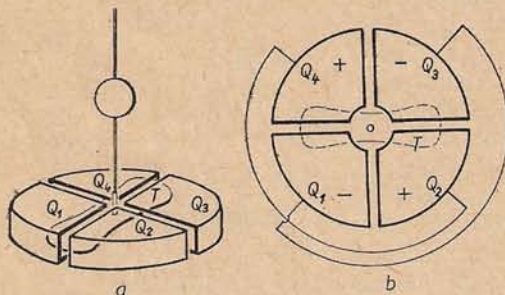
Az elektrométerek skáláját feszültség helyett töltésre is lehetne hitelesíteni, de ez nem célszerű, mert a töltésre való hitelesítés csak akkor érvényes, ha az elektrométer szigetelt részével összeköttetésbe hozott vezető kapacitása mindig ugyanakkora. Ez könnyen belátható a következő példán. Ha két különböző sugarú és egyenlő töltésű gömb közül először pl. a kisebbet, majd a nagyobbat érintjük az elektrométerhez, ez a nagyobb gömb esetén kisebb töltést jelez, mert a nagyobb kapacitású gömb töltésének kisebb részét adja át az elektrométernek, mint a kisebb gömb. Egy hasonló példát, amelyben az elektrométer kitérésére szintén nem a vezető teljes töltése, hanem a feszültsége a mérvadó, már a 159,2. ábránál megismertünk.

Az eddig említett típusoknál jóval érzékenyebbek a *segédteres elektrométerek*, mert ezeknél a mozgó részre ható térerősség a mérendő feszültségtől függetlenül naggyá tehető egy külső feszültségforrás segítségével. Az *egyfonals elektrométerben* (160,4. ábra) a segédteret az 1 és 2 fémek között pl. 100 voltos feszültségforrás létesíti, az M mozgó rész a K kvarckengyellel gyengén kifeszített, kb. 6 cm hosszú és $1-2\ \mu$ vastag platina szál (Wollaston-drót). A mérendő U feszültséget itt is a G „gömb” és a leföldelt H fémház közé kapcsoljuk, az M fonál kitérését mikroszkóppal olvassuk le. Fonals elektrométerekkel $1/100$ V még jól mérhető, sőt elérheti a *feszültség-érzékenység* az 1000 skálarész/V értéket is.



160,4. ábra

A kvadráns elektrométerben (W. THOMSON, 1860 körül; 160,5. ábra) igen vékony fémszálon függő, piskóta alakú fémfólia, a T „tű” négy részre — a Q_1, \dots, Q_4 kvadránsokra — osztott lapos fémdoboz belsejében foroghat. Nyugalmi állapotában a tű a b ábrán látható szimmetrikus helyzetben van. A szemben álló kvadránsokat egymással vezető köti össze. A feszültségmérés egyik szokásos módjánál a tűnek a leföldelt (a fémházzal összekötött) Q_1, Q_3 kvadránspárhoz képest egy segédtelepből

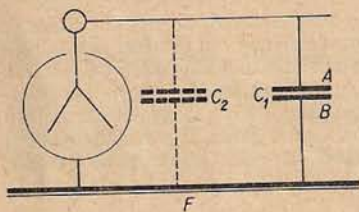


160,5. ábra

pl. 100 V pozitív feszültséget adunk, a mérendő feszültséget pedig a (Q_1, Q_3) és a (Q_2, Q_4) kvadráns-párok közé kapcsoljuk. Így az ábra esetén pozitív töltésű tű az óra járásának irányában elfordul; az elfordulás szögét tükörleolvasással mérjük. A kvadráns és a lényegében hasonló rendszerű *bináns* és *duáns* elektrométerek feszültségérzékenysége meghaladhatja (1 m távolságból történő tükörleolvasás mellett) a 10 000 mm/V értéket is. Hátrányuk

az aránylag hosszú beállási idő és a rázkódásra való érzékenység.

A feszültségmérés ama esetében, amelyben nem valamely áramforrás (160,3. ábra), hanem *feltöltött* (A, B) kondenzátor vagy magában álló A vezető U feszültségét kívánjuk megmérni (160,6. ábra¹), A -nak az elektrométerrel való összekötése után a rendszer feszültsége csökken, úgyhogy az elektrométer az U -nál kisebb U' feszültséget jelez. A C_1 kapacitású (A, B) kondenzátor töltése ugyanis az összekötés előtt: $Q = C_1 U$, az összekötés után viszont ugyanez a töltés — minthogy (A, B) és a C_{e1}



160,6. ábra

kapacitású elektrométer egymással párhuzamosan kapcsolt kondenzátorokként szerepelnek — a $C_1 + C_{e1}$ kapacitású rendszeren oszlik el: $Q = (C_1 + C_{e1}) U'$. A $Q = C_1 U$ -val való összehasonlításból az eredeti U feszültség:

$$U = \left(1 + \frac{C_{e1}}{C_1}\right) U'. \quad (1)$$

Ha $C_{e1} \ll C_1$, akkor $U \approx U'$.

Az elektrométer kapacitása a következőképpen határozható meg. Az elektrométert feltöltjük a rajta közvetlenül leolvasható U feszültségre, majd vékony, elhanyagolható kapacitásúnak feltételezett vezeték útján összekötjük egy ismert C_1 kapacitású rendszerrel (pl. R sugarú fémgömbbel);

ekkor az elektrométer $U' < U$ feszültséget mutat. Az előzők alapján azonnal belátható $C_{e1} U = (C_{e1} + C_1) U'$ összefüggésből C_{e1} kiszámítható.

2. Kapacitásmérés elektrométerrel. Ismert C_1 kapacitású kondenzátort összekapcsolunk a C_{e1} kapacitású elektrométerrel, és feltöltjük az utóbbin leolvasható U feszültségre. Ha most a rendszerrel párhuzamosan kapcsoljuk az ismeretlen C_2 kapacitású kondenzátort (160,6. ábra, szaggatott vonal), a feszültség U' -re csökken. Mivel a teljes Q töltés — mindig igen jó szigetelést feltételezve — nem változott, fennáll:

$$Q = (C_1 + C_{e1}) U = (C_1 + C_{e1} + C_2) U', \quad (2)$$

és ebből $C_2 = (C_1 + C_{e1})(U - U')/U'$.

¹ Magában álló A vezető esetében természetesen a BF vezeték elmarad. — Az elektrométernek a 160,6. ábrán látható jele bármilyenfajta elektrométert jelenthet.

A fenti töltésosztás-módszer nagyobb kapacitások esetén ($C_1 \gg C_{e1}$) előnyös. Kis kapacitások mérésénél megfelelő módon figyelembe kell venni az összekötő vezetékek kapacitását is.

3. *Töltésmérés elektrométerrel.* Kis méretű vezető, pl. a G fémgömb töltését a korábbi 158.2. ábra alapján úgy határozhatjuk meg, hogy G -t ismert C_{e1} kapacitású „pohárelektrométer” poharának belső falához érintjük. Ebben az esetben G teljes Q töltését átadja az elektrométernek, és így, ha ez U feszültséget jelez,

$$Q = C_{e1} U. \quad (3)$$

Nagyobb töltés vagy érzékenyebb elektrométer esetén a pohárelektrométerrel párhuzamosan megfelelő, ismert C_0 kapacitású kondenzátort kapcsolunk. Az ekkor mért feszültséget U -val jelölve, a töltés: $Q = (C_{e1} + C_0)U$.

Az elektrométerekkel való áramerősség-mérést, továbbá a feszültség-, töltés- és kapacitásmérés más módszereit később fogjuk megismerni.

161. §. Energiasűrűség és erőhatások az elektrosztatikai térben

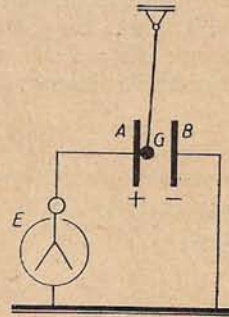
1. *Feltöltött kondenzátor energiája.* Elektromos töltésű testek más elektromos testekre gyakorolt vonzó vagy taszító hatásuk folytán munkát képesek végezni, azaz energiájuk van. Egy Q töltésű A vezetőnek vagy — általánosabban — az A, B vezetőkből álló, C kapacitású tetszőleges kondenzátornak az energiája könnyen kiszámítható. Legyen A töltése Q' , B -é $-Q'$, az A és B közti feszültség tehát $U' = Q'/C$. Ha most gondolatban a B -ről igen kicsiny (pozitív) dQ' töltést A -ra viszünk, ehhez a feszültség definíciója szerint az elektromos erők ellenében $dW = U' dQ' = (Q'/C) dQ'$ munkát kell végeznünk. Az a teljes W munka tehát, amely szükséges ahhoz, hogy a kezdetben töltetlen kondenzátornak Q töltést (és ezáltal $U = Q/C$ feszültséget) adjunk, a fenti elemi munkák összege, helyesebben $Q' = 0$ -tól $Q' = Q$ -ig veendő integrálja lesz; e munka egyúttal a feltöltött kondenzátor energiája:

$$W = \int_0^Q \frac{Q' dQ'}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}. \quad (1)$$

Ezt $Q = CU$ alapján még két másik alakban is kifejezhetjük, úgyhogy a C kapacitású, Q töltésű (és U feszültségű) kondenzátor energiája:¹

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}. \quad (2)$$

A fenti megfontolásban szereplő „fokozatos feltöltés” megfordítottja, azaz fokozatos kisülés — és eközben munkavégzés — megy végbe a 161.1. ábrán vázolt kísérletben. A selyemszára függesztett kis G fémgolyó pl. a pozitív töltésű A lemezzel való érintkezéskor pozitív töltést kap, ezért B -hez ütődik, ekkor pozitív töltését leadja, és negatív töltést vesz fel, majd A -hoz ütődve, A pozitív töltését csökkenti stb. A kondenzátor töltésének és feszültségének csökkenését az E elektrométer jelzi. Ha (A, B) -vel párhuzamosan nagy kapacitású leideni palackot kapcsolunk, és ezt a rendszert erősen feltöltjük, az inga hosszú ideig lengésben marad. Magában álló, R sugarú és Q töltésű gömb energiája (2) szerint és $C = R$ (CGS) miatt: $W = Q^2/2R$ (CGS). Ha állandó Q mellett $R \rightarrow 0$, akkor $W \rightarrow \infty$. Ebből látható, hogy szigorú értelemben vett ponttöltés már csak azért sem létezik, mert az végtelen nagy energiával rendelkezne.



161.1. ábra

¹ Magában álló vezető esetén C, Q, U rendre a vezető kapacitását, töltését és a földhöz viszonyított feszültségét jelenti. — Az energiát természetesen erg-ben vagy joule-ban kapjuk aszerint, amint (2)-ben CGS- vagy MKSA-egységeket veszünk alapul.

2. Az elektrosztatikai tér energiasűrűsége. Alkalmazzuk a bármely kondenzátorra érvényes (2) összefüggést lapos síkkondenzátorra, amelynek f felületű és egymástól s távolságra levő lemezei közt vákuum van. Ebben az esetben a (159,8) szerinti $C=f/4\pi s$ (CGS) és $U=Es$ (E a térerősség) miatt

$$W = \frac{1}{2} \frac{f}{4\pi s} (Es)^2 = \frac{1}{8\pi} E^2 \cdot fs \quad (\text{CGS}). \quad (3)$$

Ez a kifejezés az erőterfelfogásnak felel meg, amely szerint a W energia nem a kondenzátor fegyverzeteiben, hanem a környező térben van felhalmozva. Mivel az erőter gyakorlatilag homogén, és csak a lemezek közti fs térfogatú részre terjed ki, a térfogategységre eső energia, más szóval az energiasűrűség: $w = W/fs = E^2/8\pi$ (CGS).

Ez az eredmény, bár a síkkondenzátorból kiindulva vezetjük le, általánosan érvényes: Ha a tér valamely P pontjában az elektromos térerősség E , akkor a P pontban — bárhonnan származzék is az E térerősség — az elektrosztatikai tér energiasűrűsége (vákuumban):

$$w = \frac{1}{8\pi} E^2 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad w = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \quad (\text{MKSA}). \quad (4)$$

3. Az elektrosztatikai térben fellépő erők (mechanikai vagy „ponderomotoros erők”) közül eddig kvantitatíve a két ponttöltés közti Coulomb-erővel, továbbá az elektromos térnek a ponttöltésre és a dipólusra gyakorolt hatásával foglalkoztunk (155. és 156. §). Most további speciális esetként a lapos síkkondenzátor lemezei közt ható vonzóerőt határozzuk meg. A feladatot nem ponttöltések közti erőhatásokra vezetjük vissza, hanem az energiatételt alkalmazzuk.

Ha az egyenként f felületű, állandó (Q és $-Q$) töltésű lemezek s távolságát igen kis ds -sel megnöveljük, ehhez az F nagyságú vonzóerő ellenében Fds munkát kell végeznünk. Ez a munka egyenlő a kondenzátor W energiájának dW megváltozásával: $dW = Fds$, azaz $F = dW/ds$. A (2) egyenlet és $C = f/4\pi s$ (CGS) figyelembevételével a vonzóerő nagysága (vákuumban):

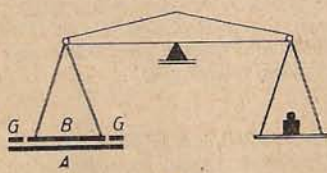
$$F = \frac{dW}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{2} Q^2 \cdot \frac{4\pi s}{f} \right) = 2\pi \frac{Q^2}{f} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad F = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{Q^2}{f} \quad (\text{MKSA}); \quad (5)$$

ha pedig Q helyett az U feszültséget vezetjük be, akkor $Q = CU = fU/4\pi s$ (CGS) miatt

$$F = \frac{f}{8\pi s^2} U^2 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad F = \frac{\epsilon_0 f}{2s^2} U^2 \quad (\text{MKSA}). \quad (6a-b)$$

A (6a) összefüggés értelmében az F vonzóerő megmérésével az U feszültség CGS- vagy „abszolút” egységekben — (6b) alapján pedig voltokban — meghatározható.

Ezen alapszik az abszolút elektrométer vagy feszültségmérleg (W. THOMSON, KIRCHHOFF, 1880 körül; 161,2. ábra). A kondenzátor f felületű B lemezét körülvevő és az A lemezhez képest szintén U feszültségen tartott GG védőgyűrűt azt a célt szolgálja, hogy A és B között az erőter kellő mértékben homogén legyen. Az abszolút elektrométer felhasználható más elektrométerek hitelesítésére.



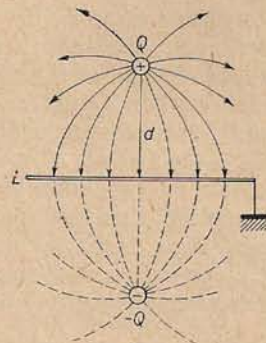
161,2. ábra

A (6a)-ból $U = Es$ -sel következnek: $F/f = E^2/8\pi$. Mivel F/f mint erő/felület mechanikai értelemben vett feszültséget jelent (62. §), az utóbbi egyenlet tartalma az erőterfelfogás szerint így fejezhető ki: *Elektromos térben az erővonalak mentén (vákuumban)*

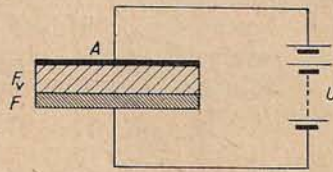
$$\sigma_h = \frac{1}{8\pi} E^2 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \sigma_h = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \quad (\text{MKSA}) \quad (7)$$

nagyságú húzófeszültség, és — ezt csak bizonyítás nélkül közöljük — az erővonalakra merőlegesen ugyanakkora nyomófeszültség áll fenn („Maxwell-féle feszültségek”, l. még a 155. § 3. végét).

Az elektrosztatikai erőhatásokra további példa az a vonzóerő, amely egy Q pontszerű töltés (kis fémgolyó) és egy „végtelen nagy” kiterjedésű leföldelt L síklap között az influencia következtében fellép. Amint azt csak bizonyítás nélkül említjük, az erő akkora, mintha L helyett a ponttöltés L -re vonatkozó tükörképének helyén egy $-Q$ töltés lenne jelen (161,3. ábra); a vonzóerő nagysága tehát: $F = Q^2/(2d)^2$ (CGS). Ezt az ún. *tükörképerőt* pontos elektrosztatikai kísérletekben figyelembe kell venni.



161,3. ábra



161,4. ábra

Lényegében a kondenzátorlemezek közti (6) vonzóerőn vagy a (7) húzófeszültségen alapszik a *Johnson—Rahbeck-effektus* (1917; 161,4. ábra): ha az F fémlapot és az A fémelektroddal bevont Fv félvezető (pl. pala) lapot simára csiszolt felületükkel egymásra fektetjük, és rájuk $U \approx 100$ V feszültséget kapcsolunk, a két lap nagy erővel tapad egymáshoz. A lapok között ugyanis a néhány érintkezési ponttól eltekintve (amelyeken csak gyenge áram folyik át) igen vékony légréteg ($s \approx 10^{-4} - 10^{-2}$ cm) van, és az ebben fennálló nagy télerősség ($E \approx U/s$) nagy vonzóerőt eredményez.

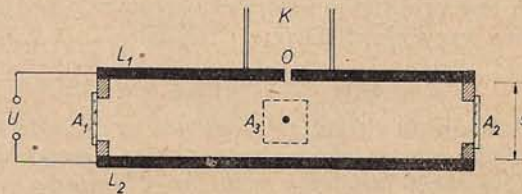
162. §. Az elemi töltés meghatározása (Millikan kísérlete)

Ha Q töltésű könnyű test (pl. bodzabél golyó, szappanbuborék, kis olajcsepp) olyan elektromos térben van, hogy a testre függőlegesen felfelé ható QE elektromos erő egyenlő nagyságú az mg súlynak és az Archimedes-féle F_f felhajtóerőnek a különbségével,

$$mg - F_f = QE, \quad (1)$$

akkor a test lebegve marad. Lényegében az ilyen „lebegési kísérlet” (GUERICKE, 1672) nagymértékű tökéletesítése a *Millikan-kísérlet* (1910), amely az elektromos töltés diszkrét vagy kvantumos természetének felismerésére vezetett, ill. ennek közvetlen bizonyítékát szolgáltatotta.

A kísérleti berendezés vázlatát a 162,1. ábra tünteti fel. A vízszintes L_1, L_2 kondenzátorlapok közti térbe, amelyben levegő van, porlasztás útján a K kamrából



162,1. ábra

az O nyíláson át apró (10^{-4} — 10^{-5} mm sugarú) olajcseppeket juttatunk. A cseppek, amelyek már általában a porlasztással járó dörzsölődés folytán töltéssel bírnak, az A_1 ablakon keresztül megvilágíthatók, és az A_3 ablakon át mikroszkóppal megfigyelhetők. Az A_2 ablak egyrészt a megvilágító fénynyaláb kivezetésére szolgál — egyébként a fényelnyeléssel járó hő miatt az észlelést zavaró légáramok keletkezésének —, másrészt A_2 -n át röntgensugarak bocsáthatók be, amelyek a levegőt ionizálják, és ily módon a csepp töltését megváltoztathatják (l. alább).

A mérésnél kiszemelünk egy cseppeket, és a lemezek közt olyan előjelű és akkora U feszültséget, tehát akkora $E = U/s$ térerősséget létesítünk, hogy a csepp lebegjen. Ha a csepp sugara r , töltése Q , sűrűsége ρ , a levegő sűrűsége pedig ρ' , akkor a lebegés feltételét kifejező (1) összefüggés:

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho - \rho') g = Q \frac{U}{s}. \quad (2)$$

Itt a Q töltésen kívül ismeretlen az r sugár is, amely megfelelő pontossággal a Stokes-féle ellenállástörvény (79. §) alapján határozható meg: Ha a feszültséget kikapcsoljuk, a csepp a rá lefelé ható, (2) bal oldalán álló erő hatására — igen rövid ideig tartó gyorsulás után — olyan állandó v sebességgel esik lefelé, amelynél a lefelé ható erő egyenlő nagyságú a felfelé ható $6\pi\eta r v$ súrlódási erővel (η a levegő viszkozitása), azaz

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho - \rho') g = 6\pi\eta r v. \quad (3)$$

A v sebesség okulármikrométer és stopperóra segítségével megmérhető, tehát (3)-ból az r sugár és így (2)-ből a Q töltés kiszámítható. Megjegyzendő, hogy a lebegésnek a Brown-mozgás miatt nehézséggel járó megvalósítása helyett célszerűbb olyan U' feszültséget alkalmazni, hogy a csepp állandó v' sebességgel felfelé mozogjon. Ebben az esetben (2) helyébe nyilvánvalóan a

$$Q \frac{U'}{s} - \frac{4\pi}{3} r^3 (\rho - \rho') g = 6\pi\eta r v' \quad (2')$$

összefüggés lép. A Q töltés úgy adódik, hogy a (3)-ból kifejezett r -et a (3) és (2') összeadásából nyert $QU'/s = 6\pi\eta r(v + v')$ egyenletbe helyettesítjük. A Q pontos meghatározásához igen pontosan kell ismerni a levegő η viszkozitását, továbbá nagyon kis cseppek esetén a Stokes-törvényben bizonyos, a kinetikai gázelméletből adódó korrekciót kell alkalmazni.

Millikannak és később számos más kutatónak rendkívül sok, különböző anyagú és nagyságú cseppen végzett mérései azt mutatták, hogy a cseppek töltései — és röntgen- vagy más ionizáló sugárzás hatására bekövetkező töltésváltozásai is — mindig egy meghatározott legkisebb töltésnek az egész számú többszöröse ($Q = ne$). A legmegbízhatóbb mérések szerint ez a legkisebb töltés, az *elektromos elemi kvantum* vagy *elemi töltés*:

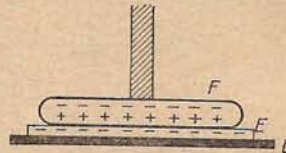
$$e = 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ CGS-egység} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb}. \quad (4)$$

Az előjeltől eltekintve e egyúttal az *elektron töltése*, ti. a csepp negatív, ill. pozitív töltése annak tulajdonítható, hogy a csepp egy vagy több elektronnal többet, ill. kevesebbet tartalmaz annál, mint amennyi a töltés nélküli állapotnak megfelelne (154. §).

163. §. Elektrosztatikai gépek

Az elektrosztatikai gépek a kétféle elektromos töltés kényelmes szétválasztására szolgálnak. A *dörzsölő elektromos gépben* (az elsőt GUERICKE készítette 1672-ben) forgó üvegkorong foncsorozott bőrpárnákhoz dörzsölődik; a korong pozitív töltését fémcsúcsok szívják le, és vezetik egy konduktorra, a bőrpárnák negatív töltése pedig a párnákkal összekötött másik konduktoron halmozódik fel.

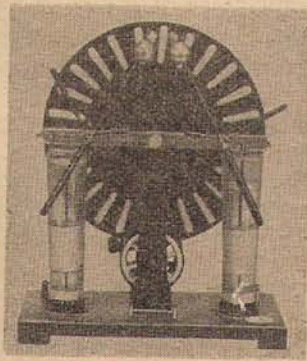
A megosztáson alapuló *elektrofor* (VOLTA, WILCKE, 1770 körül; 163,1. ábra) az L fémlapra helyezett E ebonit lemezből és a szigetelő nyéllal ellátott F fémfedőből áll. A szörmével való megdörzsölés útján negatív töltést nyerő E a rá helyezett F alsó részén pozitív, felső részén negatív töltést influál. Ha F felső részét ujjunkkal megérintjük, ezzel a negatív töltést a földre vezetjük, és így F felemelése után az F -en levő pozitív töltést felhasználhatjuk. Ez az eljárás — újbóli dörzsölés nélkül — igen sokszor megismételhető, ti. E negatív és F influált pozitív töltése közt nem jön létre kiegyenlítő hatás, mert E és F valójában csak néhány pontban érintkeznek egymással. A fedő pozitív töltésének felhasználásával nyert energiát az a munka fedezi, amelyet a fedő felemelésekor az elektromos vonzóerők ellenében végzünk.



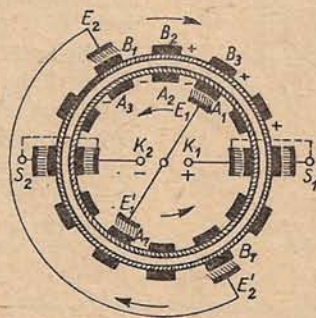
163,1. ábra

A *megosztó- vagy influenciagépek* (HOLTZ, 1865; TÖPLER, 1866; WIMSHURST, 1883) egyik, a demonstrációs kísérletekben legelterjedtebb típusának fő része két, ellentétes irányban forgatható ebonit korong, mindkettőnek külső oldalára nagyobb számú sztaniol szektor van ragasztva (163,2. ábra). A gép további részeit és működését vázlatosan a 163,3. ábra alapján tekintjük át. A két korong A_1, A_2, \dots , ill. B_1, B_2, \dots sztaniol szektoraihoz a fémrúddal összekötött E_1, E'_1 , ill. E_2, E'_2 fémecsetek dörzsölődnek; S_1 és S_2 fémcsúcsokkal ellátott szívószerkezetek, amelyek a K_1 , ill. K_2 konduktorban végződnek.

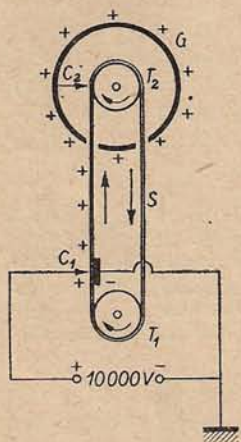
A B_1 szektor az E_2 -vel való érintkezés folytán — tegyük fel — pozitív töltést nyer, és a B_2 , majd a B_3 helyzetbe jut; ekkor a vele szemközt levő A_1 -en a megosztás miatt negatív (A_1 -en pedig pozitív) töltés keletkezik. A negatív töltésű A_1 az A_2 helyzetbe érve, a szemközti B_1 -en pozitív (B_1 -en negatív) töltést influál, úgyhogy a B_1 és a szomszédos, szintén pozitív töltésű szektorok az A_2 helyzetben levő szektoron most már az előzőnél nagyobb negatív töltést keltenek. Ez a folyamat a gép alsó felén végbemenő analóg folyamattal együtt egyre ismétlődik, következésképpen az S_1 és S_2 szívók közvetítésével a K_1 és a K_2 konduktoron csakhamar nagy mennyiségű pozitív, ill. negatív töltés halmozódik



163,2. ábra



163,3. ábra



163,4. ábra

fel. A konduktorok vagy elektródok közti feszültség meghaladhatja a 10^8 voltot, az 1 s alatt keltett elektromos töltés viszont általában 10^{-5} coulomb (az áramerősség 10^{-5} amper) alatt marad. Az egymástól néhány centiméter távolságra levő K_1 és K_2 közt átütő szikrák, ha K_1 -hez és K_2 -hez egy-egy leideni palackot kapcsolunk, a nagyobb kapacitás miatt ritkábbak, de erősebbek lesznek.

A Van de Graaf-féle generátor vagy szalaggenerátor (1933; 163,4. ábra) lényegében a 158,2. ábránál megismert kísérleten alapszik, amely szerint egy belül üres konduktor, függetlenül a már meglévő töltésétől, a belsejébe vezetett bármekkora töltést felveszi. A motorral meghajtott T_1 és T_2 tárcsákon körülfutó, selyemből vagy alkalmas szövethől készült S szalag a néhány ezer volt feszültségre feltöltött C_1 csúcs közelében töltést nyer. A töltést a szalag a jól elszigetelten felállított, nagy G fémgömb belsejébe viszi, ahol a C_2 csúcs leszívja a töltést, és ez a gömb külső felületén oszlik el. E folyamat állandó megismétlődése következtében a gömb olyan nagy feszültségre töltődik fel, amelynek egye-

dül a szigetelés, ill. a gömb mérete és a környező testektől való távolsága szab határt. Az ilyen, több millió volt feszültség előállítására is alkalmas generátorokat az atommagfizikában részecskegyorsításra használják (l. ott).

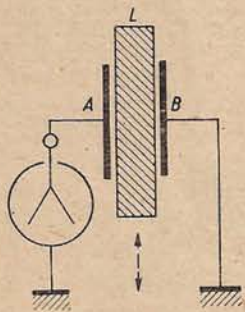
B) AZ ELEKTROSZTATIKAI TÉR SZIGETELŐKBN (DIELEKTRIKUMOKBAN). ÉRINTKEZÉSI ELEKTROMOSSÁG

164. §. A dielektromos állandó és az eltolódási vektor.

A vákuum esetén érvényes összefüggések általánosítása dielektrikumokra

1. Kondenzátor dielektrikummal; a dielektromos állandó. A szigetelőknek vagy dielektrikumoknak¹ az elektrosztatikai jelenségekre gyakorolt befolyására vonatkozólag alapvető az alábbi Faraday-féle kísérlet (1837).

Feltöltött síkkondenzátor A és B lapjai között legyen először vákuum (levegő), és a lapokhoz kapcsolt elektrométer jelezzen U_0 feszültséget; ha most a lapok közé valamely szigetelőt, pl. üveg- vagy paraffin lemezt (L) tolunk, az elektrométer az előzőnél kisebb U feszültséget mutat (164,1. ábra). L eltávolítása után az eredeti U_0 feszültség helyreáll, tehát a kondenzátor Q töltése változatlan maradt. Ezért a kondenzátor kapacitása aszerint, amint az A és B lapok közt vákuum vagy az L szigetelő lap van: $C_0 = Q/U_0$, ill. $C = Q/U$, azaz $C > C_0$, a szigetelőanyag behelyezésével a kapacitás megnövekedett.



164,1. ábra

¹ Ez a Faraday-tól származó elnevezés arra utal, hogy az elektromos tér áthatol a szigetelőn: pl. a megdörzsölt üvegrúd akkor is erőhatást gyakorol a bodzabél golyóra, ha az üvegrúd és a golyó közé valamilyen szigetelőt helyezünk.

1. táblázat

Néhány anyag (relatív) dielektromos állandója

| Anyag | ε | Anyag | ε |
|-------------------------|---------------|------------------------------|---------------|
| Paraffin | 1,9–2,2 | Petróleum (18 °C) | 2,1 |
| Ebonit | 2,5–3,5 | Benzol „ | 2,3 |
| Borostyán | 2,8 | Ricinusolaj „ | 4,6 |
| Sellak | 2,7–3,7 | Etilalkohol „ | 24 |
| Jég | 3,0 | Víz „ | 81 |
| Csillám | 4–8 | H ₂ (0 °C, 1 atm) | 1,000 26 |
| Üveg | 5–16 | O ₂ „ | 1,000 55 |
| Porcelán | 6 | N ₂ „ | 1,000 61 |
| Spec. keramikus anyagok | 100 | Levegő „ | 1,000 59 |
| Báriumtitanát | 1000–2000 | CO ₂ „ | 1,000 96 |

A mérések szerint abban az esetben, ha a szigetelőanyag a kondenzátor fegyvereteit környező teret teljesen kitölti, az

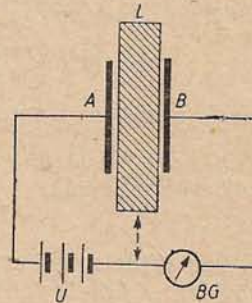
$$\varepsilon = \frac{C}{C_0} \left(= \frac{U_0}{U} \right) > 1 \quad (1)$$

hányados a kondenzátor fajtájától és méreteitől független, egyedül a kérdéses anyagra jellemző mennyiség, az anyag (relatív) dielektromos állandója vagy permittivitása. Ez tehát pusztán szám, amely kapacitásmérésekkel határozható meg: a dielektrikummal kitöltött kondenzátor kapacitása ε -szor nagyobb, mint az „üres” kondenzátoré. Tájékozódásul néhány anyag ε -ját az 1. táblázat tünteti fel. A vákuum ε -ja definíció szerint 1. Hogy a normális állapotú levegő és általában a gázok a vákuumban lejátszódó elektrosztatikai jelenségeket alig befolyásolják, az a gázok dielektromos állandójának az 1-hez igen közel álló értékével függ össze.

A 164,1. ábra szerinti kísérletet állandó töltés mellett ($Q = \text{const}$) végeztük. Az állandó feszültség mellett ($U = \text{const}$) végzett analóg kísérletben a kondenzátor A és B lapjait a 164,2. ábra szerint egy U feszültségű akkumulátorteleg sarkaival kötjük össze. Ebben az esetben kimutatható (a legkényelmesebben a körbe kapcsolt BG ballisztikus galvanométerrel, 185. § 5.), hogy a kondenzátor töltése a szigetelővel való kitöltés folytán Q_0 -ról $Q = \varepsilon Q_0$ -ra nő, azaz most is fennáll: $\varepsilon = C/C_0$ [de most $\varepsilon = Q/Q_0$, és nem U_0/U , mint (1)-ben].

Az ε a szigetelők szerkezete és elektromos tulajdonságai szempontjából alapvető fontosságú anyagállandó, amelynek korpuszkuláris vonatkozásait a 165. és 166. §-ban vázoljuk; a most következőkben a dielektrikumokban fennálló elektrosztatikai tér fenomenológiai leírásával foglalkozunk.

2. Az elektromos eltolódás vektora. Az elektrosztatikai tér két alaptörvénye. A 164,1. ábra szerinti kísérletben, ha a változatlan töltésű kondenzátor A és B lapjai közti teret szigetelővel kitöltjük, (1) értelmében a lemezek közti feszültség és ezzel az E térerősség (a feszültségnek és a lemezek távolságának a hányadosa) ε -szor kisebb lesz. Ennél általánosabb és legalábbis folyékony és gáznemű szigetelők



164,2. ábra

esetén közvetlen erőmérésekkel is ellenőrizhető tapasztalat: *A vákuumban elhelyezett bármilyen (Q_1, \dots, Q_n) töltérendszerből származó térerősség mindenütt ε -szor csökken, ha a töltések változatlanul hagyása mellett a teret ε dielektromos állandójú homogén és izotrop közeggel töltjük ki.* Következésképpen Gauss tételének vákuumra vonatkozó, (155,8) szerinti

$$\oint E_n df = 4\pi \sum Q_i \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \oint E_n df = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum Q_i \quad (\text{MKSA}) \quad (2)$$

alakja dielektrikumban — a vákuumbeliniél ε -szor kisebb \mathbf{E} térerősség miatt — azzal a módosítással érvényes, hogy a Q_i valódi töltések helyébe a Q_i/ε „szabad töltések” lépnek, vagy pedig azzal a változtatással, hogy (2)-ben a dielektrikumban uralkodó \mathbf{E} térerősség helyett $\varepsilon\mathbf{E}$ -t kell írunk. Erre való tekintettel bevezetjük a

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E} \quad (\text{MKSA}) \quad (3)$$

(di)elektromos eltolódási vagy gerjesztettségi vektort,² amely az eltolódási vonalakkal (D -vonalakkal) ugyanúgy szemléltethető, mint az \mathbf{E} térerősség az erővonalakkal vagy E -vonalakkal. A (3) definíciónál feltételezett izotrop dielektrikumokban a \mathbf{D} és az \mathbf{E} vektorok nyilván egy irányúak, de a D -vonalak „sűrűsége” bármely helyen ε -szor, ill. $\varepsilon\varepsilon_0$ -szor nagyobb az E -vonalakénál.³

\mathbf{D} bevezetésével Gauss tételének általánosabb alakja és egyúttal az elektrosztatikai tér első alaptörvénye:

$$\oint D_n df = 4\pi \sum Q_i \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \oint D_n df = \sum Q_i \quad (\text{MKSA}); \quad (4)$$

egy tetszőleges f zárt felületen átmenő eltolódási fluxus egyenlő az f -en belüli valódi töltések algebrai összegének ($\sum Q_i$) 4π -szeresével, ill. $\sum Q_i$ -vel. Ez azt jelenti, hogy a \mathbf{D} vektor forrásai a Q_i valódi töltések (míg az \mathbf{E} vektor forrásai a Q_i/ε szabad töltések, l. 165. §).

Itt említjük meg, hogy az elektrosztatikai tér második alaptörvénye a dielektrikumokban is érvényes (157,6) egyenlet:

$$\oint \mathbf{E}_s ds = 0, \quad (5)$$

amely szerint az \mathbf{E} térerősség dielektrikumokban is örvénymentes vektortér.

3. Az \mathbf{E} és \mathbf{D} vektorokra vonatkozó kétféle felfogásról. A (3) definíció szerint vákuumban ($\varepsilon = 1$)

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} \quad (\text{MKSA}). \quad (6)$$

\mathbf{E} két egyenletnek megfelelően kétféle felfogás különböztethető meg, amelyeket röviden „CGS-” és „MKSA-felfogásnak” fogunk nevezni. A „CGS-felfogás” értel-

² Más elnevezései: *elektromos eltolás, fluxussűrűség, indukció* vektora. — Gyakran az MKSA-rendszerbeli (3) összefüggés is a $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$ alakban fordul elő, itt azonban $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$ az anyag abszolút dielektromos állandója, ε_r pedig a (nálunk mindig csak ε -nal jelölt) relatív dielektromos állandó. A már (153,9)-ben megismert ε_0 influencia- vagy eltolódási konstanst a vákuum (abszolút) dielektromos állandójának is hívják.

³ Anizotrop dielektrikumokban (kristályokban) \mathbf{D} és \mathbf{E} általában különböző irányúak; itt \mathbf{D} és \mathbf{E} között (3)-nál általánosabb összefüggés áll fenn, amelyben a skaláris ε helyett egy tenzor — a dielektromos állandó tenzora — lép fel.

mében a vákuumban fennálló elektrosztatikai tér jellemzésére teljesen elegendő az \mathbf{E} vektor, vákuumban tehát az \mathbf{E} -vel azonos \mathbf{D} bevezetése felesleges. Az „MKSA-felfogás” szerint viszont \mathbf{E} és \mathbf{D} vákuum esetén is lényegileg különböző mennyiségek, nevezetesen \mathbf{E} az elektromos tér egységnyi töltésű próbatestre gyakorolt erőhatásának, \mathbf{D} pedig az elektromos tér töltésekre gyakorolt megosztó (inflváló) hatásának a mértéke.

Az „MKSA-felfogás” szerint a \mathbf{D} vektor mérési eljárásán alapuló definíciója a következő. A két egyforma, vékony és egy-egy szigetelő nyéllal ellátott fémlamezkéből álló kettős lemezt (164,3. ábra) helyezük el a mérendő elektromos térben, pl. feltöltött sikkondenzátor lemezei között úgy, hogy a lemezpár síkja merőleges legyen az \mathbf{E} -vonalakra. A kezdetben egymással érintkező a és b lemezeket a térben válasszuk szét (164,4. ábra) — ekkor a -n és b -n a 152. § 4. szerint egyenlő Q nagyságú, pozitív és negatív influenciatöltések keletkeznek —, majd a lemezeket a térből eltávolítva, mérjük meg a Q influenciatöltést (elektrométerrel, I. 160. §, vagy ballisztikus galvanométerrel, I. 185. §). A Q -nak és az egyik lemez f felületének a hányadosa definíció szerint a \mathbf{D} vektor abszolút értéke: $D = Q/f$, \mathbf{D} irányának pedig a lemezpár megfelelő (\mathbf{E} -vel egy irányú) normalisának az irányát választjuk. Eme értelmezésből láthatóan \mathbf{D} MKSA-egysége $1 \text{ coulomb/m}^2 = 1 \text{ As/m}^2$, az \mathbf{E} -é tudvalevően $1 \text{ newton/coulomb} = 1 \text{ V/m}$.

A fenti módszerrel végzett gondos mérések szerint \mathbf{D} arányos az \mathbf{E} -vel, tehát (vákuum esetén) $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$, és az ϵ_0 influenciakonstans értéke:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad (7)$$

4. A vákuum esetén érvényes elektrosztatikai összefüggések általánosítása dielektrikumokra. Tegyük fel, hogy a teret vagy annak az erővonalak szempontjából számításba jövő részét a benne elhelyezett valódi töltéseken kívül vákuum helyett ϵ dielektromos állandójú homogén és izotrop dielektrikum tölti ki.

Ekkor a 2. pont elején említett tétel szerint a térerősség mindenütt ϵ -szor kisebb, mint vákuumban, tehát speciálisan két ponttöltés közt ható erő is ϵ -szor kisebb. Így (153,2), ill. (153,10) helyett a Coulomb-törvény általános alakja:

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{MKSA}). \quad (8)$$

Hasonlóan, (155,4) általánosításaként a Q ponttöltéstől származó térerősség:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{MKSA}), \quad (9)$$

és (157,12) helyett a Q ponttöltés potenciálja:

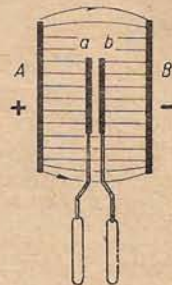
$$U_p = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_p = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (\text{MKSA}). \quad (10)$$

(158,1) általánosításaként vezető felületén az eltolódási vektor nagysága (D) és az η felületi töltéssűrűség közti összefüggés:

$$D = 4\pi\eta \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad D = \eta \quad (\text{MKSA}). \quad (11)$$



164,3. ábra



164,4. ábra

Bármely kondenzátor kapacitása az 1. pont szerint a megfelelő „üres” kondenzátor kapacitásának ε -szorososa, tehát pl. (159,8) helyett egy lapos síkkondenzátor kapacitása:

$$C = \frac{\varepsilon f}{4\pi d} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad C = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{f}{d} \quad (\text{MKSA}). \quad (12)$$

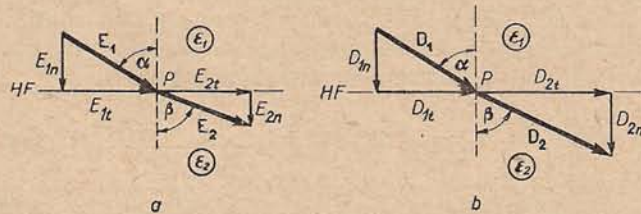
Az ε -szor nagyobb C miatt ugyancsak ε -szor nagyobb a (161,4)-beli értéknél az elektrosztatikai tér energiasűrűsége:

$$w = \frac{\varepsilon}{8\pi} E^2 = \frac{1}{8\pi} ED \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad w = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} ED \quad (\text{MKSA}). \quad (13)$$

Ugyanekkora a Maxwell-féle húzó- és nyomófeszültség is (161,7) helyett.

Az elektrosztatikai tér két alaptörvényét a már ismert (4) és (5) egyenletek fejezik ki. Ezek vagy a fenti formulák alapján az A) fejezetben előforduló egyéb összefüggések általánosítása is könnyen felírható.

5. Az \mathbf{E} és \mathbf{D} vektorok viselkedése két közeg határfelületén. Gyakran a térnek az erővonalak szempontjából tekintetbe jövő részét nem egyetlen homogén és izotrop közeg tölti ki — mint azt eddig feltételeztük —, hanem két különböző (ε_1 és ε_2) dielektromos állandójú homogén és izotrop közeg érintkezik egymással a kis környezetben síknak tekinthető HF határfelület mentén. A határfelületen (ill. ennek „átlépésénél”) általában az \mathbf{E} vektor is és a \mathbf{D} vektor is megváltozik, azaz ha \mathbf{E} értékét az 1, ill. 2 közegnek a határfelület egy P pontjával közvetlen szomszédos helyén \mathbf{E}_1 -gyel, ill. \mathbf{E}_2 -vel jelöljük, akkor általában $\mathbf{E}_2 \neq \mathbf{E}_1$, és hasonlóan $\mathbf{D}_2 \neq \mathbf{D}_1$ (164,5a—b ábra, ahol az áttekinthetőség kedvéért \mathbf{E}_1 és \mathbf{D}_1 a P pontban végződik,



164,5. ábra

\mathbf{E}_2 és \mathbf{D}_2 pedig P -ből indul ki). Közelebbről, mint alább kimutatjuk, \mathbf{E} és \mathbf{D} viselkedésére a következő tétel érvényes. A határfelület átlépésénél \mathbf{E} érintőleges komponense és \mathbf{D} normális komponense változatlan marad:

$$E_{2t} = E_{1t} \quad \text{és} \quad D_{2n} = D_{1n}; \quad (14a-b)$$

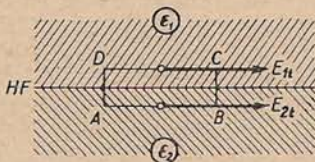
az \mathbf{E} normális és a \mathbf{D} érintőleges komponense viszont „ugrást szenved”, ti. (3) miatt (14b és a) az $\varepsilon_2 E_{2n} = \varepsilon_1 E_{1n}$ és $D_{2t}/\varepsilon_2 = D_{1t}/\varepsilon_1$ alakban írható, innen pedig

$$\frac{E_{2n}}{E_{1n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad \text{és} \quad \frac{D_{2t}}{D_{1t}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (15a-b)$$

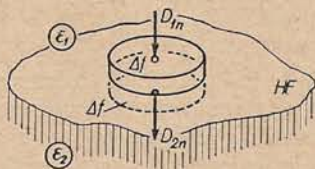
A 164,5a—b ábrán látható α „beesési szög” és β „törési szög” vonatkozólag pl. az *a* ábra szerint $\operatorname{tg} \alpha = E_{1t}/E_{1n}$, $\operatorname{tg} \beta = E_{2t}/E_{2n}$. Ebből adódik (14a) és (15a) figyelembevételével az *E*-vonalak és ugyanígy a *D*-vonalak „törési törvénye”:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (16)$$

(14a-b) bizonyítása az általános érvényű (5) és (4) alaptörvények felhasználásával lehetséges. Az E_{1t} és E_{2t} komponensek síkjában vegyük fel a 164,6. ábra szerint az *ABCD* téglalapot, amelynek *AD* és *BC* oldalai elhanyagolható kicsinyek $AB = \Delta s$ -hez képest. Ebben az esetben az $\oint E_s ds = 0$



164,6. ábra



164,7. ábra

alaptörvény: $E_{2t}\Delta s - E_{1t}\Delta s = 0$, tehát valóban $E_{2t} = E_{1t}$. — Tekintsük most a 164,7. ábrán látható módon felvett, igen lapos hengert, amelynek palástfelülete elhanyagolható kicsiny a véglapok Δf felületéhez képest. Feltéve, hogy a két közeg *HF* határfelületére külön töltést nem vittünk, a hengeren belül nincsenek valódi töltések, és így a (4) alaptétel szerint $\oint D_n df = 0$. A lapos hengerre kiterjesztett integrál azonban (figyelembe véve, hogy a külső normális a felső lapon D_{1n} -nel ellentétes, az alsó lapon D_{2n} -nel megegyező irányú) a következőre egyszerűsödik: $D_{2n}\Delta f - D_{1n}\Delta f = 0$, ebből pedig valóban $D_{2n} = D_{1n}$.

Ha a 164,5a ábrán a 2 közeg fémet jelentene, ebben tudvalevően a térerősség zérus lenne, $E_{2n} = E_{2t} = 0$, és így (15a)-ból $\varepsilon_2 = \infty$ következne: a fémek az elektrosztatikában formailag úgy tekinthetők, mint végtelen nagy dielektromos állandójú anyagok.

165. §. A szigetelők polározódása. Elektromos polarizáció és szuszeptibilitás. Erőhatások a dielektrikumokban

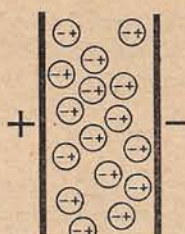
1. *A szigetelők polározódása.* A szigetelők elektromos térben való viselkedésének, elsősorban a 164. § 1.-ben megismert alakjásértelmeztetésnek a *korpuszkuláris értelmezése* az alábbi vázolt módon lehetséges.

A szigetelők egy része olyan molekulákból áll, amelyekben külső elektromos tér hiányában a pozitív töltések (atommagok) elektromos súlypontja (156. §) — időbeli átlagban véve — egybeesik a negatív töltésekével (elektronokéval). Az ilyen *nempoláris molekuláknak* tehát természetes állapotukban nincsen dipólusmomentumuk, elektromos térben azonban e molekulák a kétféle töltés ellentétes irányú eltolódása folytán dipólusokká válnak (165,1a—b ábra). A szigetelők egy másik csoportjának molekulái már szerkezetüknél fogva dipólusmomentummal rendelkeznek; ezek a *poláris* vagy *dipólusmolekulák* külső elektromos tér hiányában a hőmozgás miatt teljesen rendszertelenül helyezkednek el, elektromos térben viszont a tér irányító hatása folytán tengelyükkel kisebb-nagyobb mértékben a tér irányába állnak be (165,2a—b ábra).¹ Vannak olyan szigetelők is, mint pl. a NaCl-kristály, amelyekben

¹ Ez a rendezettség a hőmozgás miatt nem teljes; annál nagyobb mértékű, minél nagyobb a térerősség, és minél kisebb a hőmérséklet (részletesebben l. 166. §).



a

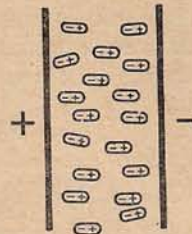


b

165.1. ábra



a

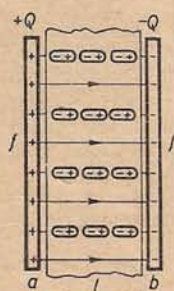


b

165.2. ábra

ionok (Na^+ , Cl^- , l. 59. §) tolnak el az elektromos tér hatására. A számunkra most lényeges eredmény azonban minden szigetelőnél ugyanaz, és a 165.3. ábrán vázolt modell figyelembevételével így fejezhető ki: *Az elektromos térbe, pl. feltöltött kondenzátor lemezei közé tett szigetelő belsejében „dipólusláncok”, a szigetelő határfelületein pedig elektromos töltések (ún. polarizációs vagy látszólagos töltések) alakulnak ki*, és pedig a pozitív, ill. negatív töltésű lemezzel szomszédos határfelületen negatív, ill. pozitív töltés.

Ez a jelenség a *szigetelők polározódása (dielektromos polarizáció)*, amely emlékeztet a vezetőkben fellépő influenciára, de a kettő között lényeges különbség van. Míg az influenza esetében a vezető kettéosztásával a kétféle töltés szétválasztható (152. § 4.), addig a polarizált szigetelőnél ez nem lehetséges, mert ennek minden része — makroszkopikus szempontból bármilyen kicsiny térfogateleme — a kétféle töltésből egyenlő mennyiségűt tartalmaz.



165.3. ábra

Ezek után az említett alapkísérlet, a dielektrikummal kitöltött kondenzátor kapacitásnövekedése kvalitatíve egyszerűen és szemléletesen értelmezhető: A pozitív Q töltésű kondenzátorlemezről kiinduló erővonalak egy része mindjárt a szomszédos negatív polarizációs töltésekben végződik, és így a szigetelő belsejében az erővonalasűrűség (télerősség) kisebb, mint vákuumban lenne, a kisebb télerősség pedig tudvalevően kisebb feszültségnek és nagyobb kapacitásnak felel meg. Az alábbiakban ezt kvantitatív alakban is kifejtjük.

2. *Az elektromos polarizáció (\mathbf{P}) és szuszceptibilitás (χ); az \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{P} vektorok az ϵ , χ anyagállandók összefüggése.* A most következőkben mindig a 165.3. ábrára utalva, legyen a szigetelő hasáb a és b véglapjain a polározottság folytán fellépő polarizációs töltés nagysága Q_p , ennek a felületegységre vonatkoztatott része: $P = Q_p/f$. Az l hosszúságú, $V = fl$ térfogatú polározott hasáb így $m = Q_p l = Pfl = PV$ nagyságú dipólusmomentummal rendelkezik; vektoriálisan: $\mathbf{m} = P\mathbf{V}$, ha \mathbf{P} -t az l irányába, a negatív polarizációs töltéstől a pozitív felé irányuló vektornak tekintjük. A

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{m}}{V} \quad (1)$$

vektormennyiség az *elektromos polarizáció*, amely, mint a *polározott dielektrikumnak*

a térfogategységre vonatkoztatott dipólusmomentuma, igen szemléletes jelentésű fizikai mennyiség.²

A szigetelő \mathbf{P} polarizációját a szigetelőben uralkodó \mathbf{E} térerősség hozza létre, és ezért kézenfekvő a \mathbf{P} -t az \mathbf{E} -vel arányosnak tekinteni:

$$\mathbf{P} = \chi \mathbf{E} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{P} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (\text{MKSA}). \quad (2)$$

A χ elektromos szuszceptibilitás a szigetelő polarizálhatóságának mértékét kifejező, szemléletes korpuszkuláris jelentésű anyagállandó: χ , ill. $\chi \varepsilon_0$ a szigetelő egységnyi térfogatának egységnyi térerősség hatására felvett dipólusmomentumát adja meg.³

A 165,3. ábra esetében a lapos kondenzátor lemezeinek adott töltés, a valódi töltés nagysága legyen állandóan Q ; mekkora a szigetelő hasáb belsejében uralkodó térerősség (\mathbf{E})? Előkészítésül utalunk arra, hogy a szigetelő hiányában, vákuumban a térerősség nagysága (159,7) szerint

$$E_{\text{vac}} = 4\pi \frac{Q}{f} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E_{\text{vac}} = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q}{f} \quad (\text{MKSA}) \quad (3)$$

lenne. Helyezzük el mármost a lemezek közé a szigetelő hasábot a szemléletesség kedvéért úgy, hogy véglapjai és a lemezek között egy-egy nagyon keskeny „vákuumrést” hagyunk. A pozitív töltésű kondenzátorlap egységnyi felületű részéről ekkor is E_{vac} számú erővonal indul ki, de ezek közül $4\pi Q_p/f = 4\pi P$ (CGS), ill. P/ε_0 (MKSA) számú erővonal mindjárt a szomszédos negatív polarizációs töltésekben végződik, úgyhogy a dielektrikum belsejében az \mathbf{E} -vonalak sűrűsége, azaz a térerősség nagysága kisebb az E_{vac} -nál, nevezetesen

$$E = E_{\text{vac}} - 4\pi P \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E = E_{\text{vac}} - \frac{1}{\varepsilon_0} P \quad (\text{MKSA}). \quad (4)$$

Lehetséges és célszerű definiálni egy olyan \mathbf{D} vektort, amelynek „vonalsűrűsége” a dielektrikum belsejében is E_{vac} -mal, ill. $\varepsilon_0 E_{\text{vac}}$ -mal egyenlő: $\mathbf{D} = \mathbf{E}_{\text{vac}}$ (CGS), ill. $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_{\text{vac}}$ (MKSA). A (4) alapján az így értelmezett (a 164. §-ban más úton bevezetett) \mathbf{D} eltolódási vektor:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (\text{MKSA}). \quad (5)$$

Eszerint az eltolódási vagy \mathbf{D} -vonalak az \mathbf{E} erővonalakból és a dipólusláncoknak megfelelő \mathbf{P} „polarizációs vonalakból” tevődnek össze. (Pl. az ábrán a szigetelőben futó 8 \mathbf{D} -vonal közül 4 az \mathbf{E} -vonal és 4 a $4\pi \mathbf{P}$ -vonal.)

A (2)-nek (5)-be való helyettesítésével a \mathbf{D} és \mathbf{E} közti összefüggés:

$$\mathbf{D} = (1 + 4\pi\chi) \mathbf{E} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{D} = (1 + \chi) \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (\text{MKSA}), \quad (6)$$

másrészt (164,3) szerint

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (\text{MKSA}). \quad (7)$$

² Az (1) és (156,2a-b) alapján

$$\text{a } \mathbf{P} \text{ polarizáció CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}, \quad (1a)$$

$$\text{MKSA-egysége: } 1 \text{ As/m}^2 = 3 \cdot 10^9 \text{ CGS-egység.}$$

³ Amint az \mathbf{P} és \mathbf{E} egységeiből megállapítható, χ mindkét rendszerben dimenzió nélküli, de számértéke a két rendszerben más:

$$\chi_{\text{MKSA}} = 4\pi \chi_{\text{CGS}}. \quad (2a)$$

(6) és (7) egybevetéséből az ϵ (relatív) dielektromos állandó és a χ szuszceptibilitás közti összefüggés:

$$\epsilon = 1 + 4\pi\chi \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \epsilon = 1 + \chi \quad (\text{MKSA}). \quad (8)$$

A fenti relációkat a síkkondenzátorral kapcsolatban állítottuk fel, de azok általános érvényűeknek tekinthetők.

Összefoglalásul: az \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{P} vektorok és az ϵ , χ anyagállandók közül a makrofizikában általában \mathbf{E} , \mathbf{D} , ϵ és (7) használatos (mivel ϵ közvetlenül mérhető), korpuszkuláris megfontolásokban viszont többnyire \mathbf{E} , \mathbf{P} , χ és (2), mivel \mathbf{P} -nek és χ -nek közvetlen molekuláris jelentése van; a három vektor között az (5), a két anyagállandó közt a (8) összefüggés érvényes.

Általánosan fennáll, hogy dielektrikumok jelenléte esetén a térerősség a valódi töltésektől származó \mathbf{E}_v és a polarizációs töltésektől származó \mathbf{E}_p térerősség eredője: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_v + \mathbf{E}_p$. Speciálisan a lapos síkkondenzátornál nyilvánvalóan (pl. CGS-egységekben) $E_v = E_{vac} = 4\pi Q/f$, az ellentétes irányú E_p nagysága pedig $E_p = 4\pi Q_p/f = 4\pi P$, tehát $E = E_{vac} - 4\pi P$, (4)-gyel megegyezésben. Másképpen: $E = 4\pi(Q - Q_p)/f$, azaz a kondenzátor dielektrikumában fennálló \mathbf{E} térerősség forrása a $Q - Q_p = Q_{sz}$ „szabad töltés”. Ezzel szemben a \mathbf{D} eltolódás forrása a Q valódi töltés: $D = 4\pi Q/f$. Az $E = 4\pi Q_{sz}/f$ és $D = \epsilon E$ összefüggések figyelembevételével $Q_{sz} = Q/\epsilon$, a (164,2) alatt említetteknek megfelelően. Az a körülmény, hogy \mathbf{D} -nek csak Q , \mathbf{E} -nek viszont Q is és Q_p is (ill. $Q_{sz} = Q - Q_p$) a forrása, eredményezi azt, hogy a 165,3. ábrán a vákuum és a szigetelő két határfelületén a \mathbf{D} folytonosan megy át, az \mathbf{E} viszont ugrást szenved.

3. \mathbf{E} és \mathbf{D} mérése a szigetelő belsejében elvileg a (164,14a-b)-ben megismert tétel alapján lehetséges, amely szerint két szigetelő határfelületén a térerősség érintőleges komponense (E_n) és az eltolódás normális komponense (D_n) folytonosan megy át. Ennek megfelelően, ha pl. a síkkondenzátor lemezei közt levő szigetelőben az erővonalakkal párhuzamosan egy hosszú és szűk, cső alakú üreget vágunk (165,4. ábra, a), akkor az ebben a „hosszirányú üregben” elvileg egy próbatöltéssel megmérhető \mathbf{E} térerősség megegyezik az anyag belsejében (az üreg melletti A pontban) uralkodó térerősséggel. Ha viszont a szigetelőben az erővonalakra merőlegesen vágunk egy keskeny rést (165,4. ábra, b), akkor az ebben a haránt irányú résben elvileg pl. a 164. § 3. szerint megmérhető \mathbf{D} eltolódás az említett tétel értelmében ugyanaz, mint az anyag belsejében (a rés melletti B pontban) uralkodó eltolódás.

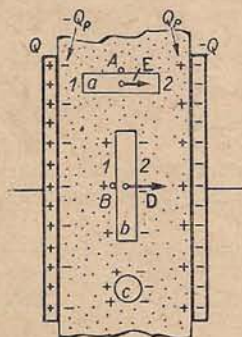
A fenti eredményhez annak figyelembevételével is eljuthatunk, hogy az a , ill. b üregben uralkodó \mathbf{E}_n , ill. \mathbf{E}_b térerősség a Q ($= \text{const}$) valódi töltésből, a $Q_p = Pf$ polarizációs töltésből és az üregek 1, 2 határlapjainál fellépő polarizációs töltésből származó térerősségek eredője. A 2. pont végén mondottak alapján Q és Q_p együttesen az $E_{vac} - 4\pi P$ (CGS) térerősséget hozzák létre. A hosszú és szűk a üreg belsejében (az üreg közepén) az 1, 2 határlapokon megjelenő polarizációs töltések hatása nyilván elhanyagolható, úgyhogy a térerősség a hosszirányú üregben:

$$E_n = E_{vac} - 4\pi P = E \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E_n = E_{vac} - \frac{1}{\epsilon_0} P = E \quad (\text{MKSA}); \quad (9)$$

az E_n tehát (4) szerint valóban megegyezik E -vel. A haránt irányú b résben viszont az f' területű 1 és 2 véglapokon fellépő $Q'_p = Pf'$ és $-Q'_p$ polarizációs töltések (egy síkkondenzátorhoz hasonlóan) $4\pi Q'_p/f' = 4\pi P$ (CGS) nagyságú, E_{vac} -mal egy irányú térerősséget keltenek, amely hozzáadódik (9)-hez. Így a térerősség a haránt irányú résben:

$$E_b = E + 4\pi P = E_{vac} = D \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E_b = E + \frac{1}{\epsilon_0} P = E_{vac} = \frac{1}{\epsilon_0} D \quad (\text{MKSA}); \quad (10)$$

ily módon újból az (5) összefüggésre jutottunk.



165,4. ábra

Végül csak bizonyítás nélkül közöljük, hogy a térerősség egy kicsiny, gömb alakú üreg (c) belsőjében:

$$\mathbf{E}_c = \mathbf{E} + \frac{4\pi}{3} \mathbf{P} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{E}_c = \mathbf{E} + \frac{1}{3\epsilon_0} \mathbf{P} \quad (\text{MKSA}). \quad (11)$$

A fentiekben a síkkondenzátort olyan laposnak, az a , b , c üregek megfelelő méreteit pedig olyan kicsinyeknek tételeztük fel, hogy a szigetelőanyagban mindenütt \mathbf{E} , \mathbf{D} és \mathbf{P} állandóknak tekinthetők.

4. *Kondenzátor két dielektrikummal.* Az \mathbf{E} és \mathbf{D} vektorok megismert viselkedése alapján könnyen meghatározható pl. a 165,5. ábrán vázolt „rétegzett kondenzátor” kapacitása. A Q valódi töltésű, lapos síkkondenzátor f felületű lemezei közt levő, ϵ_1 és ϵ_2 relatív dielektromos állandójú szigetelőekben \mathbf{D} értéke mindenütt ugyanaz, nevezetesen $D = 4\pi Q/f$ (CGS), a térerősség viszont a két szigetelőben különböző: $E_1 = D/\epsilon_1$ és $E_2 = D/\epsilon_2$. Ezért a kondenzátorlapok közti feszültség:

$$U = E_1 l_1 + E_2 l_2 = \frac{4\pi Q}{\epsilon_1 f} l_1 + \frac{4\pi Q}{\epsilon_2 f} l_2 \quad (\text{CGS}).$$

Innen a rétegzett kondenzátor $C (=Q/U)$ kapacitására nézve

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{\epsilon_1 f/4\pi l_1} + \frac{1}{\epsilon_2 f/4\pi l_2} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{\epsilon_1 \epsilon_0 f/l_1} + \frac{1}{\epsilon_2 \epsilon_0 f/l_2} \quad (\text{MKSA}), \quad (12)$$

azaz C akkora, mintha két, $C_1 = \epsilon_1 f/4\pi l_1$ és $C_2 = \epsilon_2 f/4\pi l_2$ kapacitású kondenzátort sorba kapcsolunk volna.

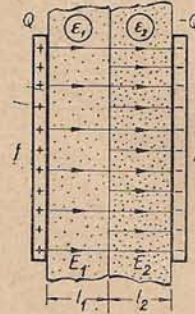
A $+Q$ töltésű fémlap és az l szigetelő határfelületén levő szabad töltés, amely az ábrán feltüntetett E_1 -vonalak forrása, a 2. pont szerint Q/ϵ_1 ; ezért l bal, ill. jobb oldali határfelületén $Q - Q/\epsilon_1$ nagyságú negatív, ill. pozitív polarizációs töltés foglal helyet. Hasonlóan, a 2 szigetelő jobb, ill. bal oldali határlapján $Q - Q/\epsilon_2$ nagyságú pozitív, ill. negatív polarizációs töltés lép fel, és így az l és 2 szigetelők érintkezési felületén jelentkező (az ábrán felvett $\epsilon_1 > \epsilon_2$ esetben pozitív) szabad töltés:

$$Q_{sz} = Q \left(\frac{1}{\epsilon_2} - \frac{1}{\epsilon_1} \right). \quad (13)$$

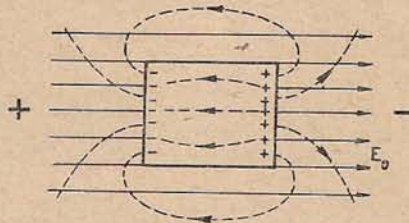
5. *Depolarizáció.* Az előzőnél jóval bonyolultabb feladatot jelent a térerősség meghatározása egy eredetileg homogén (\mathbf{E}_0 erősségű) elektromos térbe helyezett szigetelő esetében, ha a szigetelő — az eddigiektől eltérően — nem tölti ki teljesen a síkkondenzátor lemezei közti teret. A vákuumban \mathbf{E}_0 erősségű térbe tett szigetelő, pl. a 165,6. ábrán látható henger polárizódik, a véglapok polarizációs töltéseiből származó, az ábrán szaggatva rajzolt erővonalak egy része a test belsejében halad az eredeti \mathbf{E}_0 -vonalakkal ellentétes irányban, és így a test belsejében uralkodó \mathbf{E} térerősség kisebb \mathbf{E}_0 -nál. Ezt a jelenséget — a polarizációs töltésnek az eredeti térerősséget csökkentő hatását — *depolarizációnak* hívjuk. A hengeren kívül a térerősség a henger véglapjai közelében nagyobb, a palást közelében kisebb az eredeti \mathbf{E}_0 -nál.

Az eredő \mathbf{E} térerősség általában sem a test környezetében, sem a testben nem homogén. Itt nem részletezhető számításokkal kimutatható, hogy \mathbf{E} a testben csak akkor homogén és egy irányú \mathbf{E}_0 -val, ha a test alakja ellipszoid, amelynek egyik fő tengelye az \mathbf{E}_0 -val párhuzamos. Ebben az esetben, amikor a testben az \mathbf{E} -vel arányos \mathbf{P} polarizáció is állandó (homogén módon polárizott test), az \mathbf{E}_0 -t gyengítő \mathbf{E}_d depolarizációs térerősség arányos a \mathbf{P} -vel: $\mathbf{E}_d = -N\mathbf{P}$ (CGS), ill. $\mathbf{E}_d = -(N/\epsilon_0)\mathbf{P}$ (MKSA). Így a test belsejében a térerősség:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - N\mathbf{P} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \frac{N}{\epsilon_0} \mathbf{P} \quad (\text{MKSA}), \quad (14)$$



165,5. ábra



165,6. ábra

vagy a (2) alatti $\mathbf{P}=\chi\mathbf{E}$, ill. $\mathbf{P}=\chi\epsilon_0\mathbf{E}$ figyelembevételével, mindkét egységrendszerben:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{1+N\chi}; \quad (15)$$

a χ helyett (8) alapján a szigetelő dielektromos állandójával kifejezve:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{1+N(\epsilon-1)/4\pi} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{1+N(\epsilon-1)} \quad (\text{MKSA}). \quad (16)$$

A dimenzió nélküli N szám a test alakjától, ill. forgási ellipszoidnál ennek a/b tengelyviszonyától függő *depolarizációs tényező*. Arra az esetre, amikor az a forgástengely a tér irányába esik, N néhány értékét az alábbi táblázat tünteti fel:

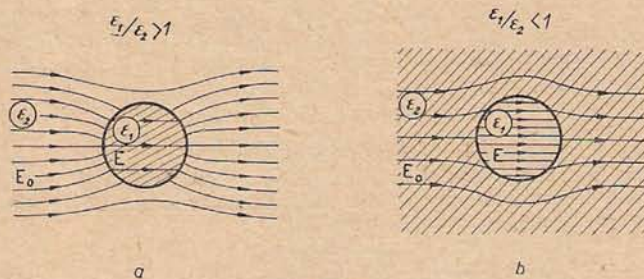
| a/b | 0 (lapos lemez) | 0,1 | 0,5 | 1 (gömb) | 2 | 10 | ∞ (hosszú rúd) |
|---|-----------------|------|------|---------------|------|-------|-----------------------|
| $\frac{N_{\text{CGS}}}{4\pi} = N_{\text{MKSA}}$ | 1 | 0,85 | 0,52 | $\frac{1}{3}$ | 0,19 | 0,020 | 0 |

A lapos lemezre vonatkozó 4π , ill. 1 érték (14) és (4) egybevetéséből is következik.

Speciálisan a gömbre vonatkozó N -értékkel adódik (16)-ból, hogy az eredetileg *homogén térben elhelyezett szigetelő gömb belsejében a térerősség:*

$$\mathbf{E} = \frac{3}{\epsilon+2} \mathbf{E}_0. \quad (18)$$

Ez a formula akkor is érvényes, ha az eredetileg homogén tér (\mathbf{E}_0) vákuum helyett ϵ_2 dielektromos állandójú közegben áll fenn, és ebbe tesszük az ϵ_1 dielektromos állandójú gömböt, csak ekkor (18)-



165,7. ábra

ban ϵ helyett ϵ_1/ϵ_2 -t kell írunk. Mint (18)-ból látható, $\epsilon_1/\epsilon_2 > 1$ esetén $E < E_0$, az $\epsilon_1/\epsilon_2 < 1$ esetben viszont $E > E_0$. Az erővonal-cioszlást e két esetben a 165,7a–b ábrák szemléltetik.

A szigetelő gömbben a *polarizáció* (2) szerint: $\mathbf{P}=\chi\mathbf{E}$, ill. $\mathbf{P}=\chi\epsilon_0\mathbf{E}$, vagy (8) és (18) figyelembevételével

$$\mathbf{P} = \frac{\epsilon-1}{4\pi} \frac{3}{\epsilon+2} \mathbf{E}_0 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{P} = (\epsilon-1)\epsilon_0 \frac{3}{\epsilon+2} \mathbf{E}_0 \quad (\text{MKSA}). \quad (19)$$

(1) értelmében tehát az r sugarú gömb az \mathbf{E}_0 erősségű elektromos térben

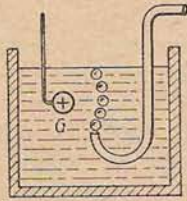
$$\mathbf{m} = \frac{4\pi}{3} r^3 \mathbf{P} = r^3 \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \mathbf{E}_0 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{m} = 4\pi\epsilon_0 r^3 \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \mathbf{E}_0 \quad (\text{MKSA}) \quad (20)$$

dipólusmomentumot vesz fel. A (20) formulából $\epsilon \rightarrow \infty$ -re helyesen adódik egy *vezető gömbnek az \mathbf{E}_0 térben felvett dipólusmomentuma:*

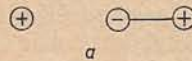
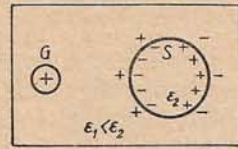
$$\mathbf{m} = r^3 \mathbf{E}_0 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{m} = 4\pi\epsilon_0 \cdot r^3 \mathbf{E}_0 \quad (\text{MKSA}). \quad (21)$$

Megjegyzendő, hogy ha a vákuumban E_0 erősségű térbe nem tömör, hanem üreges szigetelő gömböt teszünk, a térerősség az üregben is kisebb E_0 -nál. Eszerint a gömbnek és hasonlóan pl. egy vastagabb falú üveghengernek bizonyos mértékű *árnyékoló hatása* van.

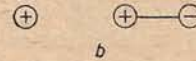
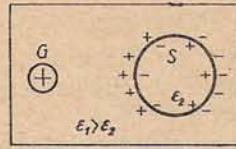
6. A dielektrikumokban fellépő erőhatások egyik jellegzetes példája a következő jelenség. Az elektromos töltésű G fémgolyó vonzza a semleges szigetelőt, pl. az S paraffin golyót ($\epsilon_2 \approx 2$), ha a golyók levegőben vannak; ha viszont a golyókat körülvevő közeg pl. ricinusolaj ($\epsilon_1 = 4,6$), akkor taszítást észlelünk. Hasonlóan, a G gömb taszítja az olajban felszálló légbuborékokat (165,8. ábra). Általánosan:



165,8. ábra



a



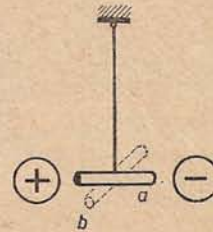
b

165,9. ábra

az elektromos alapjelenségként megismert vonzás csak az $\epsilon_1 < \epsilon_2$ esetben lép fel, $\epsilon_1 > \epsilon_2$ esetén taszítás mutatkozik. A magyarázat azon alapszik, hogy a nagyobb dielektromos állandójú anyagban a polarizáció nagyobb mértékű, több „dipóluslánc” alakul ki. Így a vázlatos 165,9a–b ábrák szerint az S -nek a G -hez közelebbi határfelületén az $\epsilon_1 < \epsilon_2$ esetben negatív, az $\epsilon_1 > \epsilon_2$ esetben pedig pozitív többlettöltés (szabad töltés) jelentkezik,⁴ amelyre G vonzó, ill. taszító hatást fejt ki. Az S távolabbi határfelületénél az erőhatás ellentétes értelmű, de kisebb, és így végeredményben az $\epsilon_1 < \epsilon_2$ esetben vonzás, $\epsilon_1 > \epsilon_2$ esetén taszítás jön létre. Az S szigetelő gömb úgy viselkedik, mint az a , ill. b ábrán alul feltüntetett dipólus a G gömbtől származó inhomogén erőterben.

A fenti módon értelmezhető a következő jelenség is: a torziómentes fonálra vízszintes helyzetben felfüggesztett kis paraffin rúd két ellentétes töltésű fémgömb között az elektromos tér irányában vagy arra merőlegesen (a 165,10. ábrán az a , ill. b helyzetben) helyezkedik el aszerint, amint a környező közeg dielektromos állandója kisebb vagy nagyobb a paraffinénál.

A szigetelők elektromos térben kismértékű rugalmas deformációt szenvednek, amely a polározódás folytán keletkezett vagy rendeződött dipólusok közti erőhatásokra vezethető vissza. Ez a jelenség, az *elektrosztrikció* — amint azt itt csak megemlítjük — összehúzódásban vagy kitágulásban nyilvánul meg aszerint, amint a szigetelő dielektromos állandója a nyomással nő vagy csökken. A térfogatváltozás általában a térerősség négyzetével arányos, tehát független a tér irányától.



165,10. ábra

⁴ Hasonlóan, mint a rétegezett kondenzátorban az 1 és 2 szigetelők határfelületén, l. (13).

166. §. A molekulák polarizálhatósága és dipólusmomentuma

1. A molekulákból álló szigetelők polározódása, mint arra a 165. §-ban már utaltunk, két fő okra vezethető vissza.

a) A nempoláris molekulákból álló szigetelők polarizációja (\mathbf{P}) teljes egészében eltolódási (deformációs) polarizáció,¹ azaz abból származik, hogy az elektromos tér mindegyik molekulában a pozitív és negatív töltések bizonyos mértékű eltolódása útján dipólusmomentumot hoz létre. A molekulának ez az \mathbf{m}_i indukált dipólusmomentuma arányosnak vehető a molekulára ténylegesen ható térerősséggel, az E_h „helyi térerősséggel” (l. alább):

$$\mathbf{m}_i = \alpha \mathbf{E}_h. \quad (1)$$

A molekulára jellemző α állandó a molekula polarizálhatósága, amely a molekulán belüli töltések eltolhatóságának, a molekula „elektromos deformálhatóságának” a mértéke. CGS-egysége 1 cm^3 , MKSA-egysége 1 Asm/Vm^{-1} .

b) A poláris molekulákból álló szigetelők² polarizációja az eltolódási polarizációból és az irányítási (orientációs) polarizációból tevődik össze. Az utóbbi onnan ered, hogy az elektromos tér a molekuláknak már eredetileg is meglévő, μ nagyságú permanens dipólusmomentumát — amely momentumok elektromos tér hiányában a hőmozgás miatt teljesen rendszertelenül helyezkednek el — a hőmérséklettől függő mértékben beállítja a tér irányába, és emiatt a molekuláknak átlagosan bizonyos \bar{m}_p dipólusmomentum-komponensük van a tér irányában.

Az α és a μ molekuláris jellemzők kísérleti meghatározása fontos feladata a molekulafizikának, mert α és μ értékeiből a molekulák szerkezetére lehet következtetni.

Mindenekelőtt megjegyzendő, hogy az (1)-ben szereplő E_h helyi (lokális, belső vagy hatásos) térerősség, amely az anyag egy kiszemelt molekulájára, pl. a 166.1. ábrán A -ra hat, általában nem

egyenlő az anyag belsejében uralkodó E térerősséggel. A 165. § 3. szerint ugyanis E az a térerősség, amely az anyagba vájt „hosszirányú üregben” (az ábrán az 1 2 3 4-ben) állna fenn, valójában azonban ebben a részben is molekulák vannak, és az ezektől származó térerősség hozzáadódik E -hez. Az A köré írt G gömb belsejében levő molekulák A -ra való hatása viszont, mint azt LORENTZ kimutatta, bizonyos esetekben — a gázokban, sok folyadékban és a szabályos rendszerbeli kristályokban — kompenzálja egymást, és így ezekben az esetekben az A -ra ható E_h helyi térerősség ugyanaz, mint a gömb alakú üreg belsejében uralkodó, (165,11) szerinti (ott E_c -vel jelölt) térerősség:

$$\mathbf{E}_h = \mathbf{E} + \frac{4\pi}{3} \mathbf{P} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{E}_h = \mathbf{E} + \frac{1}{3\epsilon_0} \mathbf{P} \quad (\text{MKSA}). \quad (2)$$



166,1. ábra

2. A nempoláris molekulákból álló anyag V térfogatában legyen n számú molekula, azaz a molekulakonzentráció: $N = n/V$. Az anyagnak a térfogategységre vonatkoztatott dipólusmomentuma: $\mathbf{P} = N\mathbf{m}_i$, vagy (1) miatt $\mathbf{P} = N\alpha\mathbf{E}_h$. Ebbe (2)-t és egyúttal (165,2 és 8) alapján $\mathbf{P} = \chi\mathbf{E} = (\epsilon - 1)\mathbf{E}/4\pi$ (CGS)-et, ill. $\mathbf{P} = (\epsilon - 1)\epsilon_0\mathbf{E}$ (MKSA)-t helyettesítve:

$$\frac{\epsilon - 1}{4\pi} = N\alpha \left(1 + \frac{\epsilon - 1}{3} \right) \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad (\epsilon - 1)\epsilon_0 = N\alpha \left(1 + \frac{\epsilon - 1}{3} \right) \quad (\text{MKSA}).$$

¹ Ez általános esetben két részre választható szét: elektronok és ionok (vagy atomok) eltolódásának megfelelően elektron-polarizációra és ion- (vagy atom-) polarizációra.

² A nempoláris, ill. a poláris molekulákból álló anyagokat a dia- és a paramágneses anyagokkal fennálló analógia miatt (216. §) olykor dielektromos, ill. parelektromos anyagoknak is nevezik.

Ebből következik a molekula polarizálhatóságára a *Clausius—Mosotti-féle formula* (1850; 1879):

$$\alpha = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{3}{4\pi N} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \alpha = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{3\varepsilon_0}{N} \quad (\text{MKSA}), \quad (3)$$

amelynek alapján α az ε dielektromos állandó ismeretében kiszámítható.

Az N -re vonatkozólag emlékeztetünk a következőkre (l. 130. §). Legyen a kémiai egységes anyag — elem vagy vegyület — molekulásúlya M , úgyhogy a kérdéses anyag 1 mol-ja („molsúlya”) = M gramm = M' . Az 1 mol tömegű anyagban, amelynek térfogata legyen V_0 , $L' = 6,02 \cdot 10^{23}$ számú molekula van (L' a Loschmidt-féle szám,

$$L = \frac{L'}{M'} = \frac{6 \cdot 10^{23}}{\text{mol}} \quad (4)$$

pedig a *Loschmidt-féle állandó*, újabban szokásosabb elnevezése *Avogadro-féle állandó*). A sűrűségre vonatkozó $\rho = M'/V_0$ (CGS) és az $N = L'/V_0$ (CGS) egyenletekből

$$N = \frac{L'}{M'} \rho \quad (\text{CGS}). \quad (5)$$

A (3) összefüggés $(4\pi/3)L'$ -vel való szorzás után és (5) miatt az alábbi, gyakran előforduló alakot ölti:

$$P_{\text{mol}} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{M'}{\rho} = \frac{4\pi}{3} L' \alpha = 2,54 \cdot 10^{24} \alpha \quad (\text{CGS}). \quad (6)$$

Az ε és ρ méréséből meghatározható P_{mol} *moláris polarizáció* (*molpolarizáció*) a $4\pi/3$ faktortól eltekintve az anyag egy moljának $E_h = 1$ egység térerősségnél felvett dipólusmomentumát jelenti, és a (6) jobb oldalán álló számfaktorral való osztás útján közvetlenül megadja egy molekula α polarizálhatóságát.

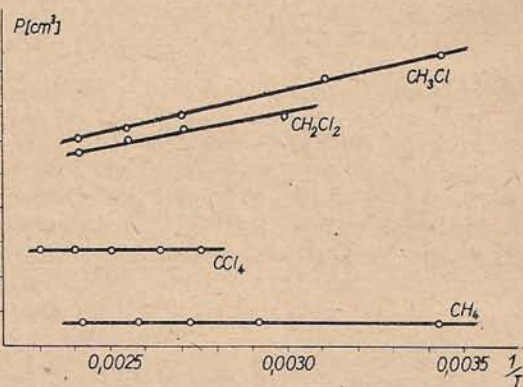
A molpolarizáció szorosan összefügg a molekulák térfogatával. Ha ugyanis a molekulákat — durva közelítésként — r sugarú merev, vezető gömböknek tekintjük, egy ilyen gömb az E_h térben (165,21) szerint $\mathbf{m}_1 = r^3 E_h$ momentumot vesz fel, amelynek (1) alapján $\alpha = r^3$ polarizálhatóság felel meg; így (6)-ból $P_{\text{mol}} = L' \cdot 4\pi r^3 / 3 =$ az 1 molban levő molekulák térfogata.

A P_{mol} -mérések a gázokra vonatkozólag — amelyekre a (6) egyik alapjául szolgáló (2) összefüggés bizonyosan érvényes — arra vezettek, hogy a gázok két csoportra oszthatók. Az egyik csoportnál a P_{mol} -ból adódó molekulatérfogat kielégítően megegyezik a kinetikai gázelméletből nyert értékkel, és P_{mol} a T hőmérséklettől függetlennek mutatkozik, a másik csoportnál viszont P_{mol} a vártnál sokkal nagyobbak és a hőmérséklettől függőnek bizonyul. Az első csoportba tartoznak pl. a CH_4 és a CCl_4 , a másodikba pl. a CH_2Cl_2 és a CH_3Cl gázok (166,2. ábra). Főként eme tapasztalatok alapján következtettek arra, hogy csak az első csoportba tartozó gázok molekulái nempolárisak, a második csoportba tartozó gázoknak poláris molekulákból kell állniuk (DEBYE, 1912).

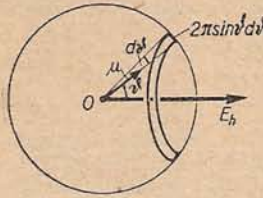
3. A poláris molekulákból álló anyagok esetében — itt csak a poláris gázokra szorítkozunk³ — a (6) összefüggés az 1b-ben mondottak értelmében úgy általánosítandó, hogy (6)-ban $\alpha = m_1/E_h$ helyett $(m_1 + \bar{m}_p)/E_h$ -t kell írunk, ahol \bar{m}_p a μ permanens dipólusmomentummal bíró molekulának az elektromos tér irányító hatásából származó átlagos dipólusmomentuma a tér irányában; eszerint

$$P_{\text{mol}} = \frac{4\pi}{3} L' \left(\alpha + \frac{\bar{m}_p}{E_h} \right) \quad (\text{CGS}). \quad (7)$$

³ Folyadékokban és szilárd testekben a viszonyok általában sokkal bonyolultabbak, a molekulák közelségével együtt járó erős kölcsönhatások miatt.



166,2. ábra



166,3. ábra

Az \bar{m}_p kiszámítása céljából tekintsünk egy olyan molekulát, amelynek μ dipólusmomentuma az E_h térerősség irányával ϑ szöget zár be (166,3. ábra). E momentum komponense a tér irányában: $m_p = \mu \cos \vartheta$, a dipólus potenciális energiája pedig:

$$W_a = -\mu E_h \cos \vartheta. \quad (8)$$

[Ahhoz ugyanis, hogy a dipólust a ϑ helyzetből egy kis $d\vartheta$ szöggel elfordítsuk, (43,6) és (156,6a) szerint $dL = \text{forgatónyomaték} \times d\vartheta = \mu E_h \sin \vartheta \cdot d\vartheta$ munkát kell végeznünk, amely egyenlő a dipólus potenciális energiájának dW megváltozásával; az így nyert $dW/d\vartheta = \mu E_h \sin \vartheta$ egyenletből (8) következik.] Feladatunkban csak a dipólusok irány szerinti eloszlása a lényeges, és ezért gondol-

latban valamennyi dipólus kezdőpontját egy O pontba helyezhetjük. Ama molekulák száma ($n_a d\vartheta$), amelyek momentumai az O köré írt egységsugarú gömb ϑ és $\vartheta + d\vartheta$ között levő, $2\pi \sin \vartheta d\vartheta$ területű zónáját metszik, arányos egyrészt ezzel a területtel, másrészt pedig — a (139,4) Maxwell—Boltzmann-féle eloszlási törvény értelmében — az $\exp(-W_a/kT) = \exp(\mu E_h \cos \vartheta/kT)$ faktorial:

$$n_a d\vartheta = \text{const} \cdot e^{\mu E_h \cos \vartheta/kT} \sin \vartheta d\vartheta. \quad (9)$$

Ennek alapján \bar{m}_p és $m_p = \mu \cos \vartheta$ miatt a tér irányába eső dipólusmomentum átlagértéke: $\bar{m}_p =$

$$= \int_0^\pi \mu \cos \vartheta n_a d\vartheta \int_0^\pi n_a d\vartheta, \text{ vagyis}$$

$$\bar{m}_p = \mu \frac{\int_0^\pi e^{\mu E_h \cos \vartheta/kT} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta}{\int_0^\pi e^{\mu E_h \cos \vartheta/kT} \sin \vartheta d\vartheta} \approx \mu \frac{\mu E_h}{3kT}, \text{ ha } \frac{\mu E_h}{kT} \ll 1. \quad (10)$$

A fentiekből — (10)-nek (7)-be való helyettesítésével — adódik a Debye-féle formula (1912):

$$P_{\text{mol}} \equiv \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{M'}{\rho} = \frac{4\pi}{3} L' \left(\alpha + \frac{\mu^2}{3kT} \right) \quad (\text{CGS}). \quad (11)$$

Ezen alapszik a μ dipólusmomentum és az α polarizálhatóság kísérleti meghatározásának egyik módszere: Az M' molsúlyú gáz ε dielektromos állandójának és ρ sűrűségének különböző T hőmérsékleteken való megméréseivel nyert P_{mol} molpolarizáció értékeit $1/T$ függvényében ábrázolva, egyenest kapunk (166,2. ábra), és ennek iránytangenséből $(4\pi L' \mu^2 / 9k)$ a μ , az ordinátatengellyel való metszéspont távolságából $(4\pi L' \alpha / 3)$ pedig az α meghatározható.

A mérések értelmében nempoláris molekulák ($\mu = 0$) pl. a H_2 , O_2 , N_2 , CO_2 , CH_4 , CCl_4 , C_6H_6 , általában a bizonyos szimmetriával rendelkező molekulák. A molekulák többsége poláris molekula, mint pl. a CO , NO , HCl , H_2O ,

⁴ A szokásos térerősségek és nem nagyon mély hőmérsékletek esetén $\mu E_h \cos \vartheta/kT \equiv s \ll 1$, amikor is az $e^s = 1 + s + \dots$ sorfejtés alkalmazásával az integrálok könnyen kiszámíthatók. Általános esetben, $\mu E_h/kT = x$ bármely értékénél (a $z = \cos \vartheta$ helyettesítéssel, nehézség nélkül) a következő eredmény adódik:

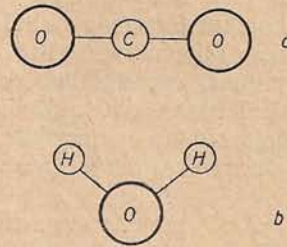
$$\frac{\bar{m}_p}{\mu} = \text{cth } x - \frac{1}{x} \equiv L(x) \quad \left(= \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \dots \right). \quad (10a)$$

$L(x)$ a Langevin-féle függvény, amely először a paramágnesség Langevin-féle elméletében (216. §) fordult elő.

NH_3 , CH_3Cl , CH_2Cl_2 , $\text{C}_6\text{H}_5\text{Cl}$ stb. Pl. a HCl -nél $\mu = 1,03 \cdot 10^{-18}$ CGS-egység. Általában a dipólusmomentumok $1 \cdot 10^{-18}$ CGS-egység [$\equiv 1$ Debye-egység (D)] nagyságrendűek, annak megfelelően, hogy $\mu = el$ -ben az e elemi töltés $4,8 \cdot 10^{-10}$ CGS-egység, a kétféle töltés súlypontjának egymástól való l távolsága pedig 10^{-8} cm nagyságrendű.

A dipólusmomentumok részletesebb tanulmányozása igen jelentősnek bizonyult a molekulák szerkezetének megismerése szempontjából. Itt csupán két egyszerű példát említünk. Abból, hogy a CO_2 μ -je zérus, az atomok lineáris és szimmetrikus elrendeződése (166,4a ábra)

következik. A vízmolekula viszont ($\mu = 1,8$ D) nem lehet hasonló felépítésű, hanem — amint az más vizsgálatokkal kiegészítve adódik — a 166,4b ábra szerinti modellel szemléltethető.

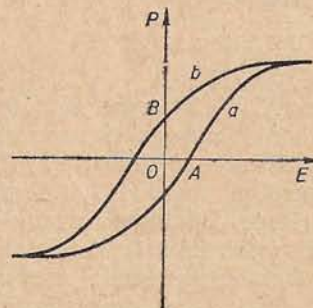


166,4. ábra

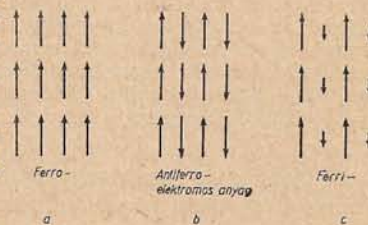
167. §. Ferroelektromosság, piezo- és piroelektromosság; elektrétek

1. A gázok, folyadékok és a legtöbb szilárd test esetében az E térerősség hatására fellépő P elektromos polarizáció arányos az E -vel, az ionokból felépített kristályok között azonban vannak olyan, ún. *ferroelektromos anyagok*¹ [pl. a Seignette-só vagy Rochelle-só: $\text{NaK}(\text{C}_4\text{H}_4\text{O}_6) \cdot 4 \text{H}_2\text{O}$, továbbá a bárium-titanát: BaTiO_3], amelyeknél P az E -nek bonyolult és nem is egyértékű függvénye. A kristály egy meghatározott tengelyével párhuzamosan alkalmazott E térerősség növelésekor P a 167,1. ábra a görbéjének megfelelően nő, majd aránylag nem nagy E -nél telítés következik be, E csökkentésekor pedig P a b görbe szerint csökken, és $E=0$ -nál az OB -nek megfelelő polarizáció marad vissza (*remanencia*). Ez a jelenség az *elektromos hiszterézis*. A ferroelektromos kristályok $\chi (=P/E)$ szuszceptibilitása vagy ϵ dielektromos állandója, amely az előzők értelmében függ a térerősségtől, bizonyos kristálytengelyek irányában rendkívül nagy értéket vehet fel, pl. a bárium-titanátnál ϵ a térerősségtől és a hőmérséklettől függően a 10 000-t is elérheti. Egy karakterisztikus hőmérséklet, az ún. *Curie-pont* felett (amely fázisátalakulási pont is) a ferroelektromos tulajdonságok megszűnnek; pl. a bárium-titanát 107°C felett, a Seignette-só 24°C felett és -18°C alatt is normális dielektrikumként viselkedik.

A ferroelektromosság arra vezethető vissza, hogy a ferroelektromos kristály olyan makrosz-



167,1. ábra

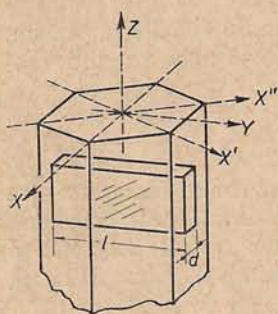


167,2. ábra

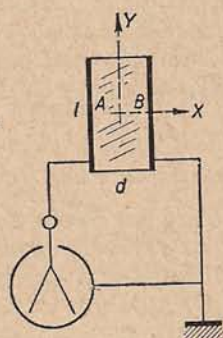
¹ Az elnevezés onnan származik, hogy a szóban forgó anyagok elektromos tulajdonságai hasonlóak a ferromágneses anyagok mágneses tulajdonságaihoz; részletesebben az utóbbiakkal foglalkozunk (216. §).

kopikus tartományokból (*doménekből*) áll, amelyek az ionok különleges elrendeződése folytán már külső elektromos tér nélkül is polarizációval, ill. dipólusmomentummal rendelkeznek (*permanens* vagy *spontán polarizáció*). Külső elektromos tér hatására ezek a dipólusok lényegében háromféleképpen, a 167,2a–c ábrán vázolt módon rendeződhetnek el, és e három esetnek megfelelően rendre *ferroelektromos*, *antiferroelektromos* és *ferrielektromos anyagok* különböztethetők meg.

2. A *piezoelektromosság* (*piezoelektromos hatás*; J. és P. CURIE, 1880) abban áll, hogy bizonyos kristályok határfelületein a kristály megfelelő deformálásakor ellentétes előjelű polarizációs töltések lépnek fel, azaz a kristály deformáció hatására polározódik. Ez a jelenség csak olyan, szimmetriacentrum nélküli kristályokon észlelhető, amelyeknek egy vagy több *poláris tengelyük* van (olyan tengelyük, amelynek a kristállyal alkotott két döféspontja nem cserélhető fel egymással). Ilyen kristályok az összes ferroelektromos kristályok, továbbá pl. a turmalin és a különösen sokszor tanulmányozott kvarc. A turmalinban a poláris tengely egybeesik az optikai tengellyel, a kvarckristályban pedig a poláris tengelyek a Z optikai tengelyre merő-



167,3. ábra



167,4. ábra

leges X, X', X'' tengelyek (167,3. ábra). A piezoeffektust pl. a kvarcnál úgy mutathatjuk ki, hogy az ábra szerint kimetszett lemeznek az X poláris tengelyre merőleges A és B határlapjaira egy-egy fémlapozt illesztünk, és ezeket érzékeny elektrométerrel kapcsoljuk össze (167,4. ábra); ha most a kvarclemezre akár az X , akár az erre merőleges Y irányban nyomó- vagy húzóerőt gyakorolunk, az elektrométer feszültséget jelez. Ez a feszültség az A, B lapokon fellépő, ellentétes előjelű polarizációs töltésektől származik, amelyek a fémlapok külső felületén megfelelő töltéseket influálnak, és ezek egy része jut az elektrométerre.

Az X , ill. Y irányú nyomás vagy húzás esetében létrejövő hatás a *longitudinális*, ill. *transzverzális piezoeffektus*. Az X irányú nyomásnál és az Y irányú húzásnál ugyanaz a lap (pl. A) lesz pozitív töltésű; az erő irányának megváltoztatásakor a fellépő töltések előjele is megváltozik. A Z optikai tengely irányában alkalmazott nyomás vagy húzás nem vált ki piezohatást. Az l hosszúságú és d vastagságú kvarclemez esetében az F nagyságú nyomó- vagy húzóerő hatására fellépő felületi töltés nagysága a longitudinális effektusnál $Q=kF$, a transzverzálisnál pedig $Q=kFl/d$, ahol $k=6,4 \cdot 10^{-8}$ CGS-egység a kvarc *piezoelektromos modulusa*.

A piezohatás azzal magyarázható, hogy a piezokristályokban a deformációnál az ionok eltolódása folytán dipólusok keletkeznek, vagy a már meglévő dipólusok megváltoznak, és ez eredményezi a felületen jelentkező polarizációs töltést.

A piezohatás megfordítottja, a *reciprok piezoeffektus* a piezokristályoknak külső elektromos térben létrejövő deformálódása, a 165. § 6.-ban említett *elektrosztrikciónak* a piezokristályokban fellépő esete. Ha pl. a 167,4. ábrán vázolt kvarclemez A és B lapjai közt elektromos feszültséget létesítünk, ennek polaritásától függően a

lemez kitágul vagy összehúzódik az X irányban, és ugyanekkor összehúzódik vagy kitágul az Y irányban.

Mind a direkt, mind a reciprok piezoeffektusnak sok fontos *alkalmazása* van: a direkt hatást felhasználják pl. nyomásmérésre, mechanikai rezgéseknek elektromos rezgésekkel való átalakítására (kristálymikrofon, -hangszedő), ultrahangok kimutatására, a reciprok hatást pedig ultrahangok előállítására (110. §), elektromos rezgéskeltők frekvenciájának stabilizálására, továbbá a kvarcórákban rendkívül pontos időmérésre (l. később).

3. *A piroelektromosság* (AEPINUS, 1756) abban áll, hogy bizonyos kristályok — pl. a turmalin — megfelelő határfelületein a hőmérséklet megváltoztatásakor ellentétes előjelű polarizációs töltések mutatkoznak.

E hatásnak általában csak a kisebb része (primer piroelektromosság) származik közvetlenül a hőmérséklet-változástól, a nagyobb rész (szekunder piroelektromosság) nem más, mint a hőmérséklet-változással járó deformáció okozta piezohatás.

A jelenség a következőképpen értelmezhető. A piroelektromos kristályoknak poláris tengelyük irányában permanens dipólusmomentumuk van, normális körülmények közt azonban az ennek megfelelő felületi töltések nem észlelhetők, mert azokat a levegőből a felületekre jutó ionok semlegesítik. Melegítéskor vagy hűtéskor viszont a kristály dipólusmomentuma megváltozik, és az emiatt fellépő új felületi töltések már kimutathatók (ameddig újból nem semlegesítődnek).

A piroelektromosság megfordítottja az *elektrokolorikus hatás*: az elektromos térbe helyezett piroelektromos kristály hőmérséklete megváltozik.

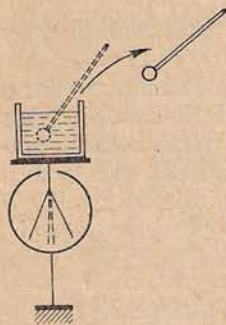
4. *Permanens polarizációval rendelkező anyagok*, ún. *elektrétek* nemcsak a kristályok között fordulnak elő — ilyen „természetes elektrétek” a piroelektromos kristályok —, hanem mesterségesen is előállíthatók úgy, hogy viasz és gyanta megolvastott elegyét elektromos térben a dermedéspontra lehűtjük. Ezáltal a molekuláknak a folyékony állapotban az elektromos tér irányába állított dipólusait mintegy „befagyaszttjuk”, úgyhogy a szilárd anyag az elektromos tér megszüntetése után is polarizációt mutat. Polarizációját az elektrét akár évekig is megtartja, ha megfelelő fémbevonattal megakadályozzuk, hogy a levegőből a felületére jutó ionok a felületi töltéseket semlegesítsék. Az elektrétekre vonatkozólag hazánkban MIKOLA SÁNDOR (1871—1945) végzett említésre méltó vizsgálatokat.

Egyszerű kísérlet tanúsítja, hogy ha feltöltött leideni palackot kisütünk (vagy — ami még meggyőzőbb — a feltöltött palackot szétszedjük, a két fegyverzetet összeérintjük, majd a palackot összerakjuk), újból feszültség lép fel, ti. a másodszori kisütéskor is szikra észlelhető. Ez a feszültség nyilván az üveg külső és belső felületén levő ellentétes elektromos töltésekből származik, az üveg tehát bizonyos ideig látszólag elektrétként viselkedik. Valójában azonban a jelenség nem polarizációs hatás, hanem az üvegben fellépő *dielektromos utóhatás*, amely az üveg kismértékű vezetőképességére és szerkezetének inhomogenitására vezethető vissza.

168. §. Érintkezési elektromosság, Galvani- és Volta-feszültség; galvánelem

A kétféle elektromos töltés szétválasztása az eddigiek szerint dörzsölés és — ha már rendelkezésre áll elektromos töltésű test — influencia útján lehetséges. A „dörzsölési elektromosságnál” alapvetőbb, és az elektromosságtan fejlődésében is igen nagy szerepet játszott az *érintkezési elektromosság*, amely abban nyilvánul meg, hogy két különböző fajta anyag érintkezésekor az egyik anyag pozitív, a másik negatív töltéshez jut a határfelület mentén. A részleteikben bonyolult és itt csak vázlatosan ismertető jelenségeket célszerű az érintkező anyagok természetének megfelelően több csoportra osztani.

1. *Szigetelők érintkezése*. Érzékeny elektrométer fémpharában levő tiszta vízbe merítsünk be szigetelő nyélre erősített paraffin golyót (vagy más olyan szigetelőt,

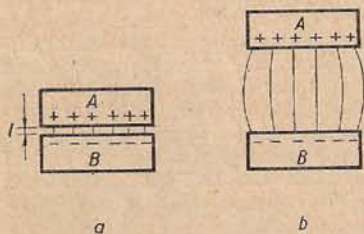


168.1. ábra

amelyet a víz nem nedvesít be; 168.1. ábra). A golyó bemerítésekor az elektrométer nem jelez töltést, a golyónak a pohárból való kihúzása után azonban igen, és pedig a víz pozitív, a paraffin negatív töltésűnek mutatkozik; általában a nagyobb dielektromos állandójú anyag lesz pozitív töltésű (Coehn-féle szabály). A golyót visszatéve a vízbe, a kitérés megszűnik.

A fenti kísérletben és általában két különböző anyag (A és B) benső érintkezésénél, amikor A és B a molekuláris méretekkel egyenlő nagyságrendű, $l \approx 10^{-8}$ cm távolságra közelíti meg egymást (l. az idealizált 168.2a ábrát), a töltések szétválása már az érintkezéskor létrejön: a molekuláris természetű, közelebbről nemigen ismeretes „töltésszétválasztó erők” hatására az egyik testről töltéshordozók (elektronok, esetleg ionok) jutnak a másik test felületére mindaddig, amíg az ezáltal

keletkező elektromos tér a további odajutást meg nem akadályozza. Így az érintkezési felület mentén kialakul egy $+Q$, $-Q$ töltésű elektromos kettősréteg, ennek megfelelően A és B között fennáll egy igen rövid erővonalakkal bíró elektromos tér és bizonyos U_e érintkezési feszültség („kontaktspotenciál”). Ez a feszültség, amelynek mérésére szigetelők esetében kielégítő módszert nem ismerünk, a becslések szerint 1 V nagyságrendű.



168.2. ábra

A paraffin és a víz vagy általában szilárd test és folyadék között az érintkezés szoros, két szilárd test esetében azonban az elektronok nagyobb számban való átjutásához szükséges benső érintkezést csak a két test összedörzsölésével lehet biztosítani. A „dörzsölési elektromosságnál” tehát a dörzsölésnek csupán másodlagos szerepe van, ti. az érintkezést segíti elő. Hogy az összedörzsölt testek, pl. ebonit és szörme szétválasztása után az érintkezéskor közvetlenül keletkező, 1 V nagyságrendű feszültség

helyett 10^4 – 10^5 V feszültség (néhány centiméteres szikra) is felléphet, annak az az oka, hogy a szétválasztás folytán az eredetileg $l \approx 10^{-8}$ cm hosszú erővonalak igen nagy mértékben meghosszabbodnak. (Az „erővonalak széthúzása”, l. 168.2b ábra és 159. § 2.)

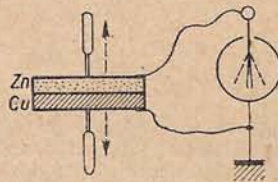
A folyadék és gáz érintkezésével összefüggő jelenségek közé tartozik a vízesési elektromosság vagy Lenard-effektus, a levegőnek a vízesések környezetében mutatkozó negatív töltése. Magyarázata LENARD (1862–1947) szerint a következő. A víz és más folyadékok szabad felszíne, ill. felületi rétege (69. § 1.) a felületi feszültséget is okozó molekuláris erők következtében olyan elektromos kettősréteg, amelynek külső része negatív töltésű. Ezért a nagy magasságból aláeső víz szétporladásánál a vízecsapok felületéről leszakadó igen kicsiny ($r < 10^{-6}$ cm) vízcseppek negatív töltésűek, és ezek a részecskék okozzák a levegő negatív töltését. Sokan a zivatarok, ill. villámok keletkezését arra vezetik vissza, hogy erős és rendszertelen légáramok az esőcsepkekből is leszakítanak ilyen kicsiny, negatív töltésű vízcseppeket; ezeket a légáram felviszi, a pozitív töltésű nagy vízcseppek pedig aláesnek, s így a nagymértékű erővonal-széthúzásnak megfelelően rendkívül nagy feszültségek keletkezhetnek.

Szigetelő és fém érintkezésénél a fém mutatkozik pozitív töltésűnek — pl. a higanyba merített kéngolyó esetében, a 168.1. ábra szerintihez hasonló kísérletben a higany —, ami annak tulajdonítható, hogy a fémek szabad elektronjaikat aránylag könnyen leadják (154. §). A fém és szigetelő érintkezésekor keletkező és a szétválás után megsokszorozódó feszültséggel függ össze pl. a fém-

tartályból kiáramló vízgőznek vagy a fémcsőben áramló benzinnel (veszélyessé válható) feltöltődése is.

Az érintkezési elektromossággal szoros kapcsolatban álló *elektrokinetika jelenségekre* nézve l. 196. §.

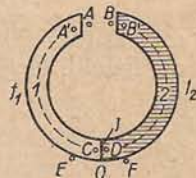
2. *Fémek érintkezése* esetén az érintkezési feszültség fellépését mutatja a *Volta-féle alapkísérlet* (1793; 168,3. ábra): Szigetelő nyélre erősített, sima rézlemez és cinklemez kapcsoljunk össze érzékeny elektrométer sarkai-val, érintsük a lemezeket jól össze, majd hirtelen válasszuk szét. A szétválasztáskor jelentkező kitérés tanúsítja, hogy a cink feltöltődött, nevezetesen pozitív töltésű lett; a lemezek felcserélésével kimutathatjuk, hogy a réz negatív töltéshez jutott. A feltöltődés korpuszkuláris szempontból annak felel meg, hogy az érintkezésnél a cinkről elektronok mennek a rézre, amíg csak az így keletkező érintkezési feszültség további átjutását meg nem akadályozza. A fenti kísérletben azonban az elektrométer *nem* az érintkezési feszültséget jelzi — ez csak 1 V nagyságrendű —, hanem a szétválasztással járó erővonal-széthúzás miatt megsokszorozódott feszültséget (10–100 V).¹



168,3. ábra

A továbbiakban figyelembe kell vennünk, hogy az egymással érintkező 1 és 2 fémek (168,4. ábra) egyúttal valamilyen szigetelővel (0, pl. levegő vagy vákuum) is érintkeznek. A három válaszfelületnek (f, f_1, f_2) megfelelően három kettősréteg és három érintkezési feszültség alakul ki: 1 és 2, 0 és 1, 0 és 2 között rendre U_{12}, U_{01}, U_{02} . Az U_{12} , azaz a két fém belseje közt (az ábrán pl. az A' és B' pontok vagy a C és D pontok közt) az egyensúly esetén fennálló potenciálkülönbség az 1 és 2 közti *Galvani-feszültség* (*Galvani-potenciál*):²

$$U_{G,12} = U_{12}. \quad (1)$$



168,4. ábra

Ettől általában különbözik az a feszültség, amely az 1, ill. a 2 fém felületéhez közvetlen közel ($\approx 10^{-4}$ cm távolságban) a szigetelőben felvett A és B (vagy pl. E és F) pontok közt jön létre.

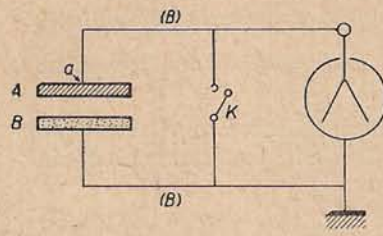
Nevezetesen, pl. a szaggatott vonal mentén A -tól B -ig haladva, az f_1, f és f_2 felületek átlépésekor rendre U_{01}, U_{12}, U_{20} potenciálesés lép fel, s így a szóban forgó feszültség, az 1 és 2 közti *Volta-feszültség* (*Volta-potenciál*):

$$U_{V12} = U_{01} + U_{12} + U_{20}. \quad (2)$$

A fémek érintkezése folytán a szigetelőben keletkező elektromos erőterre a Volta-feszültség a mérvadó, és „*kontaktpotenciálon*” rendszerint ezt a feszültséget értik. Az (1) és (2) értelmezésből várhatóan mind a Galvani-, mind a Volta-feszültség az

¹ Ez a feszültség azért sokkal kisebb, mint két szigetelőnek, vagy pedig egy szigetelőnek és fémnek szétválasztása után mutatkozó feszültség ($\approx 10\,000$ V), mert a két fém a teljes szétválás előtt még néhány pontban érintkezik egymással, és ezeken a helyeken a többi helyek szétválasztásakor keletkező nagyobb feszültségek kiegyenlítődnek; így a végső szétválasztásnál csak kevés erővonalat „húzzunk szét”.

² GALVANI emlékezetére nevezték el így, ti. a *Galvani-féle békacomb-kísérlet* (két különböző fém-mel érintkező békacomb rángatódása; 1789) és ennek VOLTA-tól származó értelmezése új fejezetet nyitott az elektromosság történetében.



168,5. ábra

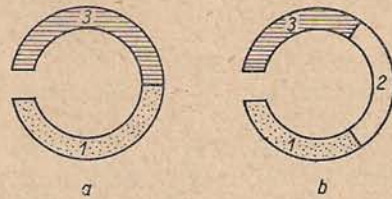
lók. Ha a K kapcsolót zárjuk, majd (az elektrométer nullaállásának leolvasása után) nyitjuk, az A és B lemezek közt kialakult U_V Volta-feszültségnek megfelelően az (A, B) kondenzátoron $Q = C_1 U_V$ nagyságú töltés halmozódik fel. Ha most (A, B) kapacitását C_1 -ről a lemezek széthúzásával C_2 -re csökkentjük, a feszültség megnövekszik: a vezetékkel együtt C_0 kapacitású elektrométer U feszültséget mutat, A és B közt pedig a feszültség $U + U_V$. Így a változatlan nagyságú Q töltésre most fennáll: $Q = C_2(U + U_V) + C_0 U =$ (az előbbieket szerint) $C_1 U_V$, és ebből az egyenletből U_V kiszámítható.

A fémeket és néhány más, hasonlóan viselkedő vezetőt VOLTA nyomán ún. feszültségi sorba lehet osztani. Az ilyen *Volta-féle feszültségi sor*, pl. az

(+) alumínium — cink — ólom — ón — antimon — bizmut — vas —

réz — ezüst — arany — platina — szén — barnakő (–) (3)

sor két tagjának érintkezésekor az előbb álló lesz pozitív (a Volta-feszültség szempontjából). Megjegyzendő, hogy a Volta-feszültség erősen függ a felületek állapotától



168,6. ábra

is. Az adszorbeált rétegektől igen gondosan megtisztított és vákuumban levő fémek közti Volta-feszültség — amelynek mérésére és mikrofizikai értelmezésére a 205. §-ban visszatérünk — általában kisebb, mint ha a fémek normális páratartalmú levegőben vannak.

A feszültségi sorra fennáll *Volta törvénye*: a sor két tagja közti Volta-feszültség (és a Galvani-feszültség is) független attól, hogy a két tag közvetlenül vagy akárhány más tag közbeiktatásával érintkezik-e egymással, feltéve, hogy valamennyi érintkezési hely egyenlő hőmérsékletű. Pl. az 1 és 3 fémek között a közvetlen érintkezéskor fennálló $U_{V,13}$ Volta-feszültség ugyanakkora, mint a 2 fém közbeiktatása esetén (168,6a–b ábra), amikor is $U_{V,13}$ az egyes Volta-feszültségek összege:

$$U_{V,13} = U_{V,12} + U_{V,23}. \quad (4)$$

Ez az egyenlet a (2) definíció alapján részletesen kiírva: $U_{01} + U_{13} + U_{30} = (U_{01} + U_{12} + U_{20}) + (U_{02} + U_{23} + U_{30}) = U_{01} + U_{12} + U_{23} + U_{30}$ (mivel $U_{02} = -U_{20}$). Innen $U_{13} = U_{12} + U_{23}$, ami (1) miatt azt jelenti, hogy (4)-hez analóg összefüggés érvényes a Galvani-feszültségekre is:

$$U_{G,13} = U_{G,12} + U_{G,23}. \quad (5)$$

érintkező fémek anyagi minőségétől és a hőmérséklettől, a Volta-feszültség ezenkívül még a környező szigetelő minőségétől is függ.

A Galvani-feszültség közvetlenül nem mérhető, a *Volta-feszültség mérése* viszont több módon is lehetséges, így pl. a 168,3. ábra szerinti kísérlethez hasonló módszerrel.

E kondenzátormódszer elvét a 168,5. ábra tünteti fel. Az egymáshoz közel elhelyezett A és B fémlamezek (pl. cink és réz) ismert C_1 kapacitású kondenzátort képeznek, az összekötő vezetékkel mind a B anyagból va-

Volta törvénye egyenértékű azzal, hogy a tetszőleges i, k fémek közti Volta-feszültség és Galvani-feszültség a következő alakban írható:

$$U_{V,ik} = U_i - U_k, \quad U_{G,ik} = U'_i - U'_k, \quad (6a-b)$$

ahol pl. U_i csak az i fémre és a környező szigetelőre, U'_i pedig egyedül az i fémre jellemző, egy additív konstans erejéig meghatározott mennyiség (fizikai jelentésük a 205. § 3.-ban).

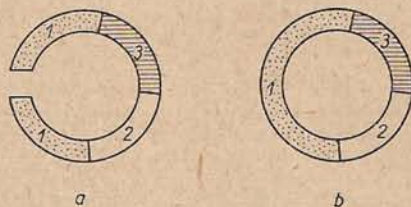
A fémeket, ill. általánosabban a Volta-törvénynek eleget tevő vezetőket — a fémes vezetőket — *elsőfajú vezetőknek* hívjuk. A Volta-törvényből rögtön következik:

Ha egyenlő hőmérsékletű elsőfajú vezetőkkel álló „lánc” első és utolsó tagja ugyanabból az anyagból való, akkor e két tag között nincsen feszültség, a láncban az érintkezési feszültségek (akár a Volta-, akár a Galvani-feszültségek) összege zérus; pl. a 168,7a ábra esetében

$$U_{V,11} = U_{V,12} + U_{V,23} + U_{V,31} = 0. \quad (7)$$

Az ilyen lánc két, már amúgy is egyenlő potenciálú végének összeillesztésével (168,7b

ábra) az egyensúly nyilván nem változik meg, tehát: *Egyenlő hőmérsékletű elsőfajú vezetőkkel álló zárt láncban — az érintkezési feszültségek összege zérus lévén — az elektromos töltések egyensúlyban vannak, nem folyik „elektromos áram”.*

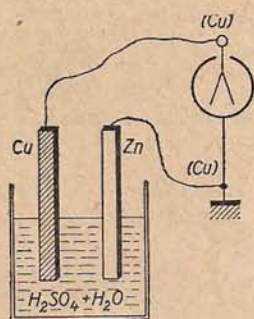


168,7. ábra

3. *Fém és vezető folyadék (elektrolit) érintkezése; galvánelem.* Ha hígított kénsavba merülő rézlemez és cinklemez egy-egy rézdróttal érzékeny elektrométer (réz-) sarkaihoz kapcsolunk (168,8. ábra), a műszer kereken 1 V feszültséget jelez, holott a Volta-törvény értelmében a fenti $\text{Cu} | \text{H}_2\text{SO}_4\text{aq} | \text{Zn} | \text{Cu}$ lánc két vége közt a feszültségnek, ha e lánc csupa elsőfajú vezetőkkel állna, zérusnak kellene lennie. Ennélfogva a hígított kénsav, és hasonló kísérletek szerint általában a savak, bázisok és sók vizes oldatai, az ún. *elektrolitok* nem követik a Volta-törvényt, ezek *másodfajú vezetők*.

Az olyan berendezést, amely legalább három vezetőkkel áll, és ezek közül legalább egy másodfajú vezető, *galvánelemnek* vagy *galvánláncnak* nevezzük. Bár van kizárólag elektrolitokat tartalmazó galvánelem is, a legtöbb esetben az alkotórész két különböző fém — a két sarok, *pólus* vagy *elektrod* — és egyféle vagy kétféle elektrolit. Ha a két pólus kívül nincsen vezető összeköttetésben egymással, akkor az elem nyitott, ellenkező esetben zárt. A *nyitott* elem pólusai között, pontosabban az ezekhez kapcsolt azonos anyagú két fémkivezetés között mutatkozó feszültséget, amely a 168,8. ábra szerint érzékeny elektrométerrel határozható meg, az elem *elektromotoros erejének*³ (rövidítése e. m. e., jelölése \mathcal{E}) vagy *üresjárás* *feszültségének* hívják.

³ Az *elektromotoros erő* eredeti jelentése az 1. pontban említett *töltésválasztó erők*re utalt. A galvánelem esetében ezek az elektrodok és az elektrolit határfelületeinél ható erők juttatják a töltéseket az elektrodokra (a pozitív póluson elektronhiányt, a negatívon elektrontöbbletet hoznak létre), mindaddig, amíg az így keletkező feszültség akkora nem lesz, hogy a további feltöltődést megakadályozza. Ez a maximális feszültség (a mai értelemben vett e. m. e.) tehát mintegy egyensúlyt tart a töltésválasztó és a zárt galvánelemben a töltéseket mozgató erővel (az eredeti értelemben vett e. m. e.-vel), és így az utóbbinak a mértékéül szolgálhat.



168,8. ábra



168,9. ábra

A galvánelem e. m. e.-je az alkotórészek anyagi minőségétől függ — a méretektől független —, és egyenlő a különböző alkotórészek érintkezési helyein fellépő Galvani-feszültségek összegével. Pl. az 168,8. ábrán vázolt *Volta-féle elem* esetében, az elektrolit-folyadékot *f*-fel jelölve,⁴

$$\mathcal{E} = U_{\text{Cu},f} + U_{f,\text{Zn}} + U_{\text{Zn},\text{Cu}}. \quad (8)$$

A galvánelemek e. m. e.-je általában 1—2 V. Ha *n* számú, egyenként \mathcal{E} e. m. e.-jű elemet a 168,9. ábrán látható séma szerint „sorba kapcsolunk”, az így nyert *telep* e. m. e.-je nyilván $n\mathcal{E}$.

A *zárt galvánelemben* a Galvani-feszültségek összege — amelyet pl. a Volta-elelemnél bármilyen elsőfajú vezetővel való zárás esetén szintén (8) ad meg — nem zérus, és ezért az elektromos töltések nem lehetnek egyensúlyban. Valóban, egy zárt galvánelemben a töltések tartós, rendezett mozgásban vannak, *elektromos áram* folyik, és ennek egyik következményeképpen a zárt elem pólusai közti feszültség, az ún. *kapocsfeszültség* kisebb az e. m. e.-nél. Mindezekkel a kérdésekkel részletesebben a VI. részben ismerkedünk meg.

C) A MAGNETOSZTATIKA TÉR

Ebben a fejezetben a „permanens mágnesekkel” kapcsolatos jelenségekkel foglalkozunk, és azt az egyszerű tapasztalatokon alapuló s a történeti fejlődésnek megfelelő tárgyalásmódot választjuk, amely a magneto- és az elektrosztatika között fennálló formai analógiát használja fel. Az elektromos áram mágneses hatásai és a mágnesség mibenléte — amely szorosan összefügg az elektromos áramokkal — későbbi fejezetek tárgyát fogják képezni.

169. §. A magnetosztatikai tér vákuumban. (Mágneses alapjelenségek; összehasonlítás az elektrosztatikával; a mágneses térerősség és mérése)

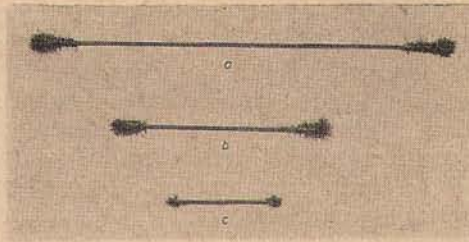
1. Mágneses alapjelenségek. Már ókori tudósok (THALES, i. e. 600 körül) ismerték azt a jelenséget, hogy bizonyos vasércetek — főleg az akkor a kisázsiai Magnesia város közelében talált mágnesvaskő vagy magnetit — apró vasdarabokat magukhoz vonzanak, és maguknál tartanak. Ha ilyen vasércet, ún. *természetes mágnest* acélrúdon, pl. kötőtűn többször végighúzunk, akkor ez is hasonló tulajdonságot vesz fel, azaz *mágneses* lesz. A mágneses acélrúd vagy *mágnesrúd* (rúdmágnes) *mesterséges mágnes*.

A vastagságához képest hosszú mágnesrúdhoz a vasreszelék a rúd két végénél tapad a legnagyobb mennyiségben, a középen szinte semmi sem tapad (169,1a ábra). Azt a két helyet, ill. azt a két, pontszerűnek képzelt erőcentrumot, amelyek a mágneses erők forrásainak tekinthetők, *mágneses pólusoknak*, az ezeket összekötő egye-

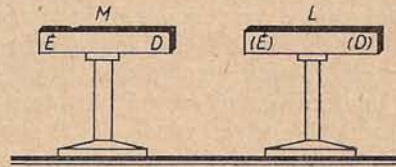
⁴ Ha a réz- és a cinkelektrodához réz helyett bármilyen más fém (*x*) csatlakozik hozzávezetésként, az e. m. e. ugyanaz marad, mert az utóbbi esetre vonatkozó $\mathcal{E} = U_{x,\text{Cu}} + U_{\text{Cu},f} + U_{f,\text{Zn}} + U_{\text{Zn},x}$ kifejezésben Volta törvénye szerint $U_{\text{Zn},x} + U_{x,\text{Cu}} = U_{\text{Zn},\text{Cu}}$.

nest *mágneses tengelynek* hívjuk. l_0 hosszúságú mágnesrúd pólusai a rúd végeitől kb. $l_0/12$, egymástól tehát $l \approx 5l_0/6$ távolságban vannak.

A vízszintes helyzetű mágnesrúd vagy *mágnesű*, ha függőleges tengely körül szabadon foroghat, több-kevesebb lengés után jó megközelítéssel az északi-déli irányban helyezkedik el (*irányű*). A két pólus tehát különböző jellegű; az észak felé mutató pólust *északi (pozitív)*, a másikat *déli (negatív) pólusnak* nevezzük. Amint azt két mágnesrúddal könnyen kimutathatjuk, az egynemű mágnespólusok taszítják, a különbözőműek vonzzák egymást. A „pozitív” és „negatív” elnevezést pl. az indokolja, hogy ha két, egyformán mágneses kötőtűt ellentétes sarkaikkal szoroson egymás mellé teszünk, akkor ez a rendszer nem mutat mágneses hatást.



169,1. ábra



169,2. ábra

Egy L lágyvas rúd a közelében pl. a 169,2. ábra szerint elhelyezett M mágnesrúd hatására mágneses lesz — két vége vasdarabkákat vonzhat magához —, és pedig kis mágnesűvel könnyen kimutatható módon úgy, hogy L -nek az M mágnes közelebbi pólusa felé néző vége e pólussal ellentétes, távolabbi vége egynemű pólussá válik. Ez a *mágneses megosztás (influenca)* jelensége. Az M mágnes eltávolítása után a lágyvas rúd gyakorlatilag teljesen elveszti mágnességét, egy eredetileg nem mágneses acélrúd viszont, amely M közelében szintén mágneses lesz, mágnességét túlnyomó részben megtartja: a mágneses lágyvas „időleges”, a mágneses acélrúd viszont tartós vagy *permanens mágnes*.

Erős rúd- vagy patkómágnesek készítésénél a bemágnesezést elektromos árammal végzik, l. később. Rúd-mágnessel pl. kötőtűt célszerűen úgy mágnesezünk be, hogy a mágnes északi végét a kötőtű egyik felén, a tű közepétől az egyik végéig többször végighúzzuk, majd ezt az eljárást a mágnes déli végével a tű másik felén megismétljük.

2. *Analógiák és különbségek a magneto- és az elektrosztatikai jelenségek, ill. értelmezésük között.* A mágnespólusok közti vonzás és taszítás, valamint a mágneses megosztás jelenségeinek a megfelelő elektromos jelenségekhez (152. §) való hasonlósága alapján arra lehetne gondolni, hogy kétféle „mágneses töltés”, más néven *mágneses mennyiség* vagy *mágneses póluserősség* (p) létezik, és egy mágnesrúd északi pólusában a pozitív p , a déli pólusban a $-p$ póluserősség összpontosul. Eszerint a mágnesrúd — amint azt az elektromos dipólus 156. § 1. szerinti értelmezésének analógiájára mondhatjuk — *mágneses dipólust* képez. Ha l a negatívától a pozitív pólushoz húzott vektor, e dipólus momentuma vagy a rúd *mágneses momentuma*:

$$\mathbf{m} = p\mathbf{l}; \text{ nagysága: } m = pl. \quad (1)$$

A mágnesrúd és az elektromos dipólus (pl. szigetelő rudacska két végén levő, $+Q$ és $-Q$ töltésű gömbből álló dipólus) között azonban alapvető különbség van.

Az említett elektromos dipólus kettétörésével ugyanis a $+Q$ és a $-Q$ töltést szétválaszthatjuk, ha viszont egy mágneses rudat (kötőtűt) törünk a közepén ketté, két különálló pólus helyett két teljes mágneset, két dipólust kapunk: pl. az északi pólust tartalmazó féldarab másik végén — ahol az eredeti rúd nem volt mágneses — déli pólus keletkezik, amely a vasreszelék tapadásából megítélve az északi pólussal egyenlő erősségű (169,1b ábra). További kettétöréseknél az eredmény ugyanaz (169,1c ábra). Ezért arra kell következtetnünk, hogy a mágnes bármilyen kis térfogateleme mágneses dipólus, a „pozitív és a negatív mágneses mennyiség” nem választható szét egymástól. Más szavakkal: az eddigi tapasztalatok szerint *nincsenek valódi, azaz egymástól elválasztható (a kétféle elektromos töltésnek megfelelő) mágneses mennyiségek vagy póluserősségek; ez az alapvető különbség az elektromosság és a mágnesség között.* Ezzel függ össze, hogy *nincsenek „mágneses vezetők”,* amelyek az elektromos vezetőknek megfelelnek.

A fentiek alapján a mágnességről — *egyelőre* — a következő *korpuszkuláris képet* alkothatjuk magunknak. Egy lágyvas rúd vagy acélrúd rendkívül sok *elemi* vagy *molekuláris mágnesből* áll, amelyek a rúd mágnestelen állapotában teljesen rendezetlenül helyezkednek el, és így egymás hatását kompenzálják. Egy közeli mágnes hatására a rúd elemi mágnesei „dipólusláncokká” rendeződnek, és ezáltal a rúd mágneses tulajdonságokat vesz fel. A mágnes eltávolításával ez a rendezettség a lágyvasban megszűnik, az acélban viszont túlnyomó részben megmarad, ezért az acél „permanens mágnes”. Ezek szerint *mágneses rúdnak az elektrosztatikában egy (dipólusmolekulákból álló) polarizált dielektromos rúd felel meg* (165. §). Közelebről, a lágyvasnak megfelelnek a normális dielektrikumok, az acélnek pedig a polarizációt az elektromos tér eltávolítása után is megtartó elektrétek.

Bár valódi mágneses póluserősségek nincsenek, a számítások egyszerűsítésére és az elektrosztatikai analógiára való tekintettel gyakran célszerű a mágnesrúd \mathbf{m} dipólusmomentumát — az elemi mágnesek dipólusmomentumainak eredőjét — úgy felfogni, mintha \mathbf{m} (1)-nek megfelelően a két pólusban koncentrált p ($=m/l$) és $-p$ póluserősségektől származnék. Kísérletileg egy „magában álló mágnespólus” közelítőleg egy igen hosszú és vékony mágnesrúddal valósítható meg, ti. ennek egyik pólusa közelében a másik pólus hatása már alig számottevő.

3. Coulomb törvénye; a mágneses póluserősség egységei. Az imént említett kísérleti fogást — hosszú mágnesrudakat — alkalmazva, COULOMB 1785-ben torziós ingájával (153,1. ábra, az ottani szigetelő rudak helyett mágnesrudak) végzett mérései alapján a következő törvényt mondta ki. *A pontszerű 1 mágnespólusra a 2 részéről gyakorolt erő a p_1 és p_2 póluserősségekkel egyenesen, az r távolság négyzetével fordítva arányos:*

$$\mathbf{F} = C \frac{p_1 p_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad \left(\text{az erő nagysága: } F = C \frac{p_1 p_2}{r^2} \right), \quad (2)$$

ahol \mathbf{r} a 2 pólustól az 1-hez húzott rádiuszvektor, C pedig pozitív arányossági tényező. A (2) törvényt és általában a jelen paragrafusban feltételezzük, hogy a mágneseket körülvevő közeg *vákuum*, a kísérletek azonban levegőben végezhetők, mert a levegő befolyása elenyésző (170. §).

A mágnespólusok közötti erőhatások vizsgálhatók pl. a 169,3. ábrán vázolt egyszerű készülékkel is, amelyben az egyik mágneses kötőtű ($\mathcal{E}_1 D_1$) kétkarú mérleg egyik karját képezi. A p_1 póluserősség 2-szeresre, 3-szorosra úgy növelhető, hogy

2, ill. 3 azonos méretű és egyformán bemágnesezett kötőtűt egymemű pólusaikkal egymás mellé teszünk.¹

Az általunk következetesen használt két mértékrendszer (153. § 2.) egyikében, a Gauss-féle CGS-mértékrendszerben megállapodás szerint $C=1$, és így (2) alapján

a mágneses póluserősség CGS-egysége:

$$1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}; \quad (3)$$

külön neve nincsen. (2) értelmében

1 CGS-egységnyi erősségű az a pólus, amely a tőle 1 cm távolságban levő ugyanolyan erősségű pólusra légüres térben 1 dyn erőt gyakorol. Tájékoztatóul: egy maximálisan, a „telítésig” bemágnesezett kötőtűnél $p \approx 20$ CGS-egység.

Az MKSA-mértékrendszerben (VAMS-egységrendszerben, l. 153. § 2.) az egységet most még csak megokolás nélkül adhatjuk meg:

a mágneses póluserősség MKSA-egysége: 1 weber (Wb) =

$$= 1 \text{ Vs} = \frac{10^8}{4\pi} \text{ CGS-egység} (= 0,796 \cdot 10^7 \text{ CGS-egység}).^2 \quad (4)$$

Eszerint két, 1 Wb erősségű pólus 1 cm távolságból egymásra $F = 10^{10}(4\pi)^{-2} \text{ dyn} = 10^{11}(4\pi)^{-2} \text{ N}$ erőt gyakorol, és így az MKSA-rendszerben C értéke [a $10^{11}(4\pi)^{-2} \text{ N} = C \cdot 1 \text{ Vs}^2 / 10^{-4} \text{ m}^2$ egyenletből, figyelembe véve, hogy (153,8b) szerint $1 \text{ N} = 1 \text{ VAsm}^{-1}$]:

$$C = \frac{10^7 \text{ Am}}{(4\pi)^2 \text{ Vs}}. \quad (5)$$

Ezt az arányossági tényezőt — hasonlóan, mint az elektrosztatikában — későbbi fontos összefüggések alakjának egyszerűsítése céljából a $C=1/4\pi\mu_0$ alakban írják, ahol tehát μ_0 , az ún. indukciókonstans:

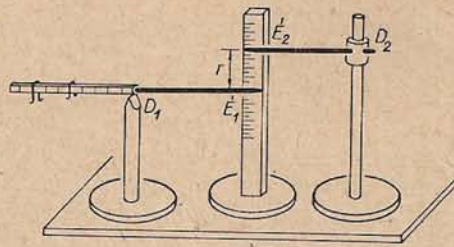
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}. \quad (6)$$

¹ A (2) mágneses Coulomb-törvény még hosszú mágnesrudak alkalmazásával sem igazolható pontosan, mert a pólusok csak durva megközelítéssel pontszerűek. Ezért, és mivel a valódi póluserősség amúgy is csak fikció, sokan a (2) törvényre való hivatkozást nem tartják helyesnek. Amint az tárgyalásunkból majd kitűnik, a törvény a későbbi fogalmak kialakításánál nélkülözhető ugyan, de alkalmazása — amely a póluserősségről mondottak szem előtt tartása esetén nem vezethet félreértésekre — didaktikai előnyökkel jár, és teljes mellőzése véleményünk szerint már történeti jelentősége miatt sem lenne indokolt.

² Ily módon, (1) alapján

$$\text{a mágneses momentum CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{5/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}, \quad (4a)$$

$$\text{MKSA-egysége: } 1 \text{ Wbm} = 1 \text{ Vsm} = \frac{10^{10}}{4\pi} \text{ CGS-egység.}$$



169,3. ábra

Ily módon a mágneses Coulomb-törvény (ha a közeg vákuum):

$$\mathbf{F} = \frac{p_1 p_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{p_1 p_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{MKSA}). \quad (7)$$

A mágneses és az elektromos Coulomb-törvény matematikai alakjának azonosságából következik: ha alkalmazzuk a mágneses pólus és póluserősség fikcióját, az elektrosztatikai fogalmak és összefüggések legnagyobb része minden további nélkül átvihető a magnetosztatikára. Ez lehetővé teszi, hogy a következőkben részletesebb tárgyalás helyett sokszor csak rövid utalásokra szorítkozzunk.

4. *Mágneses tér; mágneses térerősség.* A mágneses testek maguk körül mágneses (erő)teret létesítenek. Általánosan, *mágneses (erő)térnek* vagy *mágneses mezőnek* hívjuk a térnek olyan állapotban levő részét, amelyben megfelelő módon mágneses erőhatások mutathatók ki. Ha ki akarjuk emelni, hogy a mágneses tér időben változatlan (mint amilyen a nyugvó permanens mágnesek és a stacionárius elektromos áramok tere), *magnetosztatikai térről* beszélünk.

A mágneses térre jellemző vektormennyiség a \mathbf{H} mágneses térerősség, amely az elektromos térerősség (155,1) értelmezésének analógiájára úgy definiálható, mint a kis p erősségű mágnespólusra ható \mathbf{F} erőnek és p -nek a hányadosa: $\mathbf{H} = \mathbf{F}/p$, vagy

$$\mathbf{F} = p\mathbf{H}. \quad (8)$$

Ebből és (3)-ból következik, hogy

$$\text{a mágneses térerősség CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} = 1 \text{ oersted (Oe);}$$

$$\text{MKSA-egysége: } 1 \frac{\text{newton}}{\text{weber}} = 1 \frac{\text{amper}}{\text{méter}} \left(\frac{\text{A}}{\text{m}} \right) = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Oe} = 0,01257 \text{ Oe}. \quad (9)$$

1 Oe, ill. 1 A/m a térerősség valamely P pontban akkor, ha a tér a P -ben elhelyezve képzelt 1 CGS-egységnyi, ill. 1 Wb erősségű mágnespólusra 1 dyn, ill. 1 N erőt gyakorol.³

A \mathbf{H} -nak az elektrosztatikai analógiára épülő (8) definíciójával szemben az az ellenvetés tehető, hogy izolálható mágnespólus valójában nem létezik, és közvetlenül (8) alapján a \mathbf{H} pontosan nem mérhető meg. Ezért a mágneses térerősség értelmezését és mérését korrektebb a mágneses térnek a mágneses dipólusra kifejtett hatására alapozni, közelebbről arra a (156,6a-b) értelmében rögtön kimondható tételre, hogy \mathbf{H} erősségű homogén mágneses tér az \mathbf{m} nyomatékú mágneses dipólusra (mágnesrúdra)

$$\mathbf{M}_r = [\mathbf{mH}], \quad \text{ill. nagyságra nézve } M_r = mH \sin \varphi \quad (10)$$

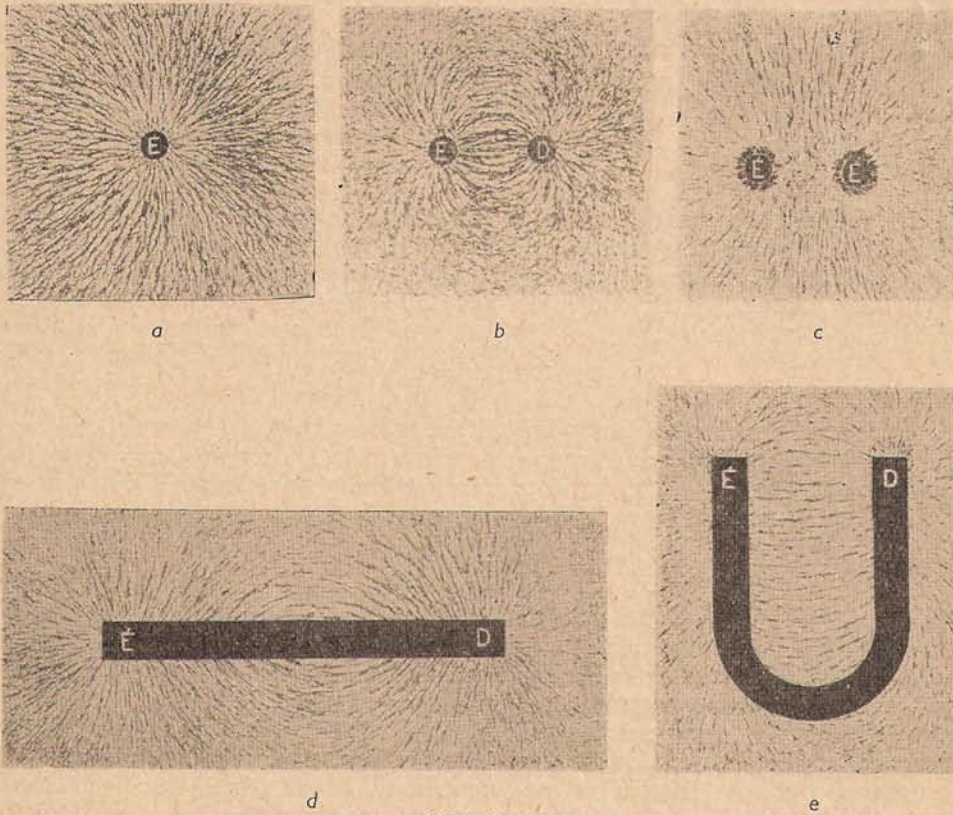
forgatónyomatékot gyakorol. Eszerint egy kis mágnesrúd vagy mágnesű, amely súlypontja körül szabadon foroghat, végül is „beáll” a tű helyén uralkodó \mathbf{H} tér-

³ A 181. §-ban látni fogjuk, hogy $1 \text{ N/Wb} = 1 \text{ A/m}$, ill. teljesebb elnevezéssel 1 *ampermenet/méter* a mágneses térerősség pl. egy 1 m hosszú, 1000 mentű, $1/1000 \text{ A}$ erősségű áramot vivő keskeny tekercs belsejében, vagy általánosan akkor, ha a tekercs 1 m hosszú darabjára 1 „ampermenetszám” esik. — Egy másik használatos egység:

$$1 \frac{\text{A}}{\text{cm}} = 100 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 1,257 \text{ Oe}. \quad (9a)$$

erősség irányába, vagyis a tű déli pólusától az északi felé irányuló \mathbf{m} momentum és \mathbf{H} egy irányú lesz. (Ez a $\varphi = 0$ szögnek megfelelő egyensúlyi helyzet stabilis; $\varphi = \pi$ -nél, amelynél M_z szintén zérus, az egyensúly labilis.) Ily módon a tű közvetlenül megadja a \mathbf{H} irányát; \mathbf{H} nagyságának mérésére nézve l. az 5. pontot.

A mágneses teret szemléltető *mágneses erővonalak* (*H-vonalak*) olyan görbék, amelyek iránya és „sűrűsége” a \mathbf{H} térerősség irányát és nagyságát jelzi (155. § 3.). Az erővonalakat az előzők alapján kis mágnesstűkkel tanulmányozhatjuk, vagy egyszerűbben vasreszelék segítségével szemléltethetjük. Ha pl. egy függőleges mágnesrúd felső végén vízszintesen elhelyezett, keretbe foglalt papírlapra vasreszeléket



169,4. ábra

szórunk, a papírlap gyenge megkopogtatása után a reszelékdarabok — mivel a tér megosztó hatása folytán kis dipólusokká válnak — az erővonalak mentén rendeződnek, és a vizsgált esetben egy „magában álló mágnespólus” terét érzékeltetik (vízszintes síkban, 169,4a ábra). A 169,4b—e ábrák rendre két ellentétes és két egynemű pólus terét, egy mágnesrúd terét és végül a széles patkómágnes sarkai közt kialakuló, gyakorlatilag *homogén teret* szemléltetik.

Kvantitativé, (155,4) analógiájára vagy a Coulomb-törvény értelmében egy p erősségű „pontoszerű mágnespólustól” származó térerősség a pólustól \mathbf{r} vektori távolságban levő P pontban:

$$\mathbf{H} = \frac{p}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{H} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{p}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{MKSA}). \quad (11)$$

Több pontoszerű pólus terében a térerősség a *szuperpozíció elve* szerint az egyes pólusoktól származó $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \dots$ térerősségek vektori összege. Továbbá, a 156. § 2.-ben nyert eredmények alapján, egy \mathbf{m} momentumú dipólustól (mágnestrúdtól) származó térerősség nagysága a Gauss-féle két főhelyzetnek megfelelő A és B pontokban (154,3. ábra):

$$H_A = \frac{2m}{r^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H_A = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{2m}{r^3} \quad (\text{MKSA}); \quad (12)$$

$$H_B = \frac{m}{r^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H_B = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m}{r^3} \quad (\text{MKSA}). \quad (13)$$

A 169,4. ábrák tanúsága szerint az erővonalak (a valójában nem pontoszerű) pólusokból indulnak ki, és pólusokban végződnek, azaz a \mathbf{H} térerősség forrásai a mágnespólusok. A mágneseket körülvevő térben zárt erővonalak nincsenek, tehát (157,6)-hoz hasonlóan azt mondhatjuk, hogy a mágnesektől származó \mathbf{H} térerősség *örvénymentes vektortér*:

$$\oint \mathbf{H}_s \cdot d\mathbf{s} = 0. \quad (14)$$

A mágneses térnek a dipólusra kifejtett hatásaira vonatkozólag fennáll: \mathbf{m} momentumú mágneses dipólusra homogén mágneses tér a (10) forgatónyomatékokat gyakorolja, inhomogén tér pedig, ha az x irányú térerősség-gradiens dH/dx , és \mathbf{m} az x tengellyel φ szöget zár be, (156,8) szerint

$$F_x = m \cos \varphi \cdot \frac{dH}{dx} = m_x \frac{dH}{dx} \quad (15)$$

erőt fejt ki.

5. A mágneses térerősség és a mágneses momentum mérése. Tegyük fel egyelőre, hogy az O pontban meghatározandó \mathbf{H} mágneses térerősség iránya a vízszintes OX irány. Az O helyen egy vízszintes helyzetű kis R mágnestrudat vagy mágnestűt függesztünk fel (torziómentes fonálra) úgy, hogy az függőleges tengely körül szabadon foroghasson; az ilyen készüléket *magnetométernek* hívjuk. Az OX irányból mint egyensúlyi helyzetből kissé kitérített mágnestrúd forgási rezgéseket végez, (156,7) szerint

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{mH}} \quad (16)$$

lengésidővel. (Θ a rúd tehetetlenségi nyomatéka, m a mágneses nyomatéka, amelyet a külső mágneses tér — ha nem nagyon erős — gyakorlatilag nem befolyásol.) Megmérve a lengésidőt, Θ ismeretében (16)-ból az mH szorzatot kiszámíthatjuk. Második lépésként elhelyezünk az O helyen egy függőleges tengely körül szabadon

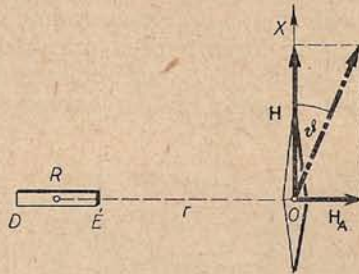
forgó kis mágnesűt. Egyedül a \mathbf{H} térerősség hatására a tű az OX irányba áll be. Ha most az előbbi R mágnesrudat pl. a Gauss-féle első főhelyzetnek megfelelően helyezzük el (169,5. ábra), akkor a mágnesű nyilván a \mathbf{H} és a rúdtól származó \mathbf{H}_A térerősség eredőjének irányába fog beállni, vagyis az OX irányból elfordul akkora ϑ szöggel, amelyre nézve $\operatorname{tg} \vartheta = H_A/H$.

(12) figyelembevételével

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{2}{r^3} \frac{m}{H} \quad (\text{CGS}), \quad (17)$$

ill.

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{2}{r^3} \frac{m}{H} \quad (\text{MKSA}).$$



169,5. ábra

A ϑ szög megméréseivel (17)-ből az m/H hányados kiszámítható, és így, mivel (16)-ból már mH ismeretes, H is és m is meghatározható. A fenti Gauss-féle módszer, amely eredetileg a földi mágneses tér (171. §) vízszintes komponensének mérésére szolgált, értelemszerű módosítással alkalmas bármilyen irányú mágneses térerősség meghatározására. (A közvetlenül mért \mathbf{H}' térerősség általában a mérni kívánt \mathbf{H} térerősségnek és a földmágnesség \mathbf{H}_f térerősségének az eredője, $\mathbf{H}' = \mathbf{H} + \mathbf{H}_f$, úgyhogy $\mathbf{H} = \mathbf{H}' - \mathbf{H}_f$.) Más módszerekkel később fogunk megismerkedni.

6. *Mágneses feszültség és potenciál; mágneses erőfluxus.* A (157,2 és 3) egyenletekhez teljesen analóg módon definiálható a B és A pontok közötti mágneses feszültség:

$$U_m = - \int_A^B H_s ds, \quad (18)$$

továbbá a tér P pontjához tartozó mágneses potenciál:

$$U_m(P) = - \int_O^P H_s ds, \quad (19)$$

amelyből a térerősség (157,9)-nek megfelelően származtatható le: $\mathbf{H} = -\operatorname{grad} U_m$. (157,12) értelmében egy p erősségű pontszerű mágnespólus potenciálja a pólustól r távolságban levő P pontban:

$$U_m = \frac{p}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{p}{r} \quad (\text{MKSA}), \quad (20)$$

(157,14) és a 157,6. ábra alapján pedig egy m momentumú mágneses dipólus potenciálja a P pontban:

$$U_m = \frac{m}{r^2} \cos \vartheta \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m}{r^2} \cos \vartheta \quad (\text{MKSA}). \quad (21)$$

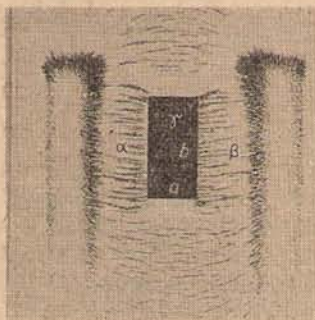
A (155,6) definíció analógiájára egy f felületen átmenő mágneses erőfluxuson az f -en átmenő H -vonalak számát, pontosabban a

$$\Psi_m = \int_{(f)} H_n df \quad (22)$$

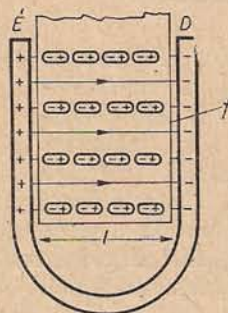
integrált értjük. A zárt felületen átmenő fluxusra vonatkozó (155,8) Gauss-tétel megfelelőjével, ill. általánosításával a 170. §-ban foglalkozunk.

170. §. A magnetosztatikai tér anyagi közegekben. (Mágneses indukció, mágnesezettség, permeabilitás, szuszceptibilitás; a magnetosztatikai tér két alaptörvénye; mágneses árnyékolás; lemágnesezés)

1. A mágneses vektorok és anyagállandók bevezetése. A mágneses térben elhelyezett lágyvas mágneses lesz (mágneses megosztás, 169. § 1.), ami pl. abban is megnyilvánul, hogy a mágnespatkó sarkai közé tett lágyvas hasáb az eredetileg közelítőleg homogén teret erősen módosítja (l. 169,4e és 170,1. ábra; a részleteket lásd a 4. pontban). A vashoz hasonlóan viselkednek a nikkell, a kobalt és bizonyos ötvözetek, közös néven a *ferromágneses anyagok*. FARADAY ismerte fel, hogy mágneses



170,1. ábra



170,2. ábra

térben minden más anyag is mágneses tulajdonságokat vesz fel, de ezek sokkal kisebb mértékűek, általában csak erős elektromágnesek segítségével mutatathatók ki. Ezért és a C fejezet elején említett okokból az anyagok mágneses tulajdonságaival mélyebben csak később foglalkozhatunk, a jellemzésükhöz szükséges fizikai mennyiségeket azonban célszerű már most bevezetnünk ama formai analógia alapján, amely a mágnesezett testek és a polárizált dielektrikumok között a 169. § 2. értelmében fennáll.

Patkómágnes sarkai közé helyezzünk el a 170,2. ábra szerint pl. egy lágyvas hasábot úgy, hogy az az eredeti mágneses tér homogénnek tekinthető részét, a sarkok és a véglapok közti két igen keskeny „vákuumrét” leszámítva, egészen kitöltse. A mágneses megosztás, helyesebb néven mágneses polárizódás folytán a hasáb belsejében mágneses dipólusláncok, a bal és a jobb oldali véglapokon pedig negatív, ill. pozitív „mágneses mennyiségek” ($-p$ és $+p$) alakulnak ki. A helyzet teljesen megfelel a 165,3. ábrán vázolt dielektromos polarizációnak, úgyhogy az ottani megfontolásoknak és a (165,1—8) összefüggéseknek a most vizsgált esetre való átvitelével a következőket mondhatjuk.

Ha $M = p/f$ a hasáb véglapjainak területegységére vonatkoztatott mágneses mennyiség, akkor a $V = fl$ térfogatú hasáb mágneses momentuma: $m = pl = Mfl = MV$, vektorilag $\mathbf{m} = \mathbf{M}V$ (az \mathbf{M} az \mathbf{l} irányába mutat). A térfogategységre vonatkoztatott mágneses momentum,

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} \quad (1)$$

a *mágneses polarizáció (mágnesezettség)*,¹ amelyet az anyag belsejében uralkodó

¹ (1) és (169,4a) alapján

$$\text{a mágnesezettség CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1},$$

$$\text{MKSA-egysége: } 1 \text{ Wb/m}^2 = 1 \text{ Vs/m}^2 = \frac{10^4}{4\pi} \text{ CGS-egység.} \quad (1a)$$

\mathbf{H} mágneses térerősséggel az

$$\mathbf{M} = \kappa \mathbf{H} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{M} = \kappa \mu_0 \mathbf{H} \quad (\text{MKSA}) \quad (2)$$

egyenlet kapcsol össze; az ezzel értelmezett κ anyagállandó a *mágneses szuszceptibilitás*.² A mágnespatkó északi pólusfelületéből kiinduló erővonalak egy része mindjárt a szomszédos határlap mágneses mennyiségeiben végződik, és így az anyag belsejében fennálló \mathbf{H} térerősség kisebb, mint vákuumban lenne (vagy mint amely \mathbf{H}_{vac} térerősség a hasáb végeinél a két vákuumrésben fenn is áll), nevezetesen

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{vac}} - 4\pi \mathbf{M} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{vac}} - \frac{1}{\mu_0} \mathbf{M} \quad (\text{MKSA}). \quad (3)$$

Célszerű definiálni egy olyan \mathbf{B} vektort, amely az anyag belsejében is \mathbf{H}_{vac} -mal (CGS), ill. $\mu_0 \mathbf{H}_{\text{vac}}$ -mal (MKSA) egyenlő; ekkor (3) szerint ez a *mágneses indukcióvektor*.³

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (\text{MKSA}), \quad (4)$$

tehát az *indukcióvonalak* (B -vonalak) az erővonalakból (H -vonalakból) és a dipólusláncokhoz rendelt mágnesezettségi vonalakból (M -vonalakból) tevődnek össze. (2)-t (4)-be helyettesítve:

$$\mathbf{B} = (1 + 4\pi\kappa) \mathbf{H} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{B} = (1 + \kappa) \mu_0 \mathbf{H} \quad (\text{MKSA}). \quad (5)$$

Eszerint a \mathbf{B} és \mathbf{H} közti összefüggés a

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H} \quad (\text{MKSA}) \quad (6)$$

alakban írható; a μ anyagállandó a *(relatív) mágneses permeabilitás*,⁴ amely κ -val a

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mu = 1 + \kappa \quad (\text{MKSA}) \quad (7)$$

kapcsolatban van. Valamely anyag permeabilitását — (2a)-ból láthatóan — mindkét mértékrendszerben ugyanaz a dimenzió nélküli szám fejezi ki. A vákuum μ -je

² κ mindkét rendszerben dimenzió nélküli mennyiség, de értéke a két rendszerben más:

$$\kappa_{\text{MKSA}} = 4\pi\kappa_{\text{CGS}}. \quad (2a)$$

³ Más néven *mágneses fluxussűrűség*, pontosabban a mágneses indukciófluxus sűrűsége, ti. a \mathbf{B} -re merőlegesen felvett Δf felületen átmenő *mágneses (indukció)fluxus*: $\Delta\Phi = \mathbf{B} \Delta f$, egy tetszőleges f felületen átmenő mágneses indukciófluxus pedig [l. pl. (156,6) vagy (169,22)]:

$$\Phi = \int_{(f)} \mathbf{B}_n df. \quad (3a)$$

⁴ Gyakran az MKSA-rendszerbeli (6) összefüggés is a $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ alakban fordul elő, itt azonban $\mu = \mu_r \mu_0$ az anyag *abszolút permeabilitása*, μ_r pedig a (nálunk mindig csak μ -vel jelölt) *relatív permeabilitás*. A már (169,6)-ban bevezetett $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am indukciókonstanst a *vákuum (abszolút) permeabilitásának* is hívják.

1, amint az pl. (4)-ből $\mathbf{M}=0$ -ra következik. (4)-ből vagy (6)-ból és \mathbf{H} egységeiből megállapíthatóan

$$\begin{aligned} \text{a } \mathbf{B} \text{ mágneses indukció CGS-egysége: } & 1 \text{ cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} \equiv 1 \text{ gauss (G),} \\ \text{MKSA-egysége: } & 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \equiv 1 \text{ tesla (T)} = 10^4 \text{ gauss.} \end{aligned} \quad (8)$$

A \mathbf{H} , \mathbf{B} , \mathbf{M} , μ , κ mennyiségek közül — elektromos megfelelőik rendre \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{P} , ϵ , χ — a makrofizikában többnyire \mathbf{H} , \mathbf{B} és μ használatosak, a mikrofizikában viszont többnyire \mathbf{H} , \mathbf{M} és κ , az \mathbf{M} és a κ szemléletes korpuszkuláris jelentése miatt.

A vákuumot leszámítva valamennyi szigetelő esetében $\epsilon > 1$, viszont az anyagok egyik csoportjánál, a *diamágneses anyagoknál* μ valamivel kisebb 1-nél; a *paramágneses anyagok* μ -je valamivel nagyobb, mint 1 (pl. a normális állapotú levegőé 1,000 0003), a *ferromágneses anyagoké* pedig sokkal nagyobb, mint 1, jóval meghaladhatja az 1000-t is. A dia- és a paramágneses anyagoknál μ független a \mathbf{H} -tól, a ferromágneses anyagoknál viszont $\mu = \mu(\mathbf{H})$. Mindezekről részletesebben a 214. §-ban.

2. *A magnetosztatikai tér két alaptörvénye és további összefüggések.* Az elektrosztatikai tér első alaptörvényének, a (164,4) alatti *Gauss-tételnek* pontos megfelelője $\oint \mathbf{B}_n \cdot d\mathbf{f} = 4\pi \sum p_i$ (CGS) lenne. Tudvalevően azonban nincsenek egymástól elválasztható mágneses mennyiségek vagy póluserősségek (169. § 2.), más szóval bármely térfogatban a kétféle mágneses mennyiség algebrai összege zérus: $\sum p_i = 0$. Így *a magnetosztatikai tér első alaptörvénye:*

$$\oint \mathbf{B}_n \cdot d\mathbf{f} = 0, \quad (9)$$

egy tetszőleges zárt felületen átmenő mágneses indukciófluxus zérus, azaz a \mathbf{B} indukció forrásmentes vektortér. Ennélfogva a \mathbf{B} -vonalak mindig zárt görbék (\mathbf{B} -nek örvényei vannak), mert hiszen források hiányában sem kezdetük, sem végük nincsen.

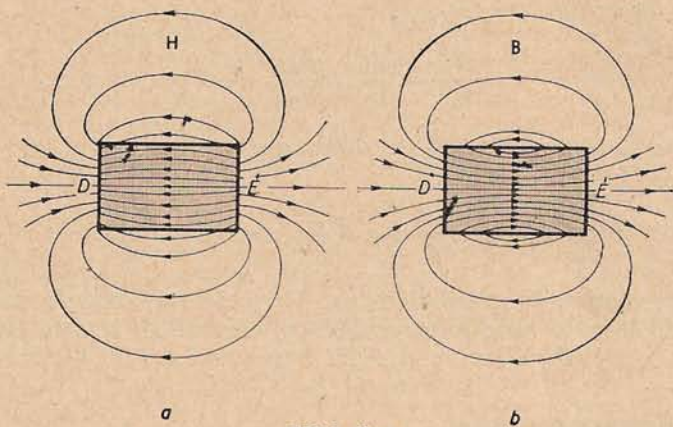
A (164,5) egyenletnek teljesen megfelelően *a magnetosztatikai tér második alaptörvénye (elektromos áramok hiányában):*

$$\oint \mathbf{H}_s \cdot d\mathbf{s} = 0, \quad (10)$$

a \mathbf{H} -nak egy tetszőleges zárt görbe menti integrálja, a „mágneses körfeszültség” zérus, azaz a \mathbf{H} térerősség örvénymentes vektortér. A permanens mágnesektől — nem elektromos áramoktól — származó mágneses terekben a \mathbf{H} -vonalak sohasem zárt görbék, hanem pólusokban kezdődnek és végződnek, forrásaik a pólusok.

Illusztrálásul egy henger alakú, homogén módon mágnesezett ($\mathbf{M} = \text{const}$) *permanens mágnes \mathbf{H} - és \mathbf{B} -vonalait* a vázlatos 170,3a—b ábrák tüntetik fel. A \mathbf{H} -vonalak a jobb oldali véglapon folytonosan eloszló északi mágneses mennyiségekből indulnak ki, és részben kívül, részben a mágnesben haladva, a bal oldali határlapon végződnek. A \mathbf{B} -vonalak a külső térben (vákuumban, a CGS-rendszert alapul véve) azonosak a \mathbf{H} -vonalakkal, belül viszont balról jobbra haladnak, és egészben véve zárt görbéket alkotnak. Hogy belül \mathbf{B} lényegében ellentétes irányú a \mathbf{H} -val, az a (4) alatti $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$ alapján érthető.⁵

⁵ \mathbf{B} és \mathbf{H} ellentétes iránya formailag negatív μ permeabilitásnak felelne meg, permanens mágneseknél azonban μ -nek mint anyagállandónak nincsen értelme (l. 214. §).



170,3. ábra

A patkómágnes példáján a 170,2. ábrával kapcsolatban megismert esetről általánosabban érvényes: *Ha a permanens mágneseket környező teret vákuum helyett mindenütt μ permeabilitású homogén és izotrop közeg tölti ki, a térerősség az eredeti H_{vac} -nál μ -szór kisebb lesz: $H = H_{\text{vac}}/\mu$. Ennek megfelelően pl. (169,7) helyett a mágneses Coulomb-törvény általános alakja:*

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\mu} \frac{p_1 p_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\mu\mu_0} \frac{p_1 p_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{MKSA}). \quad (11)$$

Hasonlóan, a mágneses térerősségekre és potenciálokra vonatkozó (169,11—13) és (169,20—21) formulák általánosított alakja a jobb oldalon szintén tartalmazza az $1/\mu$ faktort.

Az elektromos tér energiasűrűségére vonatkozó (164,13) összefüggésnek megfelelően egy állandó μ permeabilitású, tehát nem ferromágneses közegben fennálló mágneses tér energiasűrűsége:

$$w_m = \frac{\mu}{8\pi} H^2 = \frac{1}{8\pi} HB \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad w_m = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 = \frac{1}{2} HB \quad (\text{MKSA}). \quad (12)$$

(Ugyanekkora a Maxwell-féle húzó- és nyomófeszültség is.)

Pl. az elektromágnessel nehézség nélkül előállítható $H = 10\,000 \text{ Oe} = 10^3/4\pi \text{ A/in}$ [l. (169,10)] térerősség esetén vákuumban $w_m = 4 \cdot 10^6 \text{ erg/cm}^3$. A vákuumban maximálisan fenntartható elektromos térerősség kb. $10^6 \text{ V/m} = 33,3 \text{ CGS-egység}$ [l. (155,3); nagyobb térerősségnél szikrakisülés lép fel], amikor is $w_{e1} = 44 \text{ erg/cm}^3$. Mágneses térben tehát kereken százezerszer nagyobb energiasűrűség valósítható meg, mint elektromos térben!

3. H és B viselkedése két közeg határfelületén. Mágneses árnyékolás. A két alaptörvényből levezethető — ugyanúgy, mint az elektrosztatikai esetben, l. 164. § 5. —, hogy két közeg határfelületén H érintőleges komponense (H_t) és B normális komponense (B_n) folytonosan megy át:

$$H_{2t} = H_{1t}, \quad B_{2n} = B_{1n}, \quad (13)$$

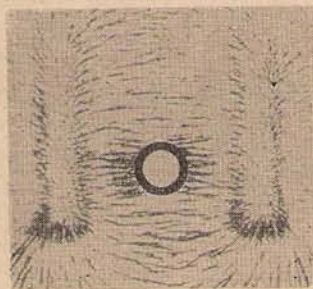
viszont H_n és B_t ugrást szenved:

$$\frac{H_{2n}}{H_{1n}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad \frac{B_{2t}}{B_{1t}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \quad (14)$$

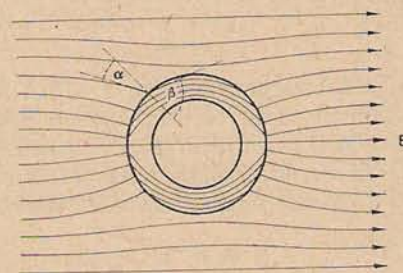
Ebből adódik a H - és a B -vonalak törési törvénye:

$$\frac{\overline{\text{tg } \alpha}}{\text{tg } \beta} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (15)$$

A törési törvényre példa az alábbi kísérlet. Ha eredetileg homogén mágneses térbe vastagabb falú lágyvas hengert helyezünk, az erővonalak kimutatására használt vasreszelék a belső térben nem rendeződik észrevehetően (170,4a ábra), azaz belül



a



b

170,4. ábra

a térerősség vagy az indukció igen kicsiny; ezt abból is megállapíthatjuk, hogy egy kis mágnesű belül sokkal lassabban leng, mint kívül. A jelenség azzal függ össze, hogy az indukcióvonalak a 170,4b ábra szerint a levegő és a vashenger határán erős törést szenvednek — (15) értelmében a vas nagy μ_2 permeabilitása miatt a β törési szög sokkal nagyobb az α beesési szögnél —, úgyhogy túlnyomó részük a henger falában halad, és nem jut a belső térbe. A vasburoknak ezt a *mágneses árnyékoló hatását* gyakran felhasználják műszereknek zavaró mágneses hatásoktól való megvédésére.

A (13) összefüggések alapján elvileg lehetővé válik (miként az analóg elektromos esetben, l. 165. § 3.) H és B mérése az anyag belsejében: az erővonalakkal párhuzamosan vájt hosszirányú üregben a H térerősség, egy *haránt irányú részben* pedig a B indukció ugyanaz, mint az anyag belsejében, az említett üregek szomszédságában uralkodó H , ill. B .

4. A *lemágnesezés* (mágnestelenítés) — teljesen hasonlóan a 165. § 5.-ben megismert elektromos esethez — abban áll, hogy az *eredetileg homogén, vákuumban H_0 erősségű mágneses térbe helyezett para- vagy ferromágneses test belsejében a H térerősség kisebb H_0 -nál*; ellipszoid alakú test esetében

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{H}_0}{1 + N(\mu - 1)/4\pi} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{H}_0}{1 + N(\mu - 1)} \quad (\text{MKSA}), \quad (16)$$

ahol N a *lemágnesezési tényező*, l. a (165,17) táblázatot.

Példa gyanánt vegyük a 170.1. ábra esetét! Az ottani lágyvas hasábot durva megközelítéssel $a/b=1/2$ tengelyarányú forgási ellipszoidnak tekinthetjük, és erre vonatkozólag a (165,17) táblázatból $N_{MKSA}=0,52$. Ezzel és a $\mu \approx 200$ értékkel (16)-ből: $\mathbf{H} \approx \mathbf{H}_0/100$, azaz a hasáb belsejében a térerősség az eredetinek csak a századrésze! Ugyanekkora a térerősség — a H_r -nek (13) szerinti folytonos átmenete miatt — a vasreszeléket tartó papírlap γ részén is, ezért itt a reszelék nem rendeződik észrevehetően. A vashasábban az indukció (a CGS-rendszerben): $\mathbf{B} \approx 200 \mathbf{H} \approx 2\mathbf{H}_0$, azaz a vas B -vonalakat (nem a H -vonalakat!) mintegy magába sűríti. A hasáb véglapjainál, a levegőben az α és β helyeken az indukció és egyúttal a térerősség — a B_n folytonos átmenete miatt — szintén $2\mathbf{H}_0$, az eredetinek a kétszerese.

5. A mágneses mennyiségek definíciójára és főleg mérésére később még visszatérünk, de azt már most megjegyezzük, hogy az MKSA-rendszerben a definíciók és elnevezések kérdése még az utóbbi időkben is számos vita tárgyát képezte. A \mathbf{H} és \mathbf{B} vektorokat illetően ma általában elfogadják, és nálunk szabvány is rögzíti, hogy \mathbf{H} a mágneses térerősség (egysége: 1 A/m), \mathbf{B} a mágneses indukció (egysége: 1 Vs/m²), és a kettő közötti kapcsolat μ relatív permeabilitású homogén és izotrop közegben:

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}, \quad \text{ahol} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}. \quad (17)$$

\mathbf{H} -t és \mathbf{B} -t adottnak tekintve, a mágneses póluserősségre (p) és a mágneses momentumra (\mathbf{m}) kétféle definíció használatos. Az egyik szerint egy homogén és izotrop közegbe ágyazott „pontoszerű pólusra”, ill. kis mágnesrúdra a \mathbf{H} erősségű és \mathbf{B} indukciójú mágneses térben ható erő, ill. forgatónyomaték:

$$\mathbf{F} = p\mathbf{H}, \quad \text{ill.} \quad M_r = [m\mathbf{H}], \quad (18a-b)$$

a másik definíció szerint viszont ez az erő és forgatónyomaték:

$$\mathbf{F} = p^*\mathbf{B}, \quad \text{ill.} \quad M_r = [m^*\mathbf{B}]. \quad (19a-b)$$

A két egyenletpár egybevetéséből (pl. $p\mathbf{H} = p^*\mathbf{B} = p^*\mu\mu_0\mathbf{H}$) látható, hogy a kétféleképpen értelmezett póluserősség (p, p^*) és mágneses momentum (\mathbf{m}, \mathbf{m}^*) közötti összefüggés:

$$p = \mu\mu_0 p^*, \quad \mathbf{m} = \mu\mu_0 \mathbf{m}^*. \quad (20a-b)$$

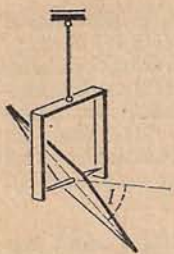
A p egysége 1 Vs, a p^* -é 1 Am. A (20a) szerint pl. a (11) alatti mágneses Coulomb-törvény kétféle alakja (az MKSA-rendszerben):

$$F = \frac{1}{4\pi\mu\mu_0} \frac{p_1 p_2}{r^2} \quad \text{és} \quad F = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{p_1^* p_2^*}{r^2}. \quad (21)-(22)$$

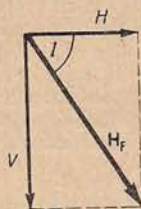
Mi az eddigiekhez hasonlóan a következőkben is a mágneses póluserősség (p) és momentum (\mathbf{m}) (18a-b) szerinti értelmezését vesszük alapul, amikor is tudvalevően az elektromos mennyiségek közül formailag \mathbf{E} -nek \mathbf{H} , \mathbf{D} -nek \mathbf{B} és ϵ_0 -nak μ_0 felel meg. Ha viszont (19a)-t alkalmaznánk, az $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ és $\mathbf{F} = p^*\mathbf{B}$ egyenleteknek, valamint pl. a (22) mágneses és a (164,8) elektromos Coulomb-törvénynek az egybevetése mutatja: a (19a-b) szerint értelmezett mágneses póluserősség (p^*) és momentum (\mathbf{m}^*) esetén \mathbf{E} -nek \mathbf{B} , \mathbf{D} -nek \mathbf{H} és ϵ_0 -nak $1/\mu\mu_0$ felel meg. (Ekkor \mathbf{E} és \mathbf{B} az intenzitásmennyiségek, amelyek a „milyen erős” kérdésre, \mathbf{D} és \mathbf{H} pedig a kvantitásmennyiségek, amelyek a „mennyi” kérdésre adnak választ. Az előbbi típusba sorolható pl. a mechanikában a gáz nyomása, az utóbbiba a gáz térfogata.)

171. §. A Föld mágneses tere

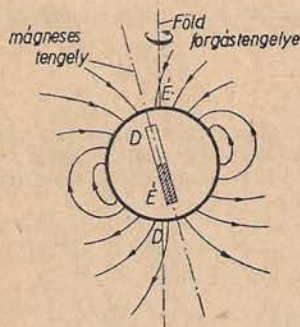
Egy olyan mágnesű, amely a súlypontján átmenő vízszintes és függőleges tengely körül egyaránt szabadon foroghat, meghatározott irányban helyezkedik el (171,1. ábra). A tűnek ez az elhelyezkedése — feltéve, hogy a közelben vasdarabok, mágneses testek és áramot szállító vezetékek nincsenek — a Föld mágneses terének tulajdonítandó (GILBERT, 1600): a mágnesű a megfigyelési helyen uralkodó földmágneses térerősség (\mathbf{H}_F) irányába áll be. \mathbf{H}_F , mint minden vektor, három független adattal jellemezhető; rendszerint a következők használatosak: a) az elhajlás vagy deklináció



171,1. ábra



171,2. ábra



171,3. ábra

szöge (D) az a szög, amelyet a H_F -en átmenő függőleges sík (mágneses meridiánsík) a csillagászati meridiánsíkkal (a földrajzi észak-déli iránnyal) bezár; b) a lehajlás vagy *inklináció szöge* (I) a H_F -nek a vízszintes síkkal alkotott szöge; c) a *horizontális intenzitás* (H) a H_F -nek vízszintes komponense. A D , I , H földmágneses elemek ismeretében a „teljes intenzitás” nagysága: $H_F = H / \cos I$, a „vertikális intenzitás” pedig: $V = H \operatorname{tg} I$ (171,2. ábra).

A *deklináció mérésére* alkalmas egy mágnesű, amely függőleges tengely körül, szögbeosztással ellátott skála mentén foroghat (*deklinatórium*, lényegében *iránytű*), az *inklináció mérésére* pedig olyan mágnesű, amely a súlypontján átmenő vízszintes tengely körül, szintén szögbeosztás mentén foroghat (*inklinatórium*).¹ A *horizontális intenzitás mérésére* szolgáló Gauss-féle módszert már a 169. § 5.-ben megismertük. (A földmágneses elemek más módszerrel — földinduktorral — való meghatározására nézve l. 209. §).

A *földmágneses tér eloszlása a Föld felületén* — mint azt Gauss a mérési adatokból kiszámította — első közelítésben olyan, mintha a tér a Föld középpontjának közelében a 171,3. ábra szerint elhelyezkedő, kerekén $8 \cdot 10^{25}$ CGS-egység momentumú

mágneses dipólustól származnék. E dipólus tengelyének a Föld felszínével alkotott metszéspontjai a *Föld mágneses pólusai*, helyzetük a 71°É , 96°Ny és a 73°D , 156°K földrajzi pontok körül ingadozik. Az északi féltekén levő pólus, amelyen a szabadon forgó mágnesű északi vége függőlegesen lefelé mutat, azaz $I = +90^\circ$, tulajdonképpen a déli földmágneses pólus. A *mágneses ekvátor* mentén az inklináció zérus.

Mind a Föld mágneses terének tanulmányozása, mind pedig a földrajzi helymeghatározás és a vasérclelőhelyek felkutatása szempontjából igen fontos feladat a földmágneses elemek pontos feltérképezése. A *mágneses térképeken* az egyenlő deklinációjú, inklinációjú és horizontális intenzitású helyeket összekötő görbéket rendre *izogon*, *izoklín* és *izodinamikus vonalaknak* hívjuk. A térképek és táblázatok adatai az alább említendő időbeli változások miatt rendszerint az évi középértékekre vonatkoznak. Pl. Budapesten 1950-ben $D = 0,3^\circ$ a nyugati irányban, $I = 63,3^\circ$, $H = 0,213$ oersted. (Az európai átlagérték: $H \approx 0,2$ oersted $\approx 16 \text{ A/m}$; a megfelelő mágneses indukció: $B \approx 0,2$ gauss $= 2 \cdot 10^{-5} \text{ Vs/m}^2$.) A mágneses adatok egyes helyeken az ott várható normális értékektől igen erősen eltérnek. Az egyik legnagyobb ilyen *mágneses anomália* Kurszk környékén van, ahol a világ egyik legnagyobb vasérckészlete található.

A *földmágneses tér időbeli változásai* között vannak napi, havi és éves periódusú kis változások, amelyek a Napnak és a Holdnak az ionoszférára (151. § 1.) gyakorolt hatásával függenek össze.

¹ A D mérésénél a szögbeosztáson közvetlenül a mágnesű két csúcsát összekötő geometriai tengely helyzete olvasható le, nem pedig az ettől általában kissé eltérő mágneses tengelyé. Az ebből származó hiba kiküszöbölése végett a mágnesű előbbi alsó lapját felülre fektetve, ismét leolvassuk a földrajzi észak-déli iránnyal bezárt szöveget, és a két leolvasás középértékét vesszük. Az I mérésénél az előbbi hibán kívül az is hibát okozhat, hogy a forgástengely nem pontosan a tű súlypontján megy át; ezért a tű átmágnesezésével az eredeti északi és déli pólust felcseréljük, és így is leolvastatunk.

Az évi középértékek lassú változásai, az évszázados vagy *szekuláris változások* valószínűleg a Föld belsejében fellépő, lassan változó elektromos áramoktól származnak. Az említett periódusos változásokon kívül előforduló rendszertelen változások, a mágneses zavarok vagy *mágneses viharok* a Napból, ill. napfoltokból kibocsátott töltéshordozóknak az ionoszférába való becsapódására vezethetők vissza.

A földmágneses tér a vastárgyakra *mágnesező hatást* fejt ki: pl. egy függőlegesen vagy még inkább a H_F teljes intenzitás irányában elhelyezett lágyvas rúd (esetleg kis ütögetések után) nálunk az alsó végén északi, a felsőn déli mágnességet mutat. Hasonló okból mágnesesek a vaskalapácsok, reszelők, kályhacsövek stb.

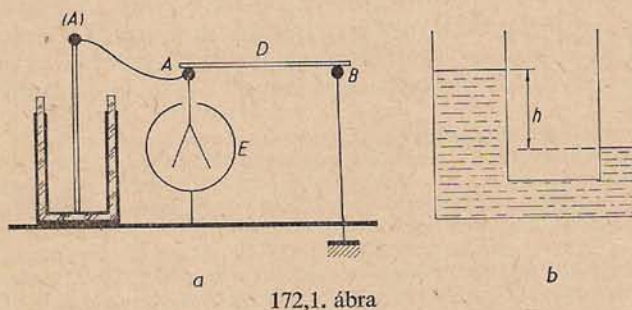
A földmágnesség eredete egyes elméletek szerint a Föld forgásával, mások szerint a Föld belsejében levő, vezető magma áramlásaival hozható kapcsolatba. Itt említjük meg, hogy a *Napnak* is van mágneses tere — erre a Nap színképéből, a spektrumvonalak „Zeeman-felbomlásából” következtettek —, és a *Hold* közelében is kimutattak igen gyenge mágneses teret a Hold első mesterséges holdjának, az 1966. ápr. 1-én felbocsátott Luna 10-nek a műszerei.

A STACIONÁRIUS ELEKTROMOS ÁRAM (EGYENÁRAM)

A) ÁRAMERŐSSÉG, FESZÜLTSG, ELLENÁLLÁS

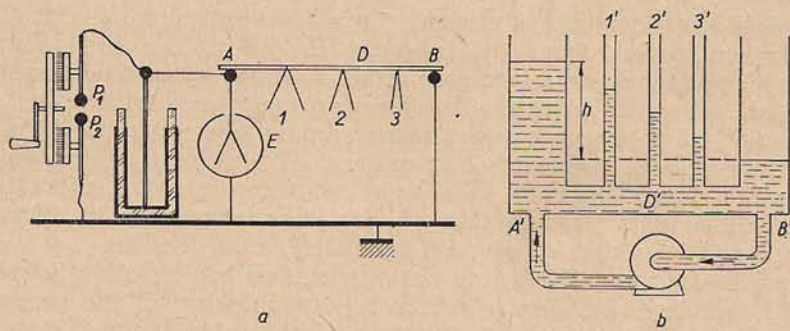
172. §. Az elektromos áram fogalma; áramerősség

1. Az *elektromos áram*. Az elektrosztatikából ismeretes, hogy ha két, különböző potenciálra feltöltött fémgömböt (elektroszkópot) vezetővel összekötünk, akkor a potenciálkülönbség kiegyenlítődik, a gömbök közti feszültség zérussá válik. Hasonló jelenség észlelhető pl. egy feltöltött leideni palack „kisütésekor” is: a palack A pólusa és a leföldelt B pólus közti feszültség, amelyet az E elektrométer jelez (172.1a ábra), igen rövid idő alatt megszűnik, ha A és B között a D fémrúddal összeköttetést létesítünk; fémrúd helyett pl. farudat vagy kenderzsinórt alkalmazva, E kitérése jóval lassabban csökken zérusra. Az A és B gömbök közötti feszültség eme lecsökkenését az eddigiek alapján csak úgy érthetjük meg, ha feltételezzük, hogy a D vezetőn keresztül az érintkezés létrejöttékor töltések áramlása indult meg, és ez mindaddig tartott, amíg D végpontjai között a feszültség el nem tűnt. Az elektromos



172.1. ábra

töltések (töltéshordozók) ilyen mozgása, az *elektromos áram* a szóban forgó esetben a 172.1b ábrán feltüntetett *folyadékáramláshoz* hasonlítható: az U feszültségnek a h nívókülönbség, ill. a qgh nyomás felel meg. Mint ahogyan a folyadék áramlása a D' csőben (172.2b ábra) állandósítható, ha a B' -nél kilépő folyadékot alkalmas szivattyúval visszavezetve, az A' és B' közti qgh nyomáskülönbséget állandó értéken tartjuk, ugyanígy az elektromos áram is folytonosan fenntartható, ha valamilyen *feszültség- vagy áramforrás* segítségével gondoskodunk arról, hogy D végpontjai közt állandó feszültség álljon fenn. Ez pl. a D farúd vagy kenderzsinór esetében megvalósítható úgy, hogy a rúd vagy zsinór A, B végeit megosztógép

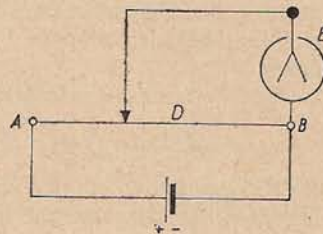


172.2. ábra

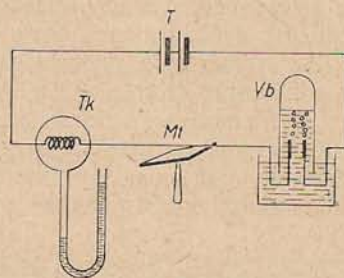
P_1 , P_2 elektródjaival kötjük össze (172,2a ábra): a gép megfelelő ütemű forgatásakor az E elektrométer állandó feszültséget jelez. Ekkor a D farúdra erősített $1, 2, \dots$ elektroszkópok útján (vagy az E elektrométer fémdrót kivezetésének a rúdon való elcsúsztatása révén) arról is meggyőződhetünk, hogy a rúd mentén a feszültség, az A -tól a leföldelt B vég felé haladva, helyről helyre fokozatosan csökken, hasonlóan, mint ahogyan a folyadék áramlásánál az $1', 2', \dots$ manométerek egyre kisebb nyomást mutatnak.

Ha áramforrásként influenciagép helyett galvánelemet, pl. zseblámpa-telepet alkalmazunk, ez az áramforrás már a (hosszabb, vékony) D fémdrótban is képes gyakorlatilag állandó áramot fenntartani (172,3. ábra). Erre abból lehet következtetni, hogy az érzékeny E elektrométer által jelzett feszültség időben változatlan, az AB szakasz mentén pedig folytonosan csökken, éppúgy, mint az előző kísérletben.

Az elektromos áram jelenléte, amelyre az eddigi kísérletekben a feszültségből, ill. ennek az idővel vagy a hellyel való változásából következtethettünk, sokkal közvetlenebbül kimutatható az áram alább említendő hatásai alapján.



172.3. ábra



172.4. ábra

2. Az elektromos áram hatásai közül a hőhatás pl. a 172,4. ábrán vázolt egyszerű kísérletnél abban nyilvánul meg, hogy a Tk termoszkóp üvegedényében az áram átjárta drótspirális s ezzel a levegő is felmelegszik, és az így keletkező túlnyomást a folyadékmanométer jelzi. Ha az észak-déli irányba beállt Mt mágnesű felett a huzalon áram folyik át, akkor a mágnesű kitér; ez az áram *mágneses hatásának* egyik megnyilvánulása. Az áram *kémiai hatása* mutatkozik a Vb vízbontó készülékben: a megsavanyított vízbe merülő elektródokon hidrogén-, ill. oxigéngáz keletkezik, és Vb kémcsövében durranógáz gyúlik össze. E kísérletből látható, hogy elektromos áram nemcsak szilárd vezetőkben, hanem folyadékokban is folyhatik,

sőt áramnak kell tekintenünk a megosztógép sarkai között átütő szikrát is. A ritkított gázokon áthaladó áram hatására a gáz fényt bocsát ki anélkül, hogy észrevehetően felmelegednék; ezt a (közvetett) hatást az áram *fényhatásának* nevezhetjük.

Mindezek a hatások kimutathatók egy eléggé nagy kapacitású leideni palack kisütése útján is. Ha a palackot igen vékony dróton keresztül sütjük ki, a drót a hőhatás folytán elég; sokmenetű tekercsen való kisütéskor a tekercs belsejében torziós szálon függő mágnesű elfordul; a kisütéskor keletkező szikra hatására a káliumjodid-oldattal megnedvesített papiros lila színűvé válik; a ritkított gázt tartalmazó cső elektródjait a palackkal összekötve, a cső felvillan.

Az áram hatásai pl. a 172,4. ábra szerinti elrendezésben erősebben jelentkeznek akkor, ha a néhány elemből álló *T* telep helyett több elemből álló telepet alkalmazunk. Kézenfekvő feltételeznünk, hogy az erősebb hatásoknak nagyobb „áramerősség” felel meg. Ezt a fogalmat pontosabban kell definiálnunk.

3. *Áramerősségen* vagy az áram *intenzitásán* (*I*) értjük — egyelőre huzalszerű vagy *lineáris vezetőkre* (*vezetékekre*) szorítkozva — a vezető tekintetbe vett *q* keresztmetszetén a kis Δt időköz alatt átáramló ΔQ töltésnek és Δt -nek a hányadosát, pontosabban ennek a $\Delta t \rightarrow 0$ -hoz tartozó határértékét:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad \text{pontosabban} \quad I = \frac{dQ}{dt}. \quad (1)$$

Az áramerősséget — nem szabatos kifejezéssel „az időegység alatt átáramló töltést” — röviden áramnak is szokás nevezni. Megállapodás szerint az áram irányán a pozitív töltések mozgásirányát, vagy a negatív töltések mozgásával ellentétes irányt értjük. Ha a vezetőkben nemcsak egynemű töltések mozognak, akkor az (1)-ben szereplő ΔQ a *q* keresztmetszeten áthaladó pozitív és (az ellentétes irányban áthaladó) negatív töltés abszolút értékének összegét jelenti: $\Delta Q = \Delta Q_+ + |\Delta Q_-|$.

A fenti definíció alapján *I* dimenziója: töltés/idő, és ezért (153,4—5)-re való tekintettel

$$\text{az áramerősség CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-2} = 1 \text{ Fr s}^{-1}, \quad (2)$$

$$\text{MKSA-egysége: } 1 \text{ amper (A)} = 1 \text{ C s}^{-1} = 3 \cdot 10^9 \text{ CGS-egység.}^1$$

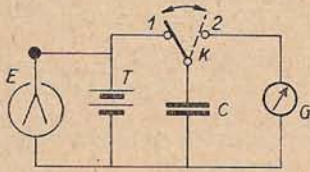
1 CGS-egységnyi, ill. 1 A erősségű tehát az az áram, amelynek esetében a vezető kérdéses keresztmetszetén 1 s alatt 1 franklin, ill. 1 coulomb töltés halad át. Mindjárt itt megjegyezzük, hogy ha egy lineáris vezetőszakasz valamely q_1 keresztmetszetén átfolyó áram erőssége *I*, és ez az időben nem változik, akkor a vezető bármely *q* keresztmetszetén is *I* intenzitású az áram, mert egyébként a vezető egyes helyein töltések gyülemlenének össze (l. 174. §).

Az áramerősség gyakran használatos egységei még: a kiloamper (1 kA = 10^3 A), a milliamper (1 mA = 10^{-3} A) és a mikroamper (1 μ A = 10^{-6} A).

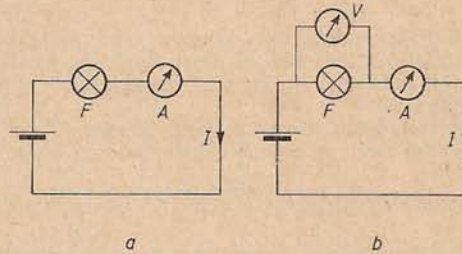
Az áramerősség mérésére az áram különböző hatásainak felhasználásával sokfajta műszer szerkeszthető (részletesebben l. később), pl. a mágneses hatáson alapuló érzékeny *galvanométer* mutatója ugyanolyan okból tér ki nyugalmi helyzetéből, mint előbbi kísérleteinkben a mágnesű. Hogy az áramerősséget CGS-egységben,

¹ Pontosabban: 1 A = $2,9979 \cdot 10^9$ CGS-egység (l. 153. §). Az ampernek mint egységnek a megválasztására és realizálására nézve l. a 181. és 183. §-t.

ill. amperben megadhatjuk, a műszer skáláját valamelyik egységben hitelesíteni kell. Eddigi tárgyalásunk alapján a *hitelesítés CGS-egységben* valósítható meg (amperben csak közvetve, a közölt $1 \text{ A} = 3 \cdot 10^9$ CGS-egység összefüggés elfogadásával), a 172,5. ábrán vázolt módon. A T telep, amelynek U feszültsége az E elektrométerrel megmérhető (161. § 3.), az óraszerkezettel mozgatott K kontaktus 1 helyzetében U feszültségre tölti fel az ismert C kapacitású kondenzátort, és ez K -nak 2



172,5. ábra



172,6. ábra

helyzetében a G galvanométeren át kisül. Minden kisüléskor CU töltés halad át G -n, tehát K -nak ν frekvenciával való mozgatása esetén az áramerősség (mint „az időegység alatt áthaladó töltés”):

$$I = \nu CU. \quad (3)$$

Ha a ν , C vagy U változtatásával nyert különböző I értékeket G skáláján megjelöljük,² a műszer ezután felhasználható ismeretlen erősségű áramok mérésére. A gyakorlatban a skálát amperben vagy törtrészeiben (mA, μA) hitelesítik, az előzőnél sokkal pontosabb módszerekkel.

Galvanométer és más *árammérő műszer* — amperekben való hitelesítés esetén *ampermérő* (A) — a mérendő áramot az F „fogyasztóhoz” (pl. izzólámpához) vivő vezetékbe a 172,6a ábra szerint, az F -fel sorba kapcsolva iktatandó be. A fogyasztó két pólusa között fennálló feszültség mérésére a már ismert elektrométereken kívül alkalmasak az árammérőkhöz hasonló felépítésű *feszültségmérő műszerek* vagy *voltmérők* is; a voltmérőt (V) a fogyasztó pólusaihoz a 172,6b ábra szerint, az F -fel párhuzamosan kapcsoljuk.

4. A stacionárius áram (egyenáram). Az elektromos áram erőssége általában függ az időtől, pl. a 172,1a ábrán vázolt kondenzátorkisülésnél monoton csökken (az idővel exponenciálisan), a 172,5. ábra szerinti kísérletben az áram periodikusan „lüktet”, a „hálózati áram” pedig általában *váltakozó áram*, amelynek iránya és intenzitása periodikusan, többnyire az $I = I_0 \sin \omega t$ függvény szerint változik. A 172,2a és 3. ábrán vázolt kísérletekkel jól megközelíthető határesetben az áram intenzitása időben állandó, és a vezető bármely keresztmetszetén ugyanaz; az ilyen áram *stacionárius áram* vagy *egyenáram*: $I = \text{const.}$

² Pl. $C = 900 \text{ cm} (= 10^{-3} \mu\text{F})$, $\nu = 5 \text{ Hz}$ és $U = 1/30$ CGS-egység ($= 10 \text{ V}$) esetén $I = 150$ CGS-egység ($= 5 \cdot 10^{-8} \text{ A}$). — A (3) szerinti I egy „lüktető áram” idő szerinti átlagértéke, de ez a körülmény megfelelő felépítésű galvanométer hitelesítésénél nem játszik lényeges szerepet.

Az áramerősség (1) definíciójából következik, hogy egy lineáris vezető valamely keresztmetszetén a dt idő alatt $dQ = Idt$ töltés áramlik át, és így a $t=0$ -tól $t=\tau$ -ig terjedő időközben az adott keresztmetszeten a tetszőleges $I=I(t)$ erősségű áram által átszállított töltés:

$$Q = \int_0^{\tau} I(t) dt, \text{ egyenáram esetén } Q = I\tau. \quad (4a-b)$$

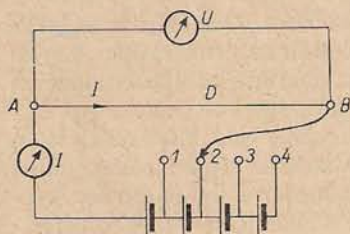
A (4b) egyenlet alapján könnyen kiszámítható pl., hogy a 4 V-os telepből táplált zseblámpa izzóján átfolyó, 0,2 A erősségű egyenáram 1 óra alatt akkora (ti. 720 coulomb) töltés áthaladásával jár együtt, amellyel a Földet mint vezető gömböt elméletileg csaknem 100 000 V potenciálra lehetne feltölteni!

A változatlan irányú, de periodikusan (T periódusidővel) változó intenzitású „lüktető egyenáram” gyakran az egyenáraméhoz hasonló hatást vált ki. Ilyenkor az $I=I(t)$ lüktető egyenáram a meg gondolásokban, (4a) alapján, egy $I = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt$ intenzitású stacionárius árammal helyettesíthető.

A következőkben lényegileg a stacionárius áram esetében észlelhető jelenségekkel és értelmezésükkel foglalkozunk.

173. §. Ohm törvénye és az ellenállás. A fémek fajlagos ellenállásának hőmérsékletfüggése

1. Ohm törvénye homogén vezetőre. Az előzők szerint egy vezetőben — pl. hosszabb konstantán drótban — a két vége közt létesített feszültség hatására áram folyik. Az áram erőssége (I) és a feszültség (U) közti összefüggés ampermérő és elektrométer (voltmérő¹) segítségével a 173,1. ábrán vázolt módon tanulmányozható. Ha a D drót A és B végpontjai közötti feszültséget az elemek (akkumulátorcellák) számának változtatásával 2-szeresre, 3-szorosra, ... növeljük, akkor — amíg a drótnak az áram hőhatásából származó felmelegedése nem jelentős, ill. a drót hőmérsékletét állandó értéken tartjuk — az ampermérő 2-szer, 3-szor, ... nagyobb áramerősséget jelez: I arányos U -val. Ezt az egyelőre fémes vezetőkre vonatkozó tapasztalatot rögzíti le Ohm törvénye (1827): Egy homogén vezetőben (vezetőszakaszban) folyó áram erőssége — a



173,1. ábra

hőmérséklet és más külső feltételek állandósága esetén — arányos a vezető két vége közti feszültséggel:

$$I = \frac{U}{R}, \text{ vagy } I = GU. \quad (1)$$

R a vezetőre jellemző, I -től és U -tól független állandó, a vezető ellenállása; $G = 1/R$ a vezetőképeség (a műszaki irodalomban: vezeték). Az Ohm-törvény másik megfogalmazása: Ha homogén vezetőben I intenzitású áram folyik, a vezető két vége között az I -vel arányos

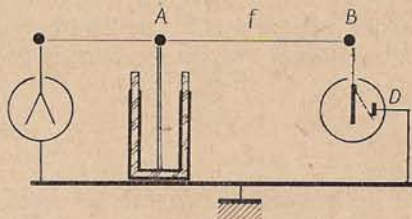
$$U = IR \quad (2)$$

¹ Elektrométer helyett voltmérőt alkalmazva, az ampermérőn (I) nemcsak az AB vezetőszakaszt átjáró áram halad át, hanem a voltmérőn (U) átfolyó is, de ez az utóbbi áram rendszerint elhanyagolható (ha ti. elég nagy a voltmérő „ellenállása”, l. 178. §).

feszültség vagy „feszülteség” áll fenn, feltéve, hogy a vezető hőmérsékletét állandó értéken tartjuk.

A feszültség és az áramerősség közti összefüggést az elektrosztatikából jól ismert eszközökkel is tanulmányozhatjuk.

A 173,2. ábrán vázolt kísérletben a feltöltött leideni palack A belső fegyverzetéhez kötött f kenderfonálon keresztül a fonál B végével összekapcsolt elektroszkóp feltöltődik, lemeze a földelt D fémleaphoz ér, majd visszaesik, és ez a jelenség periodikusan ismétlődik. A bizonyos idő alatti kiütések száma arányos a fonálon átfolyó áram intenzitásával, mert az elektroszkóp lemeze minden kiütés alkalmával ugyanazt a töltést adja át a földelt lapnak. Így a kiütések gyakoriságának meghatározásával az f -en áthaladó áram I erősségét „mérhetjük”, az A és B közötti U feszültség pedig — amely a kísérlet tartama alatt állandónak vehető, és eléggé érzékeny elektroszkóp alkalmazásakor az A és D közti feszültséggel gyakorlatilag egyenlő — a bal oldali elektrométeren olvasható le. E kísérletek (amelyek egyikében pl. 10 s alatt 1500 V feszültségnél 8, 3000 V feszültségnél pedig 16 kiütést észleltünk) szintén azt bizonyítják, hogy I és U között arányosság áll fenn.



173,2. ábra

Ha berendezésünkben az elektroszkópot ismert C kapacitású fonalas elektrométerrel helyettesítjük, akkor az áramerősséget valóban — tehát nemcsak egy ismeretlen szorzó erejéig — meg is mérhetjük. A Δt idő alatt az elektrométerre áramló töltés a kapacitás definíciója szerint: $\Delta Q = C \Delta U$, ahol ΔU , a Δt idő alatti feszültségnövekedés, az elektrométeren leolvasható. Így az áramerősség:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C \frac{\Delta U}{\Delta t}. \quad (3)$$

(Ha U -t és C -t CGS-egységekben mérjük, I -t is CGS-egységben kapjuk, ha pedig U -t voltban, C -t faradban fejezzük ki, I amperben adódik; Δt mindkét esetben secundumban fejezendő ki.) Ez a módszer, az áramerősség-mérés elektrométer feltöltődése alapján, még ma is használatos igen gyenge áramok mérésére.

2. Az elektromos ellenállás; fajlagos ellenállás és vezetőképesség. Definíció szerint egy vezető ellenállása a vezető két vége közötti U feszültségnek és az átfolyó áram I erősségének a hányadosa:

$$R = \frac{U}{I}. \quad (4)$$

Ez a mennyiség, ha a vezetőre érvényes Ohm törvénye, állandó hőmérsékleten független az intenzitástól és a feszültségtől. Dimenziója: feszültség/áramerősség, s így (157,4-5) és (172,2) alapján

$$\text{az ellenállás CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{-1}\text{s}, \quad (5)$$

$$\text{MKSA-egysége: } 1 \text{ V/A} = 1 \text{ ohm (1 } \Omega) = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ CGS-egység}$$

[pontosabban: $1 \Omega = 1/(8,987 \cdot 10^{11})$ CGS-egység]. 1 CGS-egység, ill. 1 ohm annak a vezetőnek az ellenállása, amelyben a két végpont közti 1 CGS-egységnyi, ill. 1 volt feszültség esetén 1 CGS-egységnyi, ill. 1 amper erősségű áram folyik. Gyakran használt nagyobb egységek: 1 kiloohm ($1 \text{ k}\Omega = 10^3 \Omega$), 1 megohm ($1 \text{ M}\Omega = 10^6 \Omega$).

A $G=1/R$ vezetőképesség CGS-egysége: 1 cm s^{-1} ; MKSA-egysége: $1 \text{ siemens (S)} = 1 \text{ A/V} \approx 9 \cdot 10^{11} \text{ cm s}^{-1}$.

Az ellenállás mérése elvileg legegyszerűbben az $R=U/I$ definíció alapján, volt- és ampermérővel lehetséges. Ha pl. a 173. l. ábra szerinti kísérletben a gyakorlatilag állandó hőmérsékletű konstantán dróton $U=2 \text{ V}$ mellett $I=0,1 \text{ A}$ (4 V-nál pedig 0,2 A) erősségű áram folyik át, a drót ellenállása: $R=20 \Omega$. További mérési mód-szerekről a 177. §-ban.

Különböző hosszúságú, keresztmetszetű és anyagi minőségű vezetők ellenállásának mérése útján megállapíthatjuk, hogy egy lineáris vezető ellenállása arányos a hosszúsággal (l), és fordítva arányos a keresztmetszettel (q):

$$R = \rho \frac{l}{q}. \quad (6)$$

A ρ arányossági tényező a vezető méreteitől független, az anyagi minőségre jellemző állandó, neve fajlagos (specifikus) ellenállás. Dimenziója: ellenállás \times hosszúság, és így (6) alapján

$$\text{a fajlagos ellenállás CGS-egysége: } 1 \text{ s}, \quad (7)$$

$$\text{MKSA-egysége: } 1 \Omega \text{ m} \approx \frac{1}{9 \cdot 10^9} \text{ CGS-egység.}$$

Az $\Omega \text{ m}$ -ben kifejezett fajlagos ellenállás számértéke, mint (6)-ból látható, az 1 m hosszú és 1 m^2 keresztmetszetű vezető Ω -ban megadott ellenállását jelenti. Mivel a vezetékek keresztmetszetét célszerűbb mm^2 helyett mm^2 -ben kifejezni, a táblázatok rendszerint a $10^6 \rho [\Omega \text{ m}]$ -t vagy — ami ugyanaz — az

$$1 \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} = 10^{-6} \Omega \text{ m} \quad (8)$$

egységben kifejezett fajlagos ellenállást adják meg,² amely számértékben az 1 m hosszú és 1 mm^2 keresztmetszetű vezető Ω -ban kifejezett ellenállása. Ez pl. a vörösréz esetében $0,017 \Omega$, l. a 2. táblázatot.

A fajlagos ellenállás reciproka a fajlagos vezetőképesség (a műszaki irodalomban fajlagos vezetés):

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (9)$$

σ egységei a specifikus ellenállás egységeinek reciprokai, tehát (7)—(9) alapján σ CGS-egysége az 1 s^{-1} , MKSA-egysége az $1 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$, de e helyett inkább az $1 \Omega^{-1} \text{ m/mm}^2 = 10^6 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ egységet használják.² Az utóbbi egységben kifejezett σ — vagy pedig $10^{-6} \sigma [\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}]$ — számértékben annak a kérdéses anyagból készült 1 mm^2 keresztmetszetű vezetéknek m-ben számított hosszúsága, amely vezeték

² A ρ egységül használatos az $1 \Omega \text{ cm} (= 10^{-2} \Omega \text{ m} = 10^4 \Omega \text{ mm}^2/\text{m})$, a σ egységül az $1 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ egység is.

2. táblázat

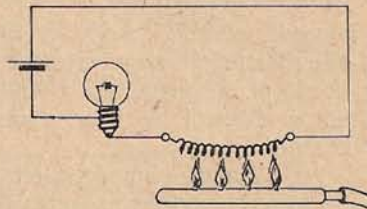
Néhány anyag fajlagos ellenállása (ρ), fajlagos vezetőképessége (σ) és hőmérsékleti tényezője (α) 20 °C-on

| Anyag | $10^6 \rho$ [$\Omega \cdot \text{m}$] | $10^{-6} \sigma$ [$\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$] | $10^3 \alpha$ [1/°C] |
|-------------|---|--|----------------------|
| Ezüst | 0,016 | 62,5 | 4,1 |
| Vörösréz | 0,017 | 58,8 | 4,0 |
| Arany | 0,023 | 43,5 | 4,0 |
| Alumínium | 0,032 | 31,3 | 3,6 |
| Vas | 0,09–0,15 | 11,1–6,7 | 4,5–6,0 |
| Platina | 0,11–0,14 | 9,1–7,1 | 3,9–2,0 |
| Higany | 0,958 | 1,04 | 0,92 |
| Szén | 50–100 | 0,02–0,01 | –0,8–(–0,2) |
| Sárgaréz | 0,07–0,09 | 14–11 | 1,5 |
| Manganin | 0,42 | 2,38 | $\approx 0,02$ |
| Konstantán | 0,50 | 2,00 | $\approx 0,03$ |
| Üveg | $\approx 10^{17}$ | $\approx 10^{-17}$ | |
| Porcelán | $\approx 10^{18}$ | $\approx 10^{-18}$ | |
| Borostyánkő | $\approx 10^{22}$ | $\approx 10^{-22}$ | |

éppen 1 Ω ellenállású. A 2. táblázat szerint ez a hosszúság pl. a vörösréz esetében 59 m.³

A ρ fajlagos ellenállás, ill. a σ vezetőképesség a legfontosabb *anyagállandók* közé tartozik. A 2. táblázat a *jó vezetők* és a *jó szigetelők* ρ és σ értékeire tüntet fel néhány példát. Megállapodás szerint általában azokat az anyagokat hívják szigetelőknak (dielektrikumoknak), amelyek fajlagos ellenállása kb. $10^8 \Omega \cdot \text{m}$ -nél nagyobb. Megjegyzendő, hogy a táblázatban szereplő fémek polikristályos tiszta fémek, ill. ötvözetek. A nem szabályos rendszerbe tartozó *egy kristályok* esetében ρ és σ erősen függ az áramnak a kristálytengelyekhez viszonyított irányától.

3. Az ellenállás hőmérsékletfüggése. Ha izzólámpával sorba kapcsolt vasdrót spirális gázlánggal melegítünk (173,3. ábra), a lámpa halványabban ég, a vasdrót helyébe iktatott szénrúdnak a melegítésekor viszont erősebben izzik. Ezek és hasonló kísérletek tanúsága szerint az ellenállás általában függ a hőmérséklettől, és pedig *növekvő hőmérséklettel a fémek ellenállása nő, a széné, a félvezetőké és az elektrolitoké pedig általában csökken.*⁴



173,3. ábra

³ A rézhuzalok σ nagy értéke miatt igen alkalmasak vezetékeként, de az utóbbi időben elterjedtek a réznél kisebb sűrűségű alumíniumból készült vezetékek is. — A 0 °C hőmérsékletű, 106,300 cm hosszúságú és 1 mm² keresztmetszetű higanyoszlop ellenállása, az ún. *internacionális ohm*, amely 1908-tól 1947-ig alapegységként szolgált, csak igen kevéssel tér el a jelenlegi 1 Ω vagy „abszolút ohm” egységtől ($1 \Omega_{\text{int}} = 1,000 49 \Omega_{\text{abs}}$).

⁴ A fémek és a szén e szempontból való különböző viselkedése pl. abban is megnyilvánul, hogy a fémzálas izzólámpa közvetlenül a bekapcsolás után teljes fényerősséggel ég, a szénzálas viszont csak kb. 1 s múlva.

A most következőkben csak a *fémekkel* foglalkozunk, az elektrolitokkal és a félvezetőkkel a későbbi *D* és *F* fejezetekben.

Közönséges hőmérsékleten és nem nagyon nagy intervallumban — pl. 0°C és 100°C között — a legtöbb fém ρ fajlagos ellenállásának (ill. R ellenállásának⁵) relatív megváltozása igen jó közelítésben arányos a hőmérséklet-változással:

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \left(\approx \frac{R - R_0}{R_0} \right) = \alpha(t - t_0), \quad \text{vagy} \quad \rho = \rho_0[1 + \alpha(t - t_0)]. \quad (10a-b)$$

Itt ρ a t , ρ_0 pedig a (többnyire 0°C -nak vagy 20°C -nak választott) t_0 kiindulási hőmérsékletéhez tartozó fajlagos ellenállás, a fok^{-1} dimenziójú α együttható pedig az *ellenállás hőmérsékleti tényezője* (*temperatúra-koefficiense*), amelynek számértéke az 1° -os melegedésre eső relatív ellenállás-változást adja meg.

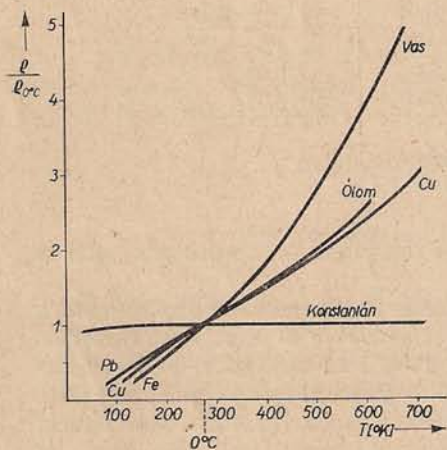
Az 1° -os melegedésre eső relatív ellenállás-változást adja meg.

A.2. táblázat 4. oszlopa α -nak a 0°C – 100°C intervallumhoz tartozó átlagos értékeit tartalmazza: $\alpha = (\rho_{100} - \rho_0)/100\rho_0$.

A *tiszta fémek* α -értéke sok esetben közelítőleg megegyezik a gáztörvényekben szereplő $\beta = 1/273^\circ$ hőtágulási tényezővel, ami azt jelenti, hogy ρ durva megközelítésben arányos a T abszolút hőmérséklettel:

$$\rho \approx \text{const} \cdot T$$

(173,4. ábra). Kb. 20°K alatt a hőmérsékleti függés bonyolultabb: sok fémnél $\rho \approx \text{const} \cdot T^5$, de $T \rightarrow 0$ -ra a mérésekből extrapolálással zérus helyett egy véges



173,4. ábra



173,5. ábra

maradék-ellenállás adódik, amely a vizsgált minta tisztasági fokától függ, s az elkerülhetetlen szennyezésekre és „rácshibákra” vezethető vissza. Az *ötvözetek* közül pl. a konstantán és különösen a mangánin fajlagos ellenállása alig függ a hőmérséklettől, és ezért a precíziós mérőellenállásokat (177. §) ilyen ötvözetekből készítik.

Az ellenállás hőmérsékleti függésének egyik alkalmazása az *ellenállás-hőmérő*. Fő része a rendszerint igen vékony platina drótból készült, kvarcvegebe forrasztott spirális (173,5. ábra); ennek ellenállását megmérve, a platinára vonatkozó $\rho = \rho(T)$ függvény ismeretében a kérdéses hőmérséklet meghatározható. A műszer előnye, hogy kis hőkapacitású, és „táv hőmérőként” is alkalmas. Válfaja a hőszugárzás mérésére használatos *bolométer*: nagyon vékony ($\approx 0,5 \mu$), bekormozott platina fólia, amely a rá eső sugárzás hatására felmelegszik, és az így létrejövő ellenállás-változásból a sugárzás erősségére lehet következtetni.

⁵ A hőtágulásból származó kis méretváltozás miatt $(\rho - \rho_0)/\rho_0$ nem pontosan egyenlő $(R - R_0)/R_0$ -al, ti. $R_0 = \rho_0 l / q_0$, $R = \rho l / q$.

További alkalmazás az ún. *vashidrogén-ellenállás*: hidrogénnel töltött üvegcsőben levő vasdrót, amelyet — miként a 173,3. ábrán a vasspirálist — a fogyasztóval sorosan kapcsolnak az áramkörbe. Ha az áramforrás feszültsége növekszik, az erősebbé váló áram hatására a vasdrót jobban felmelegszik, ellenállása nő, s így megfelelő méretezéssel elérhető, hogy az áramerősség a külső feszültség bizonyos mértékű ingadozásai ellenére is állandó marad (áramstabilizálás).

4. *Szupravezetés*. Az abszolút zérusfok közelében több tiszta fém, valamint számos ötvözet és vegyület meglepő viselkedést mutat: hűtésekor az ellenállás egy meghatározott hőmérsékleten ugrásszerűen — igen kis hőmérsékleti közön belül — mérhetetlenül kicsinnyé, gyakorlatilag zérussá válik. Ez a jelenség a *szupravezetés*, amelyet KAMERLINGH ONNES

fedezett fel a higanyon 1911-ben. Az ellenállás eltűnésének megfelelő *átmeneti* vagy *ugrási hőmérséklet* néhány elemnél: Pb 7,22 °K; Hg 4,15 °K; Tl 2,38 °K, Cd 0,54 °K (173,6. ábra; a Tl és a Cd esetében a görbe vízszintes részéhez tartozó ordináta a fent említett fajlagos maradék-ellenállás). Az egy vegyértékű fémek — köztük a különösen jó vezető ezüst, réz, arany — és a ferromágneses fémek nem mutatnak szupravezetést. Hogy az ugrási

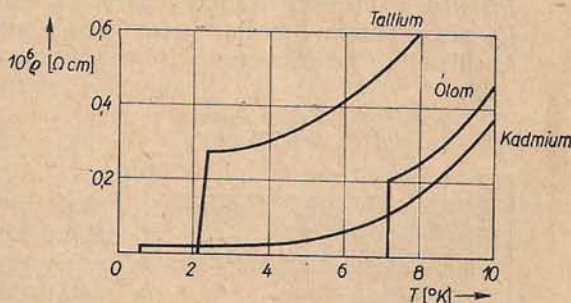
hőmérséklet alatt a szupravezetők ellenállása mennyire elenyésző, arra jellemző pl. az a kísérlet, amely szerint egy ólomgyűrűben a megindított (a kezdetben jelenlevő mágneses tér kikapcsolásakor indukált), néhány száz amper erősségű áram több mint egy évig folyt észrevehető változás nélkül. A szupravezetéssel kapcsolatos sok fontos eredmény közül némelyikre később, a szükséges fogalmak megismerése után visszatérünk (214. §).

5. *Az ellenállást befolyásoló egyéb tényezők* közé tartozik — a hőmérsékleten kívül — a minden oldalú *nyomás* és a *nyújtás*; az előbbi növekedésével általában csökken, az utóbbiával viszont nő a fémek fajlagos ellenállása. A *mágneses tér* a bizmut ellenállását oly mértékben növeli, hogy egy *bizmutspirális* (173,7. ábra) az ellenállás-változás alapján mágneses térerősség mérésére használható.

6. *A fémek elektromos vezetőképessége (σ) és hővezető képessége (λ)* ugyanazon a — nem nagyon mély — hőmérsékleten közelítőleg arányos egymással, pl. az ezüst σ -ja is és egyúttal λ -ja is kétszer nagyobb, mint az alumíniumé (a 2. táblázatból és az I. kötet függelékének 2a táblázatából láthatóan). Ez a *Wiedemann—Franz-törvény* (1853), amely szerint tehát a λ/σ viszony minden fémre kb. ugyanakkora, pontosabb megfogalmazásban (LORENZ, 1872):

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \text{const} \cdot T, \quad (11)$$

azaz λ/σ arányos az abszolút hőmérséklettel (l. még 203. §).



173,6. ábra

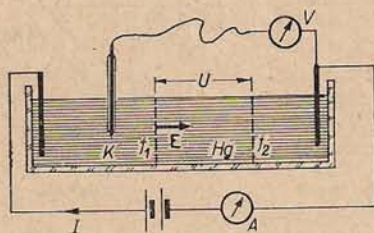


173,7. ábra

174. §. Az áramsűrűség. Ohm törvényének mélyebb jelentése és általánosítása

1. Az áramsűrűség; Ohm törvényének differenciális alakja. Hosszú és keskeny üvegkádba öntött higanyon vezessünk át áramot (174,1. ábra), és az üvegrúdba forrasztott elektródok anyagával megegyező anyagú K fémkontaktus segítségével vizsgáljuk meg, hogyan változik helyről helyre az elektromos potenciál a vezető — a higany — belsejében. Azt tapasztaljuk, hogy az áram irányára merőleges f_1, f_2, \dots sík felületek ekvipotenciális felületek, és ebből a 157. § 3. alapján arra következtethetünk, hogy az áram átjárta vezető belsejében az áram irányával megegyező irányú E elektromos térerősség van jelen. (Áram hiányában az elektrosztatika egyik jól ismert törvénye szerint a térerősség a vezető belsejében zérus!) Az I hosszúságú és állandó q keresztmetszetű higanyoszlopra alkalmazhatjuk Ohm törvényét:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{\rho l} q = \sigma E q, \quad (1)$$

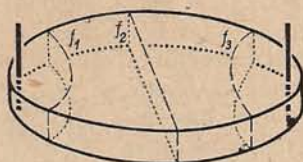


174,1. ábra

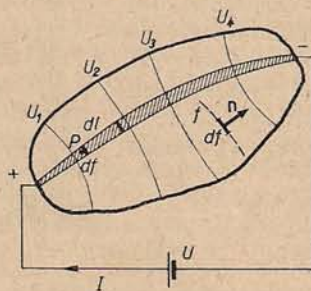
ahol $\sigma = 1/\rho$ a vezetőképesség, $E = U/l$ pedig a térerősség nagysága. (1) a $J = I/q$ áramsűrűségnek, vagyis az egységnyi keresztmetszetre vonatkoztatott áramerősségnek a bevezetésével a következő alakot ölti:

$$J = \sigma E. \quad (2)$$

Kiterjedt (nem lineáris) vezetők belsejében az ekvipotenciális felületek általában görbülteknek mutatkoznak (174,2. ábra), és az I áram iránya sem értelmezhető közvetlenül. A kiterjedt vezető felosztható azonban olyan fonalszerű részekre, áramfonalakra (egy ilyent tüntet fel a 174,3. ábrán a vonalkázott rész), amelyek az ekvipotenciális felületekre merőlegesek. Ezek az áramfonalak a töltések áramlása szempontjából hasonló szerepet töltenek be, mint a folyadékáramlásnál értelmezett áramfonalak (75 § 2.): az áramló töltések az áramfonal oldalsó határán, az „áramcső” falán nem lépnek át. Most már az áramsűrűséget általánosabban, mint vektormennyiséget értelmezhetjük. Ha egy igen keskeny áramfonalnak a P pontot tartalmazó df keresztmetszetén (174,3. ábra) dI erősségű áram halad át, akkor a vezető P pontjához tartozó J áramsűrűség-vektor nagysága:



174,2. ábra



174,3. ábra

$$J = \frac{dI}{df}, \quad (3)$$

iránya pedig a pozitív töltések áramlásának iránya (a negatív töltések áramlásával ellentétes irány). J mint a hely függvénye vektorteret jelent, amely az áramvonalakkal (J -vonalakkal) hasonlóan szemléltethető, mint pl. az E elektromos vagy a H mágneses térerősség az erővonalakkal. A vezetőben felvett f felület-

darabnak (a 174,3. ábrán a szaggatott vonal) egy \mathbf{n} normálisú df elemén nyilván $J_n df$ erősségű áram folyik át, úgyhogy a *tetszőleges* f felületen átfolyó áram erőssége:

$$I = \int_{(f)} J_n df. \quad (4)$$

Az I tehát a J -nek az f felületen átmenő fluxusa, a (155,6) alatti erőfluxus analogonja.

Ezek után az Ohm-törvényből nyert (2) egyenletet a P pont helyén felvett, df keresztmetszetű és dl hosszúságú elemi hengerre is alkalmazhatjuk, és pedig — mivel \mathbf{J} és \mathbf{E} egy irányú vektorok, ti. mindkettő a pozitív töltések áramlásának irányába mutat — vektori alakban:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}. \quad (5)$$

Ez Ohm törvényének differenciális alakja: homogén és izotrop vezető belsejének bármely pontjában az áramsűrűség az ottani elektromos térerősség és a fajlagos vezetőképesség szorzatával egyenlő.¹ Mint az a $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$, $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ és $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ egyenletekből látható, σ az ε dielektromos állandóhoz és a μ mágneses permeabilitáshoz hasonló fontosságú anyagállandó.² Az Ohm-törvénynek eleget tevő vezetőknel σ független az \mathbf{E} térerősségtől (állandó hőmérsékleten); ez Ohm törvényének mélyebb jelentése.

2. A stacionárius áram \mathbf{J} áramsűrűség-vektorának mint a hely függvényének — más szóval az áramvonal-eloszlásnak — számítás útján való meghatározása kiterjedt vezetők esetében általában nehéz feladat. Itt csak azt a számítás alapjául szolgáló szemléletes tételt említjük meg, hogy a \mathbf{J} vektor tere forrásmentes, vagyis \mathbf{J} -nek egy tetszőleges zárt felületen átmenő fluxusa zérus [ugyanúgy, mint a \mathbf{B} mágneses indukcióé, l. (170,9)]:

$$\oint J_n df = 0. \quad (6)$$

Ez a tétel könnyen belátható: (6) azt fejezi ki, hogy a felület körülzárt térfogatba az időegység alatt kívülről ugyanannyi töltés áramlik be, mint amennyi a térfogattól kilép, és ennek így is kell lennie, mert különben a térfogatban foglalt töltés időben változnék, az állapot nem lehetne stacionárius. Pl. egy keskeny áramfonalra vagy lineáris vezetőre (174,4. ábra) alkalmazva, (6) arra az ismert tételre vezet, hogy az f_1 keresztmetszeten befolyó $J_1 f_1$ áram egyenlő az f_2 -n át kilépő $J_2 f_2$ árammal, vagyis az I áram erősség bármely keresztmetszeten ugyanaz:

$$J_1 f_1 = J_2 f_2 (= I). \quad (7)$$

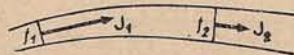
Ez a folyadékáramlásnál talált (75,4) összefüggésnek, a *kontinuitási egyenlet* egyik speciális esetének a megfelelője.

A forrásmentességből következik, hogy a stacionárius áram áramvonalai mindig zárt görbék — a stacionárius áram mindig zárt —, ti. források hiányában az áramvonalaknak sem kezdetük, sem végük nincsen. Pl. a 174,3. ábrán a kiterjedt vezetőben futó áramvonalak a vezetőken és az U áramforráson át záródnak. Magában a kiterjedt vezetőben — általában egy homogén vezetőnek egyszelesen összefüggő tartományában (77. § 4.) — nincsenek zárt áramvonalak, azaz ott a \mathbf{J} vektor tere nemcsak forrásmentes, hanem örvénymentes is.

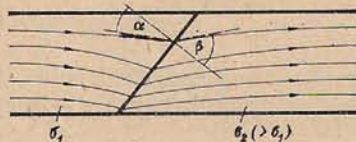
Két különböző (σ_1 és σ_2) vezetőképességű vezető határfelületén az áramvonalak „törési” szenvednek (174,5. ábra), teljesen hasonlóan, mint két szigetelő határán a D -vonalak (164. § 5.): $\operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \beta = \sigma_1 / \sigma_2$.

¹ Az erőterfelfogásnak az Ohm-törvény közvetlen kísérletekkel nyert $U=IR$ alakja helyett az (5) alak felel meg, mert ez a vezető betöltötte tér bármely pontjára, ill. a pont közvetlen környezetére vonatkozó kijelentést tartalmaz (ezért „differenciális” alak).

² Anizotrop vezetők esetében \mathbf{J} és \mathbf{E} általában különböző irányúak; ekkor a két vektor közötti kapcsolat a skaláris σ mennyiség helyett a *vezetőképességi tenzor* segítségével fejezhető ki.



174,4. ábra



174,5. ábra

Ez a reláció közvetlenül abból következik, hogy a határfelület átlépésénél az \mathbf{E} vektor érintőleges és a $\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}$ vektor normális komponense változatlan marad:

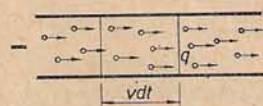
$$E_{2t} = E_{1t}, \quad J_{2n} = J_{1n} \quad (\text{vagy } \sigma_2 E_{2n} = \sigma_1 E_{1n}), \quad (8a-b)$$

e két utóbbi egyenlet pedig \mathbf{E} örvénymentességének ($\oint \mathbf{E}_s ds = 0$) és \mathbf{J} forrásmentességének ($\oint \mathbf{J}_n df = 0$) a folyománya, I. 164. § 5.

3. A fémek áramvezetésének és Ohm törvényének korpuszkuláris értelmezésénél egyelőre abból a (későbbi 203. §-ban finomítandó) elképzelésből indulunk ki, hogy a fémekben az áramot a vezetési elektronok sűrűlódásos mozgása közvetíti. Ha egy lineáris fémvezetőre feszültséget kapcsolunk, a fémben gyakorlatilag azonnal kialakuló \mathbf{E} térerősség folytán mindegyik ($-e$ töltésű) elektronra $-e\mathbf{E}$ erő hat, és így az elektron kezdetben gyorsulással mozog a térrel ellentétes irányban. Az elektron eme irányú \mathbf{v} sebessége addig nő, amíg a mozgást akadályozó sűrűlódási erő, amelyet hidrodinamikai analógiára a v -vel vehetünk arányosnak, vagyis αv alakban írhatunk, az eE mozgató erővel egyenlő nagyságú lesz: $eE = \alpha v$. Ettől kezdve, a stacionárius áramlásnál, v állandó:

$$v = \frac{e}{\alpha} E. \quad (9)$$

(Valójában v -n átlagos sebességet kell értenünk, ti. egy-egy elektron mozgása a fém rácsszerkezetét alkotó ionokkal való gyakori „ütközés” miatt nagyon is rendszer-telen.) A (9)-ből láthatóan az elektronok áramlási vagy vándorlási sebessége arányos a térerősséggel. Az egységnyi térerősségre vonatkoztatott sebességnek, a $\mu = v/E = e/\alpha$ elektronmozgékönyságnak a bevezetésével $v = \mu E$.



174,6. ábra

A lineáris fémvezető q keresztmetszetén (174,6. ábra) dt idő alatt nyilván a $qv dt$ térfogatban levő elektronok lépnek át. Ha a térfogategységben n elektron van (n a pl. cm^{-3} -ben kifejezett elektronkoncentráció), akkor a q -n átlépő elektronok száma $nqv dt$, összes töltésük pedig: $dQ = enqv dt$. Így az áramsűrűség nagysága:

$$J = \frac{1}{q} \frac{dQ}{dt} = env = en\mu E. \quad (10)$$

Ez az egyenlet azonban nem más, mint Ohm törvényének differenciális alakja: $J = \sigma E$, ahol

$$\sigma = n\mu e; \quad (11)$$

a fémek fajlagos vezetőképessége a vezetési elektronok koncentrációjának, mozgékönységének és az elemi töltésnek a szorzatával egyenlő.

Az áram a feszültség bekapcsolásakor gyakorlatilag a vezető minden részében azonnal megindul, mert az elektromos tér, amely az áramlást megindítja, közelítőleg fénysebességgel terjed a vezetőben (233. §). Miként azonban pl. a csövekben áramló folyadék részecskéinek sebessége is sokkal kisebb az áramlást megindító nyomás terjedési sebességénél, úgy a fémekben áramló elektronok v sebessége is sokkal kisebb, mint a fénysebesség. A v -re pl. az 1 A áramot vivő, 1 mm^2 keresztmetszetű rézdrót esetében a (10) alatti $J = env$, ill. $v = J/ne$ egyenlet alapján adhatunk becslést. $J = 1 \text{ A/mm}^2 = 3 \cdot 10^{11}$ CGS-egység, $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ CGS-egység, n -et pe-

dig becslésünkben az 1 cm^3 -ben foglalt rézatomok számával vehetjük egyenlőnek. Mivel $1 \text{ mol} = 63,57 \text{ g}$ rézben $6 \cdot 10^{23}$ atom van, és a réz sűrűsége $8,9 \text{ g cm}^{-3}$, $n = (8,9 \cdot 6 \cdot 10^{23} / 63,6) \text{ cm}^{-3} = 8,4 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$. Így a szóban forgó esetben az elektronok áramlási sebessége:

$$v = \frac{J}{ne} = \frac{3 \cdot 10^{11}}{8,4 \cdot 10^{22} \cdot 4,8 \cdot 10^{-10}} \text{ cm s}^{-1} \approx 7 \cdot 10^{-3} \text{ cm s}^{-1}. \quad (12)$$

4. Ohm törvénye inhomogén vezetóre és zárt áramkörre; az elektromotoros erő. Tegyük fel, hogy egy lineáris vezető — amelynek A és B végeire majd később feszültséget kapcsolunk — a különböző anyagú 1 és 2 vezetőkből áll (174,7. ábra). A 168. § szerint 1 és 2 között az érintkezési felületnél kialakult kis Δs vastagságú (az ábrán túlzottan vastagnak vett) kettősréteg miatt U_{12} Galvani-feszültség, és ennek megfelelően az a és b közötti keskeny térben $E_0 = U_{12}/\Delta s$ nagyságú elektromos térerősség keletkezik. Ugyanakkor, ha a vezetőn még nem viszünk át áramot, $J=0$, tehát most a $J = \sigma E = \sigma E_0$ törvény nem érvényes. Fenomenológiai szempontból kézenfekvő ezt a törvényt a szóban forgó inhomogén vezetóre (az a és b közötti részre) úgy általánosítanunk, hogy az U_{12} feszültséget létrehozó, nem elektromos természetű töltésszétválasztó erőket — amelyek a határfelületnél az ábra esetén a pozitív töltést 1-re, ill. a negatív töltést 2-re juttatják — formailag egy, a kettősréteg E_0 elektromos térerősségével ellentétesen egyenlő $E^* (= -E_0)$ „idegen térerősség” bevezetésével vesszük figyelembe. Így egyelőre a $J=0$ áramtalan esetre a $J = \sigma(E_0 + E^*) = 0$ egyenletet írhatjuk fel. Ha most a rendszeren áramot vezetünk át (174,8. ábra), az áram az E^* idegen térerősséget a tapasztalat szerint nem befolyásolja, E_0 helyébe viszont az áram által módosított E térerősség lép:

$$J = \sigma(E + E^*). \quad (13)$$

Ez Ohm törvényének általánosított differenciális alakja inhomogén vezetóre, ill. „idegen térerősség” jelenléte esetén.

Ebből a törvényből egyszerűen eljuthatunk az integrális Ohm-törvény általánosabb alakjához. A (13)-at vagy $(\sigma = 1/\rho)$ miatt) a $\rho J = E + E^*$ egyenletet szorozzuk meg skalárisan a vékony vezetőnek az áramfonal irányába mutató ds vonalelemével, és integráljuk a vezető A és B végpontjai között:

$$\int_A^B \rho J ds = \int_A^B E ds + \int_A^B E^* ds. \quad (14)$$

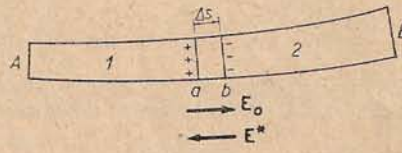
Mivel J egy irányú ds -sel, és $J = I/q$ -ban az I áramerősség a vezető minden helyén ugyanaz, (14) így is írható:

$$I \int_A^B \frac{\rho ds}{q} = \int_A^B E_s ds + \int_A^B E_s^* ds. \quad (15)$$

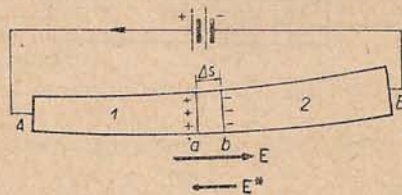
A bal oldalon az integrál — az elemi szakaszok $\rho ds/q$ ellenállásainak az összege — az AB vezetőszakasz ellenállása, R_{AB} . A jobb oldalon az első integrál az A és B pontok közötti feszültség, U_{AB} . A második integrál — szintén feszültség jellegű mennyiség — definíció szerint az AB szakaszon működő „elektromotoros erő” (e. m. e.):

$$\mathcal{E}_{AB} = \int_A^B E_s^* ds. \quad (16)$$

Ez az ábra esetében, amikor E^* csak az 1 és 2 vezetők érintkezési helyén, az a és b közötti kis Δs szakaszon belül különbözik zérustól: $\mathcal{E}_{AB} = \mathcal{E}_{ab} = E_s \Delta s$ (a felvett esetben $E_s^* = -|E^*|$ miatt negatív,



174,7. ábra



174,8. ábra

nagyságra nézve az U_{12} Galvani-feszültséggel egyenlő érték), általánosabb esetben pedig, akárhány első- vagy másodfajú vezető érintkezésénél, az egyes érintkezési helyeken fellépő e.m.e.-k algebrai összege. Ily módon *Ohm törvénye az inhomogén AB vezetőszakaszra:*

$$IR_{AB} = U_{AB} + \mathcal{E}_{AB}. \quad (17)$$

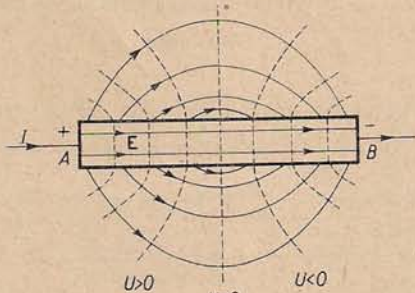
Ha (15)-ben az AB szakasz helyett az egész zárt áramkörre integrálunk — amikor is a (15)-beli integrálok helyébe a \oint „körintegrálok” lépnek —, a stacionárius áram elektromos terére is érvényes $\oint E_s ds = 0$ alapvető összefüggés miatt azt kapjuk, hogy a zárt áramkörre vonatkozó *Ohm-törvény:*

$$IR = \mathcal{E}, \quad (18)$$

ahol R és \mathcal{E} az egész zárt áramkör ellenállása, ill. e. m. e.-je,

$$R = \oint \frac{\rho ds}{q}, \quad \mathcal{E} = \oint E_s^* ds. \quad (19a-b)$$

Ha megállapodunk abban, hogy mindig az áramvonalak irányában integrálunk (pl. a 174.8. ábra esetén az óra járásával ellentétes irányban), akkor (17)-ben R_{AB} és U_{AB} pozitív, \mathcal{E}_{AB} viszont — miként az ábra esetében — negatív is lehet; (18)-ban R is és \mathcal{E} is pozitív (ill. $\mathcal{E} = 0$, ha a zárt kör kizárólag elsőfajú vezetőkből áll, amelyek érintkezési helyei mind egyenlő hőmérsékletűek, l. 168. §).



174.9. ábra

esettel ellentétben, nem merőlegesek a felületre — azt jelentik, hogy a hengeres vezető bal, ill. jobb oldali palástján pozitív, ill. negatív *felületi töltés* van jelen. Könnyen belátható, hogy ez a töltés az alatt az igen rövid idő alatt jut a felületre, amíg a feszültségnek az A és B végpontokra való kapcsolása után a stacionárius állapot kialakul; ezután a felületi töltés már változatlan marad, mert a vékony henger belsejében az E -vonalak párhuzamosak a palásttal, és így nem visznek oda töltést. (Kettős vezeték erőterét illetően l. a 233. §-t.)

5. A stacionárius áram elektromos tere a vezető környezetében — eddig csak a vezetőn belüli erőteréről beszéltünk — a 155. § 3.-ból ismert erővonal-kísérlettel mutatható ki, ha igen nagy ellenállású vezetőt, pl. grafitporral bevont papírszalagot alkalmazunk, és ennek két végére influenciagép több tízezer voltos feszültségét kapcsoljuk. Példaként egy hosszú, egyenes és közepén földelt vezető E -vonalait a 174.9. ábrán a kihúzott görbék, az ekvipotenciális felületeket pedig a szaggatott görbék mutatják. A vezető bal feléből kiinduló és jobb felén végződő erővonalak — amelyek most, a statikus

175. §. Kirchhoff törvényei. Ellenállások (fogyasztók) soros és párhuzamos kapcsolása

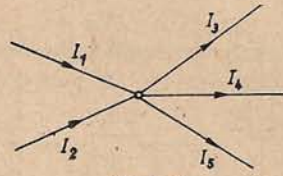
1. *Kirchhoff törvényei.* Gyakran előfordul az a feladat, hogy ismert ellenállású vezetők közül — *fogyasztókból* — és ismert elektromotoros erejű áramforrásokból álló rendszernek, azaz egy *hálózatnak* az ágaiban folyó áramokat kiszámítsuk. A feladat megoldását a Kirchhoff-féle áramelágazási törvények (1847) teszik lehetővé, ti. e törvények alapján mindig elegendő számú egyenlet írható fel a keresett áramerősségekre vonatkozólag.

a) *Kirchhoff első törvénye, a „csomóponttörvény”* az áramelágazási pontokra vagy csomópontokra vonatkozik: *Stacionárius árammal átjárt hálózat bármely P csomópontjába befolyó áramok intenzitásainak összege egyenlő a P -ből kilépő áramok intenzitásainak összegével,* azaz pl. a 175.1. ábra esetében

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5. \quad (1)$$

Ha az intenzitásokat megfelelő előjelekkel látjuk el — pl. a befolyó áramokat pozitívoknak, az elfolyókat negatívoknak tekintjük —, akkor e törvényt úgy is kifejezhetjük, hogy a csomópontban található áramok algebrai összege zérus:

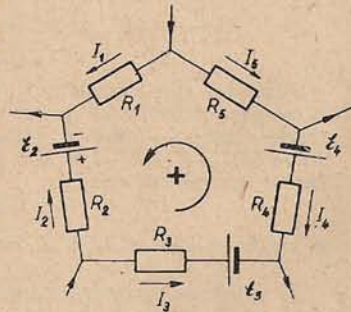
$$\sum I_k = 0. \quad (1a)$$



175.1. ábra

Kirchhoff első törvénye közvetlenül folyik a töltések megmaradásának elvéből és abból, hogy az áramokat stacionáriusoknak tételeztük fel: ha (1) nem teljesülne, P -ben töltések halmozódnának fel, tehát nem állna fenn időben változatlan, stacionárius állapot.¹

b) Kirchhoff második törvénye, a „huroktörvény”, amely Ohm törvényének általánosítása, zárt áramkörre vonatkozik: Stacionárius árammal átjárt hálózat bármely zárt áramkörében az egyes szakaszokhoz tartozó $I_k R_k$ feszültségesések összege egyenlő az áramkörben ható \mathcal{E}_k elektromotoros erők összegével, ha az I_k -kat és az \mathcal{E}_k -kat a választott körüljárási iránynak megfelelő előjellel látjuk el. Ez utóbbi azt jelenti, hogy I_k -t és \mathcal{E}_k -t akkor vesszük pozitív előjellel, ha I_k iránya és \mathcal{E}_k iránya (amely az áramforrás negatív sarkától a pozitív felé mutat, vagyis ama áram iránya, amelyet \mathcal{E}_k létrehozna!) megegyezik a körüljárási iránnyal.



175.2. ábra

Ezek szerint pl. a 175.2. ábrán vázolt ötszakaszú áramkörre² a huroktörvény:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_5 R_5 = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_4, \quad (2)$$

ahol valamennyi I_k és \mathcal{E}_k pozitív. Ha viszont a megfelelő előjeleket magukba az I_k -kba és \mathcal{E}_k -kba beleértjük, akkor a huroktörvény általános alakja:

$$\sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_k. \quad (2a)$$

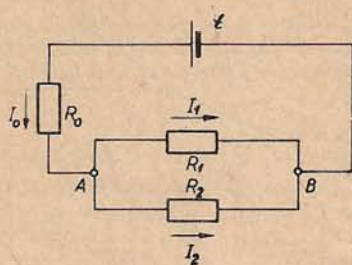
A huroktörvény — amelyet kísérletileg áram- és feszültségmérő műszerekkel igazolhatunk — könnyen levezethető a differenciális Ohm-törvény (174,13) alatti általános alakjából, $\rho \mathbf{J} = \mathbf{E} + \mathbf{E}^*$ -ből. Ezt az áramkör minden helyén érvényes egyenletet az egész zárt áramkörre integrálva, a $\oint \mathbf{E} ds = 0$ alaptörvény figyelembevételével kapjuk:

$$\oint \rho \mathbf{J} ds = \oint \mathbf{E}^* ds.$$

A (174,14) után mondottak szerint azonban a bal, ill. a jobb oldal éppen $\sum I_k R_k$ -val, ill. $\sum \mathcal{E}_k$ -val egyenlő, az I_k -kat és az \mathcal{E}_k -kat a megfelelő előjelekkel együtt értve. Abban az esetben, amikor az

¹ Matematikailag az (1) vagy (1a) törvény a stacionárius áram \mathbf{J} áramsűrűség-vektorának forrásmentességét kimondó, (174,6) alatti $\oint \mathbf{J}_n df = 0$ tételből következik, ha ezt a tételt a P pontot körülvevő zárt felületre alkalmazzuk.

² Mivel ebbe a zárt áramkörbe a hálózat többi részéből az A, B, \dots csomópontokon át áramok folynak be (ill. lépnek ki onnan), az $1, 2, \dots$ szakaszokban folyó I_1, I_2, \dots áramok általában különböző erősségűek és irányúak. — A k -adik szakasz R_k ellenállásába beleértendő az e szakaszban levő áramforrás belső ellenállása is (176. §)!



175,3. ábra

A, B, \dots pontokban érintkező vezetők különböző anyagúak, e pontokban fellépnek érintkezési e.m.e.-k is, de ezek összege a 168. § 2. szerint zérus, ha az A, B, \dots pontokban a hőmérséklet ugyanaz; különböző hőmérsékletek esetén a $\sum \mathcal{E}_k$ összeg magában foglalja a zárt körben fellépő termoelektromotoros erőt is (180. §).

Ha egy áramforrás vagy generátor feszültségén az e. m. e.-vel ellentétes irányú feszültséget értjük ($U_G = -\mathcal{E}$), akkor (2a) alakja: $\sum I_k R_k + \sum U_{Gk} = 0$. Eszerint a huroktörvény úgy is kifejezhető, hogy a zárt áramkörben fellépő összes feszültségek (ti. az ellenállásokra eső $U_k = I_k R_k$ feszültségek és a generátorfeszültségek) algebrai összege zérus:

$$\sum U_i = 0. \quad (2b)$$

Példaként alkalmazzuk a Kirchhoff-törvényeket a 175,3. ábrán látható egyszerű hálózatra! A csomóponttörvény (az A vagy a B pontra vonatkozólag) egy egyenletet ad: $I_0 = I_1 + I_2$, a huroktörvény pedig — mivel a hálózatban 3 zárt áramkör van — 3 egyenletet: $I_0 R_0 + I_1 R_1 = \mathcal{E}$, $I_0 R_0 + I_2 R_2 = \mathcal{E}$, $I_2 R_2 - I_1 R_1 = 0$. Az utóbbiak közül csak kettő lévén független egymástól, összesen három egyenletünk van, pl.

$$I_0 = I_1 + I_2, \quad I_1 R_1 = I_2 R_2, \quad I_0 R_0 + I_1 R_1 = \mathcal{E}, \quad (3)$$

és ezekből a keresett I_0, I_1, I_2 intenzitások könnyen kiszámíthatók.

2. Sorosan és párhuzamosan kapcsolt vezetők (ellenállások vagy fogyasztók) ellenállása Ohm és Kirchhoff törvényeinek felhasználásával egyszerűen megállapítható.

a) *Sorosan* vagy sorba kapcsolt, R_1 és R_2 ellenállású vezetőkön (175,4. ábra) — az ilyen esetekre hallgatólagosan már eddig is alkalmazott csomóponttörvény szerint — ugyanaz az I intenzitású áram folyik át. Ohm törvényéből tehát következik, hogy az ábrán megjelölt U_1, U_2 és U feszültségek:

$$U_1 = IR_1, \quad U_2 = IR_2, \quad U = U_1 + U_2 = I(R_1 + R_2). \quad (4a-c)$$

A sorba kapcsolt két vezető „eredő ellenállása” az az R ellenállás, amellyel a két vezető helyettesíthető anélkül, hogy U és I megváltoznék. R -re nézve nyilván $U = IR$, és így (4c) miatt $R = R_1 + R_2$. Általánosabban, kettőnél több ellenállásra is fennáll, hogy *soros kapcsolás esetén az eredő ellenállás az egyes ellenállások összege*:

$$R = R_1 + R_2 + \dots = \sum R_k. \quad (5)$$

Az U_1, U_2 és az U feszültségek (175,4. ábra) viszonyára (4a-c)-ből kapjuk: $U_1/U_2 = R_1/R_2$, $U_1/U = R_1/(R_1 + R_2)$. Általánosabban:

$$\frac{U_i}{U_k} = \frac{R_i}{R_k}, \quad \frac{U_i}{U} = \frac{R_i}{R} = \frac{R_i}{\sum R_k}, \quad (6)$$

soros kapcsolásnál az ellenállásokra eső feszültségek úgy aránylanak egymáshoz, mint a megfelelő ellenállások.

b) *Párhuzamosan* kapcsolt R_1 és R_2 ellenállású vezetőkre a 175,5. ábra és Ohm törvénye, majd a csomóponttörvény alapján:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I = I_1 + I_2 = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (7a-c)$$

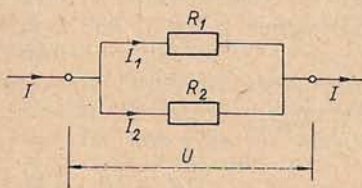
A rendszer eredő R ellenállására nézve nyilván $R = U/I$, vagy $1/R = I/U$, azaz (7c) miatt $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$. Általánosabban, kettőnél több ellenállásra is fennáll, hogy *párhuzamos kapcsolás esetén az eredő ellenállás reciproka az egyes ellenállások reciprokainak az összege*:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots = \sum \frac{1}{R_k}. \quad (8)$$

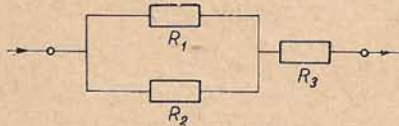
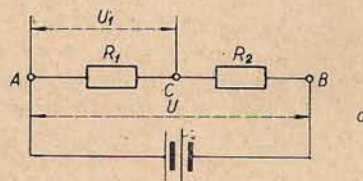
Az I_1, I_2 és I intenzitások (175,5. ábra) viszonyára (7a-c)-ből és (8)-ból kapjuk: $I_1/I_2 = R_2/R_1$, $I_1/I = R/R_1$. Általánosabban:

$$\frac{I_i}{I_k} = \frac{R_k}{R_i}, \quad \frac{I_i}{I} = \frac{R}{R_i}, \quad (9)$$

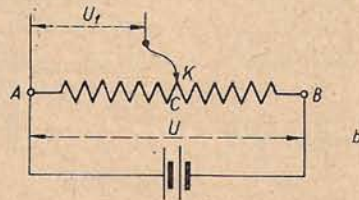
azaz *párhuzamosan kapcsolt vezetőkben az áramintenzitások fordítva arányosak a megfelelő ellenállásokkal*.



175,5. ábra



175,6. ábra



175,7. ábra

Az (5), (6), (8) és (9) egyenletek tartalma a vezetőképesség ($G=1/R$) fogalmának felhasználásával így foglalható össze:

Sorosan } kapcsolts vezetőkbl álló rendszer { ellenállása } az egyes vezetők
Párhuzamosan } { vezetőképessége }
{ ellenállásának } összege; az egyes vezetőkön { fellépő feszültségesések } egyenesen arányosak
{ vezetőképességének } { átfolyó áramok erősségei }
a vezetők { ellenállásaival }
{ vezetőképességeivel }.

A kettőnél több vezető bármilyen összekapcsolásából keletkező rendszerek soros és párhuzamos kapcsolások kombinációjaként tekinthetők. Pl. a 175,6. ábrán vázolt, R_1, R_2, R_3 -ból álló rendszer ellenállása:

$$R = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} + R_3. \quad (10)$$

3. A feszültségosztó vagy potenciométer (175,7a—b ábra) a (6) összefüggésen alapszik. E készülékkel a sorba kapcsolt R_1 és R_2 ellenállások A és B végei közötti U feszültségnek törtrészét állíthatjuk elő, ti. az R_1 ellenállás A és C végpontjairól az

$$U_1 = U \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (11)$$

feszültség vehető le. A feszültségosztást igen gyakran csúszó kontaktusos (K) ellenállás alkalmazásával oldják meg, amikor is az A és C pontok közötti feszültség 0-tól U -ig folytonosan változtatható.

176. §. Áramforrások belső ellenállása; áramforrások kapcsolása

1. *Áramforrások belső ellenállása; elektromotoros erő és kapcsolófeszültség.* Elektrométerrel vagy nagy ellenállású voltmérővel mérjük meg egy *nyitott* galvánelem — vagy más áramforrás — sarkai közötti feszültséget, más szóval az elem *üresjárás* feszültségét vagy *elektromotoros erejét* (e. m. e.-jét; jelölése U_0 vagy \mathcal{E} , l. 168. § 4.), majd mérjük meg az R_k *külső ellenálláson* keresztül *zárt* elem sarkai közötti feszültséget, az U_k *kapocsfeszültséget* (176,1a, ill. b ábra). Azt találjuk, hogy U_k kisebb az \mathcal{E} -nél. Ennek az oka abban rejlik, hogy az áramforráson az áram éppúgy átfolyik — a negatívától a pozitív sarokig —, mint egy stacionárius vízáramlást fenntartó szivattyún a víz, és az áramforrásnak is van eme árammal szemben ellenállása: a *belső ellenállás*, R_b . A zárt áramkörre Kirchhoff második törvénye szerint

$$IR_k + IR_b = \mathcal{E}, \quad (1)$$

az Ohm-törvény alapján pedig $IR_k = U_k$, úgyhogy a *kapocsfeszültség és az e. m. e. közötti összefüggés:*

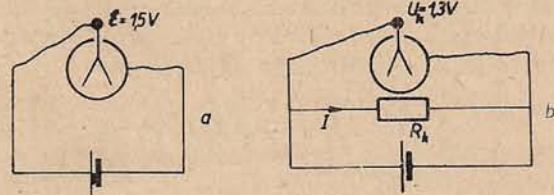
$$U_k = \mathcal{E} - IR_b, \quad (2)$$

tehát U_k mindig kisebb \mathcal{E} -nél (ha $I \neq 0$). Az (1)-ből nyerhető *áramerősség*

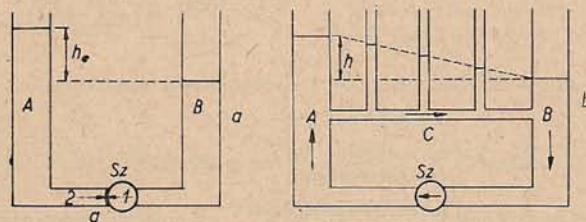
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_b + R_k} \quad (3)$$

értékének (2)-be való behelyettesítésével adódik az U_k és \mathcal{E} közti összefüggés másik alakja:

$$U_k = \mathcal{E} \frac{R_k}{R_b + R_k}. \quad (4)$$



176,1. ábra



176,2. ábra

Ebből leolvasható, hogy az $R_k \gg R_b$ esetben $U_k \approx \mathcal{E}$: a *belső ellenálláshoz képest igen nagy külső ellenállás esetén a kapocsfeszültség gyakorlatilag egyenlő az e. m. e.-vel.* Ezért a megfelelően nagy ellenállású voltmérőkkel az (egyébként terheletlen) áramforrások sarkain mért feszültséget az e. m. e.-vel tekinthetjük egyenlőnek.

Az áramerősségre vonatkozó (3) egyenlet értelmében egy *adott* \mathcal{E} e. m. e.-jű és

R_b belső ellenállású áramforrás annál erősebb áramot ad, minél kisebb az R_k külső ellenállás. Az $R_k = 0$ határesetnek, a „rövidzárnak” megfelelő maximális áramerősség, az ún. rövidzárási áram:

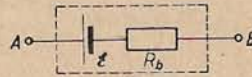
$$I_{\max} = \frac{\mathcal{E}}{R_b}. \quad (5)$$

Nyomatékosan megjegyzendő azonban, hogy az áramforrásokat általában csak a rövidzárási áramnál lényegesen kisebb áramerősségek mellett szabad használni, mert a megengedettnél nagyobb intenzitások esetében az áramforrások tönkremehetnek!

A nyitott és a zárt áramforrás, ill. áramkör (176,1a—b ábra) hidrodinamikai analogója a 176,2a, ill. b ábrán látható. Az a ábrán az \mathcal{E} e. m. e.-nek nagyságra nézve az a maximális ρgh_e nyomás(különbség) felel meg, amellyel a működésben levő Sz folyadékszivattyú az áramlás nélküli sztatikus esetben egyensúlyt képes tartani. (Pl. szivókút esetében ez a nyomás elméletileg egy $h_e \approx 10$ m magas vízoszlop nyomása, l. 74. §). \mathcal{E} -nek a Kirchhoff-féle huroktörvényben szereplő, az áraméval megegyezőnek tekintett irányát is figyelembe véve, az e. m. e. az a ábrán a jobbról balra irányuló 1 nyíllal — a q keresztmetszet jobb oldalára ható nyomással —, az e. m. e.-vel egyensúlyt tartó elektrosztatikai feszültség pedig a 2 nyíllal szemléltethető. Az U_k kapocsfeszültség megfelelője a b ábrán az a ρgh_e -nél kisebb ρgh nyomás(különbség), amely a külső ellenállásnak megfelelő C cső A és B vége közt mutatkozik akkor, amikor a szivattyú az ACBSzA zárt körben stacionárius folyadékáramlást tart fenn. A C csőhöz illesztett manométerek a cső mentén létrejövő nyomáscsökkenést, az R_k mentén az Ohm-törvény szerint fennálló feszültségcsökkenést megfelelően jelzik. Az analógiának további, az (1)—(5) egyenleteknek megfelelő részleteit az olvasó könnyen átgondolhatja.

Az áramforrás belső ellenállása a mérési adatokból könnyen kiszámítható. Pl. (4)-ből következik: $U_k(R_b + R_k) = \mathcal{E}R_k$, és innen

$$R_b = \frac{\mathcal{E} - U_k}{U_k} R_k. \quad (6)$$



A 176,1. ábrán feltüntetett értékekből pl. $R_b = \frac{1,5 - 1,3}{1,3} \cdot 10 \Omega \approx 1,5 \Omega$,

176,3. ábra

a rövidzárási áram pedig ≈ 1 A.

A fizikai megfontolások szempontjából bármely egyenáramú áramforrás helyettesíthető egy olyan kétpólusú kapcsolási elemmel (az A, B „aktív kétpólussal”, 176,3. ábra), amely egy \mathcal{E} e. m. e.-jű és zérus belső ellenállású, idealizált telepből és az ezzel sorba kapcsolt R_b ellenállásból áll. A galván-elemek és akkumulátorok esetében \mathcal{E} és R_b csaknem független a terheléstől, vagyis az I áramerősségtől, viszont pl. egy főáramkörű dinamó e. m. e.-je erősen függ az I -től (222. §).

2. Áramforrások kapcsolása. Ha egy elem vagy egyéb áramforrás — a következőkben a rövidség kedvéért csak elemet említünk — nem szolgáltathat elegendő nagy feszültséget vagy áramot, akkor több elemet *teleppé* kapcsolunk össze.

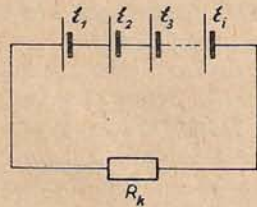
a) *Soros kapcsolás* esetén (176,4. ábra) a telep \mathcal{E} e. m. e.-je, ill. R_b belső ellenállása nyilvánvalóan az egyes elemek \mathcal{E}_i e. m. e.-inek, ill. R_{bi} belső ellenállásainak az összege: $\mathcal{E} = \sum \mathcal{E}_i$, $R_b = \sum R_{bi}$. Így az R_k ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I = \frac{\sum \mathcal{E}_i}{\sum R_{bi} + R_k}, \quad (7)$$

speciálisan n számú egyforma elem (\mathcal{E}_1, R_{b1}) sorba kapcsolásánál

$$I = \frac{n\mathcal{E}_1}{nR_{b1} + R_k} \quad (8)$$

Ha $R_k \gg nR_{b1}$, akkor $I \approx n\mathcal{E}_1/R_k$, vagyis az áram közelítőleg n -szerese az egyetlen elemmel elérhető áramnak. Az $R_k \ll nR_{b1}$ esetben viszont $I \approx \mathcal{E}_1/R_{b1}$, azaz I gyakorlatilag ugyanakkora, mint egyetlen elem rövidzárási árama, tehát most a soros kapcsolás nem jár haszonnal. Eszerint a soros kapcsolás akkor előnyös, ha a külső ellenállás nagy a telep belső ellenállásához képest ($R_k \gg nR_{b1}$).



176,4. ábra

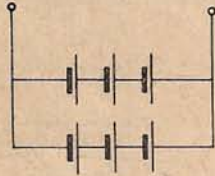


176,5. ábra

b) Párhuzamos kapcsolás, pontosabban n számú egyforma elem (\mathcal{E}_1, R_{b1}) párhuzamos kapcsolása esetén (176,5. ábra)¹ a telep e. m. e.-je változatlanul \mathcal{E}_1 , belső ellenállása pedig nyilván R_{b1}/n , (175,8)-nak megfelelően. Így az R_k ellenállású fogyasztón átmenő áram erőssége:

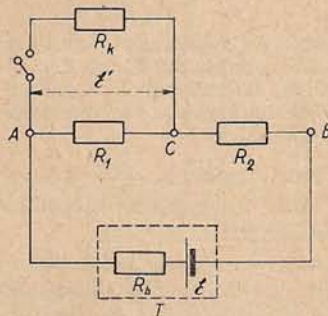
$$I = \frac{\mathcal{E}_1}{R_{b1}/n + R_k} = \frac{n\mathcal{E}_1}{R_{b1} + nR_k} \quad (9)$$

Ha $R_k \gg R_{b1}/n$, akkor $I \approx \mathcal{E}_1/R_k$, úgy, mintha csak egy elemből állna a telep. Ha viszont $R_k \ll R_{b1}/n$, akkor $I \approx n\mathcal{E}_1/R_{b1}$, ami azt jelenti, hogy a párhuzamos kapcsolás akkor előnyös, ha a külső ellenállás kicsiny a telep belső ellenállásához képest ($R_k \ll R_{b1}/n$).



176,6. ábra

c) Megfelelően nagy feszültségű és kis belső ellenállású telep gyakran csak kombinált kapcsolás (176,6. ábra) útján állítható össze. Ha adott külső ellenállás és adott számú egyforma elem esetében maximális áramerősséget kívánunk elérni, akkor — mint azt ki lehetne mutatni — az elemeket úgy kell összekapcsolnunk, hogy a telep belső ellenállása lehetőleg egyenlő legyen a külső ellenállással.



176,7. ábra

3. A potenciométer mint áramforrás. Több kapcsolási elem-ből összetett áramforrásra példa a 176,7. ábrán vázolt potenciométer. Az ennek A és C sarkai közé kapcsolt R_k ellenállású fogyasztón áthaladó I áram az Ohm-törvény és a huroktörvény alkalmazásával könnyen kiszámítható, de még egyszerűbben juthatunk célhoz az alábbi módon.

Ha R_k egyelőre nincs bekapcsolva, akkor — a 175. § 3. értelmében — az R_b belső ellenállású T telep e. m. e.-jéből az R_1 ellenállásra eső \mathcal{E}' feszültség, amely úgy tekinthető, mint a szóban forgó AC áramforrás („aktív kétpólus”) e. m. e.-je, a következő:

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E} \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_b} \quad (10)$$

Az AC áramforrás R_b belső ellenállása az ábráról láthatóan az R_1 -nek és az ezzel párhuzamosan kapcsolt $R_2 + R_b$ -nek az

¹ Különböző e. m. e.-jű elemeket nem ajánlatos párhuzamosan kapcsolni, mert az elemeken ilyenkor már külső fogyasztó nélkül is áram folyik át.

eredője, azaz (175,8) alapján

$$\frac{1}{R'_b} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_b}, \quad R'_b = \frac{R_1(R_2 + R_b)}{R_1 + R_2 + R_b}. \quad (11)$$

Így az A és C pólusok közé kapcsolt R_k ellenállású fogyasztón áthaladó áram erőssége:

$$I = \frac{\mathcal{E}'}{R'_b + R_k} = \frac{\mathcal{E}' R_1 / (R_1 + R_2 + R_b)}{R_1(R_2 + R_b) / (R_1 + R_2 + R_b) + R_k}, \quad (12)$$

az A és C közti kapocsfeszültség pedig: $U_k = IR_k$, vagy

$$U_k = \mathcal{E}' \frac{R_k}{R'_b + R_k}. \quad (13)$$

177. §. Ellenállás-készülékek. Ellenállásmérés Wheatstone-híddal. A feszültség és az áramerősség mérése kompenzációval

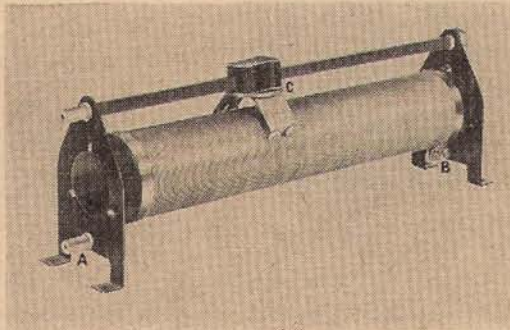
1. Az ellenállás-készülékek — röviden *ellenállások* — egyrészt az áramerősség és a feszültség szabályozására, másrészt különböző mérési célokra szolgálnak.

a) *A szabályozó ellenállások* (változtatható ellenállások, *reosztátok*) közé tartozó *tolóellenállások* (177,1. ábra) rendszerint porcelán hengerre csévéltek, viszonylag nagy fajlagos ellenállású és kicsiny hőmérsékleti tényezőjű „ellenálláshuzalból” (krómnikkel, manganin vagy konstantán) állanak, amelyből a C csúszóérintkező segítségével hosszabb vagy rövidebb szakasz iktatható be az áramkörbe. A 177,2. ábrán vázolt *a* kapcsolásban közvetlenül az F fogyasztón átmenő áram erősségét, a *b* kapcsolásban viszont — az ismert

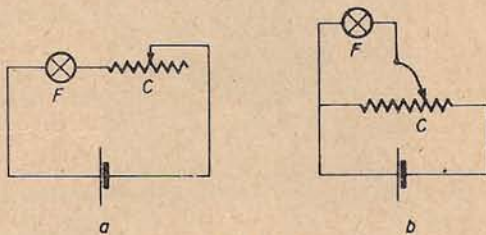
potenciométerrel — közvetlenül az F -re jutó feszültséget szabályozzuk.

A rádiótechnikában használatos potenciométerek egy része körívben meghajlított tekercsű tolóellenállás (177,3. ábra), a nagyobb ellenállású típusok pedig huzalellenállás helyett szénből vagy más „ellenállásanyagból” készült réteget tartalmaznak. Erős áramok esetén — amikor a csúszókontaktus és az ellenálláshuzal közvetlen érintkezése az erős helyi felmelegedés miatt nem engedhető meg — többnyire *karos ellenállások* (177,4. ábra) használatosak; ilyenek pl. az elektromotorok „indító ellenállásai”.

Rögzített értékű ellenállások gyanánt, pl. rádiótechnikai célokra, egyrészt *huzalellenállásokat*, gyakrabban pedig *rétegelőellenállásokat* (vékony grafit-, szilíciumkarbid- vagy porlasztott fémréteggel bevont porcelán rudacsokkákat, 177,5. ábra) alkal-



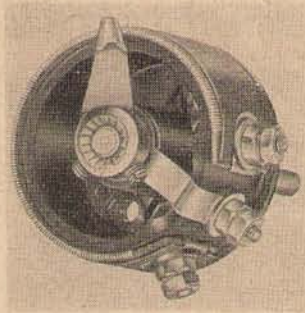
177,1. ábra



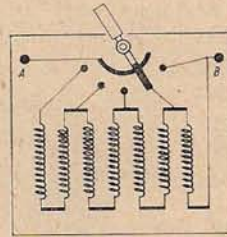
177,2. ábra

maznak. Ezeken és a többi *technikai ellenállásokon* az ellenállás értéke mellett általában az ellenállás pontosságát és a terhelhetőséget is feltüntetik. Ha *igen nagy ellenállásokra* ($> 10^{10} \Omega$) van szükség, az említett rétegellenállásokon kívül tekintetbe jöhetnek alkalmas folyadékokból és elektródokból összeállított *folyadék-ellenállások* is.

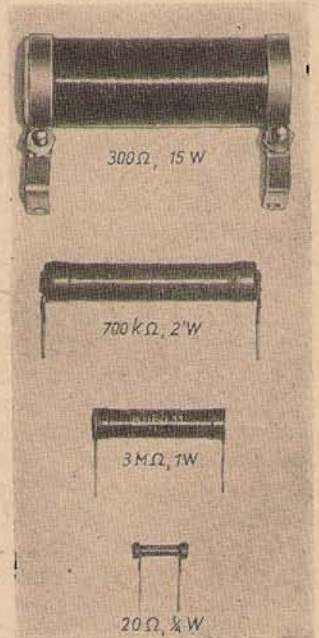
b) *A mérőellenállások* — mérési célra használt ellenállások — közül rögzített értékűek a manganin drótból (bifiláris tekercseléssel, 211. §) készült, egy adott hőmérsékleten igen nagy pontossággal hitelesített *normállenállások* ($10^{-4} \Omega$ -tól $10^5 \Omega$ -ig; 177,6a—b ábra). A *dugaszos ellenállásszekrény* (177,7a—b ábra) A, B, C, D, ... dugaszainak kihúzásakor a gyakorlatilag elhanyagolható ellenállású vezető sínszakasz helyett a megfelelő (pl. 1, 2, 2, 5 Ω , ... nagyságú) ellenállásokat kapcsoljuk be az áramkörbe. A *dekádenellenállás-szekrény* sorba kapcsolt karos ellenállásokból áll: a 177,8. ábra szerint az egymás után következő forgatógombokkal rendre $10^n \Omega$ ($n = 1, 2, \dots$; esetleg $n = -2, -1, 0, 1, \dots$) egész számú többszörösei állíthatók be, és így több nagyságrenden keresztül kényelmesen, 3–4 jegnyi pontossággal szabályozhatjuk a szekrény ellenállását. Kisebb pon-



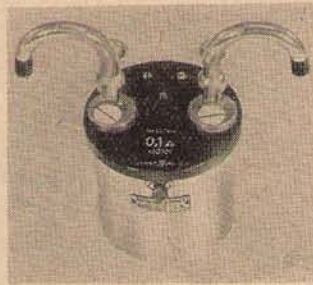
177,3. ábra



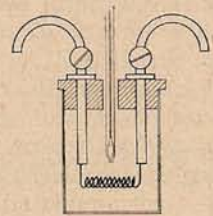
177,4. ábra



177,5. ábra

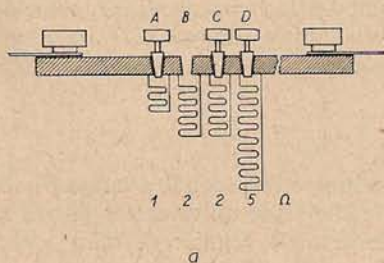


a

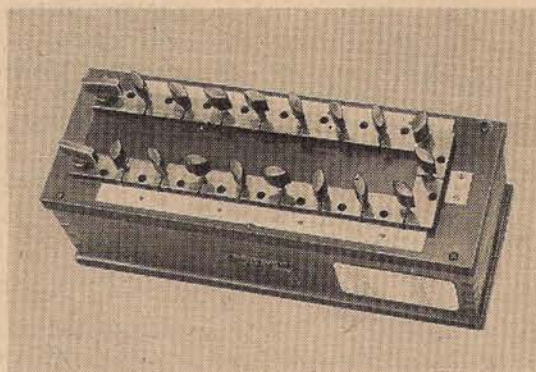


b

177,6. ábra

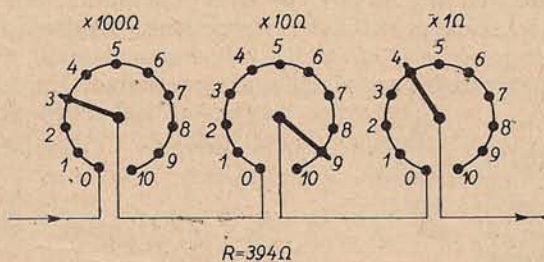


a

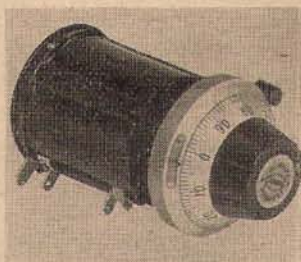


b

177,7. ábra



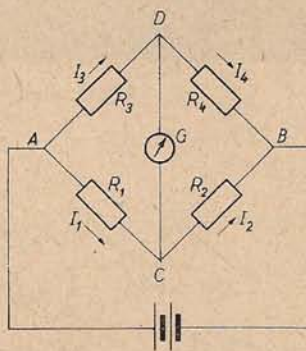
177,8. ábra



177,9. ábra

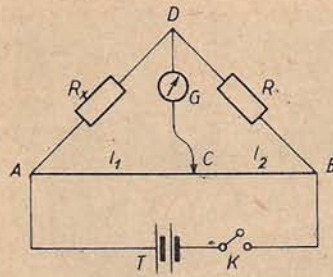
tossági igények esetén az utóbbi időben gyakorta alkalmazzák a különböző *mérőpotenciométereket* (177,9. ábra), amelyekben a csúzóérintkező tengelyéhez egy hitelesíthető skála előtt mozgó mutató csatlakozik.

2. Ellenállsmérés Wheatstone-híddal. Az ellenállás mérésére szolgáló több eljárás¹ közül — számos előnye miatt, pontos méréseknél — gyakran a *Wheatstone-féle hídmódszer* (1843) használatos. Elve a következő. A 177,10. ábrán vázolt elrendezésben a négy ellenállás egyikének változtatásával elérhető, hogy a *CD* vezetőszakaszba, a tulajdonképpeni *híd*ba iktatott érzékeny galvanométer nem jelez



177,10. ábra

¹ Ilyen pl. az *ellenállsmérés volt- és ampermérővel* (173. § 2.), továbbá az *ellenállsmérés helyettesítéssel*: Egy állandó e. m. e.-jű áramforrást, az ismeretlen R_x ellenállást és egy árammérőt zárt körre kapcsolunk össze, megmérjük az abban folyó áram erősségét, majd az ismeretlen ellenállás helyébe átkapcsoló segítségével ellenállásszekrényt iktatunk be, és ebből kiválasztjuk azt az R_0 ellenállást, amelynél a műszer az előbbivel egyenlő áramerősséget jelez; ekkor nyilvánvalóan $R_x = R_0$.



177,11. ábra

áramot. Ebben az esetben a C és D pontokra alkalmazott csomóponttörvény szerint $I_1 = I_2$ és $I_3 = I_4$, továbbá az ACD és a BCD zárt körökre vonatkozó huroktörvény értelmében $R_1 I_1 = R_3 I_3$ és $R_2 I_2 = R_4 I_4$. Az előbbi egyenletet az utóbbival elosztva, az imént talált $I_1 = I_2$ és $I_3 = I_4$ relációk figyelembevételével kapjuk, hogy a CD hid árammentességének feltétele:

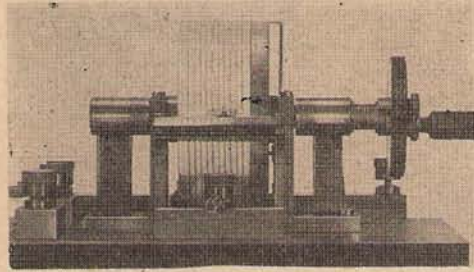
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}; \quad (1)$$

három ellenállás ismeretében tehát a negyedik kiszámítható. A G műszernek, mivel azzal éppen az

árammentességet állapítjuk meg, nem kell hitelesítettnek lennie: G mint „null-műszer” szerepel, maga a hídmódszer pedig tipikus nullmódszer.

A Wheatstone-híd egyik igen egyszerű kivitelezésénél (177,11. ábra), amely azonban csak kisebb pontosságú mérésekre alkalmas, R_1 és R_2 gyanánt egyenletes keresztmetszetű ellenálláshuzal l_1 és l_2 hosszúságú szakaszai szerepelnek; rendszerint $l_1 + l_2 = 1$ m. A C csúszókontaktus segítségével l_1 addig változtatandó, amíg G mutatója a K kapcsoló ki- és bekapcsolásakor mozdulatlanul nem marad. Ha ezt a helyzetet elértük, az ismeretlen R_x ellenállás (1) alapján és $R_1/R_2 = l_1/l_2$ miatt:

$$R_x = \frac{l_1}{l_2} R. \quad (2)$$

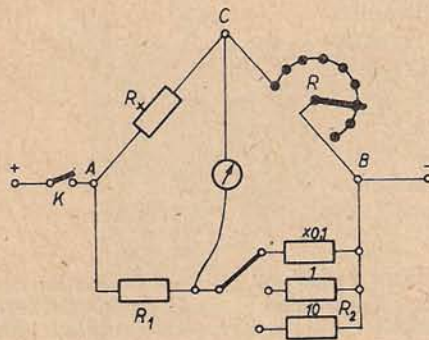


177,12. ábra

Az ismert R ellenállást, amelyet rendszerint ellenállásszekrényből veszünk, lehetőleg úgy választjuk meg, hogy $l_1 \approx l_2$ legyen, mert a mérés az $l_1 = l_2$ esetben a legpontosabb. A T telep és a G galvanométer helye felcserélhető. (1) vagy (2) ekkor is érvényes.

Az l_1/l_2 hányadost változtatjuk a viszonylag kis méretű „hengerhidakban” is (177,12. ábra), amelyeknek hengeres szigetelő testére spirálisan tekereslik fel az egyenletes keresztmetszetű ellenálláshuzalt; a csúszókontaktus többnyire kis gördülő kerék.

Pontosabb mérésekre a gyakorlatban sokszor a Wheatstone-hidak 177,13. ábrán látható formáját használják. A szekrény alakú eszközbe beépítik az R dekadellenállást és a K kapcsolót, továbbá olyan R_1 és R_2 ellenállásokat, hogy az R_1/R_2 viszonyt — a mérés határ kibővítése céljából — pl. $1/10$, 1 és



177,13. ábra

10 értékre lehet beállítani. Ily módon a mérésnél csupán a telepet, a nullműszert és a mérendő R_x ellenállást kell a megjelölt helyen bekapcsolni, majd a dekádellenállásból a műszer nullhelyzetének megfelelő R értéket kikeresni. Az ismeretlen ellenállás: $R_x = R \cdot R_1/R_0$.

Az eddigiekben feltételeztük, hogy a vezetődrótok ellenállása a többi ellenállásokhoz képest elhanyagolható. *Igen kis ellenállások mérésénél* ez nem valósul meg, de vannak olyan „hidak” — pl. a Thomson-féle „kettős híd”, — amelyekkel a vezetődrótok ellenállása kiküszöbölhető, s így nagyon kis ellenállások is pontosan mérhetők.

A közelítő pontosságú, de gyors ellenállásmérésre használatos *ohm-mérő* egyik fajtája lényegében egy galvanométerből (G), beépített zseblámpatelepből és fokozatosan változtatható ellenállásokból összeállított Wheatstone-híd. A mérés most nem a híd kiegyenlítésén, hanem azon alapszik, hogy adott telep és adott R_1 , R_2 , R_3 ellenállások mellett a híd G műszerének kitérése az ismeretlen R_4 ellenállásnak egyértékű függvénye, és ezért G skálája ellenállásra hitelesíthető.

3. *A feszültség (e. m. e.) és az áramerősség mérése kompenzációval.* A 177,14. ábra szerinti potenciométeres kapcsolásban, ha a mérendő \mathcal{E} e. m. e. kisebb a segédtelep konstans \mathcal{E}' e. m. e.-jénél, a csúszókontaktussal mindig találhatunk az AB ellenállás (drót) mentén olyan C helyet, hogy a G galvanométer ne jelezzen áramot. Ekkor — az $ACGA$ zárt körre alkalmazott huroktörvény szerint — az A és C közti R ellenálláson fellépő IR feszültségesés egyenlő \mathcal{E} -vel: $\mathcal{E} = IR$. Egy másik, ismert \mathcal{E}_0 e. m. e.-jú áramforrást (pl. normátelemet, 193. §) kapcsolva az \mathcal{E} helyébe, a G nullhelyzetének megkeresésével adódó R_0 -ra nézve: $\mathcal{E}_0 = IR_0$. Így lehetővé válik az e. m. e.-k összehasonlítása:

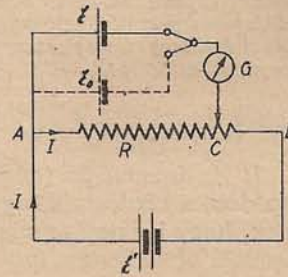
$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} = \frac{R}{R_0}, \quad \text{ill.} \quad \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} = \frac{l}{l_0}, \quad (3a-b)$$

ha l és l_0 az egyenes keresztmetszetű AB „mérődrót” megfelelő szakaszainak hosszúságát jelentik. Ez a *Poggendorff-féle kompenzációs módszer* (1841), amely szintén nullmódszer, egzaktnak az e. m. e.-t vagy üresjárási feszültséget szolgáltatja, mert hiszen a mérendő áramforrás a G nullhelyzetében nem ad áramot.

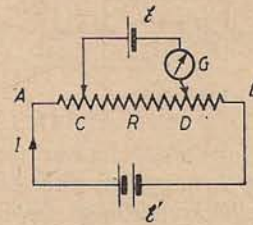
A fenti elven, azaz a kompenzáción vagy kiegyenlítésen alapszanak, de a pontosság növelése céljából rendszerint dekádellenállásokból állnak a *feszültség, áramerősség és ellenállás igen pontos mérésére alkalmas kompenzátorok*.

Pl. a *Feussner-féle kompenzátor* kissé egyszerűsített kapcsolását, amely pontosan megfelel a 177,14. ábra csekély módosítását jelentő 177,15. ábrán vázolt elvi kapcsolásnak, a 177,16. ábra mutatja. Az A és B sarkok között állandóan, a K_1 és K_2 kettős forgókarok bármely állásánál $R_{AB} = 999,9 \Omega$ az ellenállás, viszont a C és D pontok közötti $R_{CD} = R$ ellenállás a karok elforgatásával változtatható, az ábrán pl. $R = 135,2 \Omega$. A *feszültségmérésnél* az állandó I áramerősség mellett C és D közé felváltva a mérendő \mathcal{E} e. m. e.-jú elemet és az \mathcal{E}_0 e. m. e.-jú normátelemet kapcsoljuk, és leolvassuk a kompenzációhoz — a műszer nullhelyzetéhez — tartozó R , ill. R_0 értékeket. A keresett e. m. e., miként (3a)-ban: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 R/R_0$.

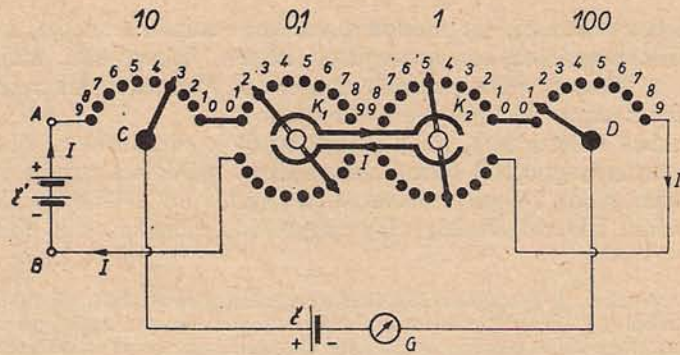
A nullműszer helyébe automatikus berendezést is lehet kapcsolni, amely R -et mindaddig változ-



177,14. ábra



177,15. ábra



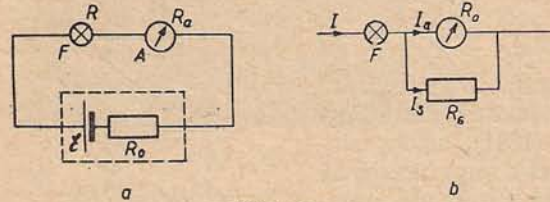
177,16. ábra

tatja, amíg a CGD ágban az áramerősség zérussá nem válik. Az ilyen típusú készülékek a *kompensatór*ok, amelyek alkalmasak az e. m. e. lassú változásainak a regisztrálására is.

A kompenzátorral való *áramerősség-mérés* egyik módja: az \mathcal{E} helyébe ismert \mathcal{E}_0 e. m. e.-jú normálemet kapcsolunk, és az R_0 kompenzációs ellenállást meghatározzuk; ekkor $I = \mathcal{E}_0 / R_0$. Az *ellenállásmérés* úgy valósítható meg, hogy egy áramkörbe sorosan kapcsoljuk az ismeretlen R_1 és az ismert R_2 ellenállásokat, majd kompenzátorral megmérve az ezek mentén jelentkező U_1 és U_2 feszültségést, R_1 -et az $R_1/R_2 = U_1/U_2$ aránylatból kiszámítjuk.

178. §. Az áram- és feszültségmérő műszerek kapcsolása és mérési határuk kiterjesztése

1. Az *árammérők* (ampermérők) a mérni kívánt áramot vivő vezetékbe az ismert módon, a kérdéses F fogyasztóval *sorba* kapcsolandók be (178,1a ábra). A műszernek, hogy beiktatása miatt az eredeti áramerősség minél kisebb változást szenvedjen, lehetőleg *kis ellenállásúnak* (R_a) kell lennie.¹



178,1. ábra

Az árammérő *mérési határa*, azaz a műszerrel mérhető maximális intenzitás akként növelhető meg, hogy a 178,1b ábra szerint a műszerrel párhuzamosan megfelelő R_s ellenállást, ún. *söntöt* (shunt-öt) kapcsolunk. Így ugyanis a mérendő I áramnak csak egy I_a nagyságú része halad át a műszeren, a többi része, I_s pedig a söntön mint mellékáramkörön folyik keresztül. Az áramelágazási törvények — (175,1) és (175,9) — szerint fennáll:

$$I = I_a + I_s \quad \text{és} \quad \frac{I_a}{I_s} = \frac{R_s}{R_a}. \quad (1a-b)$$

Az $I = nI_a$ helyettesítéssel (1a)-ból: $I_s = (n-1)I_a$, és így (1b)-ből: $R_s = R_a(n-1)$.

¹ A 178,1. ábra esetében az eredeti $I = \mathcal{E} / (R + R_0)$ intenzitás a műszer beiktatásával $I' = \mathcal{E} / (R + R_0 + R_a)$ -ra csökken, vagyis $1 + R_a / (R + R_0)$ -szor lesz kisebb.

Ez azt jelenti, hogy az árammérő méréshatárának n -szeres megnöveléséhez szükséges sönt ellenállása:

$$R_s = \frac{R_a}{n-1}. \quad (2)$$

Pl. 1 A méréshatárú műszert 10, ill. 100 A-ig használhatunk, ha a sönt ellenállását a műszerénél 9-szer, ill. 99-szer kisebbre választjuk.

2. A feszültségmérők (voltmérők) — eltekintve most a sztatikus működésű elektrométerektől — lényegében nagy ellenállású árammérők, amelyeket tudvalevően párhuzamosan kapcsolunk azzal

az F fogyasztóval, amelynek A és B sarkai között a feszültséget mérni kívánjuk (178,2a ábra). A most mellékágot képező műszernek azért kell nagy ellenállásúnak lennie (a fogyasztó, pontosabban az AB kétpólus ellenállásához képest, l. alább), hogy bekapcsolása az eredeti áramerősség- és feszültségviszonyokat ne változtassa meg lényegesen. Ha az A, B pontok közti feszültség U , akkor az R_v ellenállású műszer tulajdonképpen a rajta átfolyó $I' = U/R_v$ áramot méri, de I' arányos U -val, s így a skála közvetlenül voltokra hitelesíthető.

A feszültségmérő mérési határa úgy terjeszthető ki, hogy a műszerrel sorba megfelelő R_c értékű előtét-ellenállást kapcsolunk (178,2b ábra). Így ugyanis a mérendő U feszültségnek csak egy része (U_v) jut a műszerre, a többi rész (U_e) az előtétre esik. A jól ismert

$$U = U_v + U_e \quad \text{és} \quad \frac{U_e}{U_v} = \frac{R_c}{R_v} \quad (3a-b)$$

egyenletekből az $U = nU_v$ helyettesítéssel $R_c = (n-1)R_v$ adódik, vagyis a feszültségmérő méréshatárának n -szeres megnöveléséhez szükséges előtét ellenállása:

$$R_c = (n-1)R_v. \quad (4)$$

Pl. 1 V méréshatárú műszert 10, ill. 100 V-ig használhatunk, ha az előtét ellenállását a műszerénél 10-szer, ill. 100-szor nagyobbra választjuk.

Gyakran használatosak olyan, áram- és feszültségmérésre egyaránt alkalmas kombinált műszerek, amelyek dobozába az alaplámpán kívül be vannak építve a söntök és az előtét-ellenállások is; ezek forgatható gombbal változtathatók, és a gomb különböző helyzeteihez a megfelelő mérési határokat tüntetik fel amperben, ill. voltban.²

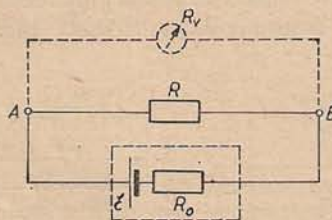
Alapul véve pl. a 178,3. ábrát, a voltmérő bekapcsolása nélkül fennálló U és a voltmérő jelezte U' feszültség közti összefüggés a potenciométernél (176. § 3.) megismert módszerrel könnyen megállapítható. A voltmérő nélkül az R ellenállású fogyasztó A, B sarkai úgy tekinthetők, mint egy

² Pl. a „Multavi” kombinált műszer alaplámpájának ellenállása 10Ω , az alaplámpának mint áram-, ill. feszültségmérőnek a végkitéréséhez $0,003 \text{ A}$, ill. $0,03 \text{ V}$ tartozik.

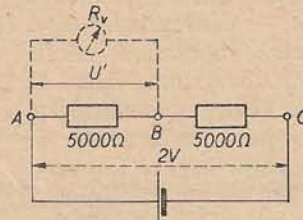
$U = \mathcal{E}R/(R+R_0)$ e. m. e.-jű és $(1/R_b = 1/R+1/R_0)$ miatt $R_b = RR_0/(R+R_0)$ belső ellenállású áramforrás pólusai. Ha e két pólust az R_v ellenállású voltmérővel mint külső ellenállással összekötjük, a feszültség az ismert (176,4) formula szerint $R_v/(R_v+R_b)$ arányban kisebb lesz: Az eredeti U feszültség a voltmérő bekapcsolásával az

$$U' = U \frac{R_v}{R_v+R_b} = \frac{U}{1+R_b/R_v} \quad \left(\text{ahol } R_b = \frac{RR_0}{R+R_0} \right) \quad (5)$$

értékre csökken; az eltérés akkor hanyagolható el, ha a voltmérő R_v ellenállása igen nagy az AB „kétpólus” R_b ellenállásához képest.



178,3. ábra



178,4. ábra

A fenti eredményben rejlik a magyarázata pl. annak az első pillanatra meglepő tapasztalatnak hogy a 178,4. ábra esetében egy voltmérő az A és B , valamint a B és C sarkok között nem az A , C sarkok közt mért 2 V feszültség felét, azaz nem $U=1\text{ V}$ -ot, hanem csak $U'=0,2\text{ V}$ -ot mutatott. A magyarázat: az AC kétpólus ellenállása az elem gyakorlatilag elhanyagolható ellenállása miatt igen kicsiny, az AB és a BC kétpólus ellenállása viszont egyenként $R_b = 5000/2\ \Omega = 2500\ \Omega$; így az (5) alatti $U/U' = 5 = 1 + R_b/R_v$ egyenletből $R_v = R_b/4 = 625\ \Omega$, vagyis az alkalmazott demonstrációs műszernél az $R_v \gg R_b$ feltétel egyáltalán nem teljesült!

B) AZ ÁRAM ÉS A HŐ

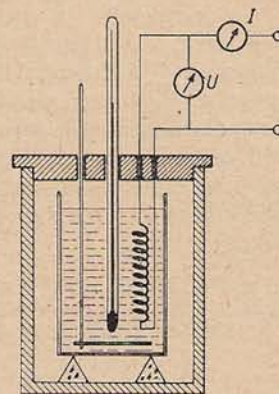
179. §. A Joule-féle hő. Az áram munkája és teljesítménye

1. *Joule törvénye.* Az áram átjárta vezető, mint már a 172. §-ban láttuk, felmelegszik, a vezetőben hőmennyiség, ún. *Joule-féle hő* fejlődik. Egyszerű kísérletek tanúsága szerint a vezetőben bizonyos idő alatt fejlődő hőmennyiség növekszik az áramerősséggel, és állandó áramerősség mellett a vezető ellenállásával is: ha pl. egyenlő hosszúságú és keresztmetszetű vas- és rézdrótokból a 179,1. ábra szerint összeállított vezetők megfelelő intenzitású áramot bocsátunk át, csak a vasdrótok izzanak, a rézdrótok nem.

A kvantitatív összefüggés megállapítása céljából kaloriméter szigetelő folyadékába pl. krómnikkel drótból készült spirálist helyezünk (179,2. ábra), megmérjük az ezen át bocsátott egyenáram I intenzitását, a végpontok közti U feszültséget —



179,1. ábra



179,2. ábra

ezáltal a vezető $R = U/I$ ellenállását is —, továbbá a t idő alatt fejlődő, cal-ban kifejezett hőmennyiséget, amelyet a Q töltéstől való megkülönböztetésül Q_{cal} -al jelölünk. Az U , I , t különböző értékei mellett végzett gondos mérések eredménye *Joule törvénye* (Joule—Lenz-törvény; JOULE, 1841; LENZ, 1847): *A stacionárius áram hatására egy (szilárd vagy folyékony) homogén¹ vezetőben fejlődő hőmennyiség arányos a feszültséggel, az áramerősséggel és az idővel:*

$$Q_{\text{cal}} = KUI t = (U = IR \text{ miatt}) KI^2 R t = K \frac{U^2}{R} t, \quad (1a-c)$$

ahol K az „elektromos hőekvivalens” (az elektromos munka hőegyenértéke):

$$K = 0,239 \frac{\text{cal}}{\text{VAs}} \quad \left(= 0,239 \frac{\text{cal}}{\text{joule}} = 0,239 \cdot 10^{-7} \frac{\text{cal}}{\text{erg}} \right). \quad (2)$$

K reciproka, amint azt már a (118,2)-ben megismertük, a hő munkaegyenértéke:

$$\frac{1}{K} = A = 4,186 \frac{\text{joule}}{\text{cal}} = 4,186 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{cal}} = 426,8 \frac{\text{kpm}}{\text{kcal}}. \quad (3)$$

K vagy A azért nem új mennyiség, mert a feszültség és az áramerősség egységét tudvalevően úgy választották meg, hogy a CGS-rendszerben a két egységnek és az 1 s-nek a szorzata 1 erg, az MKSA-rendszerben pedig $1 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ joule}$ legyen (l. a 2. pontot is).

Ha a hőmennyiséget a termodinamikában is szokásos módon munka- vagy energiaegységben (erg. ill. joule) fejezzük ki, és ezt a Q_{cal}/K hőmennyiséget W -vel jelöljük, akkor Joule törvénye:

$$W = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t. \quad (4a-c)$$

Eszerint pl. 1 A erősségű áramot vivő, 1Ω ellenállású vezetődarabban 1 s alatt 1 joule = 0,239 cal hő keletkezik.

A törvény (4b) alakjára, hogy t W ugyanazon I mellett az R -rel arányos, példa a már említett kísérlet (179,1. ábra): a sorba kapcsolt vas- és rézdrótok közül a nagyobb ellenállású vasdrótokban több hő fejlődik. A törvény (4c) alakjára, amely szerint W ugyanazon U mellett az R -rel fordítva arányos, példa: párhuzamosan kapcsolt vas- és rézdrót közül a kisebb ellenállású rézdrótban fejlődik több hő. Más példa: az I áramot mérő ampermérőben ($W \sim I^2 R_a$) és az U feszültséget mérő voltmérőben ($W \sim U^2/R_v$) annál kevesebb hő keletkezik, minél kisebb az ampermérő R_a , ill. minél nagyobb a voltmérő R_v ellenállása.

A Joule-hő miatti hőmérséklet-növekedés a felvett W hőmennyiségen kívül függ a vezető hőkapacitásától, továbbá attól, hogy a hő a testből milyen mértékben távozik el hővezetés, konvekció és sugárzás útján. Pl. egy izzólámpa bekapcsolása után a szál hőmérséklete addig nő, amíg a hőmérsékleti egyensúly beálltával az időegység alatt a szálból (főleg sugárzás útján) eltávozó hőmennyiség egyenlő nem lesz az időegység alatt a szálban fejlődő Joule-féle hővel.

A (4b) törvényt egy kis q keresztmetszetű és l hosszúságú, $R = \rho l/q$ ellenállású homogén vezetőre alkalmazva: $W/t = I^2 R = \rho I^2 l/q$, vagy

$$\frac{W}{lqt} = \rho \left(\frac{I}{q} \right)^2 = \rho J^2 = \frac{J^2}{\sigma}. \quad (5)$$

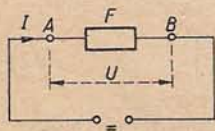
¹ Inhomogén vezetőben a Joule-hőn kívül más hőmennyiség is keletkezik (180. §).

A bal oldalon a térfogat- és az időegységre vonatkoztatott hőmennyiség — jelöljük ezt w -vel —, a jobb oldalon ρ és σ a fajlagos ellenállás, ill. vezetőképesség, J az áramsűrűség, és (174,5) értelmében $J = \sigma E$. Így az (5) egyenlet vagy a Joule-törvény differenciális alakja szerint — az erőter-felfogásnak (4) helyett ez az alak felel meg — az áram átjárta homogén vezető bármely helyén a térfogat- és az időegységre vonatkoztatva

$$w = \rho J^2 = \frac{J^2}{\sigma} \quad (= \sigma E^2 = JE) \quad (6)$$

hőmennyiség fejlődik.

2. Az áram munkája és teljesítménye. Az áram hőhatására kísérletileg talált Joule-törvény egy általánosabb összefüggés speciális esetének tekinthető. Tegyük fel,



179,3. ábra

hogy egy kétpólusú F fogyasztó (pl. ellenállások, lámpák, elektromotorok valamilyen kombinációja) A és B sarkai közt állandó $U = U_A - U_B > 0$ feszültség áll fenn, és a fogyasztón I intenzitású egyenáram folyik át (179,3. ábra). A feszültség vagy potenciálkülönbség definíciója szerint (157. §) az a munka, amelyet az elektromos erőter végez, míg Q töltést az U potenciálkülönbségű szakaszon A -ból B -be visz át: $L = QU$. A stacionárius áram t idő alatt $Q = It$ töltést szállít, s így az említett munka, más néven az áram munkája: $L = UIt$. Pontosabban, az I erősségű stacionárius áram munkája az U feszültség alatt álló fogyasztóban, t idő alatt:

$$L = UIt; \quad (7)$$

L egyúttal a fogyasztó által felvett elektromos energia. Az $L/t = P$ hányados az áram teljesítménye (a fogyasztó által felvett teljesítmény):

$$P = UI. \quad (8)$$

Aszerint, amint az U , I , t mennyiségeket a CGS- vagy az MKSA-rendszerben fejezzük ki, a munkát tudvalevően erg-ben, ill. joule-ban, a teljesítményt pedig erg/s-ben, ill. wattban kapjuk ($1 \text{ volt} \cdot 1 \text{ amper} = 1 \text{ watt}$).

Az áram L munkája a fogyasztó jellege szerint különféle energiaformákká vagy munkává alakul át, pl. elektromotorban részint mechanikai munkává, részint hővé, fénycsővekben pedig főleg — közvetlenül — sugárzási energiává. *Homogén, nyugvó, szilárd vagy folyékony vezetőben az áram munkája teljesen hővé alakul át (irreverzibilis folyamat során, l. 124. §), és ekkor az $L = W = UIt$ egyenlet, amely most a vezető $R = U/I$ ellenállásával a $W = I^2 R t = (U^2/R)t$ alakban is kifejezhető, azonos a (4a-c) alatti Joule-törvénnyel. Hogy homogén fémes vezetőben az áram munkája teljesen hővé alakul, az szemléletesen belátható az áramvezetésnek a 174. § 3.-ban megismert mechanizmusa, ti. az elektronok „súrlódásos mozgása” alapján: az elektromos tér hatására a vezetési elektronok a szabadon befutott igen rövid útszakaszokon mozgási energiát nyernek, de ezt a fém ionjaiba való ütközéskor leadják, s így végeredményben az elektromos tér egész munkája árán hő keletkezik.*

Az elektromos teljesítményt igen gyakran *kilowattban* vagy *megawattban* ($1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}$, $1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$), az elektromos munkát vagy energiát pedig — így pl. a háztartási „villanyfogyasztást” is — *kilowattórában* (kWh) mérik. Bár a különböző energiaegységek kapcsolatát már a 28. és 118. §-ban megismertük, emlékeztetünk arra, hogy (2) alapján 1 kilowattóra 860 kilokalóriának felel meg:

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ VAs} = 860,1 \text{ kcal.} \quad (9)$$

Eszerint pl. azt a hőmennyiséget, amelyet 1 kg tömegű, 4300 kcal fűtőértékű barnaszén teljes elégetésekor nyernénk, 5 kWh elektromos energia árán állíthatjuk elő.

3. *Energiaviszonyok inhomogén vezetőkben és zárt áramkörben.* Tekintsük azt a már korábban is vizsgált esetet (174,8. ábra), amikor a különböző anyagú vezetőkkel álló, összesen \mathcal{E}_{AB} e. m. e.-t tartalmazó és R_{AB} ellenállású inhomogén vezetőszakaszban a végeire kapcsolt U_{AB} feszültség hatására I erősségű egyenáram folyik. Ekkor az Ohm-törvény általánosabb (174,17) alakja szerint $U_{AB} + \mathcal{E}_{AB} = IR_{AB}$. A t idő alatt áthaladó $Q = It$ töltéssel való szorzással:

$$U_{AB}It + \mathcal{E}_{AB}It = I^2 R_{AB}t \quad \left(\text{vagy} \quad Q \int_A^B E_s ds + Q \int_A^B E_s^* ds = I^2 R_{AB}t \right), \quad (10)$$

ahol az első tag az E elektromos térerősségnek, a második tag az E^* „idegen térerősségnek” a munkája. Ez utóbbi miatt várható, hogy az egész vezetőszakaszban fejlődő $I^2 R_{AB}t$ Joule-hőn kívül az inhomogenitási helyeken — ahol $E^* \neq 0$ — más változások is bekövetkeznek. Valóban, ezeken a helyeken fellép az áram iránya szerint felmelegedésben vagy lehűlésben megnyilvánuló Peltier-féle hő (180. §), továbbá — ha a két érintkező vezető közül legalább az egyik elektrolit — kémiai átalakulás is (D fejezet).

Az I árammal átjárt zárt áramkörre vonatkozó eredményt (10)-ből könnyen megkaphatjuk, ha a B pontot gondolatban az áramkör további, az áramforrást is tartalmazó részén át A -ba visszük. Az így adódó egyenlet bal oldalán az első tag: $U_{AA}It = \oint E_s ds \cdot It = 0$, azaz zárt áramkörben az E elektromos térerősség teljes munkája zérus. A bal oldalon marad tehát az E^* idegen térerősség teljes munkája, szokásosabb elnevezéssel az e. m. e.-k teljes munkája: $\sum \mathcal{E}_i It$, ahol $\sum \mathcal{E}_i = \oint E_s^* ds$ a zárt körben ható e. m. e.-k algebrai összege; a jobb oldal $I^2 \sum R_i t$, ahol $\sum R_i$ az egész zárt kör ellenállása. Ezek szerint, a munkáról (W) a teljesítményre (W/t) áttérve, a stacionárius I árammal átjárt zárt áramkörben az e. m. e.-k által leadott összes teljesítmény:

$$P = \sum \mathcal{E}_i I = I^2 \sum R_i. \quad (11)$$

Speciálisan egy \mathcal{E} e. m. e.-jű, R_b belső ellenállású és I áramot szolgáltató áramforrás teljesítménye: $P = \mathcal{E}I$. Ha az R_k ellenállású fogyasztó e. m. e.-t nem tartalmazó, nyugvó² fémes vezető, akkor az áramforrás

$$P = \mathcal{E}I = I^2(R_b + R_k) \quad (12)$$

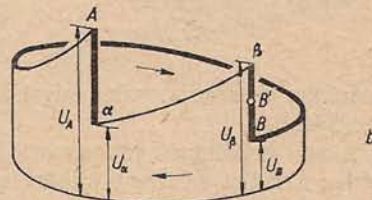
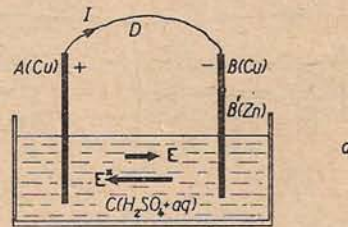
teljesítményének megfelelő munka (Pt) teljes egészében hővé alakul át. Az egész P teljesítményből az áramforrásban, ill. a fogyasztóban

$$P_b = I^2 R_b = \frac{\mathcal{E}^2 R_b}{(R_b + R_k)^2}, \quad \text{ill.} \quad P_k = I^2 R_k = \frac{\mathcal{E}^2 R_k}{(R_b + R_k)^2} \quad (13)$$

használdik fel. A P_k „hasznos teljesítmény” és az egész teljesítmény hányadosával értelmezett hatásfok:

$$\eta = \frac{P_k}{P} = \frac{R_k}{R_b + R_k}. \quad (14)$$

Adott \mathcal{E} és R_b mellett a P_k hasznos teljesítmény (egyszerű szélsőérték-számítás alapján, $dP_k/dR_k = 0$ -ból) az $R_k = R_b$ esetben a legnagyobb ($P_{k \max} = \mathcal{E}^2/4R_b$). Az η hatásfok, amely ekkor $1/2$, az $R_k \gg R_b$ esetben közelíti meg az 1-et.



179,4. ábra

² Ha a fogyasztó elektromotor, ennek forgórészében (indukció folytán) az \mathcal{E} -vel ellentétes értelmű, $\mathcal{E}' < \mathcal{E}$ nagyságú e. m. e. keletkezik, és ezért most (12) helyett (11) alkalmazandó: az összes teljesítmény $(\mathcal{E} - \mathcal{E}')I = I^2 \sum R_i$. Innen az áramforrás teljesítménye: $\mathcal{E}I = \mathcal{E}'I + I^2 \sum R_i$. A jobb oldal első tagja a mechanikai munkává, a második tag a hővé alakult résznek felel meg (részletesebben I. 222. §).

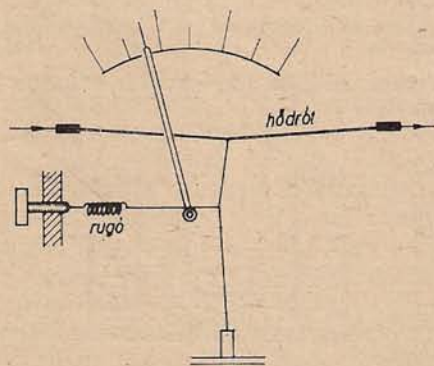
A fentiek szemléletesebbé tétele céljából pl. a 179,4a ábrán vázolt áramforrás [A (réz) — C (elektrolit) — B' (cink) — B (réz)] esetére a b ábra feltünteti a zárt áramkörben a potenciál menetét. Az egyszerűség kedvéért az áramot egységnyi pozitív töltések mozgásaként képzelve, egy ilyen töltés a maximális U_A potenciálú A helyről a külső ADB vezetőben fennálló E elektromos térerősség hatására a minimális U_B potenciálú B-be jut, innen pedig az E^* „idegen térerősség” viszi vissza a töltést a belső BCA szakaszon át A-ba, a b ábrán feltételezett esetben úgy, hogy potenciális energiáját a (B, B') és (B', β) érintkezési helyeken U_B -ról ugrásszerűen U_{β} -ra, majd α és A határán U_{α} -ról U_A -ra növeli.³ (Az egész folyamatra *mechanikai analógia*: a csavarvonal szerű zárt pályába tett golyó a nehézségi erő hatására, megfelelő súrlódás esetén állandó nagyságú sebességgel, akárhányszor körbe jár pályáján, ha a golyót egy „idegen erő” mindegyik körüljárás során a két szinguláris helyen a megfelelő magasságba emeli.) A b ábráról láthatóan az idegen térerősségnek az áramforrásban B-től A-ig végzett és az egységnyi töltésre vonatkoztatott munkája, vagyis az áramforrás e. m. e.-je:

$$\mathcal{E} = (U_A - U_{\alpha}) + (U_{\beta} - U_B) = (U_A - U_B) + (U_{\beta} - U_{\alpha}) = IR_k + IR_b, \quad (15)$$

az $U_A - U_B \equiv U_k$ kapcsolási feszültségnél IR_b -vel nagyobb. Az idegen térerősség munkájából származik az összes teljesítmény: $P = \mathcal{E}I$, ill. az összes $\mathcal{E}It$ energia is, amely esetünkben — miként a mechanikai analógiában a súrlódás miatt — teljesen átalakul hővé: az $I^2R_b t$ rész az áramforrásban, $I^2R_k t$ a külső ellenállásban.

A fentiek alapján az áramnak energetikai szempontból „közvetítő szerepe” van: az áramkörnek csupán egyes helyein, a nem elektromos természetű „idegen erő” munkája révén keletkező energiát (ill. ennek a keletkezési helyeken hővé nem alakult részét) az áram átviszi az áramkör többi részébe, amelyben az energia egyéb felhasználás hiányában hővé alakul át.

4. A Joule-féle hő alkalmazásai. A különféle elektromos fűtő- és melegítő készülékek — kályhák, tűzhelyek, főzőlapok, vasalók, vízmelegítők, forrasztópákák, hő-



179,5. ábra

sugárzók — fűtőtesteit általában nehezen oxidálódó ellenállásdrótból, pl. króm-nikkel drótból vagy szalagból készülnek, amelyet az áram rendszerint vörös izzásig hevít. A wolfram vagy szén fűtőtesttel ellátott, speciális laboratóriumi kályhákban 2000—3000 °C hőmérséklet is előállítható.

A hődrótos műszerek — ampermérők és voltmérők — vékony fémszála az átvezetett áram hatására felmelegszik, és a fel-lépő megnyúlást pl. a 179,5. ábrán látható áttétel révén a skála előtt elhelyezett mutató jelzi. Az áram hőhatása az áram irányától független lévén, a hődrótos műszerek változó áramok mérésére is alkalmasak (és különösen a nagyfrekvenciájú áramok

mérésére használatosak, mivel a kitérés széles intervallumban független a frekvenciától).

A mai izzólámpák vékony wolframszála igen nagy hőmérsékleten (2200—2900 °C) izzik; a szálat az üvegburában levő légritkított tér vagy alkalmas gáz — nitrogén, argon, kripton, xenon vagy ezek keveréke — óvja meg az oxidálódástól. A szál hőmérsékletének azért kell lehetőleg minél nagyobbak lennie, mert a hőmérséklettel a lámpa „fényhatásfoka” rohamosan nő (részletesebben később).

³ A 179,4a ábrán az A és B közé rajzolt E és E^* vektor ($E^* > E$) csak a két térerősség A és B közti átlagos értékének felel meg, nem utal a potenciálugrásokra.

Bár elektromos árammal platina drótot DAVY már 1801-ben izzásba hozott, a korszerű izzólámpák kifejlesztéséig rendkívül sok tudományos és technikai problémát kellett megoldani. Légrítkített üvegburába zárt platina drótból vagy szénpálcából álló kísérleti lámpákat készített pl. JOBARD (1838) és GÖBEL (1854); utcák világítására először LODIGIN lámpáit használták (1875). Izzószáll gyanánt EDISON vákuumban elszenesített bambuszrostot alkalmazott (1879), ezzel megalkotta az előző típusoknál jóval tökéletesebb *szénzászalás vákuumlámpát*, és munkásságához fűződik az izzólámpaipar kialakulása is. A szénzászal, noha olvadáspontja igen magas ($\approx 4200^\circ\text{C}$), a gyors porladás miatt csak kb. 1900°C -ig hevíthető. Jobb fényhatásfokúak a későbbi ozmium-, tantál- és különösen a *wolframszászalás vákuumlámpák* (1908). További nagy haladást jelentett, hogy LANGMUIR 1913-ban a wolfram porladásának és a bura ezzel járó feketedésének gátlására gáztöltést (kb. $2/3$ atm nyomású nitrogént) alkalmazott, és az ilyen *gáztöltésű lámpákban* fellépő hőelvezetést a szál spirális kiképzésével lényegesen csökkentette. A nitrogén és argon töltésű lámpáknál még jobb fényhatásfokú a BRÓDY IMRE (1891—1944) által kidolgozott *kriptonlámpa*, amelynek ipari gyártása 1936-ban indult meg az Egyesült Izzóban. A gáztöltésű lámpák közül a nagyobbak egy gyertyafényre (candelára) eső fogyasztása kb. $1/2$ watt, a kisebbeké kb. 1 watt. A lámpák élettartama az előírt feszültség mellett kb. 1000 óra. A néhány éve kifejlesztett, kvarcburában jódgőzt is tartalmazó *jódlámpák* hosszabb élettartamúak, jobb fényhatásfokúak, és azonos teljesítmény mellett jóval kisebb méretűek a hagyományos izzólámpáknál.

A *Nernst-féle égő* (1900) ma már kizárólag tudományos célokra, infravörös fényforrásként használatos. Fő része a cirkónium- vagy magnézium-oxidból és ritka földfémek oxidjaiból készült rudacska, amely előzetes felmelegítés után az áram hatására szabad levegőn tartósan izzik. (Mivel a rúdnak mint ionvezetőnek az ellenállása a hőmérséklet növekedésével csökken, megfelelő ellenállást kell a rúddal sorba kapcsolni, ti. egyébként az izzáskor egyre növekvő áram a rudat elégetné.)

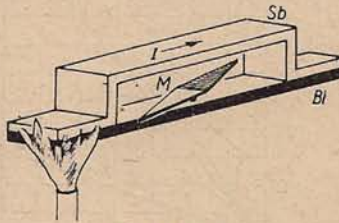
Az *ívlámpa*, ívhegesztő, ívkemence működésével a 201. § 4.-ben foglalkozunk.

Az áram káros hőhatásaként jelentkezik a *vezetékek melegezése*. Hogy ez a megengedhetőnél ne legyen nagyobb mértékű, a keresztmetszetet az elektrotechnikai „terhelési táblázatok” figyelembevételével kell megválasztani. (Pl. az 1 mm^2 keresztmetszetű vörösréz huzal kereken 10 A-ig, a 10 mm^2 -es kb. 40 A-ig terhelhető.)

Az *olvadóbiztosíték* az áramkörbe iktatott, pl. porcelán foglalatban levő vékony fémzáll, amely a megengedett áramerősség túllépésekor megolvad, és így az áramkör megszakad. A hasonló célt szolgáló *bimetall árammegszakítóban* egy bimetal szalagnak (112. § 4.) az áram hőhatására létrejövő meggörbülése folytán szakad meg az áramkör.

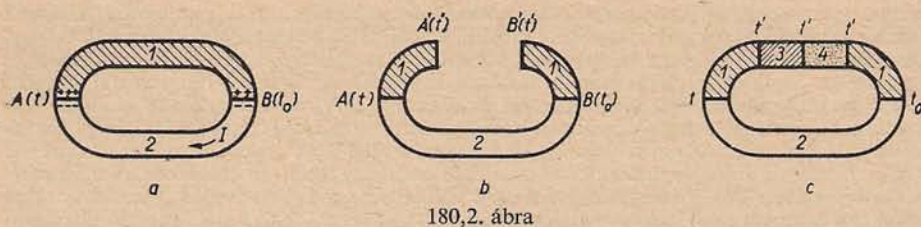
180. §. Termoelektromos jelenségek (Seebeck-, Peltier- és Thomson-effektus)

1. A *Seebeck-effektus*; *termofeszültség*, *termoelemek*. Ha két különböző fémből (vagy félvezetőből) álló vezetőkör egyik érintkezési vagy forrasztási helyét a másikhoz képest felmelegítjük vagy lehűtjük (180.1. ábra), akkor az M mágnesű kitéréséből láthatóan a körben áram folyik — hűtésekor ellentétes irányban, mint melegítéskor — mindaddig, amíg a két forrasztási hely közt hőmérsékletkülönbség áll fenn. Ez a jelenség a *termoelektromos (hőelektromos) hatás* vagy *Seebeck-effektus* (1821), a keletkezett áram a *termoáram*, az ezt létrehozó e. m. e. — a két fémből alkotott *termoelem (hőelem)* e. m. e.-je — a *termoelektromotoros erő*, röviden „*termoerő*” vagy *termofeszültség* (\mathcal{E}).



180.1. ábra

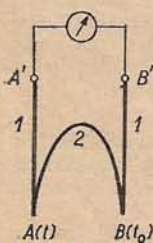
A *termofeszültség keletkezése* a 168. §-ban megismert *Galvani-feszültség hőmérsékletfüggésére* vezethető vissza. Tegyük fel pl., hogy a 180.2a ábra esetében az 1 és 2 fémek közti U_{12} Galvani-feszültség a t hőmérsékletű A forrasztási helyen nagyobb, mint a t_0 hőmérsékletű B helyen, vagyis A -nál az 1-ből a 2-be több elektron lép át, mint B -nél. Ekkor a (174,18) vagy (175,2a) huroktörvény szerint a zárt körben fellépő teljes e. m. e. — röviden *termofeszültség* — a két Galvani-feszültség különbsége: $\mathcal{E} = U_{12}(t) - U_{12}(t_0)$, és ez az



180,2. ábra

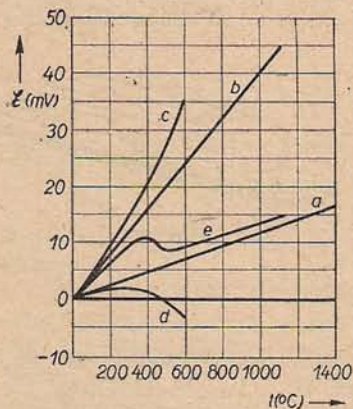
ábrán megjelölt irányú, $I = \mathcal{E}/R$ intenzitású termoáramot létesíti; R az egész zárt áramkör ellenállása.

Ha az egyik vezetőt kettévágjuk, és az így keletkező A' , B' végződéseket egyenlő t' hőmérsékleten tartjuk (180,2b ábra), akkor A' és B' között — akárcsak egy nyitott galvánelem sarkai között — az előbbi \mathcal{E} e. m. e.-vel egyenlő nagyságú feszültség áll fenn. Ha pedig A' -t és B' -t tetszőleges számú, de érintkezési helyeiken szintén t' hőmérsékletű elsőfajú vezetővel (a 180,2c ábrán 3 és 4) kötjük össze, ebben a zárt körben az e. m. e. változatlanul az előbbi \mathcal{E} marad, ti. Volta törvénye (168. §) szerint az áramkörnek az ábrán látható felső, 1-3-4-1 részében a Galvani-feszültségek összege zérus, ez a rész tehát semmivel sem járul hozzá az $\mathcal{E} = U_{12}(t) - U_{12}(t_0)$ e. m. e.-höz.



180,3. ábra

A fentiek alapján a kérdéses \mathcal{E} termofeszültség mérése pl. a 180,3. ábrán vázolt módon valósítható meg. Az A' , B' végekhez érzékeny voltmérőt vagy galvanométert kapcsolunk — az utóbbi esetben $\mathcal{E} = IR$, ahol I a galvanométer jelezte áramerősség, R az egész zárt kör ellenállása —, vagy pedig az A' és B' közti feszültség mérésére a kompenzációs módszert alkalmazzuk (177. §). Minden esetben ügyelni kell arra, hogy a választott t és t_0 hőmérsékletű A és B helyeken kívül az összes érintkezési helyek egyenlő hőmérsékleten legyenek, mert különben az ott keletkező termofeszültségek a mérni kívánt \mathcal{E} értékét meg-hamisíthatják.



180,4. ábra

A mérések szerint a termofeszültség függ a két fém anyagi minőségétől¹ s az érintkezési helyek t és t_0 hőmérsékletétől, nem függ az érintkező vagy összeforrasztott felületek nagyságától és a forrasztásra használt fém minőségétől. A termofeszültség hőmérsékletfüggésére néhány példa a 180,4. ábrán látható a $t_0 = 0^\circ\text{C}$ esetben: a platina—platina—ródiium (a), a vas—konstantán (b) és a réz—konstantán (c) termoelemek e. m. e.-je a t -nek nagyjából lineáris függvénye, viszont a vas—réz (d) és a vas—arany (e) rendszer görbéjén egy, ill. két fordulópont (neutrális pont) mutatkozik, sőt a vas—réz esetében \mathcal{E} kb. 500°C -nál előjelet — a termoáram irányát — változtat.

¹ Az itt tekintetbe jövő „anyagi minőséget” mechanikai deformációk is megváltoztathatják: pl. egy közönséges és egy megnyújtott rézdrótból álló rendszerben is létrejöhet termofeszültség.

Nem nagy hőmérsékleti közben általában jó megközelítéssel fennáll:

$$\mathcal{E} = \alpha(t - t_0) + \beta(t - t_0)^2, \quad (1)$$

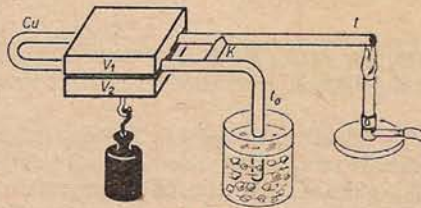
ahol α és β az anyagi minőségtől és rendszerint a t_0 -tól is függő együtthatók. Ha a hőmérséklet-különbség elég kicsiny, $\mathcal{E} \approx \alpha(t - t_0)$. Az

$$\alpha = \left(\frac{d\mathcal{E}}{dt} \right)_{t=t_0} \quad (2)$$

Seebeck-együttható vagy „differenciális termoerő” az 1 °C hőmérséklet-különbségre vonatkoztatott termofeszültséget jelenti. Értékei egyszerűen megkaphatók a mérések alapján felállított termoelektromos feszültségi sorból, amelynek egy részlete:

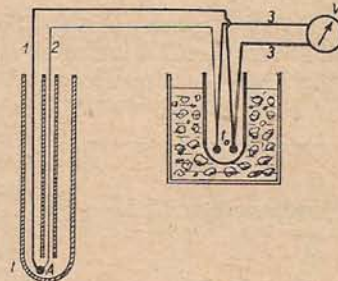
| | | | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-----------|------|------|------|------|
| Sb | Fe | Zn | Au | Cu | Ag | W | Pb | Al |
| +32 | +13,4 | +0,3 | +0,1 | 0 | -0,2 | -1,1 | -2,8 | -3,2 |
| | | | | | | | | |
| Pt | Hg | Ni | Bi | | | | | |
| -5,9 | -6,0 | -20,4 | -72,8 | (μV/fok). | | | | |

Ha két fémből álló termoelem A érintkezési helyét a 0 °C-on tartott B -hez képest melegítjük, akkor a termoáram az A helyen a sorban utóbb álló fémből lép az előbb állóba — tehát az előbb álló a termoelemnek mint áramforrásnak a pozitív sarka (180,1. ábra) —, és α -t a két fémhez tartozó számok különbsége adja meg μV/fokban. (Pl. a vas—ólm rendszernél $\alpha = 16,2$ μV/fok; a Cu-hoz rendelt 0 érték megállapodás dolga.)



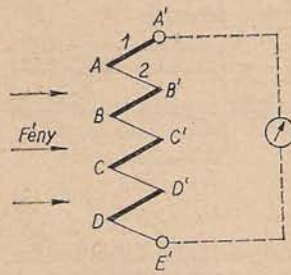
180,5. ábra

Bár egy termoelem e. m. e.-je kicsiny, a termoáram intenzitása ($I = \mathcal{E}/R$) kis ellenállású áramkörben eléggé nagy lehet. Példa erre a 180,1. ábrán vagy még inkább a 180,5. ábrán vázolt kísérlet. A kb. 1 cm átmérőjű, meghajlított rézrúdból (Cu) és a két ágát áthidaló konstantán rudacs-kából (K) álló zárt körben, amelynek ellenállása $\approx 10^{-4}$ Ω, a $t - t_0 \approx 100$ °C esetén keletkező $\mathcal{E} \approx 4$ mV e. m. e. (180,4. ábra) $I \approx 40$ A erősségű áramot tart fenn, és ennek mágneses hatása a jól csiszolt V_1 és V_2 lágyvas lemezeket több kilopond erővel szorítja egymáshoz.



180,6. ábra

A termoelemek alkalmazásai közül legelterjedtebb a hőmérsékletmérés. Ennek egyik módját a 180,3. ábra, gyakoribb módját a 180,6. ábra vázolja, amely a drótokat védő porcelán csöveket is feltüntet. Az 1 és 2 drótok A forrasztási helye a mérendő t hőmérsékletű helyen, a V voltmérőhöz vezető 3 (réz-)drótok 1—3 és 2—3 forrasztási helyei pedig állandó t_0 hőmérsékleten, pl. olvadó jégben vannak. Az \mathcal{E} termofeszültséget voltmérővel vagy kompenzációs módszerrel megmérve, \mathcal{E} hőmérsékleti függésének (180,4. ábra) ismeretében a keresett t hőmérséklet meghatározható, ill. a műszer megfelelően hitelesített skáláján közvetlenül leolvasható. A gyakori



180,7. ábra

termoszlop egyik típusát a 180,7. ábra vázolja: a műszer fémtokjának keskeny résén belépő sugárzás az A, B, C, \dots forrasztási helyeket melegíti fel, az A', B', C', \dots helyeket a fémtok állandó hőmérsékleten tartja. Légritkított edénybe való



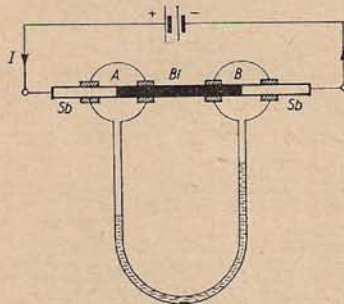
180,8. ábra

beépítés esetén az érzékenység jelentősen fokozódik a hővezetés meggátlása miatt (*vákuum-termoelemek és -termoszlopok*).

Mint *áramforrások* a fém termoelemek vagy termoszlopok a csekély e. m. e. és a (hővezetés folytán) nagyon kis hatásfok miatt alig használatosak, a sokkal nagyobb e. m. e.-jű *félvezető termoelemek* viszont alkalmasaknak látszanak arra, hogy segítségükkel hőt, ill. sugárzási energiát kielégítő hatásfokkal lehessen közvetlenül elektromos energiává átalakítani.

A különböző anyagú 1 és 2 vékony fémdrótokból a 180,8. ábra szerint összeállított *termokereszt* lehetővé teszi, hogy gyenge váltakozó áramokat, amelyek pl. hődrótos műszerekkel már nem mutathatók ki, az érzékenyebb, de csak egyenáramot jelző galvanométerekkel mérhessünk. Az ábrán a bal oldalról bebocsátott váltakozó áram felmelegíti az A forrasztási helyet is, és az általa a jobb oldali körben keletkező termoáramot a G galvanométer méri.

2. A *Peltier-effektus* (1834) a Seebeck-hatás megfordítottja: ha áram halad át két különböző vezető érintkezési vagy forrasztási helyén, akkor ezen a helyen — a Joule-hőn kívül — az áram irányától függően felmelegedés vagy lehűlés következik



180,9. ábra

be, azaz pozitív vagy negatív hőmennyiség (*Peltier-féle hő*) keletkezik. A jelenség pl. a 180,9. ábrán vázolt kettős termoszkóppal mutatható ki. A feltüntetett esetben termoszkóp folyadékoszlopjának állása azt jelzi, hogy az A forrasztási hely, ahol az áram az antimonból a bizmutba lép át, felmelegszik, a B hely viszont lehűl. (A szimmetrikus rendszer bal és jobb oldali részében keletkező Joule-hőnek a folyadékoszlopokra kifejtett hatása kiküszöbölődik.) Általánosan, a Peltier-effektusban a *hőmérséklet-változás olyan értelmű, hogy az ezáltal kiváltott termoáram az átvezetett árammal ellentétes irányú* — pl. az ábrán A felmelegedésekor a Bi-ből a Sb-ba

folyik, — vagyis a külső „kényszert” jelentő áramot csökkenteni törekszik. Ez a szabály megfelel a „legkisebb kényszer elvének” (141. § 2.), valamint az energiamegmaradás elvének is, ti. a szabállyal ellenkező hőmérséklet-változás folytonosan erősödő áramot eredményezne.

Korpuszkuláris szempontból a *Peltier-hő keletkezése* úgy képzelhető el — ez azonban csak durva, kvalitatív kép —, hogy amikor az áramot közvetítő elektronok a két fém érintkezési helyén áthaladnak, az ott fennálló Galvani-feszültség hatására az áram irányától függően felgyorsulnak vagy lelassulnak, és az így előálló energiatöbblet, ill. -hiány a fémrács ionjaival való ütközések révén az érintkezési hely felmelegedésében vagy lehűlésében mutatkozik meg. A Peltier-féle hő — ellentétben a Joule-hővel — *reverzibilis* módon közölt hő.

A 180.9. ábra szerinti vagy hasonló szimmetrikus elrendezésben a termoszkópedények helyett egy-egy kalorimétert alkalmazva, bizonyos idő alatt az egyikben $Q_J + Q_P$, a másikban $Q_J - Q_P$ hőmennyiség fejlődik. A két érték különbségének a fele (amelyből a Q_J Joule-hő kiesett) az I és 2 vezető érintkezési helyén fellépő Peltier-hő. A mérések szerint az időegységre vonatkoztatott Peltier-hő (w_P , egysége lehet pl. cal/s, erg/s, W) arányos az I áramerősséggel:

$$w_P = \pi_{12} I, \quad (4)$$

ahol π_{12} a két vezető anyagi minőségétől és a hőmérséklettől függő *Peltier-együttható*. A termodinamika főtételeinek a két vezetőből álló körre való alkalmazásával ki lehet mutatni, hogy π_{12} és a (2)-vel értelmezett $\alpha = \alpha_{12}$ *Seebeck-együttható* között fennáll a *Thomson-féle összefüggés*:

$$\pi_{12} = T \alpha_{12}, \quad (5)$$

ahol T az abszolút hőmérséklet. Eszerint és (3) miatt pl. az antimon—bizmut fém párra, szobahőmérsékleten: $\pi_{12} \approx 0,03$ V (=0,03 W/As \approx 0,007 cal/As, azaz pl. 1 A erősségű áram 1 óra alatt 0,007·3600 cal \approx 25 cal Peltier-hőt fejleszt.) Az abszolút zérusfokhoz közeledve, π_{12} is és α_{12} is zérushoz tart, a harmadik főtétel értelmében (129. §).

A Peltier-effektussal megvalósítható *hűtés* — pl. hűtőszekrényekben — nem gazdaságos, bár újabban félvezetők felhasználásával e téren is lényeges javulást értek el.

3. *A Thomson-effektus* (1856) a következő jelenség: Ha áram megy át olyan, kémiaiilag homogén fémdrótban, amelyben vagy amelynek egyes helyein előzőleg hőmérséklet-különbséget (dT/ds hőmérséklet-gradiens, 150. §) hoztunk létre, akkor ezeken a helyeken — a Joule-hőn kívül — az áram és a hőmérséklet-gradiens irányától függően pozitív vagy negatív hőmennyiség (*Thomson-féle hő*) keletkezik, és emiatt a drótban a hőmérséklet-eloszlás megváltozik. Korpuszkuláris szempontból pl. a pozitív hőmennyiség keletkezése úgy képzelhető el, hogy az árammal a melegebb helyről a hidegebbre jutó elektronok az utóbbi helyen energiát adnak le.

¶ Az időegység alatt a drót egységnyi hosszúságú részében fejlődő Thomson-hő (w_{Th} , egysége lehet pl. cal/cm s, erg/cm s, W/cm) arányosnak bizonyult az I áramerősséggel és a dT/dx hőmérséklet-gradienssel:

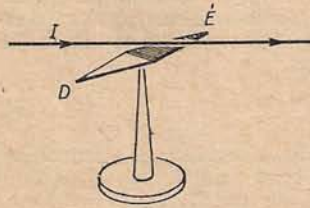
$$w_{Th} = \tau \frac{dT}{dx} I, \quad (6)$$

ahol τ a drót anyagi minőségétől és a hőmérséklettől függő *Thomson-együttható*.

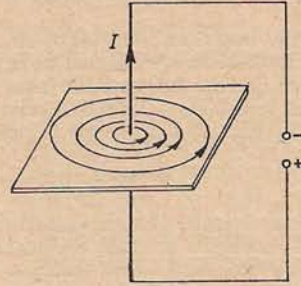
C) A STACIONÁRIUS ÁRAM ÉS A MÁGNESES TÉR

181. §. Az áram mágneses tere. A Biot—Savart-törvény és néhány alkalmazása.
Az áramerősség és a mágneses térerősség egységeiről

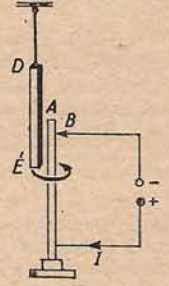
Már a 172. §-ban láttuk, hogy ha pl. az észak-déli irányban elhelyezett vezetőn elég erős egyenáramot bocsátunk át, akkor a vezető alatt levő mágnesű elfordul, és más egyensúlyi helyzetet vesz fel (181,1. ábra).¹ Ez az OERSTED által 1820-ban felfedezett alapvető jelenség — az elektromosság és a mágnesség közti kapcsolatnak először felismert megnyilvánulása — azt bizonyítja, hogy az *elektromos áram mágneses teret létesít*.



181,1. ábra



181,2. ábra



181,3. ábra

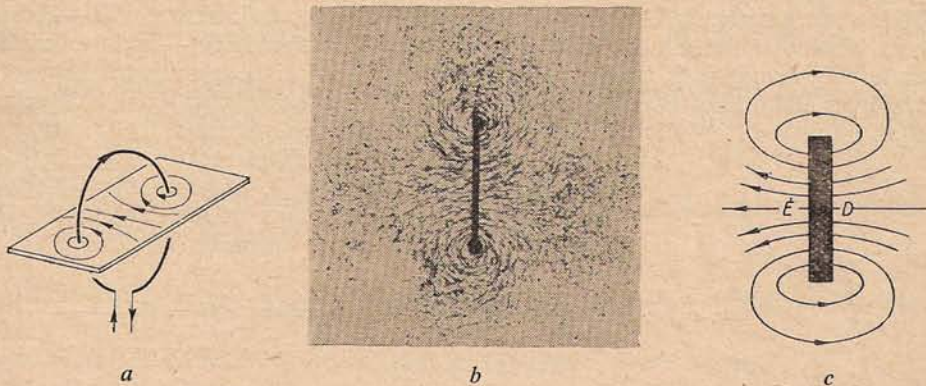
1. A következőkben néhány egyszerű alakú áramvezető mágneses terét vizsgáljuk meg — egyelőre kvalitatíve — a 169. §-ban megismert módon, megfelelően felfüggesztett kis mágnesűk vagy papírlapra szórt vasreszelék segítségével. (Az áramerősséget legalább 10 A-nak választjuk, ti. ekkor a földmágneses tér erőssége a vezetők közelében kicsiny az áram mágneses teréhez képest.)

a) *Hosszú, egyenes áramvezető mágneses erővonalai* (181,2. ábra) a vezetőre merőleges síkokban fekvő koncentrikus körök. A mágneses tér iránya legegyszerűbben a *Maxwell-féle jobbsavár-szabály* alapján jelezhető meg: a mágneses erővonalak az áramvezetőt abban a forgási irányban futják körül, amelyben egy jobbmenetű csavart kell forgatni ahhoz, hogy az az áram irányában haladjon előre. A fenti szabályt illusztrálja pl. a 181,3. ábrán vázolt egyszerű kísérlet is: ha a B drótvégnek A-hoz való érintésével az áramkört zárjuk, akkor a felfüggesztett mágneses kötőtű északi sarka a megjelölt irányban kering az A drót körül (ha a B drótot azokban a pillanatokban, amikor a kötőtű beleütköznék, elveszük a tű útjából).

b) *Áramhurok (pl. köráram) mágneses erővonalait* a hurok síkjára merőleges középsíkban a 181,4a—b ábra tünteti fel. Ez az erővonal-rendszer a hurok síkján kívüli térrészben megegyezik egy vékony mágneses lemez, ún. *mágneses kettősréteg* erővonal-rendszerével (181,4c ábra).

¹ A mágnesű kitérése ellentétes lesz, ha az áram irányát megfordítjuk, vagy ha változatlan áramirány mellett a tűt a vezető fölé tesszük. E kísérletekből megállapítható az *Ampère-féle úszószabály*: ha képzeletben az áram irányában úszunk, arccal a mágnesű felé fordulva, akkor a mágnesű északi sarka balra tér ki. Ezzel a szabállyal egyenértékű a kényelmesebben alkalmazható „jobbsavár-szabály”, l. alább.

c) Áramtekerccs vagy szolenoid mágneses erővonalai (181,5. ábra) a tekercestől nagyobb távolságban ugyanolyan eloszlásúak, mint egy mágnesrúd erővonalai; a tekerccs végei a mágnesrúd pólusainak felelnek meg. Látható továbbá, hogy hosszú, vékony és sűrűn csévelt tekerccs belsejében a mágneses tér jó megközelítéssel homogén,

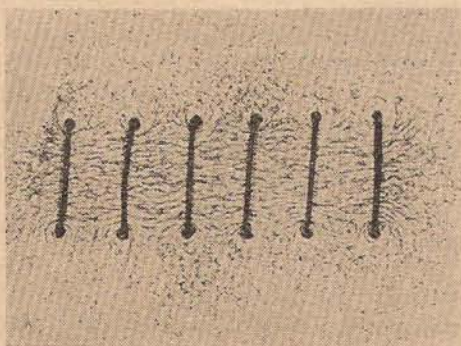


181,4. ábra

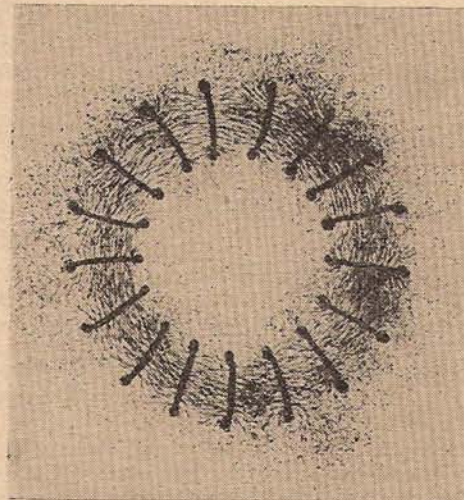
ti. az erővonalak ott gyakorlatilag párhuzamos és „egyenlő sűrűségű” egyenesek. Az áramhurok vagy tekerccs tengelyében a mágneses térerősség iránya az áram körülférési irányában forgatott jobbmenetű csavar előrehaladási iránya (jobbcsavar-szabály).

d) Gyűrűszerűen zárt tekerccs („körtekerccs”) mágneses erővonalai a 181,6. ábra szerint gyakorlatilag teljesen a tekerccs belsejében futnak, ha a tekerccs elég sűrű csévelésű. Egy ilyen körtekerccsen kívül tehát a mágneses térerősség zérus.

A fent tárgyalt valamennyi esetben — amikor is hallgatólagosan feltételeztük, hogy a vezetőket környező közeg levegő vagy vákuum — az erővonalak zárt görbék, tehát nem „pólusokban” kezdődnek vagy



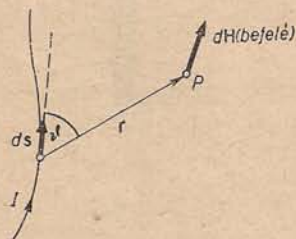
181,5. ábra



181,6. ábra

végződnek. Ez a tétel általánosabban is érvényes: *homogén és izotrop közegben bármilyen alakú lineáris áramvezetők mágneses erővonalai (H-vonalai) a vezetőket körülvevő zárt görbék.*²

2. A Biot—Savart-törvény és néhány alkalmazása. Az a \mathbf{H} térerősség, amelyet egy lineáris áramvezető létesít a tér valamely P pontjában, pl. a 169. § 5.-ben vázolt eljárással megmérhető. A mérések alapján BIOT, SAVART és LAPLACE 1820—21-ben olyan törvényt állítottak fel, amelynek segítségével a térerősség — a következőkben mindig *homogén és izotrop közeg*et feltételezve — ki is számítható. Legyen a tetszőleges alakú lineáris vezető egy elemi szakaszának hosszúsága ds , ill. vektorilag ds (az irányt az I erősségű áram irányának megfelelően választva, 181,7. ábra), a ds -ből a P pontba húzott rádiuszvektor legyen r , a ds és r által bezárt szög pedig ϑ . Ekkor a Biot—Savart-törvény³ azt mondja ki, hogy az $I ds$ „áramelem” által a P pontban létesített mágneses térerősség:



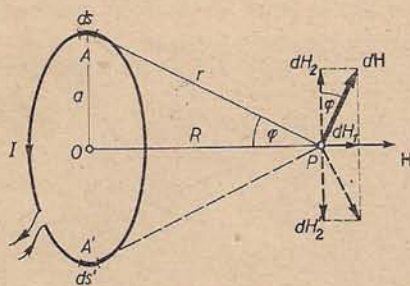
181,7. ábra

$$d\mathbf{H} = K \frac{I[ds \mathbf{r}]}{r^3} \quad \left(\text{nagysága: } dH = K \frac{I ds \cdot \sin \vartheta}{r^2} \right), \quad (1)$$

ahol K a mértékrendszerrel függő arányossági tényező (1. alább); az egész áramvezetőtől származó \mathbf{H} térerősség az elemi $d\mathbf{H}$ -k vektori összege, ill. integrálja. A $d\mathbf{H}$ iránya

a 181,7. ábra esetében — ha ds a rajz síkjába esik — a rajz síkjára merőlegesen befelé mutat, a jobbszavar-szabálynak megfelelően.

Az (1) törvény ún. *elemi törvény*, amely kísérletileg közvetlenül nem igazolható, mert sohasem vizsgálhatjuk meg önmagában egyetlen áramelem hatását. A törvény mégis helytálló abban az értelemben, hogy



181,8. ábra

az alapján végzett számítások a tapasztalattal megegyező eredményekre vezetnek. Néhány egyszerű esetre vonatkozólag a számítást, ill. az eredményt alább közöljük.

Számítsuk ki egy *köráram mágneses tére*nek erősségét az a sugarú kör síkjától R távolságban fekvő P tengelypontban (181,8. ábra)! Az A helyen levő, az ábra síkjára merőleges ds elem az (1) törvény szerint — mivel a ds és az r közti ϑ szög most zérus — a P pontban $dH = KI ds/r^2$ nagyságú, az ábra síkjában fekvő $d\mathbf{H}$ térerősséget létesít. Ennek csak a tengely irányába eső komponense, azaz

$$dH_1 = dH \sin \varphi = K \frac{I ds}{r^2} \sin \varphi = K \frac{I ds}{a^2 + R^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}}$$

² A H -vonalak helyett a B -vonalakat (indukcióvonalakat, 170. §) tekintve, ezek inhomogén közegekben is zárt görbéknek alkotnak.

³ Sokan az (1) törvényt Laplace-törvénynek nevezik, és a későbbi (2) összefüggést hívják Biot—Savart-törvénynek.

jön számításba, mert a tengelyre merőleges dH_2 összetevőt a ds -sel átellenes ds' elemből származó dH_2' komponens megsemmisíti. Így a fenti dH_1 -ek összegezésével kapjuk — a ds -ek összege nyilván a kör $2\pi a$ kerülete lévén —, hogy a mágneses térerősség nagysága a P pontban (181,8. ábra):

$$H = K \frac{2\pi a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}} I; \quad \text{a kör } O \text{ középpontjában } (R = 0): H = K \frac{2\pi I}{a}. \quad (2a-b)$$

A (2b) összefüggésből kiindulva, WEBER és KOHLRAUSCH 1856-ban az alábbi 3. pontban vázolt mérésekkel azt találták, hogy az általunk is használt két mértékrendszer egyikében, a Gauss-féle CGS-rendszerben $K=1/c$, ahol c a vákuumbeli fénysebesség, $c \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$ (pontosabban $c = 2,9979 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$). Másrészt az MKSA-rendszerben a mágneses térerősség egységét, az 1 amper(menet)/méter-t úgy választották meg, hogy $K=1/4\pi$ legyen:⁴

$$K = \frac{1}{c} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad K = \frac{1}{4\pi} \quad (\text{MKSA}). \quad (3a-b)$$

A fenti két mértékrendszerben tehát az (1) Biot—Savart-törvény:⁵

$$d\mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{I[ds \mathbf{r}]}{r^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad d\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{I[ds \mathbf{r}]}{r^3} \quad (\text{MKSA}), \quad (5)$$

(2b) alapján pedig a köráram mágneses terének erőssége az a sugarú kör középpontjában:

$$H = \frac{1}{c} \frac{2\pi I}{a} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H = \frac{I}{2a} \quad (\text{MKSA}). \quad (6)$$

A következőkben kimutatjuk továbbá, hogy végtelen hosszú egyenes vezető esetében a vezetőtől R távolságban:

$$H = \frac{1}{c} \frac{2I}{R} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H = \frac{I}{2\pi R} \quad (\text{MKSA}), \quad (7)$$

az n menetszámú, átmérőjéhez képest nagy l hosszúságú tekercs belsejében pedig

$$H = \frac{1}{c} \frac{4\pi n I}{l} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H = \frac{nI}{l} \quad (\text{MKSA}). \quad (8)$$

Ez a formula érvényes körtekercsre is (181,6. ábra), ha l a tekercs középvonalát

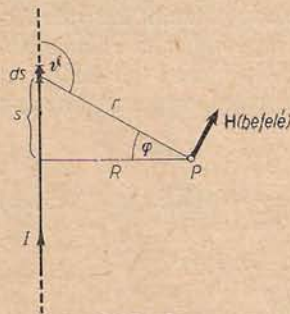
⁴ Lásd a 3. pontot. — Emlékeztetünk arra, hogy (169,9) szerint a mágneses térerősség MKSA-és CGS-egysége közti megfelelés:

$$1 \frac{\text{A}}{\text{m}} \triangleq 4\pi \cdot 10^{-3} \text{Oe} = 0,0126 \text{Oe}, \quad \text{vagy} \quad 1 \text{Oe} \triangleq \frac{10^3}{4\pi} \frac{\text{A}}{\text{m}} = 79,6 \frac{\text{A}}{\text{m}}. \quad (4)$$

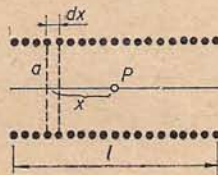
⁵ Külön kiemeljük, hogy az (5)—(8) formulák nemcsak vákuum esetén érvényesek, hanem akkor is, ha a vezető elegendő nagy környezetét — szigorúan véve az egész teret — valamely homogén és izotrop, μ permeabilitású (para- vagy diamágneses) közeg tölti ki.

alkotó kör kerületét jelenti. A (6)–(8) esetekhez tartozó \mathbf{H} térerősség irányát az 1. pontban már megismertük.

Különösen fontos a (8) összefüggés, mert nagyobb tartományban homogén mágneses tér legjobban tekercsekkel állítható elő. Ha pl. $n = 1000$, $I = 1$ A és $l = 1$ m, akkor $H = 1000$ A/m $\approx 12,6$ Oe. Az MKSA-rendszerben kifejezett $nI \equiv \Theta$ mennyiség az ampermenetszám vagy mágneses gerjesztés; értéke pl. a lágyvasas ampermérők tekercseinél 100 A (ampermenet), néhány kilowattos elektromotoroknál 10^4 A, nagy ciklotronoknál 10^6 A nagyságrendű.



181,9. ábra



181,10. ábra

A (7) összefüggés bizonyítása. Az (1) törvény és a 181,9. ábra szerint a vezető bármely ds eleme a P pontban a rajz síkjára merőlegesen befelé mutató, $dH = KI ds \cdot \sin \vartheta / r^2$ nagyságú térerősséget hoz létre, tehát

$$H = KI \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{r^2} \sin \vartheta = KI \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{r^2} \cos \varphi.$$

Az ábra alapján $r = R / \cos \varphi$, $s = R \tan \varphi$, és az utóbbi differenciálásából $ds = (R / \cos^2 \varphi) d\varphi$. Ezeket behelyettesítve, és figyelembe véve, hogy az $s = \pm \infty$ határoknak $\varphi = \pm \pi/2$ felel meg, kapjuk:

$$H = KI \frac{1}{R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi = KI \frac{1}{R} [\sin \varphi]_{-\pi/2}^{\pi/2} = K \frac{2I}{R},$$

amely (3)-ra való tekintettel valóban a (7) formula.

A (8) összefüggés bizonyítása céljából tekintsük a sűrűn csévült tekercsnek a tengely P pontjától x távolságban levő, kis dx hosszúságú részét (181,10. ábra). Ez a rész nyilván $(n/l)dx$ számú menetet tartalmaz, és így a P pontban (2a) alapján (az $R = x$ jelöléssel)

$$dH = K \frac{2\pi a^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}} I \frac{n}{l} dx$$

térerősséget létesít. Az egész tekercstől származó térerősség tehát:

$$\begin{aligned} H &= K \frac{2\pi a^2 n I}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = K \frac{2\pi a^2 n I}{l} \left[\frac{1}{a^2} \frac{x}{(a^2 + x^2)^{1/2}} \right]_{-l/2}^{l/2} \\ &= K \frac{2\pi n I}{l} \cdot \frac{l}{\sqrt{(l^2/4) + a^2}} = K \frac{4\pi n I}{l} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (2a/l)^2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

A feltételezett $l^2 \gg a^2$ esetben az utolsó tényező értéke jó megközelítéssel 1, tehát eredményül (3) alapján valóban (8) adódik, és ez a 181,5. ábra szerint nemcsak a tekercs P középpontjában érvényes, hanem — a szélektől eltekintve — közelítőleg a tekercs belsejének más helyén is.

3. Az áramerősség és a mágneses térerősség egységeiről; az elektromágneses mértékrendszer. Az eddigi tárgyalásunk során alkalmazott Gauss-féle CGS-rendszer és MKSA-rendszer egységei közül a CGS-egységeket következetesen megállapítottuk, az MKSA-egységeket, ill. a CGS-egységekkel való kapcsolatukat azonban eddig több esetben csak közelebbi indokolás nélkül adhattuk meg. Ezt

⁶ Hogy $\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{(a^2 + x^2)^{1/2}}$, arról differenciálással meggyőződhetünk.

a hiányosságot most már a Biot—Savart-törvény vagy az ebből levezetett összefüggések alapján — a történeti fejlődésnek megfelelően — részben pótolhatjuk.

A köráram mágneses terére vonatkozó, (2b) alatti

$$H = K \frac{2\pi I}{a} \quad (10)$$

összefüggésben az a sugarú kör középpontjában fennálló H térerősség aránylag könnyen (egy kis mágnesű elfordulásából, l. 169. § és 185. § 1a) megmérhető, azaz H a Gauss-féle CGS-egységben ($1 \text{ Oe} = 1 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$) kifejezhető. Ezért GAUSS és WEBER 1850 körül a (10) összefüggést használták fel az áramerősség mérésére, ill. az áramerősség elektromágneses CGS-egységének [röviden *e. m.-egységének*; mostani neve *biot* (Bi)] lerögzítésére úgy, hogy a K tényezőt 1-nek választották. Ily módon, az *e. m.-egységben* kifejezett áramerősséget I_{em} -mel, az oerstedben kifejezett H -t pedig H_{Oe} -vel jelölve, $H_{Oe} = 2\pi I_{em}/a$. Ha $a = 1 \text{ cm}$ és $H_{Oe} = 2\pi \text{ Oe}$, akkor $I_{em} = 1$ egység ($= 1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} = 1 \text{ biot}$), tehát $1 \text{ e. m.-egységnyi erősségű az az áram, amely } 1 \text{ cm sugarú körvezetékben haladva, a kör középpontjában } 2\pi \text{ Oe mágneses térerősséget létesít, vagyis a középpontban képzelt egységnyi erősségű mágnespólusra } 1 \text{ dyn erőt fejt ki.}$

Az áramerősségből kiindulva, a megfelelő összefüggések alapján — pl. $P = UI$, $R = U/I$, $I = dQ/dt$, $C = Q/U$ — felépíthető az egész elektromágneses CGS-rendszer. Ebben az elektromos jellegű mennyiségek (töltés, áramerősség, feszültség, ellenállás, kapacitás stb.) egységei különböznek az általunk használt Gauss-féle CGS-rendszer egységeitől, a mágneses jellegű mennyiségek (mágneses térerősség, indukció, póluserősség stb.) egységei azonban megegyeznek. Megjegyezzük, hogy egy harmadik CGS-rendszerben, az *elektrosztatikai CGS-rendszerben* viszont az elektromos jellegű mennyiségek egységei egyeznek meg a megfelelő Gauss-féle egységekkel — a mágneses jellegű mennyiségek egységei mások —, és ezért az *elektromos jellegű mennyiségek Gauss-féle egységeit gyakran elektrosztatikai egységeknek (e. s.-egységeknek) is hívják.*

Az áramerősség Gauss-féle vagy *e. s.-egysége* (172,2) szerint $1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-2}$ ($= 1$ franklin/s). Kérdés, mekkora az *e. s.-egység és az e. m.-egység viszonya*, más szóval mekkora a K , ha (10)-ben az I -t *e. s.-egységben* fejezzük ki (I_{es}). A $H_{Oe} = K \cdot 2\pi I_{es}/a$ és $H_{Oe} = 2\pi I_{em}/a$ egyenletekből $K = I_{em}/I_{es}$, tehát *e* viszony meghatározásához ugyanazt az áramot mindkét egységben meg kell mérni. Ezt a feladatot WEBER és KOHLRAUSCH oldották meg 1856-ban, lényegében a 172,5. ábrával kapcsolatban megismert módszerrel. A ν frekvenciájú hangvillával mozgatótt K kontaktus periodikusan feltölti — ismert U_{cs} feszültségre —, és kisüti az ismert C_{es} kapacitású kondenzátort. A kisütési áram átlagos erőssége (172,3) szerint, *e. s.-egységben* kifejezve: $I_{es} = \nu C_{es} U_{es}$. Ugyanez az áram áthalad a G körvezetékön, kitéríti a kör középpontjában elhelyezett kis mágnesűt, és a kitérés szögéből az *e. m.-egységben* kifejezett I_{em} intenzitás meghatározható (részletesebben l. a tangens-galvanométernél, 185. § 1a). Ily módon adódott — először kb. 4% hibahatáron belül, később pedig más mérésekből jóval pontosabban is —, hogy

$$K = \frac{I_{em}}{I_{es}} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}} = \frac{1}{c}. \quad (11)$$

Az $1/K$ -nak a vákuumbeli *c* fénysebességgel való egyenlősége vezette később MAXWELLT arra a gondolatra, hogy a fény- és az elektromágneses jelenségek között szoros kapcsolatnak kell lennie.

(11) értelmében egy adott áramerősségnek az *e. m.-egységben* kifejezett mértékszámja $3 \cdot 10^{10}$ -szer kisebb az *e. s.-egységben* kifejezett mértékszámánál, tehát — mivel a mértékszámok viszonya az egységek viszonyának reciprokja (pl. $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$) — az *e. m.-egység* $3 \cdot 10^{10}$ -szer nagyobb az *e. s.-egység*-nél. Az *e. m.-egység* a gyakorlat számára annak idején kissé nagynak bizonyult, és ezért az *áramerősség gyakorlati egységéül* 1881-ben az *e. m.-egység tizedrészét választották, és ezt 1 ampernek nevezték el:*

$$1 \text{ A} = \frac{1}{10} \text{ e. m.-egység} = 3 \cdot 10^9 \text{ e. s.-egység (Gauss-féle CGS-egység)}. \quad (12)$$

[Pontosabban, 3 helyett itt és (13)-ban 2,9979 veendő. Az ampernek mint alapegységnek a realizálására később még visszatérünk.] A *feszültség* egységeit úgy állapították meg, hogy $1 \text{ e. m. feszültségegység} \times 1 \text{ e. m. intenzitás egység} = 1 \text{ e. s. feszültségegység} \times 1 \text{ e. s. intenzitás egység} = 1 \text{ erg/s}$ és $1 \text{ volt} \times 1 \text{ amper} = 1 \text{ watt} = 10^7 \text{ erg/s}$ legyen. Ebből és (12)-ből következik, hogy

$$1 \text{ V} = 10^8 \text{ e. m.-egység} = \frac{1}{300} \text{ e. s.-egység (Gauss-féle CGS-egység)}. \quad (13)$$

Hasonlóan állapíthatók, ill. indokolhatók meg pl. a töltés, kapacitás és ellenállás különböző egységei közötti összefüggések is [l. pl. (153,5), (159,4) és (173,5)].

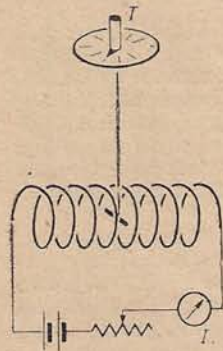
Visszatérve mármost a Biot—Savart-törvényre, (11) és (12) alapján mondhatjuk: Az (1) Biot—Savart-törvényben és az ebből következő egyenletekben a K tényező aszerint, amint az I áramerősséget e. s.-egységben (Gauss-egységben), e. m.-egységben, ill. amperben mérjük, rendre

$$K = \frac{1}{c}, \quad K = 1, \quad K = \frac{1}{10}, \quad (14a-c)$$

ha mindhárom esetben a H mágneses térerősséget oerstedben (a hosszúságokat pedig cm-ben) fejezzük ki.

Az MKSA-rendszerben a mágneses térerősség egysége és magának a térerősségnek a fogalma is pl. a következő kísérletek alapján vezethető be. Hosszú tekercs belsejébe torziós szálon függő kis mágnesestűt helyezünk úgy, hogy a tekercs árammentes állapotában a tű a tekercs tengelyére merőlegesen álljon (181,11. ábra; a földmágnesség befolyásától az egyszerűség kedvéért itt eltekintünk). Ha a tekercsbe áramot bocsátunk, a tű elfordul, de a T „torziós fejnék” egy közvetlenül leolvasható α szöggel való elcsavarásával visszavihető a tekercs tengelyére merőleges helyzetbe. Az α szög nyilván arányos a tekercs belsejében fennálló mágneses tér által a tűre gyakorolt M_t forgatónyomatékkal. (Ha ismertnek vesszük a (169,10) összefüggést, $M_t = mH \sin 90^\circ = mH$, ahol m a tű mágneses nyomatéka.) Különböző I áramerősségek, majd különböző n menetszámú és l hosszúságú — de átmérőjükhöz képest mindig hosszú — tekercsek esetében mérve az α szöget, azt találjuk, hogy a forgatónyomaték az nI/l mennyiséggel arányos, és ezért nI/l a tekercsen belüli homogén mágneses teret jellemző H térerősség mértékül választható:

$$H = \frac{nI}{l} \quad (\text{MKSA}). \quad (15)$$



181,11. ábra

Ebből származik a H MKSA-egysége: az 1 amper(menet)/méter, és (15)-nek a (9)-ből folyó $H = K \cdot 4\pi nI/l$ -lél való egybevetéséből adódik a (3b)-ben közölt $K = 1/4\pi$ érték. Ezek után már könnyen megindokolható az amper/méter és az oersted közti (4) összefüggés, valamint pl. ($\mathbf{F} = \rho\mathbf{H}$ alapján) a p „póluserősség” kétféle egysége közt fennálló (169,4) kapcsolat is.

A (15) egyenlet a térerősséget közvetlenül csak egy (hosszú) tekercs belsejében értelmezi, de az értelmezés általánosítható a mágneses térerősség mérésének következő módszere alapján. A valamely P pontban fennálló — akár áramoktól, akár távolabbi mágnesektől vagy a földmágnességből származó — H térerősség meghatározása céljából a P pontot körülvesztjük egy ismert n menetszámú, l hosszúságú tekercsrel, majd a tekercs irányát és az át bocsátott áram I erősségét addig változtatjuk, amíg a P pontba függesztett kis mágnesestű semmiféle erőhatást nem jelez. Ekkor a meghatározandó H térerősség nyilván egyenlő nagyságú és ellentétes irányú a tekercstől származó térerősséggel, úgyhogy $H = nI/l$. Ez a kompenzációs módszer hibás eredményekre vezethet, ha a P pont közelében ferromágneses testek vannak jelen (mert a $H = nI/l$ formula csak homogén és izotrop közegre érvényes). Egy másik, ebben az esetben is alkalmazható mérési eljárást a 209. §-ban fogunk megismerni.

182. §. A gerjesztési törvény és az áramvezetők mágneses tere

1. *A gerjesztési törvény.* Az áram és mágneses tere közötti kapcsolat a Biot—Savart-törvényen kívül megfogalmazható más alakban is, amely kísérletileg közvetlenül ellenőrizhető, és az erőtérfelfogásnak is jobban megfelel.

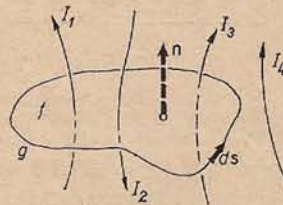
Előkészítésül tekintsünk egy igen hosszú, egyenes áramvezetőt! Ennek mágneses erővonalai a 181,2 ábrán vázolt koncentrikus körök, és (181,7) szerint a vezetőtől R távolságban $H = K \cdot 2I/R$, ahol $K = 1/c$ (CGS), ill. $K = 1/4\pi$ (MKSA). A vezetőt vegyük körül gondolatban egy zárt görbével, és képezzük ennek mentén a H_s érintőleges komponensnek a görbe egyszerű teljes körüljárására vonatkozó integrálját, az $\oint H_s ds$ mágneses körfeszültséget, amely már pl. (170,10)-ben is előfordult. Ha

zárt görbéként az R sugarú kört választjuk, akkor az erővonalakéval megegyező körüljárási irányban vett integrál nyilvánvalóan, $H_s = H = K \cdot 2I/R$ miatt: $K(2I/R)2\pi R = K \cdot 4\pi I$, azaz

$$\oint H_s ds = \frac{4\pi}{c} I \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \oint H_s ds = I \quad (\text{MKSA}). \quad (1)$$

Ez az összefüggés könnyen beláthatóan akkor is fennáll, ha a zárt görbe a vezetőt egyszer körülhurkoló tetszőleges görbe, ti. bármely görbe megközelíthető elegendő kicsiny körívvel és sugárirányú szakaszokkal, és az utóbbiak az integrálhoz a szóban forgó esetben nem járulnak hozzá.

A hosszú egyenes vezetőre vonatkozó (1) tétel, amelyet fentebb végeredményben a Biot—Savart-törvényből kaptunk, a *tapasztalat* szerint messzemenően általánosítható. Tekintsük pl. az I_1, I_2, I_3, I_4 áramokkal átjárt, bármilyen alakú vezetőket, és vegyük körül pl. az első hármat a tetszőleges g zárt görbével (182,1. ábra). Az említett áramrendszertől származó \mathbf{H} térerősség a g görbe bármely pontjában megmérhető, és elegendő számú ponthoz tartozó H -érték ismeretében $\oint H_s ds$ kellő pontossággal meghatározható.¹ Az ábrán megjelölt körüljárási irányt választva, az adódik, hogy $\oint H_s ds = I_1 - I_2 + I_3$ (MKSA). Általánosabban, a jobb oldalon álló $\sum I_k$ összegben azok az áramok veendőek pozitív előjellel, amelyek a g görbén átfektetett f felületen a jobbsavar-szabálynak megfelelő \mathbf{n} „pozitív normális” irányában haladnak át. Eredményünk az alapvető fontosságú *Ampère-féle gerjesztési törvény*:



182,1. ábra

$$\oint H_s ds = \frac{4\pi}{c} \sum I_k \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \oint H_s ds = \sum I_k \quad (\text{MKSA}), \quad (2)$$

azaz a mágneses térerősségnek egy tetszőleges g zárt görbe egyszeri körüljárásánál vett integrálja arányos, ill. egyenlő a görbe által határolt (tetszőleges) f felületen áthaladó áramok algebrai összegével; ez a törvény inhomogén közegekben, pl. ferromágneses anyagok jelenléte esetén is érvényes. Ha a zárt görbét úgy vesszük fel, hogy az nem hurkol körül áramot, akkor természetesen $\oint H_s ds = 0$.

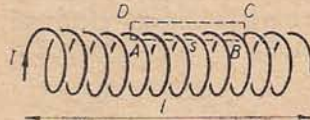
A g görbével határolt f felület df elemén, az e helyhez tartozó \mathbf{J} áramsűrűség normális komponensét J_n -nel jelölve, $J_n df$ erősségű áram, az egész f felületen pedig $\int_{(f)} J_n df$ erősségű áram halad át, l. (174,4). Így a gerjesztési törvénynek az áramsűrűséggel kifejezett alakja:

$$\oint H_s ds = \frac{4\pi}{c} \int_{(f)} J_n df \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \oint H_s ds = \int_{(f)} J_n df \quad (\text{MKSA}). \quad (3)$$

¹ E fáradságos eljárás helyett közvetlenül is megmérhető az $\oint H_s ds$ mennyiség a Rogowski-féle mágneses feszültségmérővel (209. §).

A permanens mágnesek terében (170,10) szerint bármely zárt görbére vonatkozólag $\oint H_s ds = 0$, és így ez a \mathbf{H} vektortér örvénymentes, de (2) alapján az elektromos áramok \mathbf{H} mágneses tere örvénytér, amelynek „örvényeit” éppen az áramok jelentik (l. még a 4. pontot is).

2. A gerjesztési törvény — amelyből a Biot—Savart-törvény itt nem részletezendő módon levezethető — módot nyújt a mágneses térerősség egyszerű kiszámítására



182,2. ábra

néhány olyan esetben, amikor a térerősség-eloszlást kvalitatíve, rendszerint szimmetriaokokból már ismerjük. Pl. egy hosszú áramtekerecs belsejében fennálló H térerősség kiszámítása céljából zárt görbe gyanánt a 182,2. ábrán vázolt $ABCD$ téglalapot választjuk, mert az erővonalakból (181,5. ábra) tudjuk, hogy \mathbf{H} a tekeresen belül gyakorlatilag homogén és párhuzamos a tengellyel, kívül pedig elhanyagolhatóan kicsiny. Így $\int H_s ds$ a BC , CD és DA szakaszok mentén gyakorlatilag zérus, tehát $\oint H_s ds = H \cdot AB = Hs$. Az s hosszúságú téglalap az egészben véve l hosszúságú és n menetszámú tekercsből nyilván $n' = ns/l$ számú menetet vesz körül, úgyhogy (2) értelmében $Hs = (4\pi/c)n'I = (4\pi/c)(ns/l)l$, ebből pedig

$$H = \frac{4\pi}{c} \frac{nI}{l} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H = \frac{nI}{l} \quad (\text{MKSA}), \quad (4)$$

(181,8)-cal megegyezésben.

Másik példaként tekintsünk egy kör keresztmetszetű — a sugarú — hosszú, egyenes vezetőt, amelynek mágneses erővonalai tudvalevően a tengely körüli koncentrikus körök, mégpedig nemesak a vezetőn kívül, hanem a tömör vezető belsejében is (182,3. ábra, 1, ill. 2 görbe). A vezetőn kívüli, r



182,3. ábra

sugarú l körre vonatkozólag (2) szerint, pl. az MKSA-rendszerben: $\oint H_s ds = H \cdot 2\pi r = I$, azaz $H = I/2\pi r$. A belső, r sugarú 2 körre vonatkozólag viszont, mivel ez a kör az áramsűrűség egyenletes eloszlása miatt nyilván csak Ir^2/a^2 erősségű áramot vesz körül, fennáll: $\oint H_s ds = H \cdot 2\pi r = Ir^2/a^2$, és innen $H = Ir/2\pi a^2$. Összefoglalva, a térerősség nagysága

$$\text{a vezetőn kívül } (r > a): \quad H = \frac{1}{c} \frac{2I}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H = \frac{I}{2\pi r} \quad (\text{MKSA}); \quad (5)$$

$$\text{a vezetőn belül } (r \leq a): \quad H = \frac{1}{c} \frac{2I}{a^2} r \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H = \frac{I}{2\pi a^2} r \quad (\text{MKSA}). \quad (6)$$

A H értéke tehát legnagyobb a drót felületén ($r = a$): $H = 2I/ca$, ill. $I/2\pi a$. A levezetésből láthatóan a (6) formula csak tömör vezetőre érvényes, cső alakú áramvezető belsejében (az üregben) a mágneses térerősség zérus.

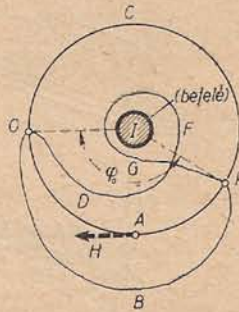
3. A hosszú, egyenes áramvezető mágneses tere és a hosszú, egyenes örvényfonal körüli cirkulációs áramlás (77. § 3—4.) között szoros analógia áll fenn. Az ω szögsebességgel forgó, $q = a^2\pi$ keresztmetszetű örvényfonal körüli cirkulációs áramlásban a v sebesség a tengelytől számított r távolsággal fordítva, magában az örvényfonalban pedig az r -rel egyenesen arányos, éppen úgy, mint (5) és (6) szerint a H térerősség a vezetőn kívüli, ill. belüli térrészben. Továbbá: miként az $\oint v_s ds$ cirkuláció értéke az ωq örvényerősséggel arányos ($= 2\omega q$) vagy zérus aszerint, amint a zárt görbe az örvényfonalat egyszer körülveszi vagy nem, hasonlóan az $\oint H_s ds$ mágneses körfeszültség az I áramerősséggel arányos ($= 4\pi I/c$, ill. I) vagy zérus a zárt görbe megfelelő választása szerint.

4. A mágneses feszültség a tér P és O pontja között — más szóval a O -ra mint nullpontra vonatkoztatott mágneses potenciál értéke a P pontban — a (169,18—19) definíció szerint:

$$U_m = - \int_O^P H_s ds. \quad (7)$$

Vizsgáljuk meg U_m viselkedését egy hosszú, egyenes (a 182,4. ábra síkjára merőleges) áramvezető környezetében! Ha az O -ból P -be vezető görbe gyanánt az r sugarú OAP körívet választjuk, akkor (5) szerint pl. az MKSA-rendszerben:

$$U_m = \frac{I}{2\pi r} \cdot \widehat{OAP} = \frac{I}{2\pi r} \cdot r\varphi_0 = \frac{I}{2\pi} \varphi_0 \quad (\text{MKSA}). \quad (8)$$



182,4. ábra

Ugyanezt az értéket kapjuk pl. az OBP görbe mentén és minden olyan görbe mentén is, amely (az előző úttal együttvéve) a vezetőt nem hurkolja körül; a vezetőt nem körülvevő $OAPBO$ zárt görbére vonatkozólag ugyanis (2) szerint

$$\oint H_s ds = \int_{OAP} H_s ds + \int_{PBO} H_s ds = 0, \quad \text{és így} \quad \int_{OAP} H_s ds = \int_{OBP} H_s ds.$$

Az $OAPCOP$ körív mentén viszont, és ugyanígy pl. az $ODFGP$ görbe mentén is, amely görbék a vezetőt egyszer körülveszik,

$$U_m = \frac{I}{2\pi r} \cdot r(\varphi_0 + 2\pi) = \frac{I}{2\pi} \varphi_0 + I \quad (\text{MKSA}), \quad (9)$$

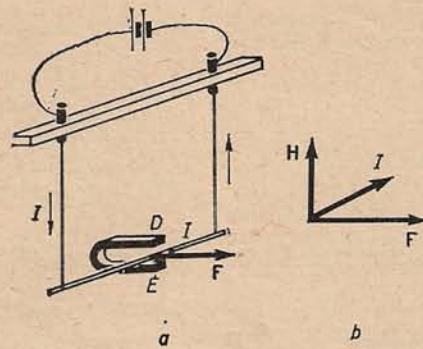
a vezetőt n -szer körülhurkoló görbék mentén pedig $U_m = (I/2\pi)\varphi_0 + nI$ adódik. Eszerint az áram átjárta vezetőt körülvevő térben a mágneses potenciál többértékű. Kimutatható továbbá, hogy tömör áramvezetőn belüli térben nem létezik mágneses potenciál, ti. a vezetőn belül egyáltalán nincsenek olyan zárt görbék, amelyek mentén $\oint H_s ds = 0$ lenne, és ezért a (7) alatti integrál a P pont helyzetén kívül az O -ból P -be vezető úttól is függ.

Az áram mágneses terével kapcsolatban az U_m mágneses (skalár)potenciálnál fontosabb a vektorpotenciál (124. §).

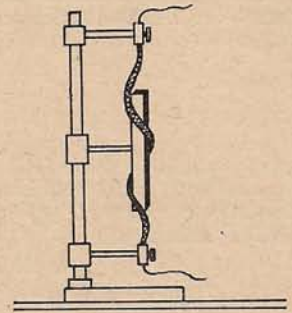
183. §. A mágneses tér erőhatása áramvezetőkre. Áramvezetők közötti erőhatások

1. Áram átjárta vezetőre mágneses térben erő hat:¹ pl. patkómágnes sarkai közé függesztett egyenes vezetőn át áramot bocsátva (183,1a ábra), a vezető elmozdul, a H mágneses tér és az I áram irányára merőleges irányban. Megváltoztatva vagy a H , vagy az I irányát, ellentétes lesz az elmozdulás, azaz az F erő iránya is. Az F , H és I iránya úgy következik egymásra, mint a bal kéznek egymásra merőlegesen tartott hüvelyk-, mutató- és középső ujjja (Fleming-féle balkéz-szabály, b ábra). Az erőhatás sok más kísérlettel is szemléltethető: pl. hajlékony fémszalag az áram átadásakor felcsavarodik a szigetelő réteggel bevont mágnesrúdra (183,2. ábra; az áramirány megfordításakor a szalag gyorsan lecsavarodik, és az ellenkező irányban tekeredik fel), a 183,3. ábra szerint felfüggesztett, higanyba merülő drót pedig az áram tartama alatt állandóan kering a mágnesrúd körül.

¹ Az ilyenfajta erőt történeti okokból *ponderomotoros erőnek* is nevezik (az elektromotoros „erőtől” való megkülönböztetésül).



183,1. ábra



183,2. ábra

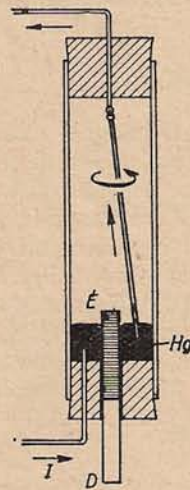
Arra a $d\mathbf{F}$ erőre vonatkozólag, amelyet az I árammal átjárt vezetők egy ds elemére a \mathbf{H} erősségű vagy \mathbf{B} indukciójú mágneses tér gyakorol, könnyen felállít-hatunk egy „elemi törvényt” a Biot—Savart-törvény és a kölcsönhatás törvénye alapján.

A (181,5) Biot—Savart-törvény és a mágneses térerősség (169,8) alatti $\mathbf{F} = p\mathbf{H}$ definíciója szerint az $I ds$ áramelem a P pontban képzelt, p erősségű mágnespólusra (183,4. ábra) a

$$d\mathbf{F}' = p d\mathbf{H} = \frac{I}{c} \left[ds, \frac{p\mathbf{r}}{r^3} \right] \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad d\mathbf{F}' = p d\mathbf{H} = I \left[ds, \frac{p\mathbf{r}}{4\pi r^3} \right] \quad (\text{MKSA}) \quad (1a-b)$$

erőt fejt ki. Ennek ellentettje, $d\mathbf{F} = -d\mathbf{F}'$ a mágnespólus által az áramelemre gyakorolt erő:

$$d\mathbf{F} = \frac{I}{c} \left[ds, -\frac{p\mathbf{r}}{r^3} \right] \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad d\mathbf{F} = I \left[ds, -\frac{p\mathbf{r}}{4\pi r^3} \right] \quad (\text{MKSA}). \quad (2a-b)$$

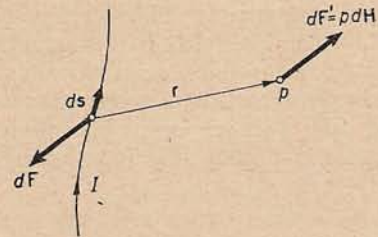


183,3. ábra

Amint azt (169,11)-ből és (170,11)-ből tudjuk, a p erősségű pontszerű pólus a tőle $-r$ vektori távolságban levő áramelem helyén

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{\mu} \frac{p\mathbf{r}}{r^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{H} = -\frac{1}{4\pi\mu\mu_0} \frac{p\mathbf{r}}{r^3} \quad (\text{MKSA}) \quad (3a-b)$$

erősségű mágneses teret létesít, ahol μ az áramelemet és a mágnespólust körülvevő, homogénnek és izotropnak feltételezett közeg — para- vagy diamágneses gáz vagy folyadék — relatív permeabilitása. (3a-b) figyelembevételével (2a)-ban: $-pr/r^3 = \mu\mathbf{H} = \mathbf{B}$, (2b)-ben pe-



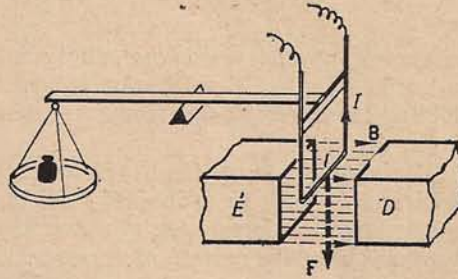
183,4. ábra

dig: $-\frac{pr}{4\pi r^3} = \mu\mu_0 \mathbf{H} = \mathbf{B}$, és így $d\mathbf{F} = (I/c) [d\mathbf{s} \mathbf{B}]$, ill. $d\mathbf{F} = I [d\mathbf{s} \mathbf{B}]$. Ez az összefüggés érvényesnek tekinthető az általános esetben is, amikor \mathbf{B} -t nem mágnespólus, hanem a mágnesek vagy áramok bármely rendszere létesíti, ti. az erőter-felfogás szerint a $d\mathbf{s}$ -re ható erő szempontjából teljesen mellékes az, hogy a $d\mathbf{s}$ helyén fennálló \mathbf{B} indukció honnan származik.

Eredményünk tehát: az $I ds$ áramelemre a $d\mathbf{s}$ helyén \mathbf{B} indukciójú mágneses tér

$$d\mathbf{F} = \frac{I}{c} [d\mathbf{s} \mathbf{B}] \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad d\mathbf{F} = I [d\mathbf{s} \mathbf{B}] \quad (\text{MKSA}) \quad (4)$$

erőt gyakorol. Mint látható, az erő iránya pl. a 183,1. ábra esetében az ott feltüntetett szabálynak megfelelően adódik. A (4)-ből következik továbbá, hogy a mágneses térnek az áramvezetőkre kifejtett erőhatása a \mathbf{H} térerősség helyett a \mathbf{B} indukcióval fejezhető ki egyszerűbben. Közvetlen kísérletekkel természetesen nem magát a (4) elemi törvényt, hanem csak az abból számításokkal kapott összefüggéseket lehet ellenőrizni. A mérésekkel ellenőrizhető erőhatásoknak egyik igen egyszerű esete pl. az a (4)-ből rögtön következő tétel, hogy homogén mágneses térben a tér irányával α szöget bezáró, l hosszúságú egyenes áramvezetőre

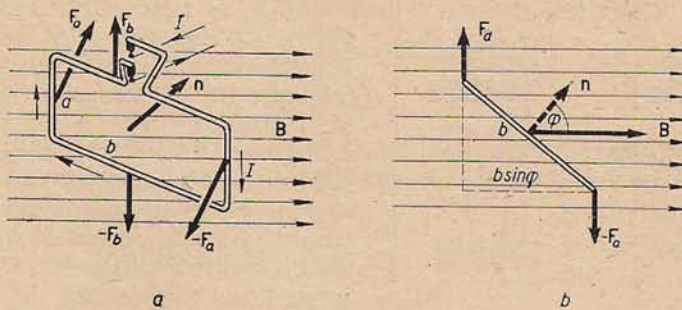


183,5. ábra

$$F = \frac{I}{c} l B \sin \alpha \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad F = I l B \sin \alpha \quad (\text{MKSA}) \quad (5)$$

nagyságú erő hat. Ez az erő akár közönséges mérleggel is megmérhető a 183,5. ábra szerint: a mérleget egyensúlyi helyzetéből csak a mágnessarkok közt levő, l hosszúságú vízszintes szakaszra ható \mathbf{F} erő téríti ki, ti. a függőleges drótdarabokra ható, egyébként is sokkal kisebb erőnek nincsen függőleges komponense. (Pl. $\alpha = 0$, $B = 1000$ gauss $= 0,1$ Vs/m², $I = 10$ A és $l = 5$ cm esetén $F = I l B = 10 \cdot 0,05 \cdot 0,1$ VAs/m $= 0,05$ newton ≈ 5 pond.)

Egy másik egyszerű példa a homogén mágneses térnek merev drótkeretre gyakorolt hatása. A 183,6a ábra szerint elhelyezett keret két függőleges, a hosszúságú



183,6. ábra

oldalára (4) értelmében a rajz síkjára merőleges F_a és $-F_a$ erők hatnak, amelyek nagysága (pl. az MKSA-rendszerben) IaB . Így ez az F_a , $-F_a$ erőpár, mivel karja a b ábra szerint $b \sin \varphi$, $IBab \sin \varphi = IBf \sin \varphi$ forgatónyomatéket fejt ki, ahol $f=ab$ a téglalap területe. A két vízszintes oldalra ható, a keret síkjába eső F_b és $-F_b$ erők a keret feltételezett merevsége miatt kompenzálják egymást. Végeredményben tehát a homogén mágneses térben levő drótkeretre

$$M_f = \frac{I}{c} f B \sin \varphi \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad M_f = IfB \sin \varphi \quad (\text{MKSA}) \quad (6a-b)$$

nagyságú forgatónyomaték hat, ahol φ a keret pozitív (az I -vel „jobbcsavart” képező) n normálisának a B -vel bezárt szöge. Az ábráról láthatóan a forgatónyomaték a felfüggesztett keretet úgy fordítja el, hogy az végül a $\varphi=0$ stabilis egyensúlyi helyzetbe áll be.

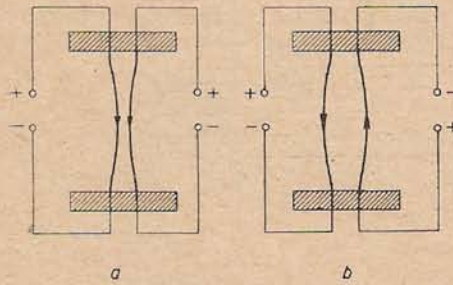
Kimutatható, hogy (6a-b) érvényes bármilyen alakú sík áramhurokra, továbbá tekercsre is, csak az utóbbinál f helyébe a tekercs n menetszámának és f keresztmetszetének a szorzata, az nf menetfelület lép. A menetfelületet az említett pozitív normális irányába mutató nf vektornak tekintve, (6a-b) szerint a homogén mágneses tér áramhurokra vagy tekercsre gyakorolt forgatónyomatékának vektori kifejezése:

$$M_f = \frac{I}{c} [nf, \mathbf{B}] \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad M_f = I[nf, \mathbf{B}] \quad (\text{MKSA}) \quad (7a-b)$$

(áramhurok esetében $n=1$).

Az MKSA-rendszerben a B mágneses indukció fogalmát és egységét gyakran a tapasztalati úton felállított (6b), ill. (7b) összefüggés alapján vezetik be, lényegileg a következőképpen. A megfelelően felfüggesztett, áram átjárta kis drótkeret vagy tekercs n normális mágneses térben meghatározott irányba áll be. Ha n ezzel a kitétetett iránnyal φ szöveget alkot, akkor a kis tekercsre forgatónyomaték (M_f) hat, amely pl. torziós szárra való függesztés esetén az ismert módon megmérhető (l. a 181,11. ábráról mondottakat). A mérések szerint M_f arányos $\sin \varphi$ -vel, az nf menetfelülettel és az I áram-erősséggel, tehát így fejezhető ki: $M_f = B \cdot Inf \sin \varphi$; itt a mágneses térre jellemző B arányossági tényező a mágneses indukció nagysága, B irányán pedig az említett kitétetett irányt értik. A $\varphi=90^\circ$ -ra vonatkozó $M_f = BInf$ egyenletből $B = M_f / Inf$, tehát B egysége: $1 \text{ Nm/Am}^2 = 1 \text{ VAs/Am}^2 = 1 \text{ Vs/m}^2$, (170,8)-cal megegyezésben.

2. Az áramvezetők közti erőhatás (régébbi elnevezéssel elektrodinamikai erőhatás) az előzők folyamányának tekinthető: az áram átjárta 1 vezető az általa létesített mágneses tér közvetítésével hat a 2 áramvezetőre, és megfordítva. Először a leg-

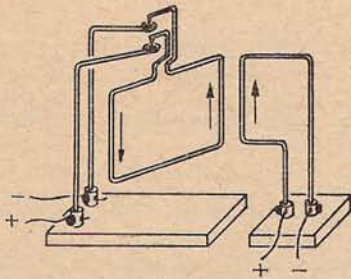


183,7. ábra

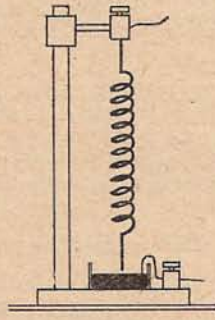
egyszerűbb esetet véve, pl. két hajlékony fémszalaggal (183,7a–b ábra) vagy az „Ampère-féle állvánnyal” (183,8. ábra) kimutathatjuk, hogy párhuzamos áramvezetők vonzzák vagy taszítják egymást aszerint, amint a bennük folyó áramok meg-egyező vagy ellentétes irányúak. (Röviden: paralel áramok vonzzák, antiparalelek taszítják egymást; AMPÈRE, 1821.) Ennek megfelelően vonzás lép fel egy áram átjárta tekercs menetei között is: a 183,9. ábrán vázolt Roget-féle spirális alsó vége

az áram bekapcsolásakor a menetek közti vonzás hatására kiemelkedik a higanyból, de ekkor az áram megszakad, úgyhogy a spirális ismét a higanyba merül, majd újból kiemelkedik stb., tehát mint automatikus áramszaggató működik.

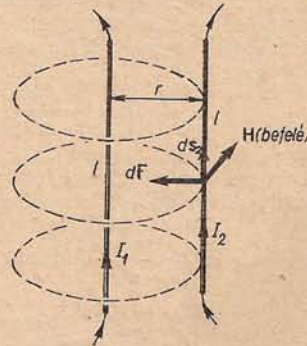
Két párhuzamos, igen hosszú, egyenes áramvezető közt ható erő az eddigiek alapján könnyen kiszámítható. Az I_1 árammal átjárt l vezető (183,10. ábra) a tőle r távolságban levő 2 vezető bármely ds_2 elemének helyén (181,7) szerint $H = 2I_1/cr$



183,8. ábra



183,9. ábra



183,10. ábra

(CGS), ill. $H = I_1/2\pi r$ (MKSA) nagyságú mágneses térerősséget létesít; \mathbf{H} az ábra síkjára merőlegesen befelé mutat. Ezért (4) értelmében — *vákuumban*, amikor is $\mathbf{B} = \mathbf{H}$, ill. $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ — a ds_2 -re ható $d\mathbf{F} = (I_2/c)[ds_2 \mathbf{H}]$, ill. $d\mathbf{F} = I_2[ds_2, \mu_0 \mathbf{H}]$ erő valóban vonzóerőt jelent, amelynek nagysága:

$$dF = \frac{I_2}{c} ds_2 \cdot H = \frac{I_2}{c} ds_2 \cdot \frac{2I_1}{cr} \quad (\text{CGS}),$$

ill.

$$dF = I_2 ds_2 \cdot \mu_0 H = I_2 ds_2 \cdot \mu_0 \frac{I_1}{2\pi r} \quad (\text{MKSA}).$$

Az egész, merevnek tekintett 2 áramvezetőre ható erő az elemi dF erők összege, tehát $\int ds_2 = l$ miatt a keresett erő nagysága:

$$F = \frac{2}{c^2} \frac{I_1 I_2 l}{r} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{r} \quad (\text{MKSA}), \quad (8a-b)$$

ahol $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am, lásd (169,6).

Az MKSA-rendszerben az áramerősségnek mint negyedik alapegységnek az egységét, az amperet 1948-ban (8b) alapján rögzítették le azért, hogy a μ_0 indukciókonstanst pontosan

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ m kg s}^{-2} \text{ A}^{-2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \quad (9)$$

-nek választották. Így (8b)-ből következik, hogy az $I_1 = I_2 = I = 1$ A, $l = 1$ m, $r = 1$ m esetben $F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m kg s}^{-2} = 2 \cdot 10^{-7}$ newton. A jelenlegi szabvány szerint tehát

1 amper erősségű az az áram, amely két párhuzamos, egymástól vákuumban 1 m távolságra levő igen hosszú és vékony, egyenes, merev vezetőben haladva, közöttük 1 m hosszú szakaszonként $2 \cdot 10^{-7}$ newton erőt létesít.

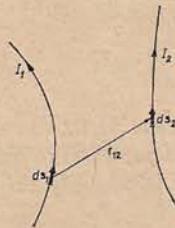
Ezt a nagy mérésügyi intézetekben rendkívül pontos erőmérések útján realizált egységet *abszolút ampernek* (A_{abs}) is hívják, szemben az 1908–47 között érvényben volt *internacionális amperrel* (A_{int}), amelyet az elektrolízis alapján definiáltak (188. § 3.). A két egység csak 0,015%-kal tér el egymástól: $1 A_{int} = 0,99985 A_{abs}$.

A tetszőleges alakú és helyzetű 1 és 2 áramvezetők közt fellépő erőhatás elvileg két áramelem közti erő ismeretében számítható ki. A (181,5) Biot—Savart-törvény szerint az $I_1 ds_1$ áramelem a tőle r_{12} vektori távolságban levő $I_2 ds_2$ áramelem helyén (183,11. ábra), a μ permeabilitású homogén és izotrop közegben

$$dB = \frac{\mu}{c} \frac{I_1 ds_1 r_{12}}{r_{12}^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 ds_1 r_{12}}{r_{12}^3} \quad (\text{MKSA})$$

mágneses indukciót létesít. (4)-ben B helyébe a fenti dB -t, $I ds$ helyébe pedig $I_2 ds_2$ -t helyettesítve, kapjuk, hogy az $I_1 ds_1$ áramelem részéről az $I_2 ds_2$ -re ható erő:

$$dF_{21} = \frac{\mu I_1 I_2}{c^2 r_{12}^2} [ds_2 [ds_1 r_{12}]] \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad dF_{21} = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r_{12}^2} [ds_2 [ds_1 r_{12}]] \quad (\text{MKSA}), \quad (10)$$

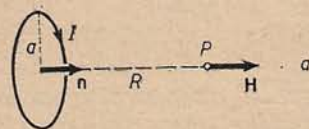


183,11. ábra

Ez a Grassmann-féle elemi törvény, amely szerint a dF_{21} erő meglehetősen bonyolult és itt nem is részletezendő módon függ a két áramelem irányától és kölcsönös helyzetétől. A 2 áramelem részéről az I -re ható dF_{12} erő (10)-ből nyerhető úgy, hogy ds_2 -t és ds_1 -et felcseréljük, és r_{12} helyébe $-r_{12}$ -t írunk. Ily módon az a meglepő eredmény adódik, hogy általában $dF_{12} \neq -dF_{21}$, vagyis az áramelemekre általában nem teljesül a kölcsönhatás törvénye. Ezzel a mélyebb kérdéssel kapcsolatban itt csak annyit jegyezhetünk meg, hogy stacionárius áramoknál sohasem lehet közvetlenül két áramelem közti hatást megfigyelni; az ilyen hatásra különböző elemi törvények állíthatók fel, amelyeknek tehát közvetlen fizikai jelentésük nincsen, de a belőlük számítás útján, véges vezetős szakaszokra vagy zárt áramkörökre kapott összefüggések a tapasztalattal megegyeznek.

Az elemi törvény segítségével kimutatható, hogy két egyenes, egymást keresztező merev áramvezető esetében olyan erők lépnek fel, amelyek igyekeznek a vezetőket úgy állítani, hogy a bennük folyó áramok párhuzamosak és megegyező irányúak legyenek. A merev áramhurkok, ill. tekercsek közötti kölcsönhatás egyszerű áttekintésére a most következő 3. pontban foglaltak nyújtanak lehetőséget.

3. *Áramhurkok és tekercsek mágneses momentuma.* A (181,2a) formula szerint egy köráram mágneses terének erőssége a kör síkjától $R \gg a$ távolságban levő P tengelypontban (183,12a ábra): $H = K \cdot 2\pi a^2 I / R^3 = K \cdot 2fI / R^3$ — ahol $f = a^2\pi$ a kör területe —, vagy $K = 1/c$, ill. $1/4\pi$ miatt



183,12. ábra

$$H = \frac{2If}{cR^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H = \frac{If}{2\pi R^3} \quad (\text{MKSA}). \quad (11)$$

Ez az összefüggés tudvalevően akkor is érvényes, ha a vezető μ permeabilitású homogén közegben (para- vagy diamágneses gázban vagy folyadékban) van. Ugyanebben a közegben egy m mágneses momentumú mágnesrúd a közepétől elég nagy R távolságra levő P tengelypontban [a Gauss-féle első főhelyzetben (183,12b ábra), (169,12) és a (170,11)

alattiak értelmében]

$$H = \frac{1}{\mu} \frac{2m}{R^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H = \frac{1}{4\pi\mu\mu_0} \frac{2m}{R^3} \quad (\text{MKSA}) \quad (12)$$

nagyságú térerősséget hoz létre. (11) és (12) egybevetéséből s az ábráról látható, hogy a köráram \mathbf{H} mágneses tere a P pontban ugyanolyan nagyságú és irányú, mint egy

$$m = \frac{\mu}{c} If \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad m = \mu\mu_0 If \quad (\text{MKSA}) \quad (13)$$

momentumú mágnesrúdé.

Ez az eredmény jelentősen általánosítható: *sík áramhurok vagy nf menetfelületű tekercs nagyobb távolságban ugyanolyan mágneses teret létesít, mint egy*

$$\mathbf{m} = \frac{\mu}{c} Inf \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{m} = \mu\mu_0 Inf \quad (\text{MKSA}) \quad (14)$$

momentumú permanens mágnes, külső mágneses térben pedig ugyanolyan erőhatást szenved, mint az említett mágnes. Ezért \mathbf{m} -et az áramhurok vagy tekercs mágneses momentumának hívják.

A tétel második részét illetően a homogén mágneses térnek áramhurokra vagy tekercsre gyakorolt forgatónyomatékát már (7a-b)-ben megállapítottuk: az \mathbf{m} momentumra gyakorolt \mathbf{M}_r forgatónyomaték (169,10)-ből ismert

$$\mathbf{M}_r = [\mathbf{m}\mathbf{H}] \quad (15)$$

kifejezésébe (14)-et behelyettesítve, valóban (7a-b)-t kapjuk. Az inhomogén térben az áramhurokra vagy tekercsre ható erőt (169,15) adja meg (az ott említett speciális esetben).

Hogy áramhurok vagy tekercs a fent kifejtett értelemben mágnesrúddal egyenértékű, arról kvalitatív kísérletekkel könnyen meggyőződhetünk: a megfelelően felfüggesztett I áramtekercset a 2 áramtekercs (vagy egy mágnes) viszonylagos helyzetüktől függően éppúgy vonzza, taszítja vagy elfordítja, mint egy mágnesrudat (183,13. ábra), a földi mágneses tér hatására pedig pl. az I tekercs — ha a benne folyó áram elég erős — tengelyével az észak-déli irányba áll be.

A (14) alatti \mathbf{m} momentum egy hosszú tekercs esetében, felhasználva a tekercsen belüli térerősség ismert $H=4\pi nI/c$, ill. nI/l kifejezését, így is írható:

$$m = \frac{\mu}{c} Inf = \frac{1}{4\pi} \mu \frac{4\pi nI}{cl} fl = \frac{1}{4\pi} \mu Hfl = \frac{1}{4\pi} Bfl \quad (\text{CGS}),$$

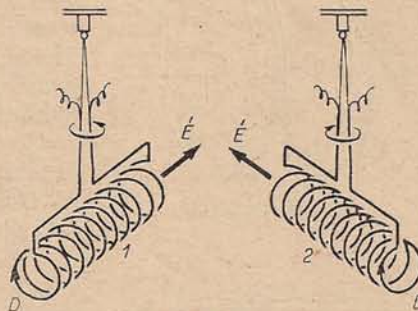
ill.

$$m = \mu\mu_0 Inf = \mu\mu_0 \frac{nI}{l} fl = \mu\mu_0 Hfl = Bfl \quad (\text{MKSA}).$$

Itt $Bf=\Phi$ a tekercs f keresztmetszetén átmenő indukciófluxus lévén, a hosszú tekercs mágneses momentuma:

$$m = \frac{1}{4\pi} \Phi l \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad m = \Phi l \quad (\text{MKSA}). \quad (16)$$

Ha \mathbf{m} -et a mágnesrúd analógiájára a fiktív p „póluserősség” és az l hosszúság szorzataként fogjuk fel,



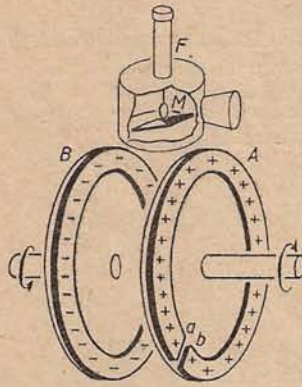
183,13. ábra

akkor $m=pl$ és (16) egybevetése alapján mondhatjuk, hogy a „póluserősség” az indukciófluxussal arányos, ill. egyenlő:

$$p = \frac{\Phi}{4\pi} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad p = \Phi \quad (\text{MKSA}). \quad (17)$$

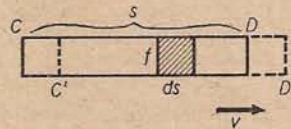
184. §. Mozgó töltések (konvekciós áramok) mágneses tere. A Lorentz-féle erő

1. *Konvekciós áramok.* Mivel a vezetőkben folyó, mágneses teret létesítő áram elektromos töltések mozgásából áll, arra lehet gondolni, hogy közöséges módon mozgatott töltések is mágneses teret hoznak létre. Hogy ez valóban így van, azt



184,1. ábra

először a Rowland-féle kísérlet (1876) igazolta. A 184,1. ábrán vázolt berendezésben a szigetelő korongokra erősített, gyűrű alakú A és B fémlemezket, miként egy kondenzátor fegyverzeteit, Q és $-Q$ töltéssel látják el. A Q töltésű A gyűrűt gyors forgásba hozva, a torziós szárra függesztett M mágnesű (amelyet az F fémdoboz árnyékol az elektrosztatikai hatásokkal szemben) a várt irányban kitér. Ha a $-Q$ töltésű gyűrű is forog ugyanolyan szögsebességgel, de ellentétes irányban, akkor a hatás megkétszereződik. A v kerületi sebességgel forgó, Q töltésű, s kerületű A gyűrű mágneses hatásával egyenlő hatás mutatkozik akkor, ha az (a , b -nél felmetszett) nyugvó gyűrűn $I=Qv/s$ erősségű áramot bocsátunk át. A kísérlet tanúsága szerint tehát a *mechanikailag mozgatott töltés is mágneses teret kelt, és a v sebességgel s utat befutó Q töltés a mágneses hatás szempontjából*

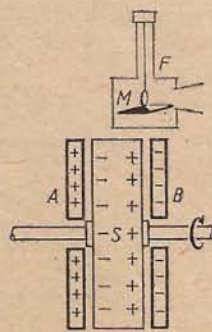


184,2. ábra

$$I = Q \frac{v}{s} \quad (1)$$

intenzitású árammal egyenértékű.

A közöséges vagy vezetési (kondukciós) árammal szemben, amely a vezetőkben valamilyen áramforrás hatására folyik, az elektromos töltéssel bíró testek mechanikai úton létrehozott mozgását *konvekciós áramnak* szokták nevezni. Mint láttuk, e kétféle áram között a mágneses hatás szempontjából nincsen lényegbevágó különbség.



184,3. ábra

Az (1) összefüggés könnyen belátható. Ha pl az egyenletes töltéscloszlású, egészben véve Q töltésű és s hosszúságú test a CD helyzetből dt idő alatt $ds = v dt$ -vel elmozdul a $C'D'$ helyzetbe (184,2. ábra), akkor a térben rögzített f keresztmetszeten dt idő alatt nyilván $dQ = Q ds/s$ töltés halad át, és így az áramerősség: $I = dQ/dt = Q(ds/dt)/s = Qv/s$. Az áramsűrűség: $J = I/f = Qv/sf = (Q/V)v = qv$, ahol $q = Q/V$ a test térfogati töltéssűrűsége (157. § 6.). Vektori alak-

ban általánosítva, a Q töltéssűrűségű és v sebességű testnek (részecskének) megfelelő konvekciós áram sűrűsége:

$$\mathbf{J}_{\text{konv}} = Q\mathbf{v}. \quad (1a)$$

A konvekciós áramokkal kapcsolatos RÖNTGEN (1888) és EICHENWALD (1903) következő kísérlete is: a feltöltött, nyugvó A és B kondenzátorlapok közti S szigetelő korong forgatásakor az egyik lap fölött — nem pontosan az S függőleges szimmetriasíkjában — felfüggesztett M mágnesű kitér (184,3. ábra). Ez a kísérlet azt bizonyítja, hogy nemcsak a valódi töltések mozgása kelt mágneses teret — miként a Rowland-kísérletben —, hanem a dielektrikum határfelületein kialakult polarizációs töltések (165. §) mozgása is. Mivel a korong forgatásakor pozitív és negatív polarizációs töltések keringenek ugyanabban az irányban, a mágneses hatás olyan, mint két párhuzamos körvezetők ellentétes irányban átfolyó vezetési áramé.

2. Mozgó (kis kiterjedésű) töltés mágneses tere könnyen megállapítható a jól ismert Biot—Savart-törvény:

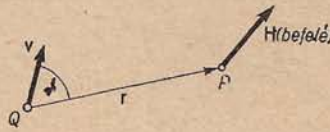
$$d\mathbf{H} = \frac{I}{c} \frac{[ds \mathbf{r}]}{r^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad d\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{[ds \mathbf{r}]}{r^3} \quad (\text{MKSA}) \quad (2)$$

és az (1)-ben kifejezett egyenértékűség alapján. (1) szerint $Is = Qv$, vagy az s helyett ds -re alkalmazva, és vektori alakban felírva:

$$I ds = Qv. \quad (3)$$

Ezzel (2)-ből kapjuk, hogy v sebességű Q töltés az \mathbf{r} vektori távolságban levő P pontban

$$\mathbf{H} = \frac{Q}{c} \frac{[\mathbf{v}\mathbf{r}]}{r^3} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{H} = \frac{Q}{4\pi} \frac{[\mathbf{v}\mathbf{r}]}{r^3} \quad (\text{MKSA}) \quad (4)$$



184,4. ábra

mágneses térerősséget létesít (184,4. ábra; ha \mathbf{v} és \mathbf{r} a rajz síkjában van, akkor \mathbf{H} aszerint, amint Q pozitív vagy negatív, a rajz síkjára merőlegesen be- vagy kifelé mutat, nagysága pedig $K \cdot Qv \sin \vartheta / r^2$).

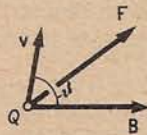
3. Mágneses térben mozgó töltésre erő hat, amely azonnal megállapítható, ha figyelembe vesszük, hogy (183,4) értelmében a \mathbf{B} indukciójú mágneses tér részéről az $I ds$ áramelemre ható erő:

$$d\mathbf{F} = \frac{I}{c} [ds \mathbf{B}] \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad d\mathbf{F} = I [ds \mathbf{B}] \quad (\text{MKSA}), \quad (5)$$

és hogy (3) szerint $I ds = Qv$. Ezekből következik, hogy v sebességű Q töltésre a \mathbf{B} indukciójú mágneses tér

$$\mathbf{F} = \frac{Q}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{F} = Q[\mathbf{v}\mathbf{B}] \quad (\text{MKSA}) \quad (6)$$

erőt fejt ki. Eme Lorentz-féle erő iránya merőleges \mathbf{v} -re és \mathbf{B} -re, pl. a 184,5. ábra esetében aszerint, amint Q pozitív vagy negatív, a rajz síkjára merőlegesen be- vagy kifelé mutat, nagysága pedig $(Q/c)vB \sin \vartheta$, ill. $QvB \sin \vartheta$.



184,5. ábra

A (4) és (6) összefüggéseket érvényeseknek tekintjük olyan *mikrorészecskére* (pl. elektron, ion) is, amelynek töltése egy vagy néhány elemi töltés. Így (6) szerint, ha a mágneses tér mellett \mathbf{E} elektromos tér is jelen van, az *elektromágneses térben* \mathbf{v} sebességgel mozgó Q töltésű részecskére ható erő (Lorentz-erő):

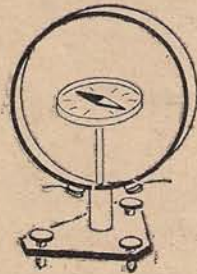
$$\mathbf{F} = Q \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] \right) \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + [\mathbf{v}\mathbf{B}]) \quad (\text{MKSA}); \quad (7)$$

pl. az elektron esetében $Q = -e$, ahol e az elemi töltés nagysága. Ennek az egész elektron- és atomfizikában alapvető fontosságú törvénynek főbb alkalmazásait később fogjuk megismerni.

Az elektronra vonatkozó $\mathbf{F} = -e[\mathbf{v}\mathbf{B}]$ (MKSA) Lorentz-törvényből rögtön következik az $I ds$ áramelemre vonatkozó (5) törvény: ha a vezető térfogategységében n számú vezetési elektron van, akkor a kis q keresztmetsztű ds szakaszban levő $nq ds$ számú és \mathbf{v} sebességű vezetési elektronra együttesen $d\mathbf{F} = -neq ds[\mathbf{v}\mathbf{B}] = -neqv[ds \mathbf{B}] = I[ds \mathbf{B}]$ (MKSA) erő hat. Hasonlóan következik a mozgó elektron mágneses terére vonatkozó (4) törvényből a (2) alatti Biot–Savart-törvény.

185. §. Az áram mágneses hatásán alapuló mérőműszerek

1. A *galvanométerek* olyan, elsősorban gyengeáramok kimutatására és mérésére használatos műszerek, amelyek áram átjárta vezető (tekerics) és permanens mágnes kölcsönhatásán alapszanak. A csupán az áram jelzésére alkalmas egyszerű készülékeket *galvanoszkópoknak* hívják.



185.1. ábra

a) A *tűs galvanométerek* közé tartozó *tangensgalvanométer* fő része függőleges körvezető, amelynek középpontjában kis vízszintes mágnesű foroghat függőleges tengely körül (185.1. ábra). Ha a síkjával a mágneses meridiánba állított körvezetőn I erősségű áramot bocsátunk át, akkor a tű az észak-déli irányból α szöggel elfordul: beáll a földmágnesség \mathbf{H} horizontális intenzitása és a köráramtól származó \mathbf{H}_i térerősség eredőjének irányába. Az ábráról leolvashatóan $\text{tg } \alpha = H_i/H$; itt (181,6) szerint, ha r a körvezető vagy az n menetű

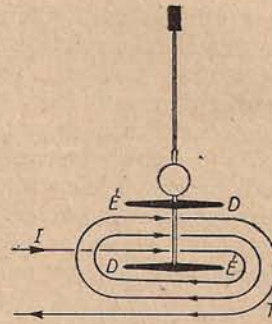
lapos tekerics sugara, $H_i = 2\pi n I / cr$, ill. $nI/2r$. Így az áramerősség a

$$\text{tg } \alpha = \frac{2\pi n}{crH} I \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \text{tg } \alpha = \frac{n}{2rH} I \quad (\text{MKSA}) \quad (1)$$

formulából H ismeretében és az α szögnek fokbeosztáson vagy tükörleolvasással való megméréseivel meghatározható. Ez a régebben igen fontos műszer („abszolút galvanométer”) ma már legfeljebb a H mérésére használatos úgy, hogy a műszeren ismert I intenzitású áramot bocsátanak át.

Az (1)-ből láthatóan a műszer annál érzékenyebb, azaz a $\text{tg } \alpha/I$ hányados annál nagyobb, minél nagyobb az n , és minél kisebb az r és a H . Érthető tehát, hogy az *igen érzékeny tűs galvanométerekben* (amelyekre ugyan a tangensgalvanométerétől eltérő felépítés miatt (1) kvantitatív nem érvényes) a vékony torziós szálon függő kis mágnesű sokmenetű tekerics veszi szorosán körül. Az érzékenység növelése és a földmágneses tér hatásának lehető csökkentése végett két egyformán be-

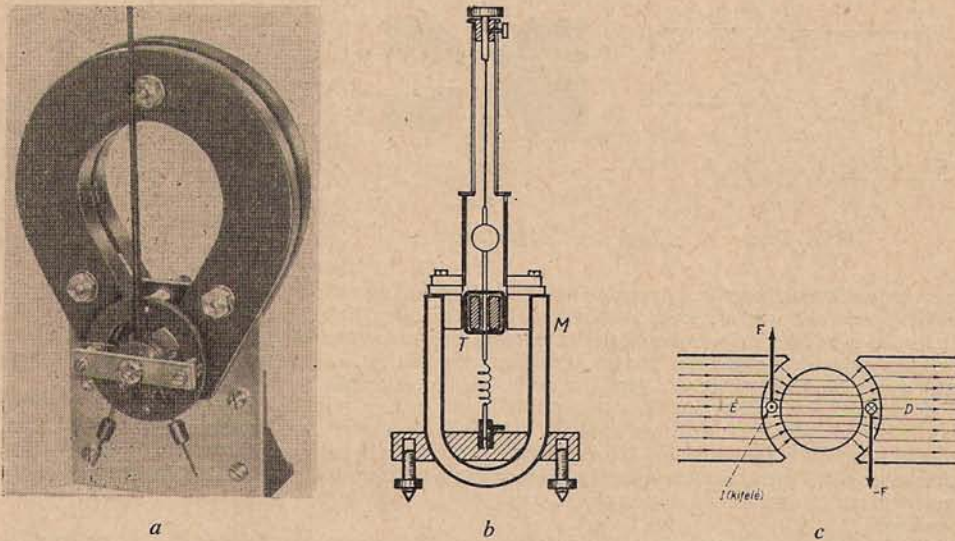
mágnesezett tűből a 185,2. ábra szerint összetett *asztatikus tűpárt* alkalmaznak. A földmágneses térnek az ilyen tűpárra gyakorolt forgatónyomatéka gyakorlatilag zérus, a T tekercsben folyó áram viszont mindkét tűre egy irányú forgatónyomatékot fejt ki, amellyel a torziós szál megcsavarodásából származó nyomaték tart egyensúlyt. A földmágneses tér és egyéb mágneses terek (pl. erősáramú vezeték terének) zavaró hatását az ún. *páncél-galvanométereknél* azáltal küszöbölik ki, ill. csökkentik lényegesen, hogy a mérőszervezetet többszörös, vastag lágyvas burokkal veszik körül. Bár a legjobb tűs galvanométerekkel még kb. 10^{-12} A erősségű áramok is mérhetők, ezeket a műszereket ma már csak nagyon ritkán használják.



185,2. ábra

b) A *forgótekercses galvanométerek* (DEPREZ és D'ARSONVAL, 1881) szerkezete a 185,3a–c ábrán látható. A rögzített M patkómágnes hengeresen kivájt pólusai és a szintén rögzített lágyvas henger közti keskeny légrésben foroghat a mérendő áramot vivő T tekercs. Az *a* ábrán vázolt típusban a mutatóval ellátott tekercset két, egyúttal az áram be- és kivezetésére is szolgáló spirálrugó tartja egyensúlyi helyzetben. Az érzékenyebb *b* típusban a tekercs igen vékony fémszálon függ, és az elfordulást a szála erősített tükrő, továbbá külön skála és távcső segítségével — tükrőleolvasással — mérjük.¹

A keskeny légrésben a mágneses tér igen erős (több száz oersted; 217. §), úgyhogy a külső mágneses terek zavaró hatása általában elhanyagolható. A tekercsnek a tér irányára merőleges oldalaira (183,4) értelmében az I áramerősséggel arányos F és



185,3. ábra

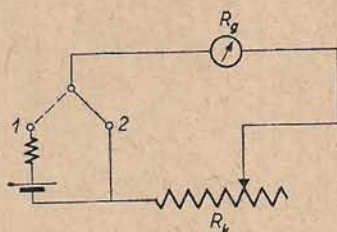
¹ Ezt a fajtát *lengőtekercses tükrös galvanométernek* is hívják. A *feszített szálú galvanométerben* a tekercset két kifeszített fémszalag tartja, a *fénymutatós galvanométer* pedig a tükrös műszert, a megvilágító berendezést és a skálát közös dobozba építve tartalmazza.

— F erők hatnak (c ábra); forgatónyomatékuk a tekercset addig forgatja el, míg e nyomatékkal a spirálrugók vagy a torziós szál elcsavarodásából származó nyomaték egyensúlyt nem tart. Az áram irányának megváltoztatásával a forgatónyomaték iránya is megváltozik, és ezért e műszerek — miként a tús galvanométerek is — közvetlenül csak egyenáram mérésére alkalmasak.

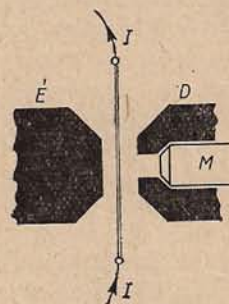
A jó galvanométerek légréésének kihasznált részében a térerősség mindenütt radiális irányú és egyenlő nagyságú. Emiatt a tekercs φ szögelfordulása (ill. a skálárészben mért x kitérés) arányos az áramerősséggel: $x = (1/K)I$, vagy $I = Kx$. Itt K az ún. redukciós faktor, $1/K = x/I$ pedig az érzékenység (pontosabban áram-érzékenység; pl. egy mutató műszernél 10^{-6} A/skr, tükrös galvanométernél pedig pl. 10^{-8} A/mm, ha a tükör és a milliméterskála közti távolság 1 m).

Az említett előnyös tulajdonságok — a külső mágneses terek igen csekély befolyása és az áramerősséggel arányos kitérés — miatt a forgótekercses műszerek nagyon elterjedtek: a tükrös galvanométerek az igen gyenge áramok (az alsó határ kb. 10^{-10} A) és igen kis feszültségek mérésénél, a hitelesített mutató műszerek pedig mint nagy pontosságú amper- és voltmérők (178. §).

Az érzékeny galvanométer tekercse az áramforrás be- vagy kikapcsolása után általában csillapodó rezgéseket végez. Pl. a 185,4. ábra esetében a kapcsolót 1-ből a 2 állásba hozva, nagy R_k ellenállás mellett a rendszer a nyugalmi helyzetet elég sok, egyre csökkenő amplitúdójú lengés után éri el, kis R_k vagy éppen rövidzárás esetén viszont lassan „kúszik” vissza: a csillapodás annál nagyobb, minél kisebb az R_k külső ellenállás. (Ennek magyarázata a később ismertetendő indukció jelenségében rejlik: a csillapodást a keskeny légréésben fellépő levegősúrlódáson kívül az okozza, hogy a mágneses térben mozgó tekercsben áram indukálódik, amely a mozgást annál inkább akadályozza, minél kisebb az R_k .) A kis csillapodás, azaz nagy R_k mellett fellépő csillapodó rezgés és a kis R_k mellett fellépő aperiodikus mozgás közti aperiodikus határesetnek (88. §) egy meghatározott külső ellenállás, a galvanométer határellenállása (R_h) felel meg. Ha csak lehetséges, a méréseknél kívánatos a külső ellenállás alkalmas megválasztásával ($R_k = R_h$) az aperiodikus határesetet megvalósítani, mert a



185,4. ábra



185,5. ábra

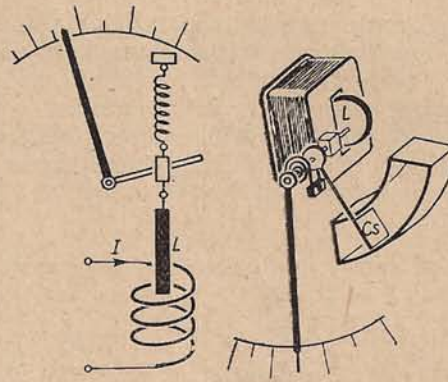
rendszer a kikapcsolás után a nyugalmi helyzetet, állandó áram bebocsátása után pedig az új egyensúlyi helyzetet ekkor éri el a leggyorsabban és a legbiztosabban. Ezért a kelletnél lényegesen nagyobb, ill. kisebb külső ellenállás esetén általában célszerű a galvanométerrel párhuzamosan, ill. sorba kapcsolni egy megfelelő ellenállást, bár így az érzékenység csökken. — Az amper- és voltmérőknél a mutató gyors beállását többnyire légfékes csillapítással biztosítják.

c) A húros galvanométerben (EINTHOVEN, 1903) erős mágnes pólusai között igen vékony fémzáll van kifeszítve, amelynek az áram hatására keletkező, az intenzitással arányos kihajlását mikroszkóppal olvassák le (l. a vázlatos 185,5. ábrát; a működési elv ugyanaz, mint a 183,1. ábra szerinti kísérletben). A fémzáll kis tehetetlenségénél fogva ez a műszer alkalmas arra is, hogy gyors áramingadozásokat fotografikusan regisztráljon (mint pl. a szív működés vizsgálatára szolgáló elektrokardiográf).

d) A hurkos galvanométerek egyik típusában áram átjárta kis hurok tolódik el két mágnespatkó pólusai között; egy másik típusa a 4. pontban ismertetendő hurkos oszcillográf mérőműszere.

2. A lágyvasas műszerek (amper- és voltmérők) működési elvét a 185,6. ábrán vázolt kísérlet szemlélteti. A tekercsben folyó áram mágneses tere a rugóra függesztett L lágyvasrudat bemágnesezi, és a tekercs belsejébe húzza annál jobban, minél

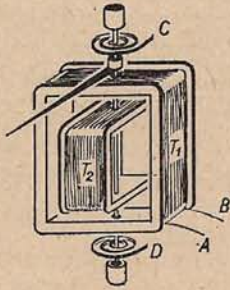
nagyobb az áramerősség. Az áram irányának megfordításával a rúd mágneses nyomatéka is ellentétes irányú lesz, a vonzó hatás tehát megmarad, úgyhogy a műszer *váltakozó áram mérésére is* alkalmas. A gyakorlatban használatos konstrukciók egyikét a 185,7. ábra tünteti fel: L az excentrikus helyzetű tengely körül forgatható lágyvas lemez, Cs a légfékes csillapító berendezés. A lágyvas műszerek kisebb érzékenységűek és pontosságúak, mint a forgótekercesek, skálabeosztásuk nem egyenletes, de olcsóbb árak miatt a kisebb igényű méréseknél, pl. kapcsolótáblákon, nagyon elterjedtek.



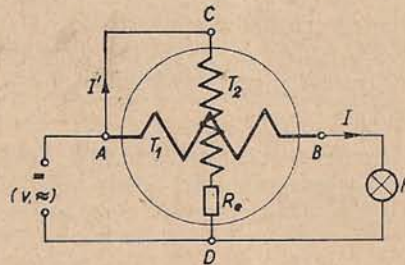
185,6. ábra

185,7. ábra

3. Az *elektrodinamikus műszerek* vagy *elektrodinamométerek* áram átjárta tekercsek kölcsönhatásán alapszanak; a T_1 tekercs rögzített, a T_2 ennek belsejében forgatható (185,8. ábra). Ha a két tekercs sorba van kapcsolva, és a műszeren I intenzitású áram folyik át, akkor T_1 a T_2 -re I^2 -tel arányos forgatónyomatékot gyakorol (183. §), és a T_2 -nek emiatt bekövetkező elfordulását mutató jelzi. Az ilyen *amper- és voltmérők* a kitérésnek az áram irányától való függetlensége folytán *váltakozó áramok mérésére is* alkalmasak; skálabeosztásuk nem egyenletes.



185,8. ábra

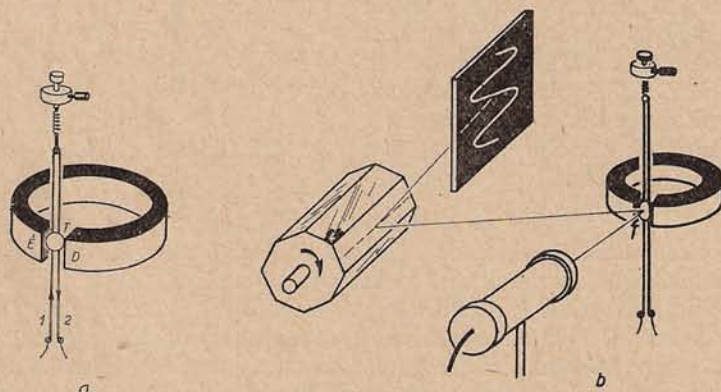


185,9. ábra

Az *elektrodinamikus műszerek* az áramerősség- és feszültségmérésen kívül a *teljesítmény mérésére*, azaz *wattmérők* gyanánt is használhatók. Az F fogyasztó — pl. izzólámpa — által felvett teljesítmény mérésénél (185,9. ábra) a műszer kis ellenállású T_1 „áramtekercsét” az F -fel sorba, a T_2 „feszültségtekercsét” pedig a nagy R_e előtét-ellenálláson át az F -fel párhuzamosan kapcsoljuk. Ily módon a T_2 tekercsre ható M forgatónyomaték arányos az F -en átfolyó I és a T_2 -n átmenő I' áram szorzatával, de I' arányos az F sarkain fennálló U feszültséggel, és így M arányos az UI teljesítménnyel.

4. A *hurkos oszcillográf* (BLONDEL, 1893; DUDELL, 1897) szerkezetileg a galvanométerek csoportjába tartozik, rendeltetése azonban legtöbbször *áramingadozások*,

elektromos rezgések regisztrálása, azaz a rezgések időbeli lefolyásának felrajzolása. Fő része az erős mágnes sarkai közt kifeszített, vékony drótból álló hurok, amelyre kis tükör (T) van erősítve (185,10. ábra). Az áram átjárta hurok 1 és 2 szárait a mágneses tér pl. az a ábra esetében — (183,4) szerint — a rajz síkjára merőlegesen be-, ill. kifelé irányuló, az áramerősséggel arányos erőt fejt ki, és a tükör ennek megfelelően elfordul. A kis tehetetlenségű mozgó rendszer, ha kellő mértékű csillapítás



185,10. ábra

céljából olajfürdőben helyezkedik el, még kb. 1000 Hz frekvenciájú áramingadozókat is képes hűen követni.² A rezgési görbe megfigyelésére vagy lefényképezésére a 86. §-ban megismert módszer alkalmas: a T tükörről irányított keskeny fénynyalábot forgótükör közvetítésével homályos üveglapra vagy fényérzékeny papírra vetítjük (b ábra). Folyamatos regisztrálásnál a T -ről visszavert fénynyaláb közvetlenül jut a mozgó filmre.

5. A ballisztikus galvanométer nagy lengésidejű ($T \approx 20-60$ s) forgótekerceses — vagy tűs — galvanométer, amely alkalmas a rajta a T -hez képest igen kicsiny τ idő alatt átfolyó Q elektromos töltés mérésére, más szóval a

$$Q = \int_0^{\tau} I dt = \bar{I} \tau \quad (2)$$

„áramlökés” mérésére is; $I=I(t)$ a műszeren átfolyó áram, \bar{I} pedig ennek időbeli középértéke. Ha a forgótekerceses ballisztikus galvanométert állandó I_0 áram mérésére használjuk, akkor természetesen megvárjuk, míg a lengő rendszer beáll — általában több lengés után — az új egyensúlyi helyzetbe, és az ennek megfelelő x_0 kitérést olvassuk le; ekkor az $1b$ pont szerint $I_0 = Kx_0$, ahol K a műszer *sztatikus redukciós faktora* (régebben *sztatikus érzékenységnek* is hívták). Az áramlökés mérésénél viszont az x_1 első maximális kiütést, vagyis az első fordulópont helyzetét olvassuk le, mert — miként azt az $\bar{I} \tau$ erőlökés mérésére alkalmas ballisztikus inga teljesen

² Az alakhű regisztrálás egyik feltétele, hogy a regisztrálandó rezgés frekvenciája sokkal kisebb legyen a rezgő rendszer mechanikai sajátfrekvenciájánál (I. 89. §).

analóg esetében a 42. § 6.-ban kimutattuk — a Q áramlökés arányos az x_1 első maximális kiütéssel, nevezetesen elhanyagolható csillapodás esetén

$$Q = K \frac{T}{2\pi} \cdot x_1 = K_b \cdot x_1. \quad (3)$$

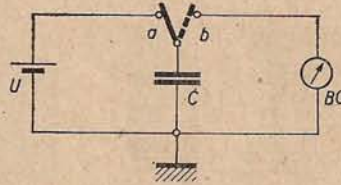
Itt $K_b = KT/2\pi$ a műszer ballisztikus redukciós faktora, amely K és T megméréséből ismeretes, úgyhogy Q meghatározható.

Ha a csillapodás nem elhanyagolható, akkor a formula bonyolultabb:

$$Q = K \frac{T}{\sqrt{4\pi^2 + A^2}} \frac{1}{k^{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{2\pi}{A}} \cdot x_1 = K_b \cdot x_1, \quad (4)$$

ahol T a csillapodó lengések rezgésiideje, $k = x_1/x_0$ a csillapodási hányados, $A = \ln k$ a logaritmusos dekrementum (88. §).³

A ballisztikus galvanométer alkalmazásai közül pl. a kapacitásmérés a 185.11. ábrán vázolt módon valósítható meg. A kapcsoló a helyzetében a telep feltölti a kondenzátort ismert U feszültségre, a b helyzetben pedig a kondenzátor kisül, amikor is BG -n $Q = CU$ töltés halad át; Q megmérésével $C = Q/U$. Ismert C kapacitású „normalkondenzátorral” végezve a mérést, a $Q = CU = K_b \cdot x_1$ egyenletből K_b meghatározható, azaz a ballisztikus galvanométer hitelesíthető. Ha a berendezéssel két kapacitást hasonlítunk össze, ezek arányát egyszerűen a megfelelő első kiütések viszonya adja meg: $C_1/C_2 = x_1^{(1)}/x_1^{(2)}$.



185.11. ábra

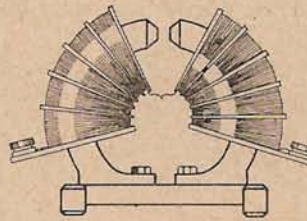
186. §. Az elektromágnes és néhány alkalmazása]

1. **Elektromágnes.** Ha áram átjárta tekercs belsejébe lágyvas rudat, *vasmagot* helyezünk, az mágneses lesz. Északi pólusa — miként a vasmag nélküli tekercs is, l. 181.5. ábra — azon a végen van, amely felé az áram körüljárás irányában forgatott jobbmenetű csavar halad előre (186.1. ábra). Az árammal átjárt vasmagos tekercs, az *elektromágnes* sokkal nagyobb tömegű vasdarabokat képes magához vonzani és megtartani, azaz a környezetben sokkal erősebb mágneses teret létesít mint a vasmag nélküli tekercs ugyanakkora áramerősség mellett. Ezt — egyelőre csak durván — úgy értelmezhetjük, hogy az eredetileg nem mágneses lágyvas rúd teljesen rendezetlenül elhelyezkedő „elemi mágnesei” a tekercs mágneses terében rendeződnek, s így a rúd erős mágnessé válik. Az áram kikapcsolásával a lágyvas csaknem teljesen elveszti mágnességét (az acél viszont nagy részben megtartja, tehát az acélból ily módon permanens mágnes készíthető).

Az elektromágnesekkel az áramerősség változtatása révén kényelmesen szabályozható és sokkal erősebb mágneses terek állíthatók elő, mint a legerősebb permanens mágnesekkel. Így pl. a fizikai vizsgálatokban gyakran alkalmazott *félkör alakú*



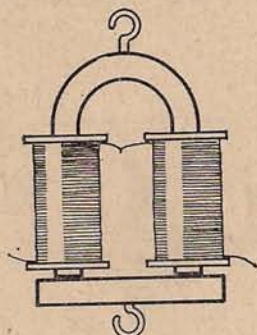
186.1. ábra



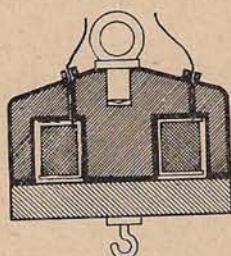
186.2. ábra

³ (4) levezetésére vonatkozólag lásd pl. Budó Á.: Mechanika, 4. kiadás, Budapest, 1965., 18. §.

elektromágnes (186,2. ábra) pólussarui közti keskeny légrésben a H térerősség, ill. a B indukció nagyságrendileg: $H \approx 10\,000\text{ Oe} \approx 8 \cdot 10^5\text{ A/m}$, $B \approx 10\,000\text{ gauss} = 1\text{ Vs/m}^2$ (1 mm széles és 10 mm átmérőjű légrésben már kb. 60 000 Oe-t is elértek). A térerősség egyébként egyenlő feltételek mellett annál nagyobb, minél keskenyebb a légrés, vagyis minél jobban megközelíti a vasmag a „zárt mágneses kört”.¹ Lényegében ez az oka annak, hogy az alkalmazásoknál a vasmag rendszerint nem rúd alakú, hanem pl. a teheremelő elektromágnesekben patkó alakú (186,3. ábra), ill. még előnyösebb a 186,4. ábrán vázolt „fazékmágnes”.



186,3. ábra



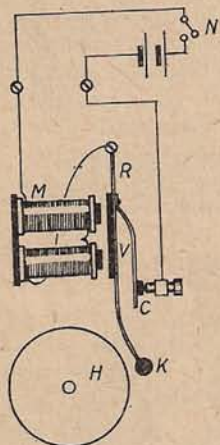
186,4. ábra

2. Alkalmazások. Az elektromágnesnek erős mágneses terek előállításán és terhek emelésén kívül igen sok más alkalmazása is van. Néhány egyszerű készüléket alább ismertetünk.

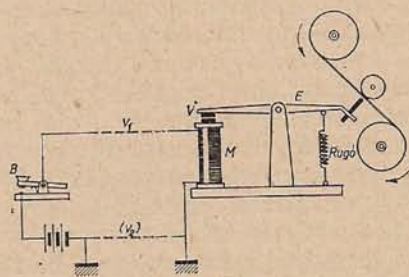
Az elektromágneses áramszaggató (WAGNER, 1837) és egyúttal az elektromos csengő működése vázlatosan a következő (186,5. ábra). Ha az áramforrást az N nyomógombbal bekapcsoljuk, az M elektromágnes magához rántja az R rugóra erősített V lágyvas lemezt, az ún. horgonyt (és a K kalapács a H haranghoz ütődik). Ezáltal a C csúcsnál az érintkezés megszűnve, M elveszti mágnességét, úgyhogy

V visszatér, az áramkör újból bezáródik, és a folyamat másodpercenként 20–30-szor ismétlődik.²

A Morse-távíró (MORSE, 1837; 186,6. ábra) adóállomásán a B billentyű („Morse-kulcs”) lenyomásával rövidebb-hosszabb időtartamú áramimpulzusokat, „pontokból” és „vonásokból” álló Morse-jeleket küldünk a v_1, v_2 távvezetéken át — amely-



186,5. ábra



186,6. ábra

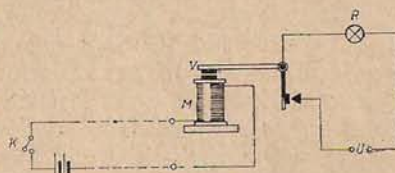
¹ Részletesebben és kvantitatív szempontból ezzel a kérdéssel csak az anyagok mágneses tulajdonságainak ismertetése után foglalkozhatunk (217. §).

² A C csúcs közvetlenül nem a V lemezzel, hanem egy vékonyabb rugóval érintkezik, mert ellenkező esetben az áram zárásának időtartama rövid lenne ahhoz, hogy elég nagy amplitúdójú rezgések keletkezzenek.

nek egyik ágát a Föld pótolhatja — a vevőállomás M elektromágnesébe. A mágnes az E emelő egyik karján levő V vashorgonyt az áramimpulzusoknak megfelelően rövidebb-hosszabb időre magához vonzza, és ezáltal az emelő másik végére erősített írón az óraművel mozgatott papírszalagra írja a leadott jeleket.

A másodpercenként legfeljebb 120 betű továbbítására alkalmas Morse-távíró ma már csak a kis forgalmú vonalakon és helyenként a vasútnál használják. Sokkal nagyobb teljesítményűek, de jóval bonyolultabb szerkezetűek a különböző *gyorstávírók*, továbbá a betűnyomó *távgepirók* (*telexgépek*), amelyeknél az adóállomáson írógéppel leírt szöveg a vevőállomáson mindjárt papírra gépelve jelenik meg. A távírótechnika mai állása mellett ugyanazon a vezetéken egyidejűleg sok táviratot lehet zavartalanul továbbítani (239. § 3.).

Az *elektromágneses jelfogó* (*relé*) lehetővé teszi, hogy egy gyenge áram segítségével valamely másik, esetleg nagy távolságban levő vagy erősáramú áramkört zárjunk, ill. nyissunk. Így pl. a 186,7. ábrán vázolt esetben a gyenge „vezérlő áramnak” a K kapcsolóval való zárásakor az M elektromágnes magához rántja a V vashorgonyt, és ezáltal bekapcsolja az R fogyasztó táplálásához szükséges U áramforrást. A jelfogókat széleskörűen alkalmazták erősebb áramoknak gyengébbekkel való vezérlésére (pl. távkapcsolókban, tűzjelzőkben, telefonközpontokban és sok más automatikus berendezésben; a hosszú vonalakon való táviratozást is relék közbeiktatása teszi lehetővé).



186,7. ábra

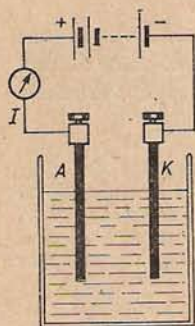
Az *elektromágneses áramkioldó* (túlárambiztosító vagy automata biztosíték) elektromágnes a megengedettnél nagyobb áramerősség esetén egy emelőkar behúzásával megszakítja az áramkört. Ha a „túláram” okát megszüntettük, a kar visszabillenthető, és a szerkezet újból működőképes.

D) AZ ELEKTROMOS ÁRAM FOLYADÉKOKBAN (FOLYÉKONY ELEKTROLITOKBAN)

187. §. Az elektrolízis alapjelenségei

A kémiailag tiszta folyadékok, eltekintve a folyékony fémektől és az olvasztott sóktól, általában rossz vezetők. A különösen rossz vezető folyadékok közé tartozik a tiszta víz is: ha desztillált vízbe (amely kémiailag még rendszerint egyáltalán nem tiszta ugyan) két fém- vagy szénlemeztes teszünk, és ezeket árammérőn át akár néhány száz voltos áramforrás sarkaihoz kapcsoljuk (187,1. ábra), a műszer csak igen gyenge áramot jelez. Az áram pl. cukor vagy glicerin feloldása esetén gyakorlatilag változatlan marad, viszont pl. a kénsavból, konyhasóból vagy káliúgból már kis mennyiség feloldása után is elég erős áram észlelhető, egyidejűleg a folyadék és a fémlemezek határán *kémiai változások* mutatkoznak, pl. gázok keletkeznek (172,4. ábra).

Azokat a vezetőket, amelyekben az áram áthaladása kémiai változásokkal kapcsolatos, Faraday nyomán *elektrolitoknak*, más néven *másodfajú vezetőknek* vagy *ionvezetőknek* hívjuk, később kivilágló okokból. Elektrolitok a savak, sók és bázisok



187.1. ábra

vizes oldatai — a következőkben elsősorban ezekkel foglalkozunk —, több más folyadékkal képezett oldatai, továbbá kevés kivétellel az olvasztott és a szilárd állapotú sók és bázisok. Az áram be- és kivezetésére szolgáló két fémes vezető vagy két *elektrod* közül az, amelyik az áramforrás pozitív sarkával van összekötve, vagyis amelyen át az áram az elektrolitba belép, az *anód*, a negatív elektród a *katód*. Az elektrolitok áramvezetésénél fellépő jelenségeket *elektrolízis* néven szokták összefoglalni.

Az elektrolízisnél a legfeltűnőbb jelenség az *elektrodokon való anyagkiválás*; erre vonatkozólag két egyszerű kísérlet:

a) Ha sósav (HCl) vizes oldatán platina- vagy szénelektrodok közvetítésével áramot bocsátunk át, más szóval: az oldatot „elektrolizáljuk”, akkor a katódon hidrogéngáz (H_2), az anódon klórgáz (Cl_2) válik ki.

b) A rézklorid ($CuCl_2$) vizes oldatát szénelektrodok között elektrolizálva, a katód rézzel vonódik be, az anódon pedig most is klórgáz fejlődik.

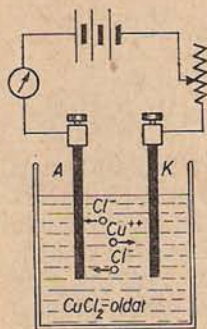
E példák alapján a két kísérleti ténynek, az *áramnak és az anyagkiválásnak vázlatos értelmezése*¹ az alábbi módon lehetséges. Az áramot közvetítő töltéshordozók onnan származnak, hogy az oldott anyag semleges molekuláinak (HCl, $CuCl_2$) bizonyos hányada már az oldódáskor pozitív és negatív töltésű atomokra vagy atomcsoportokra, más szóval *ionokra* bomlik szét (*elektrolitikus disszociáció*, 189. §):²



Az elektródok közti elektromos tér hatására a pozitív ionok vagy *kationok* a katód felé, a negatív ionok vagy *anionok* az anód felé mozognak (pl. 187.2. ábra), úgyhogy — és ez általánosan érvényes — *folyékony elektrolitokban az áramot a pozitív és a negatív ionok közvetítik*. Az elektródokhoz érkező ionok az ellentétes töltésű elektróddal való érintkezés folytán elvesztik töltésüket (*elsődleges folyamat*), majd az így létrejött semleges atomok vagy atomcsoportok a legtöbb esetben különféle *másodlagos folyamatok* során vagy egymással, vagy az elektródokkal, ill. az oldószerrel reakcióba lépnek. Így az a) példában az elsődleges folyamatban a katódon a H^+ -ionok H-atomokká, az anódon a Cl^- -ionok Cl-atomokká alakulnak, a másodlagos folyamatban pedig a H-atomok H_2 -, a Cl-atomok pedig Cl_2 -molekulákká egyesülnek, azaz a katódon hidrogéngáz, az anódon klórgáz fejlődik.

A b) példában az anódon szintén klórgáz keletkezik, a katód pedig már az elsődleges folyamatban rézzel vonódik be.

A fenti két esetben az oldott anyag alkotórészei válnak ki (a HCl-oldatból hidrogén és klór, a $CuCl_2$ -oldatból pedig réz és klór), igen sokszor azonban a másodlagos folyamatok miatt ez nem így van. Példa:

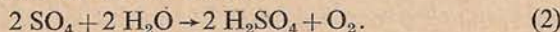


187.2. ábra

¹ Az értelmezést és a jelenségek vizsgálatát később több tekintetben finomítjuk, de mindjárt itt megjegyezzük, hogy az elektrolízis sok fontos kérdésére nem térünk ki, mivel azok részletesebb vizsgálata a fizikai kémia, ill. az *elektrokémia* feladata.

² A H^+ és Cl^- (más jelöléssel H^+ és Cl^-) egy vegyértékű ionok, a Cu^{++} (vagy Cu^{+}) két vegyértékű ion.

c) A „vízbontásnál” tudvalevően kénsav (H_2SO_4) híg vizes oldatát elektrolizáljuk platina elektródok között. Amint azt a Hofmann-féle vízbontó készülékkel (187,3. ábra) kimutathatjuk, a katódon H_2 -gáz, az anódon feleakkora térfogatú O_2 -gáz fejlődik. Ez az eredmény a következőképpen értelmezhető. A H_2SO_4 a híg oldatban H^+ -, H^- - és SO_4^{--} -ionokra disszociál, a H^+ -ionok a katódra jutnak, ott H-atomokká alakulnak, és ezekből H_2 -molekulák képződnek, miként az a) és b) kísérletekben is. Az anódra érkező SO_4^{--} -ionok viszont semlegesítésük után a vízzel lépnek reakcióba az alábbi módon:



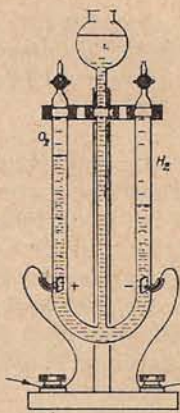
Így az anódon O_2 -gáz fejlődik, a (2) szerint keletkező H_2SO_4 -molekulák miatt pedig a kénsav mennyisége változatlan marad. Végeredményben tehát az oldat víztartalma csökken, az elektródokon a víz alkotórészei válnak ki a helyes arányban, ti. [$2 \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 4 \text{H}^+ + 2 \text{SO}_4^{--}$ és (2) miatt] 2H_2 -molekula kiválásának 1O_2 -molekula kiválása felel meg. Tiszta vizet, mivel az igen rossz vezető, gyakorlatilag nem lehet elektrolízissel alkotórészeire bontani.

d) Az előzővel egyébként megegyező kísérletben anódként platina helyett rézlemez alkalmazva, a katódon most is hidrogéngáz fejlődik, viszont az anódra érkező SO_4^{--} -ionok semlegesítésük után nem a vízzel, hanem a rézzel lépnek reakcióba, és így (2) helyett az $\text{SO}_4 + \text{Cu} \rightarrow \text{CuSO}_4$ formula szerint rézsulfát képződik. Ez Cu^{++} - és SO_4^{--} -ionokra disszociál, tehát az anódon nem válik ki semmi, sőt a réz lassan feloldódik, és ezért az eredeti H_2SO_4 -oldatból idővel CuSO_4 -oldat lesz, amelyből azután réz válik ki a katódon.

e) Ha az elektrolit már eredetileg is rézsulfát-oldat, és mindkét elektród réz, akkor az előzők értelmében a katódon réz válik ki, az anód oldódik, az oldat összetétele változatlan marad; végeredményben tehát az anódról a réz az oldaton át a katódra jut.

f) Teljesen hasonló a folyamat pl. az ólomacetát vizes oldatának ólomelektrodok közötti elektrolizálásakor is: az ólom az anódon oldódik, a katódon pedig kiválik falevélszerű kis kristályok alakjában („ólomfa”, 187,4. ábra).

Az előző példákból és igen sok más kísérletről megállapítható, hogy a katódon hidrogén vagy fémek, az anódon oxigén vagy savmaradékok válnak ki. Legközelebbi feladatunk az erre vonatkozó kvantitatív összefüggések megismerése.



187,3. ábra



187,4. ábra

188. §. Az elektrolízis Faraday-féle törvényei. Az ionok töltése. Coulombméterek

1. Faraday törvényei. Számos elektrolit esetében megmérve az elektródokon kivált anyagok tömegét (m), az elektroliton áthaladó stacionárius áram erősségét (I) és időtartamát (t), Faraday 1833-ban az alábbi törvényeket állította fel.

Faraday első törvénye: az elektródon kiváló anyag tömege arányos az áram erősségének és áthaladási idejének a szorzatával, vagyis az elektroliton átáramló $Q=It$ elektromos töltéssel,

$$m = KIt = KQ. \quad (1)$$

A K arányossági tényező a kérdéses anyag *elektrokémiai egyenértéke*. Pl. az ezüstre a mérések szerint $K = 1,118 \cdot 10^{-3}$ g/C, amely azt jelenti, hogy 1 coulomb (=1 As) elektromos töltés átáramlásakor valamely ezüstsóoldatból a katódon 1,118 mg ezüst válik ki.

Faraday második törvénye: különböző anyagok elektrokémiai egyenértékei úgy aránylanak egymáshoz, mint egyenértéksúlyaik. Itt, miként az a kémiából ismeretes, valamely elem (ill. gyök) *egyenértéksúlyán* az A atomsúly (ill. a gyöksúly) és a z vegyérték hányadosát értjük:

$$\text{egyenértéksúly} = \frac{A}{z}, \text{ és } 1 \text{ gramm-egyenérték (g-ekv)} = \frac{A}{z} \text{ gramm.}^1 \quad (2a-b)$$

A törvényt, amely tehát a

$$K_1 : K_2 = \frac{A_1}{z_1} : \frac{A_2}{z_2}, \text{ vagy } \frac{K}{A/z} = \text{konstans} \quad (3)$$

alakban fejezhető ki, az alábbi kis táblázat illusztrálja:² a H, O, Cu^{II}, Ag mért

| Anyag | K , mért $\left[\frac{\text{g}}{\text{C}}\right]$ | A | z | $\frac{K}{A/z} \left[\frac{\text{g}}{\text{C}}\right]$ |
|------------------|---|---------|-----|--|
| H | $0,01045 \cdot 10^{-3}$ | 1,00797 | 1 | $1,0367 \cdot 10^{-5}$ |
| O | 0,08290 „ | 15,9994 | 2 | 1,0363 „ |
| Cu ^{II} | 0,3294 „ | 63,54 | 2 | 1,0368 „ |
| Ag | 1,1180 „ | 107,870 | 1 | 1,0363 „ |

K -értékeinek aránya valóban megegyezik az A/z -értékek arányával, más szóval az 5. oszlopban álló $K/(A/z)$ hányadosok a hibahatáron belül egyenlők. Így

$$K = 1,0363 \cdot 10^{-5} \frac{A}{z} \frac{\text{g}}{\text{C}} = [(2b)\text{-miatt}] 1,0363 \cdot 10^{-5} \frac{\text{g-ekv}}{\text{C}}, \quad (4)$$

azaz ha a tömeget gramm helyett g-ekv egységben fejezzük ki, akkor K értéke független

¹ Az egyenértéksúly tehát az atom- és a molekulásúlyhoz hasonlóan pusztán szám, az 1 g-ekv viszont az 1 mol (=1 g-atom, ill. g-molekula)-hoz hasonlóan „individuális tömeg egység”, l. 115. § 3. Egy z vegyértékű elem esetében 1 g-ekv = $1/z$ mol; pl. a Cu-ból, aszerint, amint 1 vagy 2 vegyértékű (mint pl. a CuCl-ben, ill. CuCl₂-ben), 1 g-ekv = 63,54 g, ill. 31,77 g. A g-ekv és kg-ekv jelölésen kívül a val és a kval jelölés is használatos.

² Az *atomsúlyok* — helyesebben *átlagos atomtömegek* — a ¹²C = 12,0000 alpra vonatkoztatott, 1961. évi nemzetközi értékek (az atomsúly-egység a 12-es tömegszámú szénatom tömegének 1/12 része).

az anyagi minőségtől. Gyakran használatos K reciproka, az $F=1/K$ Faraday-féle állandó, amely a legtöbb célra kielégítő pontossággal:

$$F = 96\,500 \frac{\text{C}}{\text{g-ekv}} \left[= 96\,500 \frac{\text{C}}{(\text{A}/z) \text{ gramm}} \right] \quad (5)$$

(a pontosabb számérték 96 487).

Az F bevezetésével Faraday két törvénye az

$$m = \frac{1}{F} It \quad (6)$$

alakban foglalható össze. Ebből és (5)-ből az $m=1$ g-ekv esetre kapjuk: $It = F \cdot 1 \text{ g-ekv} = 96\,500 \text{ C}$, azaz 1 g-ekv tömegű anyag (pl. 107,87 g Ag vagy 31,77 g Cu^{II}) kiválasztásához

$$F' = 96\,500 \text{ coulomb} = 26,80 \text{ amperóra} \quad (7)$$

elektromos töltés átáramlása szükséges. Ez az F' töltés a Faraday-féle töltés vagy faraday, a 96 500 számértéket pedig gyakran Faraday-féle számnak hívják.

2. Az ionok töltése. A Faraday-törvények korpuszkuláris jelentését illetően először emlékeztetünk arra, hogy — a 187. §-ban megismert elsődleges folyamatban — az 1 g-ekv = $1/z$ mol tömegű, vagyis az L'/z számú atomot vagy atomcsoportot tartalmazó anyagnak a leválasztásához szükséges $F' = 96\,500 \text{ C}$ töltés L'/z számú ion töltésének közömbösítésére használódik fel: pl. a CuCl_2 elektrolízisének az anódon L' számú Cl^- -iont $+F'$ töltés, a katódon $L'/2$ számú Cu^{++} -iont $-F'$ töltés semlegesít. Tudvalevően

$$L' = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ az Avogadro-szám, } L = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \text{ az Avogadro-állandó, } (8)$$

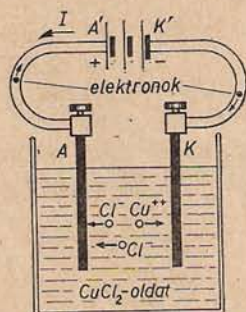
1. 130. § és (166,4). Így annak feltételezésével, hogy az L'/z számú ion közt az F' töltés egyenletesen oszlik el, arra következtethetünk, hogy mindegyik egy vegyértékű ionnak

$$e = \frac{F'}{L'} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ CGS-egység} \quad (9)$$

nagyságú töltése, minden z vegyértékű ionnak ze nagyságú töltése van.

Ez a Faraday-törvényekből az említett feltevessel, közvetve kapott eredmény vetette fel először azt a gondolatot, hogy az elektromosság is „atomos szerkezetű”, azaz van egy legkisebb, ún. elemi töltés, és bármilyen töltés az elemi töltés egész számú többszöröse (HELMHOLTZ, STONEY, 1881). Mint tudjuk, ezt az elgondolást közvetlenül igazolta 1910-ben a Millikan-kísérlet (162. §), amely az e elemi töltésre, ill. az időközben felismert elektron ($-e$) töltésére a (9) alattival megegyező értéket adott. A fentiek és sok más, később ismertető tapasztalat alapján bizonyossá vált (9)-en túlmenően az is, hogy egy z vegyértékű pozitív, ill. negatív ion z elektronnal kevesebbet, ill. többet tartalmaz, mint a megfelelő semleges atom vagy molekula: pl. a Cu^{++} -ionban 2-vel kevesebb, a Cl^- -ionban 1-gyel több elektron van, mint a Cu-, ill. a Cl-atomban.

A most mondottak értelmében pl. a CuCl_2 -oldat elektrolízisekor (187,2. és 188,1. ábra) az áramot közvetítő ionok semlegesítése az elektródokon úgy megy végbe, hogy a K katódon mindegyik Cu^{++} -ion 2 elektront vesz fel ($\text{Cu}^{++} + 2e^- \rightarrow \text{Cu}$), az A anódon pedig mindegyik Cl^- -ion 1 elektront ad le ($\text{Cl}^- - e^- \rightarrow \text{Cl}$). Ennek megfelelően az áramot az összekötő drótokban az A -tól A' és K' -tól K felé haladó elektronok közvetítik (az $A'K'$ áramforráson belül pedig aszerint, amint az pl. galvánelem vagy dinamógép, ionok vagy elektronok).



188,1. ábra

Külön kiemeljük, hogy az atomfizikában a (9)-cel egyenértékű

$$L'e = F' \quad (=96\,500\text{ C}) \quad (10)$$

összefüggés azért is igen fontos, mert ha az L' Avogadro-szám és az e elemi töltés közül az egyiket valamilyen módszerrel meghatározzuk, akkor (10)-ből a másikat is megkaphatjuk.

Valamely ion töltésének és tömegének hányadosa ($e_{\text{ion}}/m_{\text{ion}}$), az ion fajlagos töltése közvetlenül adódik az (5) alatti F Faraday-állandóból, pl. a H^+ -ion fajlagos töltése:³

$$\left(\frac{e}{m}\right)_{\text{H}^+} = 96\,500 \frac{\text{C}}{1,008\text{ g}} = 9,57 \cdot 10^4 \frac{\text{C}}{\text{g}} \quad (11)$$

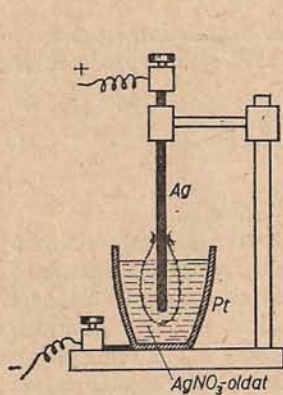
3. A coulombmérések — coulométerek vagy voltaméterek — olyan készülékek, amelyek Faraday első törvénye alapján ($m = KQ = KIt$) az áramkörön áthaladt elektromos töltés vagy állandó áramerősség meghatározására szolgálnak. Precíziós mérésekre legalkalmasabb az ezüstcoulombmérő (188,2. ábra): az elektrolit ezüstnitrát vizes oldata (kb. 20 súly-% AgNO_3), a katód platina csésze, az anód ezüstrúd; ezt kis vászonzacskó veszi körül, hogy az esetleg mechanikailag leváló ezüstrészek a csészébe ne essenek. Gondosan megmérve a t [s] ideig folyó áram hatására a csésze falán kivált ezüst m [mg] tömegét — a csésze tömegnövekedését —, a keresett I [A] áramerősség a következő számértékegyenletből adódik:

$$m \text{ [mg]} = 1,1180 \cdot I \text{ [A]} \cdot t \text{ [s]} \quad (12)$$

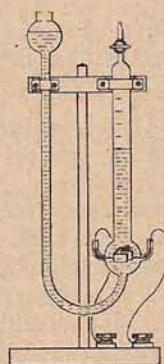
Az ezüstcoulombmértést használták a 183. § 2.-ben már említett régebbi áramerősség-egység, az *internacionális amper* (A_{int}) realizálására: $1 A_{\text{int}}$ annak az áramnak az erőssége, amely pontosan lerögzített előírások betartása mellett a katódon 1 s alatt 1,1180 mg ezüstöt választ ki.

A rézcoulombmérő elektródjai rézlemezek, az elektrolit alkoholtartalmú vizes rézszulfát-oldat. Ha a t [s] idő alatt a katódon kivált réz tömege m [mg], akkor a (12)-nek megfelelő formula:

$$m \text{ [mg]} = 0,3294 \cdot I \text{ [A]} \cdot t \text{ [s]} \quad (13)$$



188,2. ábra



188,3. ábra

³ A pontosabb érték a (11)-belinél kb. 1/2%-kal nagyobb, ti. a H^+ -ionra vonatkozó A/z a H -atomra vonatkozó $A/z=1,008$ -nál kb. 1/2%-kal kisebb a H^+ -ionban hiányzó elektron tömege miatt.

A durranógáz-coulombmérő 188,3. ábrán vázolt típusában a kénsavoldatba merülő platina elektródokon fejlődő hidrogén- és oxigéngázt együttesen fogjuk fel, és az így keletkező durranógáz ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) térfogatát olvassuk le. Ha a t [s] idő alatt fejlődő gáz 0°C -ra és 1 atm nyomásra redukált térfogata v_0 [cm^3], akkor, mivel 1 A erősségű áram 1 s alatt $0,1740\text{ cm}^3$ durranógázt fejleszt,

$$v_0 [\text{cm}^3] = 0,1740 \cdot I [\text{A}] \cdot t [\text{s}]. \quad (14)$$

Ezzel a készülékkel a mérés viszonylag egyszerű és gyors, viszont kevésbé pontos a zavaró mellékreakciók (oxigénoldódás, ózonképződés) miatt. Coulombmérőként közönséges vízbontó készüléket (187,3. ábra) is használhatunk; ekkor csak a H_2 -gáz térfogatát olvassuk le, és ennek 3/2-szeresét helyettesítjük a (14)-ben álló v_0 helyébe.

A technikában használt *higanycoulombmérő* katódján kivált apró higanycseppek skálával ellátott csöbe hullanak. A kivált higany térfogata arányos lévén Q -val, vagy állandó U feszültség esetén $UQ = = Ut$ -vel, a skála pl. kilowattórákra hitelesíthető, s így a műszer *elektromos energia mérésére (fogyasztásmérésre)* is alkalmas.

189. §. Az elektrolitikus disszociáció

Az előzők szerint az elektrolitokban az áramot ionok közvetítik, pl. a HCl vizes oldatában H^+ és Cl^- , a CuSO_4 vizes oldatában Cu^{++} - és SO_4^{--} -ionok. Keletkezésükre vonatkozólag GROTHUS hipotézise (1805) alapján sokáig azt gondolták, hogy az oldott anyag molekulái az elektródokra kapcsolt feszültség hatására bomlanak szét elektromos töltésű részecskékre. Ez a feltevés azonban nem egyeztethető össze azzal a tapasztalattal, hogy pl. a CuSO_4 -oldatba merülő rézelektrodok között az áram megindul már olyan, egészen kis feszültség mellett is, amelynél a rendszerrel közölt elektromos energia nem lehet elegendő a molekulák széthasításához.

A fenti ellentmondás kiküszöbölésére először CLAUSIUS (1857) vezette be, majd pontosabban ARRHENIUS (1887) fejtette ki azt a hipotézist, ill. elméletet, amely szerint az *elektrolitokban (vizes elektrolitoldatokban) az oldott anyag molekuláinak bizonyos hányada már az oldódáskor — az oldószerrel való kölcsönhatás folytán, külső feszültség nélkül is — ionokra bomlik szét*, ionokra „disszociál”. Eme *elektrolitikus disszociáció* egyik fő bizonyítéka abban áll, hogy az áramot jól vezető elektrolitok ozmózisnyomása, forráspont-emelkedése és fagyáspontcsökkenése a mérések szerint lényegesen nagyobb annál az értéknél, mint amekkora a (137,5a-b) Van't Hoff-törvény és a (146,5a-b) Raoult-törvények alapján az „oldott molekulák” számának megfelelne. Ebből valóban arra következtethetünk, hogy az elektrolitokban az ozmózisnyomás stb. szempontjából szerepet játszó „oldott részecskék” száma nagyobb az „oldott molekulák” számánál, ti. az oldott molekulák egy része ionokra disszociál; az említett törtrész a *disszociáció foka* (α). Pl. az a kísérleti tapasztalat, hogy az ozmózisnyomás, a fagyáspont- és forráspontváltozás egy híg HCl-, ill. K_2SO_4 -oldat esetében csaknem 2-szer, 3-szor nagyobb a HCl-, ill. K_2SO_4 -molekulák koncentrációjának megfelelő „normális” értéknél, arra utal, hogy csaknem mindegyik HCl-molekula H^+ - és Cl^- -ionokra, és csaknem mindegyik K_2SO_4 -molekula K^+ -, K^+ -, SO_4^{--} -ionokra hasadt szét, más szóval a disszociáció foka mindkét esetben közel 1. Ha egy elektrolitmolekula 2 ionra disszociál, akkor *bíner elektrolitról* (pl. $\text{HCl} \rightarrow \text{H}^+ + \text{Cl}^-$, $\text{CuSO}_4 \rightarrow \text{Cu}^{++} + \text{SO}_4^{--}$), ha 3 ionra, akkor *terner elektrolitról* (pl. $\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{H}^+ + \text{H}^+ + \text{SO}_4^{--}$, $\text{BaCl}_2 \rightarrow \text{Ba}^{++} + \text{Cl}^- + \text{Cl}^-$) stb. beszélünk.

A *disszociációfok* kísérleti meghatározásának egyik módja a következő. Ha a mért ozmózisnyomás, ill. fagyáspont- vagy forráspontváltozás i -szerese az előbb említett „normális” értékeknek (i a *Van't Hoff-féle faktor*), akkor az oldatban a koncentrációból és molekulasúlyból adódó N számú

elektrolitmolekula helyett iN számú „oldott részecske” van, nevezetesen $N - \alpha N$ molekula és (ha egy molekula ν ionra bomlik) $\nu \cdot \alpha N$ ion. Az $iN = N - \alpha N + \nu \alpha N$ egyenletből a disszociációfok:

$$\alpha = \frac{i-1}{\nu-1} \quad (\text{biner elektrolitban, } \nu = 2\text{-re: } \alpha = i-1). \quad (1)$$

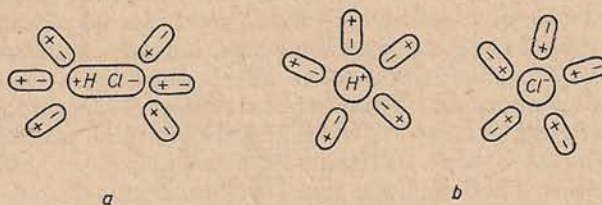
Az α meghatározásának másik módja az elektrolitok vezetőképességén alapszik (191. §).

A mérésekből kapott α -értékek szerint az elektrolitok két nagy csoportra oszthatók: az *erős elektrolitok* molekulái (pl. HCl, KCl, NaCl, NaOH, CuSO₄, H₂SO₄ stb.) kb. 0,01 mol/l-nél kisebb koncentrációjú vizes oldatokban gyakorlatilag teljesen disszociáltak, a *gyenge elektrolitok* molekulái [pl. HgCl₂, CH₃COOH (ecetsav, $\rightarrow H^+ + CH_3COO^-$) stb.] viszont 0,01 mol/l körüli koncentrációk mellett még csak kevésbé. Pl. $c = 0,01$ mol/l és $t = 18^\circ C$ mellett a KCl-re $\alpha = 0,94$, az ecetsavra viszont $\alpha = 0,04$.

A disszociáció folyamatában a klasszikus *Arrhenius-féle elmélet* szerint egyrészt molekulák hasadnak szét ionokká (*ionizáció*), másrészt ellentétes töltésű ionok újra egyesülnek molekulákká (*rekombináció*), és az így létrejövő dinamikai egyensúly (142. § 1.), a *disszociációs egyensúly* esetében az időegység alatt képződő és rekombinálódó ionok száma egyenlő. Ezt a feltételt *biner elektrolitokra* vonatkozólag matematikai alakban is könnyen kifejezhetjük. Ha N az oldatba vitt molekulák száma, és α a disszociáció foka, akkor az oldatban $N(1-\alpha)$ számú nem disszociált molekula, αN számú pozitív és ugyanennyi negatív ion van. Az időegység alatt szétbomló molekulák száma (N_1) nyilván arányos a bomlásra képes, azaz nem disszociált molekulák számával: $N_1 = k_1 N(1-\alpha)$; az időegység alatt molekulává egyesülő ionpárok száma (N_2) pedig arányos $(\alpha N)^2$ -tel: $N_2 = k_2 \alpha^2 N^2$. Egyensúly esetén $N_1 = N_2$, vagyis $\alpha^2 N = (k_1/k_2)(1-\alpha)$. Ha itt N helyett az N -nel arányos c koncentrációt (az oldott anyag tömegéből és molekulatömegéből számított, más szóval a „bemért” koncentrációt) vezetjük be, és az arányossági tényezőket egy K_d tényezőbe foglaljuk, eredményünk az *Ostwald-féle hígítási törvény*:¹

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} c = K_d. \quad (2)$$

A törvény a *gyenge elektrolitok* esetében kitűnően egyezik a tapasztalattal: megmérve különböző c ($< 0,1$ mol/l) koncentrációknál — de ugyanazon a hőmérsékleten és nyomáson — az α disszociáció-



189,1. ábra

fokokat, a bal oldalon álló kifejezés mindegyik koncentrációra gyakorlatilag ugyanazt az értéket, a K_d *disszociációállandót* adja. (2)-ből következik, hogy a $c \rightarrow 0$ határesetben („végtelen hígításnál”) $\alpha \rightarrow 1$. Az Ostwald-törvény *erős elektrolitokra* nem teljesül; az eltérés okával a 191. §-ban foglalkozunk.

¹ Ez a törvény közvetlenül adódik a kémiából ismeretes *tömeghatás törvényéből*, amely a biner elektrolitokban (K^+ a kation, A^- az anion jele) lejátszódó



disszociációra mint megfordítható kémiai reakcióra alkalmazva azt mondja ki, hogy egyensúly esetén

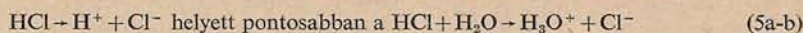
$$\frac{[K^+][A^-]}{[KA]} = K_d. \quad (4)$$

A „bemért” koncentrációt c -vel jelölve, a nem disszociált molekulák koncentrációja: $[KA] = (1-\alpha)c$, a kationok és az anionok koncentrációja pedig: $[K^+] = [A^-] = \alpha c$, és így (4)-ből valóban (2) következik.

Korpuszkuláris szempontból az ionok keletkezése vizes oldatokban, pl. a $\text{HCl} \rightarrow \text{H}^+ + \text{Cl}^-$ esetet tekintve, durván az alábbi módon képzelhető el. A poláris, azaz dipólusként viselkedő HCl-molekula szomszédságában a szintén poláris vízmolekulák (166. §) a vázlatos 189,1a ábra szerint rendeződnek, és az így fellépő elektrosztatikus erők annyira lazítják a HCl-molekula kötését, hogy a hőmozgással járó ütközések a molekulát széthasíthatják. Hasonló a folyamat az ionkristályok, pl. a Na^+ - és Cl^- -ionokból felépülő kőskristály oldódásakor is (bár ebben az esetben különálló NaCl-molekulák nincsenek): a kristály felületét körülvevő vízmolekulák a felületen levő Na^+ - és Cl^- -ionok közti vonzóerőt annyira csökkentik, hogy a kristály végül is ionjaira bomlik szét.

Az ionok körül a 189,1b ábrán vázolt módon, az ion töltésének a víz dipólusmolekuláira kifejtett elektrosztatikus hatására, több-kevesebb vízmolekulából álló „hidrátburok” alakul ki (amelyet az ion mozgásakor magával visz, l. 190. §). Ezt a jelenséget *hidratációnak*, ill. más oldószer esetén *szolvatációnak* hívjuk.

A hidratációval függ össze, hogy speciálisan a H^+ hidrogénion (a hidrogén-atommag vagy proton) és egy vízmolekula közt a kölcsönhatás olyan erős, hogy a H^+ -ion a H_2O -molekulával *hidroxónium-ionná* (H_3O^+ , más néven *hidrónium-* vagy *oxóniumion*) egyesül. Ha az elektrolitokkal kapcsolatban H^+ - vagy hidrogénionról beszélünk, ezen tulajdonképpen a H_3O^+ -iont kell értenünk, mert H^+ -ionok — szabad protonok — az elektrolitokban nincsenek. Ezért pl. a HCl disszociációja



kémiai reakciónak felel meg.

A tapasztalat szerint a *disszociáció foka* (α) erősen függ az oldószertől, éspedig általában annál nagyobb, minél nagyobb az oldószer dielektromos állandója (ϵ): egyébként egyenlő feltételek mellett a disszociáció a vízben ($\epsilon=81$) a legnagyobb mértékű, viszont pl. az etiléterben ($\epsilon=4,2$) és a benzolban ($\epsilon=2,3$) igen csekély. Ez az előzők alapján érthető: minél nagyobb az ϵ , annál nagyobb az oldószer molekuláinak polarizálhatósága és dipólusmomentuma (166. §), és így a 189,1. ábrának megfelelően az ionokra bontó hatás is, a már szétvált különmemű ionok közti vonzóerő pedig annál kisebb (az $F=Q_1Q_2/\epsilon r^2$ Coulomb-törvény értelmében).

Az igen tiszta víz disszociációfoka, amint azt a tiszta víz nagyon kicsiny vezetőképességének méréseiből megállapították (191. §), 25 °C-on: $\alpha \approx 1,8 \cdot 10^{-9}$, azaz kereken ötszázmillió vízmolekula közül csak egy bomlik szét H^+ - és OH^- -ionokra. Mivel 1 l víz 55 mol víznek felel meg, a tiszta vízben a H^+ - és az OH^- -ionok koncentrációja:

$$[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] \approx 1,8 \cdot 10^{-9} \cdot 55 \text{ mol/l} \approx 10^{-7} \text{ mol/l} \quad (25^\circ\text{C-on}). \quad (6)$$

A vízben és a híg vizes oldatokban fennálló $\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}^+ + \text{OH}^-$ disszociációs egyensúlyra alkalmazva a (4) tömeghatás-törvényt: $[\text{H}^+][\text{OH}^-]/[\text{H}_2\text{O}] = K_d$. Mivel azonban a víz nagyon csekély disszociációja miatt a $[\text{H}_2\text{O}]$ vízkoncentráció gyakorlatilag állandó, a fenti egyenletből következik, hogy *vízben és híg vizes oldatokban a hidrogénion-koncentrációnak és a hidroxidion-koncentrációnak a szorzata — a víz „ionszorzata” — adott hőmérsékleten állandó*, nevezetesen (6) szerint:

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = K_v \approx 10^{-14} \text{ (mol/l)}^2 \quad (25^\circ\text{C-on}).^2 \quad (7)$$

Savas közegben $[\text{H}^+]$ nagyobb, $[\text{OH}^-]$ kisebb a (6) alatti 10^{-7} mol/l értéknél, lúgos közegben megfordítva. Pl. 0,01 mol/l-es HCl-oldatban, a HCl teljes disszociációját feltételezve, $[\text{H}^+] = 10^{-2}$ mol/l, és így (7) miatt $[\text{OH}^-] = 10^{-12}$ mol/l. Az oldatok *aciditásának* — „savanyúságának” — mértékéül a H^+ hidrogénion-koncentráció helyett inkább a $[\text{H}^+]_{sz}$ számértékének ($[\text{H}^+]_{sz}$ -nek) 10-es alapú negatív logaritmusát, a

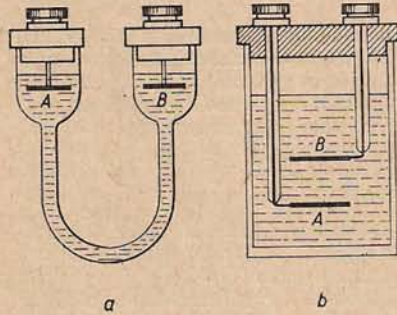
$$p_H = -\lg [\text{H}^+]_{sz} \quad (8)$$

*hidrogénexponens*t vagy p_H -t választják. Pl. a tiszta vízben és semleges oldatokban $p_H \approx 7$, a 0,01 mol/l-es HCl-oldatban $p_H \approx 2$, a 0,01 mol/l-es NaOH-oldatban $p_H \approx 12$. A hidrogénion-koncentráció, ill. a p_H számos fizikai-kémiai és biológiai folyamatban igen jelentős; mérésére több eljárást dolgoztak ki (l. még 193. § 2.).

² K_v számértéke 0 °C-on $\approx 0,1 \cdot 10^{-14}$, 100 °C-on $\approx 60 \cdot 10^{-14}$.

190. §. Az elektrolitikus vezetés mechanizmusa (Ohm törvénye és a vezetőképesség; ionvándorlás; az ionok mozgékonyasága és súrlódása)

1. *Ohm törvénye; a vezetőképesség mérése.* Ha az elektrolitot tartalmazó edény (pl. a 190,1a vagy b ábrán vázolt „ellenállásedény” vagy *vezetőképességi edény*) *A* és *B* elektródjaira kapcsolt különböző *U* egyenfeszültségeket és a megfelelő *I* áramerősségeket volt- és ampermérővel megmérjük, általában nem mutatkozik pontos arányosság az *U* és az *I* között: $U/I = \text{const}$ helyett az $(U - U_p)/I = \text{const}$



190,1. ábra

összefüggést kapjuk (ha $U > U_p$), ahol $U_p \approx 1$ V nagyságrendű feszültség. Az Ohm-törvénytől való fenti eltérés azonban csak látszólagos, ti. az elektródokon bekövetkező kémiai változásoknak, ill. az ezek miatt fellépő U_p „polarizációs feszültségnek” tulajdonítandó (192. §). Ha a kémiai változásokat az áram irányának gyors változtatásával visszaalakítjuk, azaz a mérést megfelelő váltakozó árammal végezzük, akkor — közönséges körülmények között — érvényesnek bizonyul *Ohm törvénye*: az $U/I = R$ hányados, az *elektrolit ellenállása*, a hőmérséklet és más külső feltételek állandósága esetén az *I*-től és az *U*-tól független állandó. A fémes vezetőkhöz hason-

lóan az elektrolit anyagi minőségére nem maga az *R* ellenállás a jellemző, hanem az *l* hosszúságú és *q* keresztmetszetű elektrolit-oszlopra fennálló $R = \rho l/q$ egyenlettel értelmezett ρ fajlagos ellenállás, vagy pedig — ami sokkal használatosabb — az *elektrolit (fajlagos) vezetőképessége*: $\sigma = 1/\rho = (l/q)/R$. Általánosabban, tetszőleges ellenállásedény esetén

$$\sigma = \frac{C_e}{R}, \quad (1)$$

ahol az edény alakjától és méreteitől függő C_e tényező az edény ún. *ellenállás- vagy vezetőképességi kapacitása*.

A *vezetőképesség mérése*re leggyakrabban a 177. §-ból ismert Wheatstone-féle hídmodszert alkalmazzák azzal a módosítással, hogy áramforrásként váltakozó áramú forrás — pl. 500 Hz frekvenciájú kis induktor („zümmögő”) vagy elektroncsöves hanggenerátor —, nullműszerként pedig telefon (fejhallgató) vagy más váltakozó áramú indikátor szolgál. Megmérve az ismert C_e „kapacitású” ellenállásedényben¹ levő elektrolit *R* ellenállását, a keresett vezetőképesség: $\sigma = C_e/R$. A C_e úgy határozható meg, hogy az edénybe ismert σ_0 vezetőképességű elektrolitot öntünk, és ennek R_0 ellenállását megmérjük; így $C_e = \sigma_0 R_0$.

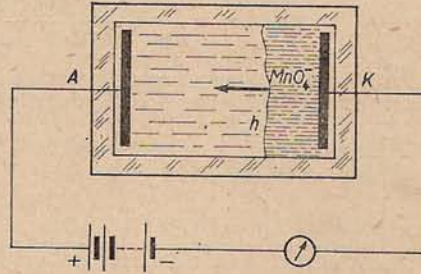
A mérések szerint az elektrolitok σ vezetőképessége — amely az Ohm-törvény (174,5) alatti

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2)$$

¹ Az edényt, amelynek elektródjai a felület növelése céljából „platinakorommal” elektrolitikus úton bevont platina lemezek, a σ erős hőmérsékletfüggése miatt termosztátban kell elhelyezni, és a pontos méréseknél még számos más hibaforrást is figyelembe kell venni.

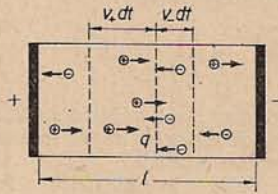
differenciális alakjában a J áramsűrűséget az E térerősséggel összekapcsoló, E -től független anyagállandó — még a legjobban vezető vizes oldatok esetében is csak kerek milliómod része a jól vezető fémekének: pl. 18°C -on a 30 súlyszázalékos kénsavoldaté $0,74 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$, a rézé $5,9 \cdot 10^5 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$. A σ az oldott anyag és az oldószer anyagi minőségén kívül nagymértékben függ a hőmérséklettől (1°C -onként kb. 2%-kal nő) és a koncentrációtól, l. alább.

2. Ionvándorlás; az Ohm-törvény korpuszkuláris értelmezése; ionmozgékonyosság. Az elektrolitokban az áramot közvetítő ionok rendezett mozgása — az ionvándorlás — a folyadékot színessé tevő ionok esetében közvetlenül kimutatható pl. a 190,2. ábrán vázolt kísérlettel. Lapos üveglapba vagy két üveglapból készített vékony cellába (színtelen) KNO_3 -oldatot, közvetlenül a K katód elé pedig keskeny sáv KMnO_4 -oldatot töltünk, amelynek lilás színét a disszociáció folytán létrejövő MnO_4^- -ionok okozzák. A néhány száz voltos feszültség bekapcsolása után a h határvonal az A anód felé tolódik, a pólusok felcserélése esetén visszahúzódik. A könnyen megmérhető eltolódási sebesség nyilván az MnO_4^- -ionok vándorlási sebessége. (A kísérlet a „színtelen” K^+ - és NO_3^- -ionok vándorlását nem érzékelteti.)



190,2. ábra

A következőkben az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a q keresztmetszetű és egymástól l távolságra levő elektródok (190,3. ábra) között biner elektrolit, pl. HCl - vagy CuSO_4 -oldat van. A térfogategységben legyen n számú pozitív és ugyanannyi negatív ion, mindegyik ion töltésének nagysága ze , ahol z az ionok vegyértéke, e az elemi töltés. Az elektródok közötti U feszültség, ill. $E = U/l$ térerősség hatására a pozitív ionok a katód, a negatív ionok az anód felé vándorolnak, és pedig a súrlódás miatt állandó v_+ , ill. v_- sebességgel (eltekintve a feszültség bekapcsolását követő igen rövid időköztől, l. az alábbi 3. pontot). Az elektrolitoszlop valamely q keresztmetszetén dt idő alatt nyilván annyi pozitív ion halad át, amennyi a q alapterületű és $v_+ dt$ magasságú hengerben foglalt pozitív ionok száma, azaz $nqv_+ dt$. Ezek az ionok összesen $ze \cdot nqv_+ dt$ töltést visznek magukkal, úgyhogy az áramerősségnek a pozitív ionoktól származó része: $I_+ = nzeqv_+$, a negatív ionoktól származó része pedig $I_- = nzeqv_-$. A teljes áramerősség: $I = nzeq(v_+ + v_-)$, az áramsűrűség: $J = nze(v_+ + v_-)$, és így a $\sigma = J/E$ vezetőképeség:



190,3. ábra

$$\sigma = nze \frac{v_+ + v_-}{E} \quad (3)$$

Tekintettel mármost arra, hogy az Ohm-törvény fennállása esetén σ az E -től független anyagállandó, mondhatjuk: az Ohm-törvény érvényessége korpuszkuláris szempontból egyértelmű azzal, hogy az n ionkoncentráció független az E térerősségtől, az ionok sebessége pedig a térerősséggel arányos. Eszerint az egységnyi térerősségre

vonatkoztatott sebességek, az $u_+ = v_+/E$ és $u_- = v_-/E$ ionmozgékonyságok függetlenek az E -től. Bevezetve ezeket (3)-ba, a vezetőképesség:

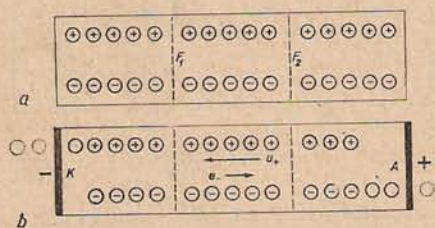
$$\sigma = nze(u_+ + u_-), \quad (4)$$

tehát σ ismeretében a két ionmozgékonyság összege kiszámítható.

Pl. 10^{-4} mol/l = 10^{-7} mol/cm³ koncentrációjú NaCl-oldat ($z=1$) esetében a mérések szerint $\sigma = 1,08 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$. Ebben a híg oldatban a disszociáció gyakorlatilag teljes ($\alpha=1$; l. 189. §), úgyhogy a cm⁻³-ban kifejezett ionkoncentráció: $n=10^{-7} L/\text{cm}^3 = 10^{-7} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}/\text{cm}^3$. A (4)-ből tehát

$$u_+ + u_- = \frac{\sigma}{nze} = \frac{1,08 \cdot 10^{-5} \text{AV}^{-1} \text{cm}^{-1}}{6,02 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{As}} = 0,00112 \frac{\text{cm s}^{-1}}{\text{V cm}^{-1}}. \quad (5)$$

A két mozgékonyság meghatározásához szükséges további összefüggés megadható az elektródok környezetében bekövetkező koncentrációváltozások alapján (HITTORF, 1853). Gondoljuk el, hogy a



190,4. ábra

hengeres edényben levő biner elektrolitot, pl. a HCl vizes oldatát az F_1 és F_2 porózus válaszfalakkal — amelyek az ionokat átengedik, de a koncentrációnak diffúzió útján való gyors kiegyenlítését meggátolják — három tartományra osztjuk. A feszültség bekapcsolása előtt az ionok eloszlását (erősen idealizálva) a 190,4a ábra tünteti fel, a b ábra pedig a feszültség bekapcsolása után bizonyos idő múlva kialakult állapotot mutatja arra az esetre vonatkozólag, amelyben a kationok (\oplus) mozgékonytsága az anionokénak (\ominus) kétszerese: $u_+/u_- = 2$. Mint látható, mindkét elektródon ugyanannyi ion veszt el töltését (a semlegesített ionokat a + és - jelek nélküli körök jelzik), mert pl. a K katódon nemcsak az odavándorló kationok semlegesülnek,

hanem az „anionpartnerük” elvándorlása folytán pár nélkül maradt kationok is.² Látható továbbá, hogy az ionpárok koncentrációja az anód környezetében (A és F_2 között) 5 egységről 3-ra, a katód környezetében pedig 5 egységről 4-re csökkent, tehát a megfelelő Δc_a és Δc_k koncentrációváltozások (az ábra esetében 2, ill. 1 egység) úgy aránylanak egymáshoz, mint a pozitív és negatív ionok mozgékonyságai:

$$\frac{\Delta c_a}{\Delta c_k} = \frac{u_+}{u_-}. \quad (6)$$

Az alapul vett példában ($\text{HCl} \rightarrow \text{H}^+ + \text{Cl}^-$ vizes oldata, platina vagy szénelektrodokkal) és hasonló esetekben Δc_a és Δc_k pl. titrálással megállapíthatók, úgyhogy (6)-ból a két ionmozgékonyság hányadosa meghatározható.

Sokszor az elektródokon fellépő másodlagos folyamatok miatt (6) helyett más összefüggés alkalmazandó. Pl. a CuSO_4 ($\rightarrow \text{Cu}^{++} + \text{SO}_4^{--}$) vizes oldatának rézelektrodok közti elektrolízisénel (187. § e), ha egyszerűség kedvéért a 190,4b ábráról leolvasható számokat vesszünk alapul, az A anódra jutó 3 SO_4^{--} -ionnak az anód rezével való reakciója folytán 3 Cu^{++} -ion megy az oldatba, úgyhogy a rézionok száma az A környezetében végeredményben 5-ről 6-ra növekedett, míg K környezetében 5-ről 4-re csökkent;³ most tehát (6) helyett $\Delta c_a/\Delta c_k = -1$. Fennáll viszont, hogy K környezetében a kationok számának vagy tömegének csökkenése (az ábrán 1 egység) arányos u_- -szal: $\Delta m_k \sim u_-$,

² Ezért az ionsemlegesítés akkor is bekövetkeznék mindkét elektródon, ha csak az egyikfajta ion vándorolna.

³ Hogy az oldat a katód környezetében valóban hígabb, az anód közelében pedig töményebbé válik, az a cella kivetítésével demonstrálható: a katód és az anód környezetében a hígabb, ill. sűrűbb rész emelkedése, ill. süllyedése az ernyőn mint „árnyékkép” mutatkozik meg („schlieren”-jelenség, 110. §).

a K -n kivált kationok száma vagy tömege pedig (az ábrán 3 egység) arányos $(u_+ + u_-)$ -szal: $\Delta m'_k \sim u_+ + u_-$. Így a szóban forgó esetben a mozgékonyságokra vonatkozó másik összefüggés:

$$\frac{\Delta m_k}{\Delta m'_k} = \frac{u_-}{u_+ + u_-} \quad (7)$$

A (4)-ből vagy pedig a teljes I áramerősségre fennálló $I = I_+ + I_-$, $I_+ \sim u_+$, $I_- \sim u_-$ összefüggésekből adódik, hogy az áramnak a pozitív, ill. negatív ionoktól származó törtrésze:

$$v_+ = \frac{u_+}{u_+ + u_-}, \quad \text{ill.} \quad v_- = \frac{u_-}{u_+ + u_-} \quad (8)$$

A v_+ és v_- átviteli számok (v_+ vagy v_k a kation, v_- vagy v_a az anion átviteli száma; $v_+ + v_- = 1$ és $v_+/v_- = u_+/u_-$) az előzők alapján, a koncentrációváltozások és az elektródokon kiváló anyag tömegének mérésével, kísérletileg meghatározhatók. E számok pl. a HCl és a NaCl 0,1 mol/l koncentrációjú vizes oldata esetében, 18 °C-on:

$$\begin{array}{lll} \text{HCl} & \text{H}^+ : 0,836 & \text{Cl}^- : 0,164; \\ \text{NaCl} & \text{Na}^+ : 0,393 & \text{Cl}^- : 0,607. \end{array} \quad (9)$$

Eszerint pl. a HCl-oldatban az áramnak kb. 84%-át a kationok szállítják, sebességük kerekén 5-ször akkora, mint az anionoké.

Az átviteli számok és a σ vezetőképesség ismeretében a (4) és (8) egyenletekből maguk az u_+ és u_- (abszolút) ionmozgékonyosságok⁴ is kiszámíthatók. Az eredmények azt mutatták, hogy igen híg oldatokban — meghatározott oldószer és hőmérséklet esetén — bármelyikfajta ion mozgékonyága az ionra jellemző, az oldatban levő többi ion természetétől független érték, tehát pl. a Cl^- -ion mozgékonyága HCl-, NaCl- és KCl-oldatokban ugyanaz; ez az ionok független vándorlásának törvénye (KOHLEAUSCH, 1873). Néhány ion mozgékonyágát az alábbi táblázat tünteti fel.

| Ionmozgékonyságok „végtelen hígítású” vizes oldatokban, 18 °C-on, $\frac{\text{cm s}^{-1}}{\text{V cm}^{-1}}$ -ben: | | | |
|---|---------|-----------------|---------|
| H^+ | 0,00326 | OH^- | 0,00181 |
| Na^+ | 0,00044 | Cl^- | 0,00069 |
| K^+ | 0,00066 | J^- | 0,00070 |
| Ag^+ | 0,00056 | NO_3^- | 0,00064 |

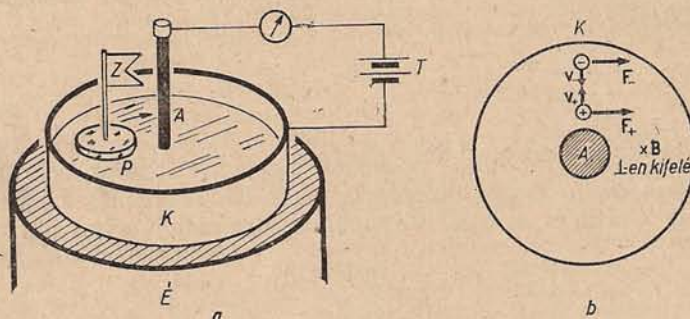
3. Az ionok sűrűdése és hidratációja. Ha az elektródok között (190,3. ábra) állandó E térerősséget létesítünk, akkor egy ze töltésű ionnak a zeE erő hatására állandó gyorsulással kellene mozognia. Valójában azonban hat az ionra a pillanatnyi v vándorlási sebességgel ellentétes irányú és a v -vel arányosnak feltételezhető sűrűdési erő ($-\alpha v$) is, úgyhogy a feszültség bekapcsolása után az ion sebessége csak addig nő, amíg a sűrűdési erő a mozgatóerővel egyenlő nagyságú nem lesz. Ettől kezdve az ion v vándorlási sebessége állandó, nevezetesen az

$$\alpha v = zeE \quad (11)$$

⁴ A relatív ionmozgékonyságokra nézve l. 191. §.

egyenlettel meghatározott érték. Így tehát értelmeztük azt az előbb kapott eredményt, hogy az ionok vándorlási sebessége arányos az E térerősséggel, vagyis az $u = v/E$ ionmozgékonyosság független E -től.

Az ionsúrlódás demonstrálása pl. a 190,5a ábrán vázolt módon lehetséges. Az elektrolit elektromágnes-pólusra helyezett lapos edényben van, az egyik elektród a közepén benyúló fémrúd (A), a másik egy koncentrikus fémgyűrű (K). Az áram



190,5. ábra

átbocsátásakor a folyadék felületére tett P parafa lemez (a Z zászlócskával) forgásba jön; a forgásirány megváltozik, ha akár a T telepnek, akár az elektromágnes tápláló áramforrásnak a sarkait felcseréljük. A magyarázat: az ionokat, amelyek mágneses tér nélkül radiális irányban vándorolnának, a mágneses térben fellépő (184,6) Lorentz-erő ($F_+ = ze[v_+ \mathbf{B}]$, $F_- = -ze[v_- \mathbf{B}]$) oldalra — a b ábrán jobbra — téríti el, és az ionoknak ez az oldalirányú eltérése a súrlódás folytán az egész folyadékot forgásba hozza.

Az ionsúrlódásnak tulajdonítandó az elektrolitokban fejlődő *Joule-féle hő*: a stacionárius áram UI munkája a súrlódás folytán hővé alakul át, a 179. §-ban megismert Joule—Lenz-törvény az elektrolitokra is érvényes.

Visszatérve a (11) egyenletre, tételezzük fel, hogy az r sugarú gömbnek képzelt ionra legalábbis közelítőleg érvényes a *Stokes-féle ellenállástörvény* (79. § 2.), $F_{\text{súrl}} = 6\pi\eta r v \equiv \alpha v$; ekkor (11)-ből kapjuk, hogy az *ionmozgékonyosság*:

$$u = \frac{v}{E} = \frac{ze}{6\pi\eta r}. \quad (12)$$

Ebből azonnal érthetővé válik az *elektrolitok vezetőképességének a hőmérséklettel való növekedése*: a hőmérséklet növelésével tudvalevően a folyadék η viszkozitása csökken, tehát (12) szerint az u mozgékonyosság s ezzel a σ vezetőképesség nő.

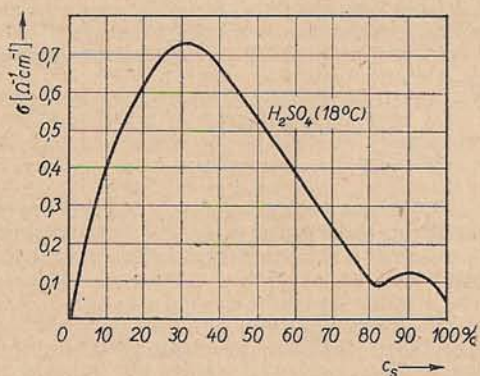
A (12) összefüggésből — mivel u , ze és η ismeretesek, ill. mérésekkel meghatározhatók — az *ionok sugara* kiszámítható. Az így kapott, néhány angströmnyi sugarak általában nagyobbak a más úton nyert (pl. a kristályrácsoknál megállapított, l. 59,1. ábra) értékeknél, továbbá a (12)-ből folyó $r \sim 1/u$ arányosság és (10) alapján pl. a K^+ sugarának kisebbnek kellene lennie a Na^+ -énál, holott a valóságban fordított a helyzet. Az ellentmondások az *ionok hidratációjával* (189. §) magyarázhatók: az ion körül több-kevesebb vízmolekulából álló hidrátburók képződik,

amelyet az ion vándorlásakor magával visz, s így érthető, hogy (12) az ion valódi sugara helyett a hidratburok sugarát szolgáltatja.

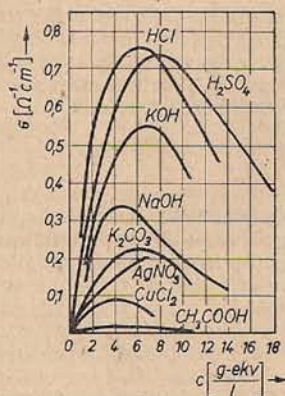
A H^+ hidrogénion [pontosabban a H^+ -ion (proton) és a H_2O -molekula egyesüléséből származó H_3O^+ hidroxóniumion, 189. §] és az OH^- hidroxidion viszonylag igen nagy mozgékonyasága — l. (10) — a behatóbb vizsgálatok szerint nem értelmezhető kizárólag az egyszerű vándorlási mechanizmussal, hanem valószínűleg a szomszédos vízmolekulák közti „protonkieserélődés” is jelentős szerepet játszik.

191. §. Az elektrolitok vezetőképességének koncentrációfüggése. Megjegyzések a folyékony ionvezetőkire vonatkozólag

1. A vezetőképesség koncentrációfüggésére példaként a 191,1. ábra a kénsav vizes oldatának fajlagos vezetőképességét (σ) tünteti fel mint a súlyszázalékban kifejezett koncentráció (c_s) függvényét:



191,1. ábra



191,2. ábra

σ a kis koncentrációknál a c_s -sel közel arányosan nő, $c_s \approx 30\%$ -nál maximumot ér el, és $c_s = 100\%$ -nál gyakorlatilag zérusra csökken. A 191,2. ábra néhány vizes oldat fajlagos vezetőképességét a c_s -nél alkalmasabb, g-ekv/l-ben vagy g-ekv/cm³-ben kifejezett c ekvivalens koncentráció¹ függvényében mutatja.

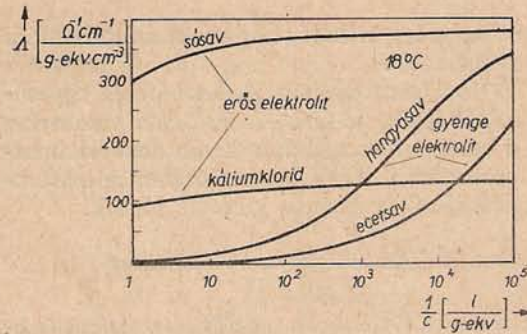
A koncentrációtól való függés szempontjából az σ fajlagos vezetőképességénél áttekinthetőbbnek bizonyult a

$$\Lambda = \frac{\sigma}{c} \quad (1)$$

ekvivalens vezetőképesség; leginkább használatos egysége az $1 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1} / \text{g-ekv cm}^{-3}$. A 191,3. ábráról láthatóan Λ a c csökkenésével, ill. az $1/c$ hígítás növelésével általában monoton nő, és a zérus koncentráció ($c \rightarrow 0$) vagy végtelen hígítás ($1/c \rightarrow \infty$) határesetére egy Λ_0 határértékhez tart.

A következőkben az egyszerűség kedvéért biner elektrolitokra szorítkozva, a (190,4) alatti $\sigma = nze(u_+ + u_-)$ összefüggés alapján a Λ -ra vonatkozó kifejezést is megadhatjuk. A c [g-ekv/cm³] koncentrációjú oldatokban, mivel 1 g-ekv $L'/z = 6,02 \cdot 10^{23}/z$ számú molekulát tartalmaz, a molekula-

¹ Ha az egy elektrolitmolekula disszociációjából származó anionoknak vagy kationoknak összesen z számú elemi töltésük van [z az elektrolit vegyértéke, pl. a HCl, CuSO_4 , H_2SO_4 , $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ esetében rendre $z=1, 2, 2, 6$], akkor 1 g-ekv = $1/z$ mol. Az 1 g-ekv/l koncentrációjú oldatot tudvalevően normáldatnak (1 n oldat) hívják.



191,3. ábra

lák cm^{-3} -ban kifejezett n koncentrációja (L'/z)/g-ekv, az ionpároké pedig (ha α a disszociáció foka):

$$n = \alpha(L'/z)c/\text{g-ekv.}$$

Így

$$\sigma = \alpha c(L'/\text{g-ekv}) e (u_+ + u_-) = \alpha c F(u_+ + u_-),$$

mert a 188. § (9) és (5) egyenletei szerint

$$L'e/\text{g-ekv} = F'/\text{g-ekv} = F = 96\,500 \text{ C/g-ekv}$$

a Faraday-féle állandó. Végeredményben tehát σ/c , az ekvivalens vezetőképesség:

$$\Lambda = \alpha F(u_+ + u_-). \quad (2)$$

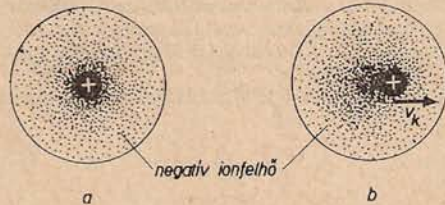
A (2) formula² értelmében Λ -nak a c koncentrációtól való függése abból származik, hogy vagy az α disszociációfok, vagy az u ionmozgékonyosság, vagy pedig mind a kettő függ a c -től. A klasszikus Arrhenius-féle elmélet (1887) az első lehetőséget vette alapul. Eszerint Λ az $1/c$ hígítással azért nő (191,3. ábra), mert az α növekszik, és a $c \rightarrow 0$ -ra adódó Λ_0 határérték az $\alpha \rightarrow 1$ teljes disszociációnak felel meg: $\Lambda_0 = F(u_+ + u_-)$. A (2)-vel való egybevetésből következik, hogy — ha az elmélet helyes — a disszociáció foka:

$$\alpha = \frac{\Lambda}{\Lambda_0}, \quad (3)$$

vagyis α a közvetlenül mérhető Λ -nak és a 190. § szerint a mozgékonyaságokból szintén meghatározható $\Lambda_0 = F(u_+ + u_-)$ határértéknek a hányadosa. Ha mármost $\alpha = \Lambda/\Lambda_0$ -t behelyettesítjük a tömeghatás törvényéből levezetett, (189,2) alatti $\alpha^2 c/(1-\alpha) = \text{const}$ egyenletbe, azt kapjuk, hogy a fenti elmélet szerint a Λ koncentrációfüggését a

$$\frac{\Lambda^2 c}{\Lambda_0(\Lambda_0 - \Lambda)} = \text{const} \quad (4)$$

Ostwald-féle hígítási törvény adja meg. A tapasztalat szerint ez a törvény a gyenge elektrolitokra (189. § és 191,3. ábra) nagy intervallumban igen jól teljesül, és így mondhatjuk, hogy a gyenge elektrolitok ekvivalens vezetőképességének a koncentrációval való változása a disszociációfok változására vezethető vissza.



191,4. ábra

Ezzel szemben az erős elektrolitoknál (189. § és 191,3. ábra), amelyekre (4) a mérések szerint egyáltalán nem teljesül, és amelyekben már aránylag nagy töménység mellett is gyakorlatilag teljes a disszociáció ($\alpha \approx 1$), (2) alapján Λ koncentrációfüggése az u_+ és u_- ionmozgékonyaságok változásának tulajdonítandó. E változást az erős elektrolitok viselkedésének kvantitatív értelmezésére kidolgozott Debye-Hückel-féle elmélet (1923) — amelyet később főleg ONSAGER és FALKENHAGEN tökéletesített — az ionok közti Coulomb-erőkre vezeti vissza, amelyeket a klasszikus elmélet figyelmen kívül

hagyott. A Coulomb-erők folytán pl. egy pozitív ion környezetében — az időbeli átlagot tekintve — több a negatív, mint a pozitív ion, más szóval az iont egy ellentétes töltésű „ionfelhő” veszi körül. A nyugvónak képzelt ion körül a felhő töltéssűrűsége, amely kifelé gyorsan csökken, gömbszimmetrikus eloszlású (191,4a ábra), tehát a felhő az ionra nem fejt ki erőt. Az ion vándorlásakor azonban

² Ez gyakran a

$$\Lambda = \alpha(u_+ + u_-) \quad (2a)$$

alakban fordul elő, ahol $u_+ = Fu_+$ és $u_- = Fu_-$ az ún. relatív ionmozgékonyaságok.

a felhő „deformálódik”, ti. a felhő újjáalakulásához vagy felbomlásához bizonyos idő (*relaxációs idő*, pl. 10^{-8} mol/l koncentráció mellett $\tau \approx 10^{-8}$ s) szükséges, s így könnyen beláthatóan a mozgó ion mögött több az ellentétes töltés, mint az ion előtt (*b* ábra), ez a körülmény pedig — a *relaxációs hatás* — az ion mozgását gátolja. Ugyancsak gátolja az ion mozgását az *elektro-* vagy *kataforetikus hatás* is: a külső elektromos térben a negatív ionfelhő az ottani oldószermolekulákkal együtt ellentétes irányban mozdul el, mint a középponti pozitív ion, tehát az utóbbi tulajdonképpen nem nyugvó, hanem szembeáramló folyadékban mozog. Az említett két fékező hatás folytán az ionok mozgékony-sága s ezzel a Λ vezetőképesség a c koncentráció növelésével csökken, éspedig a bonyolult számítások eredménye szerint úgy, hogy igen híg oldatokban (4) helyett a

$$\Lambda = \Lambda_0 - \text{const} \sqrt{c} \quad (5)$$

összefüggés érvényes, megegyezésben a kísérletileg talált *Kohlrausch-törvénnyel* (1900).

A Debye—Hückel-elmélettel értelmezhető az igen nagy térerősségeknél ($10^4 - 10^5$ V/cm) az *Ohm-törvényről mutató eltérés is*. Az eltérés (*térerősségi, feszültségi vagy Wien-effektus*, 1927) abban áll, hogy az említett nagy E térerősségeknél a σ vezetőképesség az E növelésével nő,³ ti. az ionok nagy sebessége miatt az ionfelhő és fékező hatásai nem vagy csak kevésbé alakulhatnak ki. Nem alakulhat ki az ionfelhőnek a 191,4b ábrán vázolt aszimmetriája akkor sem, ha az elektromos tér igen nagy frekvenciával ($\nu \approx 1/\tau \approx 10^8$ s⁻¹) változik. Ezzel magyarázható a *vezetőképesség frekvenciafüggése*, nevezetesen az a tapasztalat, hogy igen nagy ν esetén σ a ν -vel növekszik.

2. *Megjegyzések a folyékony ionvezetőkire vonatkozólag*. A jelen *D)* fejezet részletesebben csak a *vizes elektrolitoldatok* tulajdonságait tárgyalja. Más oldószerekben, pl. alkoholban vagy éterben a disszociáció rendszerint jóval csekélyebb mértékű (189. §), úgyhogy a *nemvizes elektrolitoldatok* vezetőképessége általában lényegesen kisebb a vizes oldatokénál.

Aránylag igen nagy a vezetőképessége a *sóolvadékok* közül sok olyanoknak, amely szilárd állapotban ionkristályokat alkot (NaCl, KCl, AgCl stb.; így pl. az AgCl-nál közvetlenül a 455 °C olvadáspont felett $\sigma = 4,44 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$, amely kerekén hatszorosa a legjobban vezető vizes oldatok fajlagos vezetőképességének). Ezek az olvadékok feltehetően teljesen ionokra disszociált állapotban vannak a magas hőmérsékleten végbemenő *termikus disszociáció* folytán.

A tudvalevően nem annyira szilárd testeknek, mint inkább nagy viszkozitású folyadékoknak tekintendő *üvegek* magasabb hőmérsékleten szintén elég jó ionvezetők. Ha fémlektrodok közé befogott üvegrúdra előtét-ellenálláson és árammérőn át 100—200 V feszültséget kapcsolunk, a Bunsen-égővel melegített rúdon még a vörös izzás elérése előtt jól mérhető áram megy át, amely a hőmérséklettel nő. A Bunsen-égő eltávolítása után a Joule-hő által hevített rúdban az áram tovább növekszik, míg végül a rúd olvadása miatt megszakad.

A vákuumdesztillációval előállított *igen tiszta víz vezetőképessége* nagyon kicsiny (18 °C-on $\sigma \approx 4,4 \cdot 10^{-8} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$), mert a H₂O-molekuláknak csak igen kis törtrésze (α) disszociál, H⁺- és OH⁻-ionokra. A *víz disszociációfoka* az (1)—(3) egyenletek alapján határozható meg: $\alpha = \Lambda/\Lambda_0$, ahol (18 °C-on, 1 cm³-ben 0,055 mol víz lévén)

$$\Lambda = \frac{\sigma}{c} = \frac{4,4 \cdot 10^{-8} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}}{0,055 \text{ mol cm}^{-3}} = 0,80 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1} \text{cm}^2/\text{mol},$$

és a (190,10) táblázat felhasználásával

$$\Lambda_0 = F(u_+ + u_-) = 96\,500 (0,00326 + 0,00181) \Omega^{-1} \text{cm}^2/\text{mol}.$$

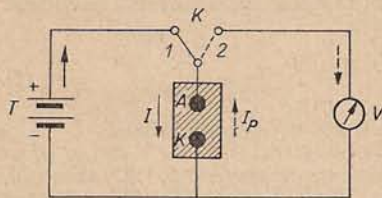
Így, 18 °C-on: $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-9}$ (l. még a 189. § végét).

A tiszta víznél is kisebb vezetőképességű ($\sigma \approx 10^{-10} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$) *szigetelő folyadékok* — dielektrikumok, pl. benzol, petróleum — vezetőképessége részben az elkerülhetetlen szennyezésektől, részben pedig attól származik, hogy a radioaktív és a kozmikus sugárzás a folyadék molekuláinak igen kis hányadát ionokra bontja szét.

³ Ez az effektus *gyenge elektrolitoknál* is fellép, de azoknál más okból, a nagy térerősségnek a disszociációt növelő hatásából származik.

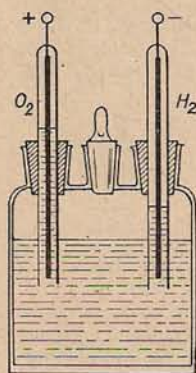
192. §. Elektrolitikus polarizáció

1. Elektrolitba merülő két azonos anyagi minőségű elektród, pl. hígított kénsavoldatban levő két platina lemez között nem mutatkozik feszültség. Ha azonban a cellán áramot bocsátunk át — a 192,1. ábrán pl. a 4 voltos T telepből, a K kapcsoló I állásában —, akkor a feszültségforrás kikapcsolása után (az ábrán a K 2 helyzetében) az elektródok közé iktatott volt- vagy ampermérő bizonyos ideig feszültséget vagy áramot jelez, azaz a cella az előzőleg át bocsátott áram hatására áramforrássá vált. Ez a jelenség a galvanikus vagy *elektrolitikus polarizáció* (RITTER, 1803), a cellának mint áramforrásnak e.m.e.-je a *polarizációs feszültség* vagy e.m.e. (U_p), a cella árama a *polarizációs áram* (I_p). Az utóbbi az eredetileg át bocsátott I árammal ellentétes irányú, úgyhogy a cellának mint áramforrásnak az a pozitív sarka, amely előzőleg, a külső áramforrással való összeköttetés-kor az anód volt.¹



192,1. ábra

A jelenség azzal magyarázható, hogy a cellán átküldött áram a cella szimmetriáját megszünteti: általában különbözővé válik a két elektród felületének minősége is (*kémiai polarizáció*) és az elektródok környezetében az oldat koncentrációja is (*koncentrációs polarizáció*). Pl. kénsavoldatot platina elektródok közt elektrolyzálva, a katódon H_2 -, az anódon O_2 -gáz válik ki, és bár e gázok legnagyobb része buborék alakjában felszál, kis részük vékony, láthatatlan gázréteggel bevonja a lemezeket, úgyhogy tulajdonképpen hidrogén- és oxigénelektrodból és kénsavoldatból álló *galvánelem* keletkezik. Ennek e.m.e.-je — a polarizációs feszültség — abból származik, hogy a H_2 -vel, ill. az O_2 -vel bevont elektródból H^+ -, ill. O^{--} -ionok mennek az oldatba (egy egyensúlyi állapot kialakulásáig, l. 193. §), tehát az előbbi elektród negatív, a másik pozitív töltésű lesz. Ha a két elektródot vezetővel összekötjük, a körben áram folyik, de ez a polarizációs áram csak addig tart, amíg az elektródokról újabb H^+ - és O^{--} -ionok juthatnak az oldatba, vagyis amíg a gázrétegek el nem fogynak. A fenti magyarázat helyességét bizonyítja, hogy készíthető olyan galvánelem, amelynek a kénsavoldatba merülő két elektródja H_2 -, ill. O_2 -gázzal körülvett — és finom eloszlású „platinakorommal” bevont — platina lemezből áll (192,2. ábra; ez a *gázelektroddal*, ti. *hidrogén- és oxigénelektroddal* bíró galvánelem a *durránógáz-elem*).



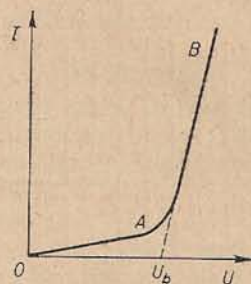
192,2. ábra

Megvizsgálva pl. sósav- vagy kénsavoldatba merülő tiszta platina elektródok esetében az *elektrolízisnél a külső U feszültség és az I áramerősség kapcsolatát*, a 192,3. ábra szerinti görbét kapjuk. Kis feszültségek bekapcsolásakor csak rövid áramlökést észlelünk, amely után az intenzitás egészen csekély stacionárius értékre esik vissza; ez az ún. *maradékáram* a görbe OA sza-

¹ A cellának mint *áramforrásnak* a pozitív (negatív) sarkát nem célszerű anódnak (katódnak) nevezni, mert a cella „kisütésekor” az áram (I_p) a cellában a negatív saroktól a pozitív felé halad, tehát ekkor a pozitív sarok katódként szerepel, ezen válnak ki a pozitív ionok.

kaszának felel meg. Ahhoz, hogy az elektrolízis gyakorlatilag meginduljon és állandósuljon, vagyis az elektródokon az anyagkiválás (gázfejlődés) észrevehető legyen, a külső feszültségnek az U_b bomlásfeszültségnél nagyobboknak kell lennie. A sósavoldat bomlásfeszültsége 1,36 V, a kénsavoldaté 1,7 V, tehát pl. az ismert „vízbontáshoz” 1,7 V-nál nagyobb külső feszültséget kell alkalmazni! Az $U > U_b$ esetben az áram—feszültség-görbe A -n túli egyenes szakaszának megfelelő intenzitás jó megközelítéssel:

$$I = \frac{U - U_b}{R}, \quad (1)$$



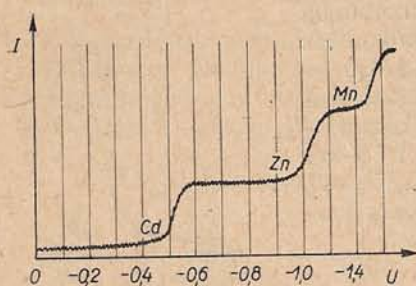
192,3. ábra

ahol R az elektrolit ellenállása. Az *Ohm-törvénytől* ($I = U/R$) való látszólagos eltérés nyilván a polarizáció következménye: ha $U > U_b$, akkor a cellában kialakul az U_b -vel egyenlő nagyságú polarizációs feszültség (e.m.e.), amely tudvalevően a külső U feszültség által létrehozott árammal ellentétes irányú áramot létesítene, s így a Kirchhoff-féle huroktörvény szerint $IR = U - U_b$, (1)-gyel megegyezésben.

Rézsulfátoldatba merülő rézelektrodok között és hasonló esetekben, amikor ti. az áram az elektródok anyagi minőségét nem változtatja meg, az elektrolízis már igen kis U feszültség hatására megindul, és állandósul. Ezekben az esetekben ugyanis kémiai polarizáció nincsen, az elektródoknál bekövetkező koncentráció-változások (190. §) miatti koncentrációs polarizáció e.m.e.-je pedig rendszerint igen kicsiny (193. §). A rézsulfátoldatba merülő réz és általában a saját sójuk oldatába merülő fémek — különösen, ha a koncentráció állandóságának biztosítása céljából a fémeket kevésbé oldható sója és ennek telített oldata veszi körül — gyakorlatilag *nempolarizozódó elektródoknak* tekinthetők. Ilyen elektródokat gyakran alkalmaznak galvánelemekben (193. §), továbbá elektrokémiai és élettani vizsgálatokban (pl. idegpreparátumnak elektromos árammal való ingerléséhez), mert közönséges elektródok esetén a polarizációs feszültség a mérési eredményeket meghamisítaná.

2. A következőkben kissé részletesebben foglalkozunk az *elektrolízisnél a külső feszültség és az áram kapcsolatával*, ill. a 192,3. ábra görbéjével. Ha pl. a HCl-oldatba merülő tiszta platina elektródokra csak $U = 0,1$ V feszültséget adunk, a rövid áramlökés után az áramerősség azért esik le a stacionárius *maradékáramnak* megfelelő igen kis értékre, mert az áramlökés alatt az elektródokon kiváló hidrogén- és klórgáz hatására gyakorlatilag éppen $U_p = 0,1$ V *polarizációs feszültség* (e.m.e.) jön létre. Ha az U -t pl. 0,2 V-ra növeljük, akkor a gáz koncentrációjának és nyomásának növekedése miatt U_p is 0,2 V-ra nő, s így újbóli áramlökés után az áram ismét lecsökken. Az U további növelésével egy olyan U_b értékhez (a HCl-oldatnál 1,36 V) jutunk, amelynek túllépésekor a kivált gázok nyomása eléri az 1 atm külső nyomásnak megfelelő értéket, és így megkezdődik a gázbuborékok felszállása. Légköri nyomáson az U_b *bomlásfeszültség* nagyságára nézve egyenlő az 1 atm gáznyomáshoz tartozó U_{p1} polarizációs feszültséggel; az U -nak U_b -n túli növelésekor U_p a gázfelesleg eltávolozása miatt nem nőhet $U_{p1} = U_b$ fölé, tehát az áramerősségre az $I = (U - U_b)/R$ összefüggés várható.

A valóságban ez az összefüggés csak bizonyos feltételek és határok között érvényes, mert az elektródok körüli koncentrációváltozások, az ionok diffúziója és egyéb folyamatok miatt a viszonyok jóval bonyolultabbak. Amikor pl. a koncentrációs polarizáció játszik szerepet, van olyan feszültség-intervallum, amelyben az áramerősség csaknem független a feszültségtől; ez az áram az ún. *határáram*. A határáramok fontosak pl. a sokoldalú elektrokémiai elemzési módszert jelentő *polarográfiában*, amelyben két alkalmas higanyelektrod — egy csepegő és egy nagy felületű higanyelektrod — közti U feszültség függvényében mérik a többféle iont tartalmazó elektroliton átmenő I áramot. A 192,4. ábrán kadmium-, cink- és mangánionokat tartalmazó elektrolit áram—feszültség-görbéje (*polarogramja*) látható, amelynek vízszintes szakaszai — a különböző feszültségeknél beálló határáramok —



192,4. ábra

oldat és a katód közti U_{ok} feszültségnek az összege vagy az U_{ao} és U_{ko} ($= -U_{ok}$) feszültségek különbsége: $U_b = U_{ao} - U_{ko}$. Azt az U_{ao} , ill. U_{ko} feszültséget, amelyet az elektród és az oldat között létesítenünk kell ahhoz, hogy az oldatból az ion az elektródon kiválhassék, a kérdéses ion *leválási feszültségének* (*leválási potenciáljának*) hívjuk. A különböző ionok leválási feszültségeire és az elektrolitikus polarizációra a 193. és 194. §-ban visszatérünk.

193. §. Galvánelemek és koncentrációs elemek; a normálpotenciálok

1. *A galvánelemek* kémiai energiát elektromos energiává alakító áramforrások, amelyek legalább három vezetőből állnak, és ezek közül legalább az egyik elektrolit (168. §). A számos típus közül néhány még ma is jelentős áramforrás, az elemekben lejátszó folyamatok pedig egyéb szempontokból is fontosak.

A 168. § szerint a galvánelemekben igen lényeges a *fém és elektrolit közti Galvani-feszültség* vagy *elektródpotenciál*, amelynek kialakulása NERNST (1889) nyomán az alábbi szemléletes módon értelmezhető.¹ Az elektrolitba — legegyszerűbb esetben saját sójának vizes oldatába — merülő fém (pl. cinkszulfátoldatba merülő cink) az anyagi minőségtől és a hőmérséklettől függő *elektrolitikus oldástenzióval* (oldási nyomással, p_e) rendelkezik, amely a fémionokat az oldatba igyekszik hajtani. Ezzel ellentétes értelemben hat a már az oldatban levő fémionok *oszmózisnyomása*, amely a koncentrációval és a hőmérséklettel nő (137. § 2.). Ha tehát egy fémét a saját ionjait adott koncentrációban tartalmazó oldatba mártunk, lényegében két eset lehetséges. *a)* A $p_e > p_{oz}$ esetben a fémből ionok mennek az oldatba mindaddig, míg az ily módon negatív töltésűvé váló fém és a pozitív töltésűvé váló oldat közti Galvani-feszültség az ionok további átlépését meg nem akadályozza, s így egy dinamikus egyensúlyi állapot alakul ki; ez a helyzet pl. a $ZnSO_4$ -oldatba mártott cink esetében. *b)* A $p_e < p_{oz}$ esetben a folyamat az előbbi megfordítottja: az oldatból fémionok rakódnak a fémre, úgyhogy a fém pozitív potenciálú lesz az oldathoz képest; így viselkedik pl. a $CuSO_4$ -oldatba merülő réz. — A fém és az ionjait tartalmazó oldat közti feszültség abszolút értéke nem mérhető meg (mert a feszültségméréshez még egy másik elektród is szükséges), hanem csak a feszültségnek egy megállapodás szerinti „normálektródra” mint nullpontra vonatkoztatott értéke. Eme értékek, az ún. *normálpotenciálok* alapján a fémek a kémiai viselkedésük meg-

¹ Egy egzaktabb, de kevésbé szemléletes termodinamikai értelmezés a szabad entalpia (127. § 1.) fogalmát használja fel.

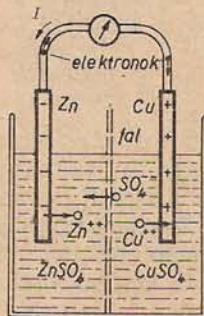
ítélése szempontjából igen fontos elektrokémiai feszültségi sorba rendezhetők (l. a 4. pontot).

A fentiek alapján könnyen megérthető pl. a Daniell-elem (1836) működése. Az elem pozitív sarka rézszulfátoldatba merülő rézlemez, negatív sarka cinkszulfátoldatba merülő cinklemez, a kétféle elektrolitot likacsos agyaghenger — a vázlatos 193,1. ábrán az F fal — választja el egymástól; az e.m.e. az oldatok koncentrációjától és a hőmérséklettől függően 1,08—1,10 V. Az elem összeállításakor a cinkről Zn^{++} -ionok mennek az oldatba, a rézre pedig Cu^{++} -ionok rakódnak — a dinamikus egyensúlyi állapot kialakulásáig —, tehát a cink az elektrontöbblet folytán negatív, a réz az elektronhiány folytán pozitív töltésű lesz. Az elem e.m.e.-je az egyes érintkező anyagok közti Galvanifeszültségekből (168,5) szerint tevődik össze. Ha a két sarkot fémdróttal összekötjük, a cinkből a dróton át elektronok áramlanak a rézre, így viszont a cinkről újabb Zn^{++} -ionok mehetnek — és mennek is — az oldatba, a rézre pedig újabb Cu^{++} -ionok rakódnak. Ezek szerint az áramot a fémdróton a cinktől a réz felé haladó elektronok közvetítik, az elem belsejében pedig a cinktől a réz felé vándorló Zn^{++} - és Cu^{++} -ionok, valamint az ellentétes irányban vándorló SO_4^{--} -ionok. Mint látható, az árammal együtt járó, helyesebben az *áramtermelő kémiai folyamat* abból áll, hogy a cink cinkszulfáttá oldódik, a rézszulfátból pedig réz válik ki.² Kalorimetriás mérések szerint a két részfolyamat során, 1—1 mol cinkre és rézre vonatkoztatva, összesen $Q' = 50\,100 \text{ cal/mol} = 2,10 \cdot 10^5 \text{ Ws/mol}$ hőmennyiség szabadul fel. Ez a Q' reakcióhő szorosan összefügg az elem energiájával, pontosabban az ugyancsak 1—1 mol réz és cink kiválása során az elem által termelhető *maximális munkával*; az utóbbi (mivel a réz és a cink $z=2$ vegyértékű): $A = \mathcal{E}It = \mathcal{E}zF$, ahol $F = 96\,500 \text{ As/mol}$. A Daniell-elem esetében a maximális munka gyakorlatilag egyenlő a reakcióhővel, aminek bizonyítéka, hogy az $A = \mathcal{E}zF = Q'$ egyenlet a tapasztalattal jó megegyezésben szolgáltatja az elem e.m.e.-jét:

$$\mathcal{E} = \frac{Q'}{zF} = \frac{2,10 \cdot 10^5 \text{ Ws}}{2 \cdot 96\,500 \text{ As}} = 1,09 \text{ V.} \quad (2)$$

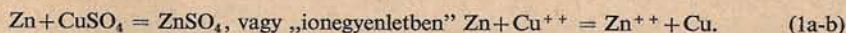
A maximális munka és a reakcióhő közti pontos összefüggést l. a 3. pontban.

A legrégebbi elem, a *Volta-féle elem* (1800) kénsav vizes oldatába merülő réz- és cinklemezéből áll; a réz a pozitív sarok, az e.m.e. kerekén 1 V. Áram kivételekor a Volta-elem és a hasonló egyszerű elemek e.m.e.-je — s így a kapocsfeszültség és az áramerősség is — elég gyorsan csökken, majd megszűnik. Ennek oka az *elektrolitikus polarizáció* (192. §): az elem saját árama az elektródok felületének megváltoz-

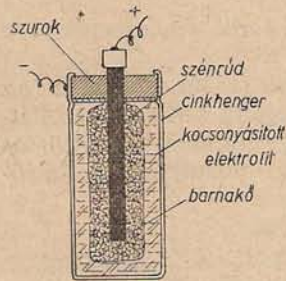


193,1. ábra

² E két részfolyamat végeredménye ugyanaz a kémiai reakció, mint amely egy cinklemeznek $CuSO_4$ -oldatba való merítésekor magától végbemegy (a cinken réz válik ki, és a cink oldódik):

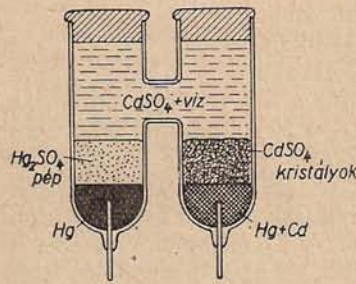


Itt egy Zn-atom közvetlenül ad át két elektront egy Cu^{++} -ionnak, a zárt Daniell-elemben azonban a cinkből az elektronok a külső vezetéken át jutnak a rézlemezre, és így semlegesítik az oldatból a lemezre kerülő Cu^{++} -ionokat.



193,2. ábra

tartozó *Leclanché-elem* (1868) elektrolitja ammóniumklorid (NH_4Cl) vizes oldata, negatív sarka cinkrúd, pozitív sarka szénrúd, amelyet likacsos agyaghengerben elhelyezett, szénporral kevert barnakő (MnO_2) vesz körül; az e.m.e. kb. 1,5 V. A terheléskor fejlődő H_2 -t a barnakő oxidálja ($\text{H}_2 + \text{MnO}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{MnO}$). Hosszabb terhelés után, amikor az oxidálás már nem eléggé hatásos, az elem „kimerül”, de később visszanyeri eredeti e.m.e.-jét. A Leclanché-elem módosított alakja az



193,3. ábra

gyenge áramokat ($< 10^{-5}$ A) szabad kivenni, tehát a feszültségmérésnél kompenzációs módszert kell alkalmazni (177. §).

2. *A koncentrációs elemek* a szorosabb értelemben vett galvánelemektől eltérően olyan elemek, amelyekben a két elektród azonos anyagi minőségű, és csak az elektrolit koncentrációja különböző a két elektród környezetében. Pl. a két rézlemezről és kétféle CuSO_4 -oldatból álló elemben (193,4. ábra) a töményebb oldatba merülő *A* lemez a pozitív sark, mert erre a töményebb oldat nagyobb ozmózisnyomása miatt több Cu^{++} -ion rakódik rá, mint a *B* lemezre. Az elem zárása után a folyadékban a Cu^{++} -ionok *A* felé vándorolnak, és *A*-n kiválnak, *B* pedig az odaérkező SO_4^{-} -ionok miatt rézsulfáttá oldódik. Ily módon az eredetileg töményebb oldat hígul, a hígabb pedig töményebbé válik, és a koncentrációk kiegyenlítésével az áram megszűnik. Az *áramtermelő folyamat* tehát most nem kémiai, hanem *fizikai* folyamat, ti. a koncentrációk kiegyenlítése.

NERNST közelítőleg érvényes formulája szerint a *koncentrációs elem e. m. e.-je*:

$$\mathcal{E} = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_1}{c_2}, \quad 25^\circ\text{C-on } \mathcal{E} = \frac{0,059}{z} \lg \frac{c_1}{c_2} \text{ V} \quad (3a-b)$$

(c_1 és c_2 a két oldat ionkoncentrációja, z a fémionok vegyértéke, $R=8,314$ Ws/(mol·fok) az egyetemes gázállandó, $F=96\,500$ As/mol a Faraday-állandó, T az abszolút hőmérséklet; \ln a természetes,

tatása folytán olyan polarizációs feszültséget hoz létre, amely az eredeti e.m.e.-t gyengíti. Konkrétabban, a pozitív sarkot képező rézlemez — amely felé az elem belül a H^+ -ionok haladnak — hidrogéngáz vonja be, ebből H^+ -ionok mennek az oldatba, és ezért csökken a réz pozitív töltése, ill. az elem feszültsége.

A káros polarizáció kiküszöbölhető, és így „állandó galvánelemek” szerkeszthetők vagy oly módon, hogy mindkét elektródot saját sójának vizes oldatába állítják — példa erre a Daniell-elem —, vagy pedig úgy, hogy a pozitív sarkon kiváló hidrogént alkalmas anyaggal (*depolarizátor*) vízzé oxidálják. Az utóbbi csoportba

be tartozó *Leclanché-elem* módosított alakja az elektrolitot pl. búzaliszttal kocsonyásított formában tartalmazó „szárazelem” (193,2. ábra). Több ilyen, sorba kapcsolt elemből állnak az általánosan elterjedt *zseblámpatelepek* és *anódtelpek*.

A pontos méréseknél feszültségmérésneként alkalmazott *normálemek* közül a legállandóbb e.m.e.-jű a *kadmium-normálem* (*Weston-elem*, 1893), amely a 193,3. ábrán vázolt összetétele folytán gyakorlatilag *nempolározódó elektródokkal* rendelkezik (192. §). E.m.e.-je csak kissé függ a hőmérséklettől, $20^\circ\text{C-on } \mathcal{E}=1,0865$ V ($=1,0830$ V_{int} ; a régebbi „internacionális volt” egységet ennek alapján rögzítették le). A normálemekből — állandóságuk megőrzése érdekében — csak egészen

Ig a 10-es alapú logaritmust jelöli). Eszerint pl. a réz—rézszulfát elem ($z=2$) e. m. e.-je $c_1/c_2=10$ esetén: $\mathcal{E}=0,029$ V. A koncentrációs elemek gyakorlatilag főként azért jelentősek, mert (3) alapján (\mathcal{E} mérése útján és pl. c_1 ismeretében) alkalmasak ismeretlen *ionkoncentrációk meghatározására*, speciálisan — megfelelő elektródok alkalmazásával — a sok szempontból fontos *hidrogénion-koncentráció*, ill. p_{H^+} mérésére is (l. 189. §).

A (3) egyenletben nincs figyelembe véve, s így a jobb oldalhoz járul még a két oldat közti érintkezési feszültség, más néven *folyadék- vagy diffúziós potenciál* (ε_d). Ez abból származik, hogy a (töményebb oldatból a hígabb felé irányuló) diffúzió során a kation u_k és az anion u_a mozgékonyága általában különböző; az elmélet szerint

$$\varepsilon_d = \frac{u_k - u_a}{u_k + u_a} \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_1}{c_2}. \quad (4)$$

Az $u_k \approx u_a$ esetben a diffúziós potenciál elhanyagolható, egyébként pedig alkalmas elektrolitnak (KCl-nak, amelyben $u_k \approx u_a$) a két oldat közé való iktatásával ki is küszöbölhető vagy csökkenthető.

Itt jegyezzük meg, hogy (3), (4) és általában az oldatokra levezetett termodinamikai összefüggések szigorúan vagy jó megközelítéssel csak *kellően híg oldatokra* érvényesek, *töményebb oldatok esetén a koncentráció (c) helyébe az „aktivitás” (a) lép*: $a = \gamma c$, ahol γ a kísérletileg meghatározandó *aktivitási koefficiens*. (Pl. a HCl vizes oldatánál 25 °C-on $c=0,01$ mol/l-hez $\gamma=0,90$, $c=1$ mol/l-hez $\gamma=0,81$ tartozik; végtelen hígításnál $\gamma=1$.)

3. *A galvánelem mint termodinamikai rendszer.* Miként azt a Daniell-elem példáján láttuk, a galvánelem a benne végbemenő kémiai reakciók folytán elektromos energiát, ill. hasznos munkát termelhet. A termodinamika második főtételének (125. §) jellegéből következik, hogy ez a főtétel, ill. az első és második főtétel együttesen, csak *reverzibilis működésű galvánelemek* esetében vezethet egyenletekben — nem egyenlőtlenségekben — kifejezhető összefüggésekre. A Daniell-elemben és más elemekben (de nem mindegyikben) a reverzibilis működés elvileg, megfelelő idealizálásokkal biztosítható, pl. úgy, hogy az elemmel üzemben tartunk az elem R_b belső ellenállásához képest nagy R_k ellenállású és súrlódás nélküli elektromotort, amely a tengelyére csavart fonállal nagyon lassan és egyenletesen egy megfelelő súlyú testet emel fel. Ha ezután egészen kevésse nagyobb súlyú testet alkalmazunk, akkor a lassan süllyedő test által az ellentétes irányban forgatott motor dinamóként működik, az elemen az előzővel ellentétes irányú áram halad át, ennek hatására a (reverzibilis) elembe az előbbi kémiai folyamatok megfordítottja megy végbe, s így végül valóban semmiféle változás sem marad vissza (kivéve az elembe fejlődött Joule-hőt, de ez a feltételezett $R_b \ll R_k$ esetben elhanyagolható).

Az \mathcal{E} e. m. e.-jű elem I áramerősség mellett és t idő alatt $\mathcal{E}It = \mathcal{E}Q$ elektromos energiát termel, amely ideálisan reverzibilis folyamat során a külső fogyasztóban teljesen átalakul hasznos munkává. A két elektródon kivált z vegyértékű ionok 1—1 moljára vonatkoztatva, a Faraday-törvényekből adódó $Q = zF = z \cdot 96\,500$ As/mol összefüggés miatt ez az elem által termelt *reverzibilis vagy maximális munka*:

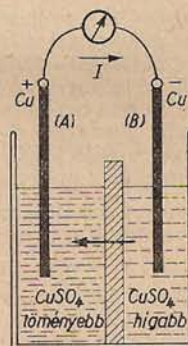
$$A = zF\mathcal{E}. \quad (5)$$

Ha az elembe az áramtermelő kémiai reakciót állandó hőmérsékleten és állandó térfogaton — vagy, ami a gázfázist nem tartalmazó rendszereknél gyakorlatilag ugyanaz, állandó nyomáson — engedjük lefolyni, akkor a 128. § szerint az (5) maximális munka a kémiai reakció *affinitásának* a mértéke. A kémiai folyamatnak állandó hőmérsékleten és térfogaton (ill. nyomáson) vett, kaloriméterrel megmérhető és szintén 1 molra vonatkoztatott Q' *reakcióhője* általában nem egyenlő az A affinitással (mert Q' a belső energiának, A pedig a szabad energiának a csökkenését jelenti; Q' az exoterm reakcióknál pozitív, az endotermeknél negatív, A viszont mindig pozitív, l. 128. §), hanem kapcsolatokat a (128,8) alatti

$$A = Q' + T \frac{\partial A}{\partial T} \quad (6)$$

Helmholtz-féle egyenlet fejezi ki. Ebből (5) helyettesítésével és zF -fel való osztással adódik a *Gibbs—Helmholtz-féle egyenlet*:

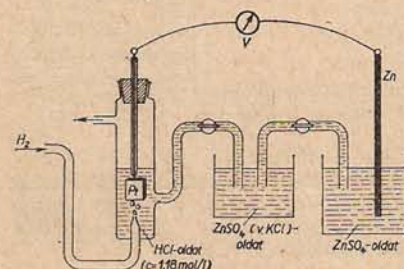
$$\mathcal{E} = \frac{Q'}{zF} + T \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial T}. \quad (7)$$



193,4. ábra

(6) és (7) értelmében a reakcióhő még a feltételezett reverzibilis folyamat során is csak abban a kivételes esetben alakul át teljesen hasznos munkává ($A=Q'$), ha az elem e. m. e.-je független a hőmérséklettől ($\partial \mathcal{E} / \partial T = 0$). Egyébként az elem a környezetből $T \partial A / \partial T = zFT \partial \mathcal{E} / \partial T$ hőmennyiséget vesz fel, ill. ad le, vagyis az elem — ha hőmérsékletének állandóságát megfelelő hőtartállyal való érintkezés útján nem biztosítjuk — felmelegszik vagy lehűl. A Daniell-elemnél $\partial \mathcal{E} / \partial T$ csak kb. $3 \cdot 10^{-5}$ V/fok, ezért adott (2) az \mathcal{E} -re jó eredményt. A (7) formula különösen azért jelentős, mert \mathcal{E} és $\partial \mathcal{E} / \partial T$ megmérése útján lehetővé teszi számos kémiai folyamat Q' reakcióhőjének a közvetlen kalorimetrikus méréseknél egyszerűbb és pontosabb meghatározását.

4. A normálpotenciálok és az elektrokémiai feszültségi sor. Már az 1. pontban említettük, hogy valamely fém és az ionjait tartalmazó oldat közti Galvani-feszültség — az *elektropotenciál* — abszolút értéke helyett csak e feszültségnek egy normálelektrodra mint nullpontra vonatkoztatott értéke határozható meg. Normálelektrodként megállapodás szerint a *normál* vagy (25°C -on) *standard hidrogénelektrod* szolgál, amely — a 193,5. ábra bal oldalán látható módon — 1 atm nyomású H_2 -gázzal és egységnyi aktivitású H^+ -ionoldattal ($c \approx 1,2$ mol/l koncentrációjú vizes HCl-oldattal, l. a 2. pontot) érintkező, platinakorommal bevont platina lemezből áll. Ha mármint ebből az elektrodból, valamint a saját ionjainak egységnyi aktivitású vizes oldatába merülő fémből (pl. az ábrán ZnSO_4 -oldatba merülő cinkből, röviden a Zn/Zn^{++} elektrodból) galvánelemet állítunk össze, akkor ennek e. m. e.-je, pontosabban a fémnek a „zérus potenciálú” hidrogénelektrodhoz viszonyított —



193,5. ábra

pozitív vagy negatív — feszültsége a kérdéses fém *elektrokémiai normálpotenciálja*, ill. 25°C esetén *standardpotenciálja* (\mathcal{E}^0).³ Ilyen potenciálok a fémeken kívül egyes nemfémes elemekhez (O, Cl, Br, J stb.) is rendelhetők, mert pl. a hidrogénelektrodhoz hasonló klórelektrod esetében a platina lemezt bevonó Cl_2 -gázból Cl^- -ionok mennek a környező oldatba ($\text{Cl}_2 + 2e^- \rightleftharpoons 2\text{Cl}^-$), és így a platina lemez és az oldat közt feszültség lép fel. Néhány elem, ill. elektrodb standardpotenciálját — az ennek megfelelően összeállított *elektrokémiai feszültségi sor* egy kis részét — a 3. táblázat tünteti fel.

3. táblázat

Néhány elem, ill. elektrodb standardpotenciálja (\mathcal{E}^0)

| Elektrodb | \mathcal{E}^0 [volt] | Elektrodb | \mathcal{E}^0 [volt] |
|---------------------------------|------------------------|------------------------------------|------------------------|
| Li/Li ⁺ | -3,05 | Cu/Cu ⁺⁺ | +0,34 |
| K/K ⁺ | -2,92 | Cu/Cu ⁺ | +0,52 |
| Na/Na ⁺ | -2,71 | 2 J ⁻ /J ₂ | +0,54 |
| Mn/Mn ⁺⁺ | -1,1 | Ag/Ag ⁺ | +0,80 |
| Zn/Zn ⁺⁺ | -0,76 | Hg/Hg ⁺⁺ | +0,85 |
| Fe/Fe ⁺⁺ | -0,44 | 2 Br ⁻ /Br ₂ | +1,07 |
| Cd/Cd ⁺⁺ | -0,40 | 2 Cl ⁻ /Cl ₂ | +1,36 |
| Fe/Fe ⁺⁺⁺ | -0,04 | Au/Au ⁺ | +1,5 |
| H ₂ /2H ⁺ | 0,00 | 2 F ⁻ /F ₂ | +2,87 |

(8)

³ E potenciál mérésénél a két különböző oldat közti Galvani-feszültségnek, az általában kicsiny, de mégis zavaró *diffúziós potenciálnak* a kiküszöbölése vagy csökkentése céljából a két oldat közé — az ábrán a középső edénybe — rendszerint KCl-oldatot tesznek (l. a 2. pontot).

Az elektródpotenciálnak (ε) az ionkoncentrációtól való függését megadja a *Nernst-féle egyenlet*:

$$\varepsilon = \varepsilon^{\circ} + \frac{RT}{zF} \ln c, \quad 25^{\circ}\text{C-on} \quad \varepsilon = \varepsilon^{\circ} + \frac{0,059}{z} \lg c \text{ [volt];} \quad (9a-b)$$

Itt c a mol/l (=grammion/l) egységben kifejezett fémion-koncentráció (pontosabban aktivitás) számértéke, a többi jelölés mint (3a-b)-ben; negatív ionok, pl. Cl^{-} esetében a két tag közti + jel helyett – jel áll. A táblázat és (9b) alapján két megfelelő elektródból álló *galvánelem e. m. e.-je* könnyen megállapítható, ha elhanyagoljuk az általában 0,01 V nagyságrendű diffúziós potenciált. Pl. a 0,1 n CuSO_4 és 0,5 n ZnSO_4 oldatot tartalmazó Daniell-elem e. m. e.-je:

$$\mathcal{E} = \varepsilon_{\text{Cu}}^{\circ} - \varepsilon_{\text{Zn}}^{\circ} + \frac{0,059}{z} \lg \frac{c(\text{Cu}^{++})}{c(\text{Zn}^{++})} \text{ V} = [0,34 - (0,76) + 0,030 \cdot \lg(1/5)] \text{ V} = 1,08 \text{ V.} \quad (10)$$

A feszültségi sor számos fontos tájékoztatást nyújthat az *elemek kémiai viselkedéséről*, a kémiai reakciók lefolyásáról. Így pl. a negatív standardpotenciálú, reakcióképesebb, kevésbé „nemes” fémek a pozitív potenciálú vagy nemesebb fémeket sóoldataikból kiszoríthatják, amint azt a rézszulfátoldatba tett cinkrúd ismert példája mutatja ($\text{Zn} + \text{CuSO}_4 \rightarrow \text{Cu} + \text{ZnSO}_4$). Továbbá, a negatív standardpotenciálú fémek savakban hidrogéngáz-fejlődés mellett oldódnak, a pozitív potenciálú fémek viszont általában nem.

A feszültségi sor, ill. az elektródpotenciálok alapján válik lehetővé az *elektrolízis és a polarizáció jelenségeinek* mélyebb megértése is. Mint azt a 192. §-ban említettük, indifferens (pl. platina) elektródok esetén valamely elektrólit *bomlásfeszültsége* az anion és a kation *leválási potenciáljának* a különbsége, a leválási potenciál viszont ideális esetben — itt nem részletezendő megfontolások szerint — egyenlő a kérdéses ionnak megfelelő elektródpotenciállal, tehát (8)-ból és (9)-ből kiszámítható.⁴ Pl. az Ag^{+} -, ill. a Cu^{++} -ionokat egységnyi koncentrációban tartalmazó oldatból az Ag^{+} -, ill. a Cu^{++} -ionok leválási potenciálja 0,80 V, ill. 0,34 V, s így érthető, hogy a keverékoldatból az elektrólláló feszültség növelésekor a katódon először a kevésbé negatív potenciálú ezüst, majd a réz válik ki; ezen alapszik az *elektrogravimetria* és a *polarográfia* (192. §). További példa: (8) és (9) alapján megmagyarázható, hogy a nagy negatív potenciálú alkálifémeket miért nem lehet sóik vizes oldataiból platina elektródok közti elektróllálással kiválasztani. Pl. az 1 mol/l-es *NaCl-oldat elektróllízise* során az oldatban nemcsak Na^{+} - és Cl^{-} -ionok vannak jelen, hanem a víz disszociációja miatt H^{+} - és OH^{-} -ionok is (189. §). A Na^{+} -ionok koncentrációja 1 mol/l, a H^{+} -ionoké kb. 10^{-7} mol/l lévén, (8) és (9b) szerint a Na^{+} -ionok leválási feszültsége $-2,71$ V, a H^{+} -ionoké $-0,4$ V, a katódon tehát nem a nátrium, hanem a kevésbé negatív potenciálú hidrogén válik ki (az anódon pedig klór fejlődik, mivel a folyamatnak kevésbé pozitív potenciál felel meg, mint a nagy túlfeszültséget igénylő oxigénkiválásnak).

A galvánelemekkel kapcsolatos az az ismert tény, hogy szennyezéseket tartalmazó fémek savakban sokkal könnyebben oldódnak, mint az igen tiszta fémek. Ha pl. hígított kénsavba merülő cinkrúd felületének egyik helyén kis rézszennyezés van, akkor ott egy rövidrezárt *helyi elem (lokális elem)* keletkezik, amelynek árama állandóan új SO_4^{--} -ionokat juttat a cinkre, úgyhogy az viszonylag gyorsan cinkszulfáttá oldódik. Lényegében az ilyen helyi vagy mikroelemek, amelyeket már a közönséges levegőből a fémfelületekre adszorbeálódó nedvességhártya is kialakíthat, okozzák a *korroziót*, pl. a vas rozsdásodását is. A korrozió ellen főként megfelelő fém- vagy festékbevonatokkal védekeznek.

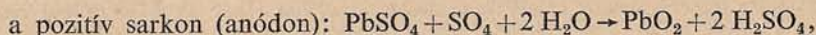
5. *A tüzelőszerelemek (fűtőanyagcellák)* olyan, gazdaságosan csak az utóbbi években megvalósított és a jövőben sokat ígérő áramforrások, amelyekben folyamatosan betáplált alkalmas „fűtőanyag” oxidációja termeli az elektromos energiát. Pl. a *Bacon-féle durranógáz-cellában* (1959) az áramtermelő $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$ folyamat a kb. 40 atm nyomással bevitt gázok között a porózus nikkelelektrodok és a kálium-elektrolit határán, 200°C hőmérsékleten megy végbe; az elektródokon az áramsűrűség $0,6 \text{ A/cm}^2$, egy cella e. m. e.-je 24 V, a leadott teljesítmény 5 kW. Az újabb, pl. a Gemini-űrhajókban alkalmazott fűtőanyagcellák kerekén 7-szer kisebb súlyúak, mint az ugyanakkora teljesítményű ólomakkumulátorok!

⁴ A valóságban a leválási potenciál abszolút értéke gyakran nagyobb, mint az elektródpotenciálé; a különbség az ún. *túlfeszültség*. Ez pl. abban nyilvánul meg, hogy míg az oxigén- és a hidrogén-elektrod standardpotenciáljának különbsége 1,23 V, addig a kénsavoldat bomlásfeszültsége 1,7 V (192. §).

194. §. Akkumulátorok

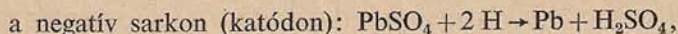
Az *akkumulátorok* vagy szekunder elemek olyan kémiai áramforrások, amelyekben az áram termelésekor átalakult anyagok ellentétes irányú áram átbecsátásával regenerálhatók. Ez azt jelenti, hogy az akkumulátor az áramátbecsátás vagy „töltés” során bevezetett elektromos energiát kémiai energia alakjában tárolja („akkumulálja”), az áramkivétel vagy „kisütés” során pedig ezt az energiát ismét elektromos energiává alakítja vissza. Bár elvileg minden reverzibilis galvánelem (pl. a Daniell-elem is) felhasználható akkumulátorként, a gyakorlatban csak az alábbi két-három fajta vált be, ill. nyer széles körű alkalmazást.

a) Az *ólom- vagy savas akkumulátor* (PLANTÉ, 1859; FAURE, 1881) legegyszerűbb alakját könnyen összeállíthatjuk: hígított kénsavba két ólomlemez teszünk. Ha ezzel a cellával végezzük el az *elektrolitikus polarizációra* vonatkozó alapkísérletet (192,1. ábra), azt tapasztaljuk, hogy a hosszabb időtartamú töltést követő kisüléskor a kb. 2 V e. m. e.-jű cella elég tartós áramot adhat. A kémiai folyamatokat tekintve, mindenekelőtt a két ólomlemez a kénsav hatására ólomszulfát (PbSO_4) réteggel vonódik be. A töltést jelentő elektrolízis során a külső áramforrás pozitív sarkával összekötött anódra az oldatból SO_4^- -ionok, a katódra H^+ -ionok vándorolnak, és az elektródokon az ionok semlegesítődése után a következő folyamatok mennek végbe.

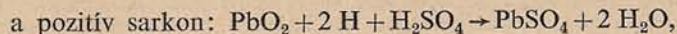


Töltéskor

(1)

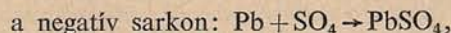


vagyis az anódon ólomdioxid, a katódon fémes ólom keletkezik, és egyúttal az oldat töményebbé válik. Kisütéskor a már kémiailag különböző elektródokkal bíró cella a töltő árammal ellenkező irányú áramot ad, úgyhogy az oldatból a H^+ -ionok a (most katódként szereplő, l. 192. §) pozitív sarokra, az SO_4^- -ionok a negatív sarokra jutnak, és semlegesítődésük után a sarkokon az alábbi reakciók játszódnak le.



Kisütéskor

(2)

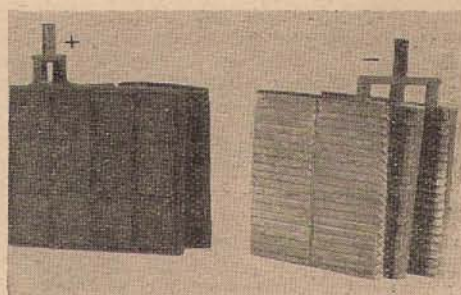


azaz végül is az elektródok és az elektrolit a töltés előtti állapotukba jutnak vissza.

A mai ólomakkumulátorok feltöltött állapotukban kb. 30%-os kénsavba merülő, szivacsos (tehát igen nagy hatásos felületű) ólomdioxid és ólomlemezektől állnak.¹ A pozitív sarkot képező PbO_2 -elektród felismerhető barna színéről és arról, hogy eggyel kevesebb lemezből van összetéve, mint a negatív elektród (194,1. ábra). A megengedettnél nem erősebb árammal végzendő *töltés* során a cella (kb. 2-ről 2,6 V-ra növekvő) kapocsfeszültsége középértékben 2,3 V; a megfelelő kémiai folyamatok bevégeződését az elektródokon élénk gázfejlődés jelzi, és ekkor a töltést be kell fejezni. A feltöltött cella e. m. e.-je a sav sűrűségétől függően rendszerint

¹ Az ólomakkumulátorok tökéletesítésében jelentős része volt FARBAKY ISTVÁN (1837—1928) és SCHENEK ISTVÁN (1830—1909) munkásságának.

2,0—2,2 V, a belső ellenállás a szokásos típusoknál $0,01 \Omega$ nagyságrendű. A *kisütés* folyamán, amikor is a megengedett maximális áramerősséget (1 dm^2 elektródfelületre vonatkoztatva kb. $0,7 \text{ A-t}$) nem szabad túllépni, az e. m. e. hosszú ideig állandó, kerekén 2 V . Ha az e. m. e. (\approx kapcsolófeszültség) használat közben $1,8 \text{ V-ra}$ csökken, az akkumulátort haladéktalanul fel kell tölteni. A használaton kívüli akkumulátor is kb. havonta feltöltendő, mert egyébként tönkremegy.



194.1. ábra

A töltéskor átbocsátott, ill. a kisütéskor felhasznált elektromos mennyiség ($Q = \int I dt$) az akkumulátor *töltési*, ill. *kisütési kapacitása*, amelyet rendszerint amperórákban fejeznek ki. Az elkerülhetetlen veszteségek miatt a kisütési kapacitás ($5\text{--}10$ amperóra dm^2 -enként) a töltésnek kb. 95% -a, a kisütéskor felhasznált és a töltéskor befektetett energia ($W = \int UI dt$) hányadosát kifejező *energia-hatásfok* pedig csak kb. 80% , ti. a cella átlagos kapcsolófeszültsége a töltéskor $\approx 2,3 \text{ V}$, a kisütéskor pedig csupán $\approx 1,9 \text{ V}$. A kisebb típusú ólomakkumulátorokban kg-onként kb. 30 wattóra energia halmozható fel.

b) A *nikkel—vas-*(*nife-, lúgos vagy Edison-féle*) *akkumulátor* feltöltött állapotában a pozitív elektród nikkloxiddal (Ni_2O_3) körülvevett nikkell, a negatív elektród vas — amely tartóedényként is szolgál —, az elektrolit pedig kb. 20% -os kálilúg (KOH-oldat). A nife-akkumulátor hátránya az ólomakkumulátorral szemben a kisebb és kevésbé állandó e. m. e. ($\approx 1,3 \text{ V}$), továbbá a kisebb energia-hatásfok ($\approx 60\%$), előnye viszont az, hogy aránylag kisebb súlyú, és sokkal jobban bírja a túlterhelést, a rázkódásokat és a használaton kívüli raktározást.

c) Az újabban kidolgozott és szárazelem alakjában készíthető *ezüst—cink-akkumulátor* (a pozitív sarok a töltéskor Ag_2O_2 -vel bevonódó ezüst, a negatív sarok cink, az elektrolit KOH-oldat) kg-onként sokkal több energiát tárolhat, de kevésbé tartós, mint az ólom- és a nife-akkumulátor.

195. §. Az elektrolízis gyakorlati alkalmazásai

Az elektrolízis sok fontos gyakorlati alkalmazása közül csak a főbb területek és néhány példa megemlítésére szorítkozhatunk.

a) A *galvanotechnika* (*galvanizálás*) az elektrolízist fémbevonatok és fémmásolatok készítésére használja fel. Fémbevonatok készítésénél (*galvanosztégia*) a korrózió és kopás elleni védelem céljából vagy díszítés végett bevonandó fémet (ill. a felületén grafitporral vezetővé tett más tárgyat) katódként alkalmazzák; az elektrolit a bevonó fém sójának vizes oldata, az anód többnyire a bevonó fém, ritkábban szén- vagy ólomlemez. Jó bevonatok előállításához számos előírást kell betartani az oldat vagy „fürdő” összetételére, a hőmérsékletre, az áramsűrűsége és más tényezőkre vonatkozólag. A fontosabb bevonások: aranyozás, ezüstözés, rezezés, krómozás, nikkelezés, ónozás, kadmiumozás, cinkezés.

A plasztikus tárgyról történő fémmásolatok készítésénél (*galvanoplasztika*) a reprodukálendő tárgyról — pl. érméről — gipszből vagy viaszból negatívot állítanak elő, és ezt, miután felületét grafitporral vezetővé tették, elektrolízis útján bevonják, pl. $0,2 \text{ mm}$ vastag rézréteggel, amelyet

azután a gipsznegatívról leválasztanak. Így állítják elő pl. viaszlemezről a hanglemez fémnegatívját, így sokszorosítják a nyomdai kliséket, és hasonló eljárással gyártanak varratmentes rézcsöveket is.

Kénsavoldatban anódként felfüggesztett alumíniumtárgyak felületén kb. 0,02 mm vastag, jól védő és jól is színezhető oxidréteg alakítható ki. Ezzel az eljárással (eloxálás, az „elektrolízissel oxidált alumínium”-ról elnevezve) készülnek pl. a színes termoszkok és ételdobozok.

b) Az *elektrometallurgia* (elektrokohászat) a fémek ipari méreteiben való előállítását és tisztítását nagyrészt elektrolízissel valósítja meg. Pl. az *alumínium előállításánál* a bauxitból vegyi úton gyártott timföldet (Al_2O_3) — mivel olvadáspontja 2000°C -nál is magasabb — olvasztott kriolitban (Na_3AlF_6) feloldják, és a 950°C -os olvadékat szénbélésű vaskádában elektrolizálják. Katódként a szénbélés szolgál, az anód szintén szén, a feszültség 6–7 V, az áramerősség 10–100 kA. A kád alján összegyűlt alumíniumot a felette levő olvadék védi meg az oxidálódástól. Hasonlóan, megfelelő olvadékok elektrolízisével állíthatók elő a kalcium, a magnézium és az alkálifémek is.

Az elektrotechnika számára különösen fontos az elektrolitikus *rézfinomítás*: a kohóból kikerült, kb. 98% tisztaságú „feketerezet” kénsavas rézszulfátoldatban anódként alkalmazva, megfelelő feltételek mellett elérhető (a különböző ionok leválási feszültségének különbözősége alapján, 193. § 4.), hogy a katódon 99,99%-os vagy „négy kilences tisztaságú” réz, ún. *elektrolitrez* válik ki. A hasonló módon nyerhető *elektrolitvas* kedvező mágneses tulajdonságai miatt jelentős.

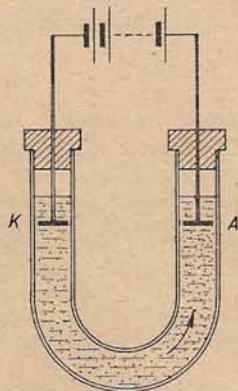
c) A fémeken kívül *más kémiai termékek gyártására* is alkalmazzák az elektrolízist. Így pl. a nátrium- és káliumklorid vizes oldatainak elektrolízisének alapuló nagyipari eljárásokkal egyebek közt nátronlúgot, kálilúgot, hidrogént és klórt, elektrolitikus vízbontás útján pedig (többnyire nátronlúg-oldatból, vaselektrodokkal) hidrogént és oxigént állítanak elő, továbbá nehézvizet (l. később, az atomfizikában).

d) *Elektrolitikus egyenirányítók és kondenzátorok*. Ha pl. bórsavoldatba merülő alumínium- és ólomelektrodból álló cellára (40 V-nál kisebb) feszültséget kapcsolunk, a tapasztalat szerint a cellán gyakorlatilag csak akkor megy át áram, ha az alumínium a katód, ti. az anódként kapcsolt alumínium felületén vékony szigetelő réteg keletkezik. Az ilyen cellák tehát alkalmasak váltakozó áramok egyenirányítására. Ezenkívül a fenti jelenség alapján — mivel árammal való „formálás” útján nagyon vékony ($\approx 0,1 \mu$) rétegeket lehet kialakítani — igen nagy kapacitású és kis méretű *elektrolit-kondenzátorok* készíthetők. Az egyik (pozitív) fegyverzetet az alumínium (vagy tantál), a másikat az elektrolit képezi.

196. §. Elektrokinetikai jelenségek

A folyadék és szilárd test közti érintkezési feszültséggel (168. §) szoros kapcsolatban állnak az *elektrokinetikai jelenségek*, amelyekben elektromos feszültség hatására a szilárd és a folyékony fázis elmozdul egymáshoz képest, vagy megfordítva: a relatív elmozdulás elektromos feszültséget vagy áramot hoz létre. E jelenségek az alábbi négy csoportra oszthatók.

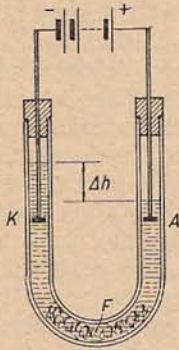
a) Az *elektroforézis* (katarforézis) abban áll, hogy folyadékban lebegő apró, szuszpendált vagy kolloidális részecskék, amelyek pl. ionok adszorpciója révén pozitív vagy negatív töltéssel bírnak, külső feszültség hatására a katód vagy az anód felé vándorolnak; az utóbbi esetben sokan anaferezisről beszélnek. Példa a 196,1. ábrán vázolt kísérlet: a desztillált vízben szuszpendált finom agyagpor vagy likopódiumpor szemcséi (amelyek a Coehn-szabálynak megfelelően negatív töltésűek, 196. §) néhány ezer voltos feszültség hatására az anód felé mozognak, mint az erős nagyítás mellett megfigyelhető. A mérések szerint a vízben lebegő részecskék mozgékonyasága általában ugyanolyan nagyságrendű ($\mu \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm s}^{-1}/\text{V cm}^{-1}$), mint a vizes oldatok ionjaié. Ez azért lehetséges, mert a részecskéknak nemcsak a mérete, hanem a töltése is sokkal nagyobb az ionokénál.



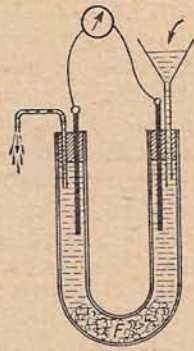
196,1. ábra

b) Az *elektroozmózis* abban különbözik az elektroforézistől, hogy külső feszültség hatására nem a szilárd fázis mozdul el, hanem a folyadék jön áramlásba az általa nedvesített likacsos falon vagy egy hajszálcsövön keresztül. A 196,2. ábra esetében az F üvegyapottal való érintkezés folytán pozitív töltésű víz áramlása bizonyos Δh szintkülönbséget hoz létre; $\rho g \Delta h$ a hidrosztatikai nyomással egyensúlyt tartó *elektroozmotikus nyomás* mértéke.

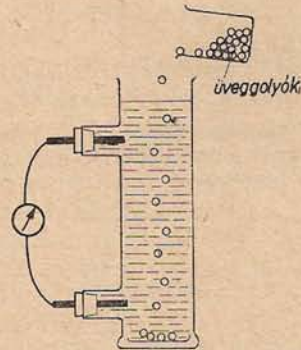
c) Az *áramlási potenciál* (áramlási áram) az a feszültség (ill. áram), amely az elektroozmózis megfordításakor, azaz a folyadéknak likacsos falon vagy egy kapillárison való átáramoltatásakor a fal két oldala, ill. a kapilláris két vége között keletkezik (196,3. ábra).



196,2. ábra



196,3. ábra

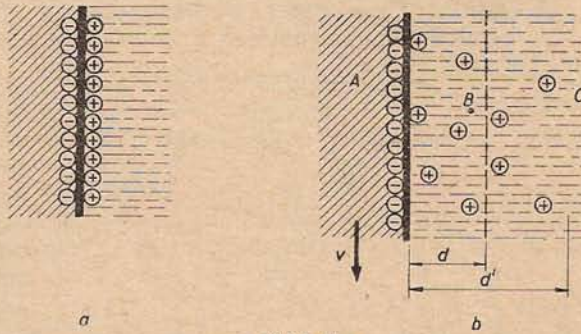


196,4. ábra

d) Az *ülepedési potenciál* (elektroforetikus potenciál) az elektroforézis megfordításakor, azaz a folyadékban szuszpendált részecskék mozgásakor, pl. ülepedésekor jelentkező feszültség. A 196,4. ábrán vázolt modellkísérletben ezt a feszültséget, ill. a megfelelő áramot üveggolyók vízben való esése, tehát végeredményben a nehézségi erő hozza létre.

Az elektrokinetika jelenségek arra vezethetők vissza, hogy a két fázis határán a kb. 10^{-8} cm vastagságú szabályos vagy Helmholtz-féle kettősréteg (196,5a ábra) helyett diffúz kettősréteg alakul ki: pl. a 196,5b ábrán vázolt esetben a réteg egyik fegyverzetét a szilárd test felületére adszorbeálódott negatív ionok, a másik fegyverzetet pedig a folyadéknak közelben levő pozitív ionjai alkotják, amelyek azonban a hőmozgás miatt diffúz eloszlásúak. A szilárd testnek a v irányba való elmozdulásakor a belső súrlódás miatt (78. §) bizonyos d vastagságú folyadékhártya a testhez tapad, és így, ha d kisebb a diffúz kettősréteg d' vastagságánál, az elszakadt felületek között — a B és C pontok között — feszültség lép fel (ti. az ábra esetében a szilárd test a hozzá tapadó folyadékhártyával együtt negatív, a visszamaradó folyadék pedig pozitív többlettöltéssel bír). Az említett feszültség az *elektrokinetika potenciál* („ ζ -potenciál”), amelynek fontos szerepe van az elektrokinetika jelenségek kvantitatív értelmezésénél, valamint az adszorpciós rétegek és a diszperz rendszerek tulajdonságainak vizsgálatánál. Értéke pl. az elektroforetikus vándorlás sebességének mérése alapján 0,1 V nagyságrendűnek adódik.

Az elektrokinetika jelenségeknek sok tudományos és ipari alkalmazása van: az elektroforézis felhasználható pl. különböző fehérjék szétválasztására, agyag és kaolin tisztítására, gázok portalánítására, az elektroozmózis pedig pl. tőzeg, agyag és enyv víztelenítésére úgy, hogy az anyagot szita-szerű elektródok közé helyezik.



196,5. ábra

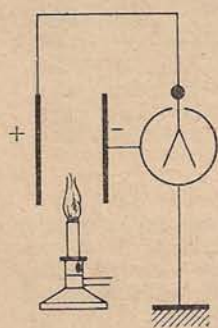
E) AZ ELEKTROMOS ÁRAM GÁZOKBAN ÉS VÁKUUMBAN

A gázok közönséges körülmények között jó szigetelők, mert semleges molekulákból állnak, töltéshordozókat nem, ill. viszonylag csupán elenyésző kis számban tartalmaznak. Észrevehető vezetés tehát csak akkor lehetséges, ha valamilyen módon a gázba beviszünk, vagy magában a gáztérben keltünk töltéshordozókat. Azokban az esetekben, amelyekben a töltéshordozók kívülről jutnak a gázba, vagy általában a vezetéstől független külső hatásra keletkeznek, *nem önálló (nem önfenntartó) vezetésről*, ha viszont az áramot közvetítő töltéshordozók túlnyomó részét maga a vezetési mechanizmus hozza létre, *önálló (önfenntartó) vezetésről* beszélünk. Történetileg először az utóbbi típusú jelenségeket figyelték meg (szikra, ív, villám), de az előbbi típusúak általában kevésbé bonyolultak. Ezért, és figyelembe véve a gáz nyomásának lényeges szerepét is, a jelenségeket az alábbi csoportosításban tárgyaljuk: nem önálló vezetés közönséges nyomású gázokban (197. §) és nagy vákuumban (198—199. §), önálló vezetés ritkított gázokban (200. §) és közönséges nyomású gázokban (201. §). A gázokban való áramvezetést abban az esetben, ha a töltéshordozók molekuláris méretű vagy még kisebb részecskék, *gázkisülésnek* is hívják.

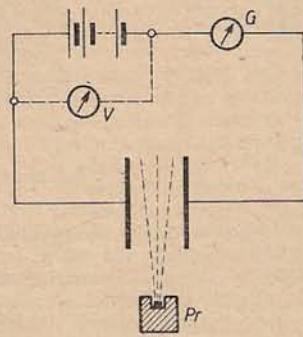
197. §. Nem önálló vezetés közönséges nyomású gázokban

A következőkben legyen a gáz az egyszerűség kedvéért kb. 1 atm nyomású levegő. Más gázok hasonló nyomáson a levegőhöz hasonlóan viselkednek.

1. A gáz vezetésének kísérleti vizsgálata pl. úgy lehetséges, hogy feltöltött lemezes kondenzátor két fegyverzetét — e két *elektród* közül a pozitív az *anód*, a negatív a *katód* — elektrométerhez kapcsoljuk (197,1. ábra). Ha a lemezek közé pl. égő vagy



197,1. ábra



197,2. ábra

parázsló gyufaszálat, vagy pedig Bunsen-lángot tartunk, akkor a feszültség csökken, a lemezek közti levegő tehát vezetővé vált. A kis Δt időköz alatti ΔU feszültségcsökkenésből és a rendszer C kapacitásából a Δt idő alatti átlagos áramerősség meghatározható: $I = C \Delta U / \Delta t$. (Pl. $C = 10 \text{ cm} \approx 1,1 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ és $\Delta U / \Delta t = 1 \text{ V/s}$ esetén $I \approx 1,1 \cdot 10^{-11} \text{ A}$.) Egy másik módszernél az elektródokat érzékeny galvanométeren át áramforrás sarkaival kötjük össze (197,2. ábra; *Pr* radioaktív preparátum, l. alább).

2. A töltéshordozók keltésének módjai közül itt a következőket említjük meg.
a) *Dörzsölés (porlasztás)* útján feltöltődött részecskéket pl. a 197,3. ábrán vázolt kísérlettel juttathatunk a gáztérbe, hasonlóan mint a 162. §-ban megismert Millikan-kísérletben. A P fémpermetezőből minium- és kénpor keverékét fújtatva át a néhány száz volt feszültségre kapcsolt hengerkondenzátoron, a galvanométer kb. 10^{-8} A nagyságrendű áramot jelez, amelyet a dörzsölődés folytán pozitív, ill. negatív töltésűvé vált minium- és kénporsemek közvetítenek: a katód miniummal, az anód

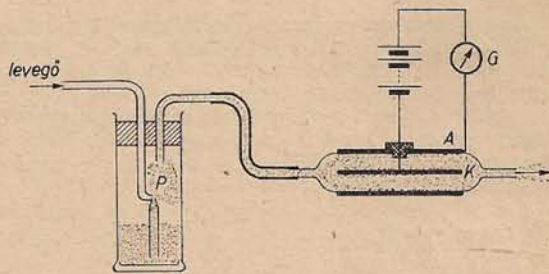
pedig kénporral vonódik be. A technikában hasonló berendezéssel tisztítanak meg a portól nagy gázmennyiségeket; a port az alkalmas elektródok közti nagy feszültségnél (≈ 50 kV) fellépő csúcskisülés (201. §) tölti fel.

b) Magas hőmérséklet, röntgensugárzás vagy radioaktív sugárzás hatására a levegő vagy más gáz vezetővé válik, amint azt a 197,1. és 2. ábra szerint kimutattuk,

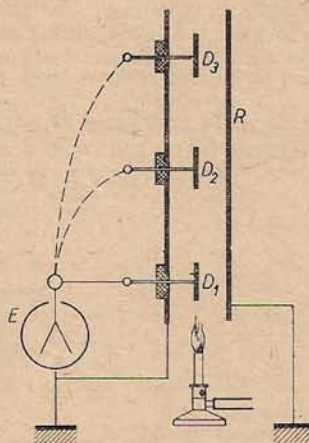
ill. kimutathatjuk, ha *Pr* helyébe röntgensövet helyezünk. Ezekben az esetekben a gáz vezetővé tevését *ionizációnak* hívjuk, mert a töltéshordozók most nem makrorészecskék, hanem a gáz molekuláinak egy részéből képződött *ionok* (és *elektronok*). Az ionizációt — amelyre később még visszatérünk — egyelőre úgy képzelhetjük el, hogy egyes gázmolekulák vagy atomok a magas hőmérséklettel járó erős ütközések következtében (*hőmérsékleti ionizáció*), ill. röntgen- vagy radioaktív sugárzás hatására elveszítenek egy vagy több elektront, s így pozitív ionokká válnak, az elektronok pedig vagy rárakódnak semleges molekulákra, miáltal negatív ionok keletkeznek (pl. a levegőben és az oxigéngázban), vagy szabadon maradnak (pl. a nemesgázokban).

A gázt nemcsak a molekuláit érő hatások tehetik vezetővé (*térfogati ionizáció*), hanem az elektródokat vagy az edény falait érő külső hatások is (*felületi ionizáció*). Általában a gáztérben és a felületeken lehetséges sokféle folyamat miatt az ionok, ill. töltéshordozók minősége is sokféle lehet, és közelebbi vizsgálatok nélkül nem ismeretes olyan pontosan, mint az elektrolitok ionjaié. A döntő szerepet azonban számos esetben az egy pozitív, ill. negatív elemi töltésű „normális ionok” játsszák, és a következőkben ezekre szorítkozunk, amikor is a másfajta töltéshordozóktól eltekinthetünk.

3. Az *ionok rekombinációja* (újraegyesülése). A 197,4. ábrán vázolt kísérletben a kb. 2 m hosszú, leföldelt *R* rézső belsejébe szigetelten bevezetett *D*₁, *D*₂, *D*₃ fémdrótok egymás után az *E* elektrométerrel köthetők össze. Ha az egyik drótnak töltést adunk, és a cső alá Bunsen-lángot helyezünk, akkor a három kísérletben azt tapasztaljuk, hogy az alsó drót már kb. 1 s múlva elveszti töltését, a középső viszont csak néhány másodperc, a felső drót pedig kb. fél perc múlva. Ebből arra kell következtetnünk, hogy a láng által keltett ionok legnagyobb része a csőben felfelé haladó gázáramlás ideje alatt semlegesítődőtt, és pedig azért, hogy a pozitív és a negatív ionok a hőmozgással járó ütközések során semleges molekulákká egyesültek. Emellett *rekombináció* folytan a gáz ionjainak véges „élet-tartamuk” van, amely a fenti kísérletben 0,1 s nagyságrendű.



197,3. ábra



197,4. ábra

A 197,4. ábra szerinti berendezéssel könnyen kimutathatjuk azt is, hogy a gáztérből az ionok elektromos tér alkalmazásával eltávolíthatók: ha a D_1 drót és az R cső közé néhány száz volt feszültséget iktatunk, akkor a feltöltött D_2 vagy D_3 dróthoz kapcsolt elektrométer a láng odahelyezése után sem mutat töltéscsökkenést, mert az ionok D_2 -ig vagy D_3 -ig nem jutnak el.

Tegyük fel, hogy a t időpontban a gáz térfogategységében n [cm^{-3}] számú pozitív és ugyanannyi negatív ion van. A kis dt idő alatt rekombinálandó ionok száma — amely új ionizáció hiányában egyúttal az ionpárok számának csökkenése ($-dn$) — nyilván arányos dt -vel és mind a pozitív, mind a negatív ionok számával: $-dn = \alpha n^2 dt$, vagy

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2, \quad (1)$$

ahol az α arányossági tényező a rekombinációs együttható. Ha a $t=0$ időben $n=n_0$, akkor az (1) differenciálegyenlet megoldása, amint arról behelyettesítéssel könnyen meggyőződhetünk:

$$n = \frac{n_0}{1 + \alpha n_0 t}. \quad (2)$$

Ezen az ionpárok számának időbeli csökkenését megadó egyenleten alapszik az α meghatározásának egyik módszere. A lényegében a 197,4. ábrán vázolt készülékkel megvalósítható mérések szerint pl. az 1 atm nyomású és 20 °C-os levegő esetében $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. A (2)-ből az a τ idő, amely alatt az ionpárok száma a felére ($n=n_0/2$) csökken, és amely idő az ionok élettartamának mértékéül tekinthető:

$$\tau = \frac{1}{\alpha n_0}. \quad (3)$$

Pl. a levegőben $n_0=10^6 \text{ cm}^{-3}$ esetén $\tau \approx 0,6 \text{ s}$.

Ha valamely külső hatás a gázban térfogat- és időegységenként állandóan N [$\text{cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$] ionpárt kelt — ez az N az ionizálás erősségének a mértéke —, akkor (1) helyett nyilván a

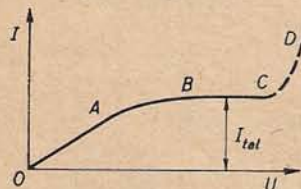
$$\frac{dn}{dt} = N - \alpha n^2 \quad (4)$$

egyenlet áll fenn. A kialakuló *stacionárius állapotban* n állandó ($dn/dt=0$), mert az újonnan keletkező és a rekombinálandó ionok száma egyenlő, és így

$$N = \alpha n^2. \quad (5)$$

Eszerint pl. ahhoz, hogy a levegőben állandóan $n=10^7 \text{ cm}^{-3}$ ionpár legyen jelen, $N = 1,6 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ erősségű ionizálás szükséges. Összehasonlításként: a talajhoz közeli levegőben a radioaktív és a kozmikus sugárzás együttesen $N \approx 10 \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ erősségű ionizációt hoz létre (azaz 1 cm^3 -ben 1 s alatt kerekelt 10 ionpárt kelt), és ennek (5) alapján $n \approx 2500 \text{ cm}^{-3}$ ionpár felel meg.

4. Az áramerősség és a feszültség kapcsolata; a telítési áram. Egy állandó erősségű röntgen- vagy radioaktív sugárzás által ionizált gáz esetében az áram—feszültség-görbe, amelyet pl. a 197,2. ábrán vázolt módon, a feszültség változtatásával vehetünk fel, a 197,5. ábrán feltüntetett típusú. Mint látható, az $U/I = \text{const}$ Ohm-törvény csak kis feszültségeknél érvényes (az OA lineáris szakaszon), a feszültség növelésével az áram az arányosságnál kisebb mértékben nő (AB szakasz), majd a feszültségtől függetlenül állandóvá válik (BC szakasz); ez a legnagyobb, állandó érték a *telítési áram*.¹



197,5. ábra

¹ A szaggatott vonallal jelzett CD szakasz a nagy feszültségnél fellépő „*ütkezési ionizációról*” származó áramnövekedésnek felel meg, amellyel az önálló vezetés keretében foglalkozunk (200. §).

Az értelmezésnél, mivel az elektrolitokhoz hasonlóan a gázban is a „súrlódással” mozgó ionok közvetítik az áramot, az elektrolitokra a 190. § 2.-ben felállított

$$I = neq(v_+ + v_-) = neq(u_+ + u_-)E, \text{ vagy } I = ne \frac{q}{l} (u_+ + u_-)U \quad (6a-b)$$

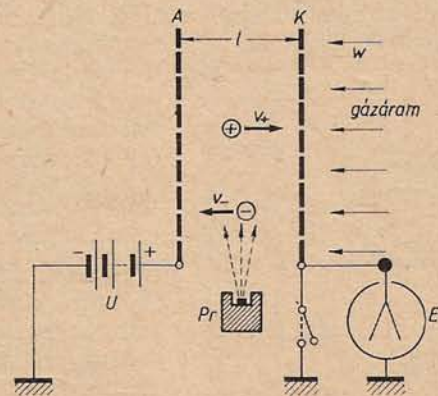
egyenletből indulhatunk ki. Ebben v_+ és v_- az egy elemi töltésűnek (e) feltételezett pozitív és negatív ionok vándorlási sebessége az $E = U/l$ térerősség mellett, $u_+ = v_+/E$ és $u_- = v_-/E$ az ionok mozgékonyasága, n [cm^{-3}] pedig az l hosszúságú és q keresztmetszetű gázoszlopban levő ionpárok térfogategységenkénti száma. Az állandó erősségű ionizáló sugárzás térfogat- és időegységenként az *ionizálás erősségére* jellemző N [$\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$] ionpárt termel, de az ionpárok n száma — egyelőre a feszültség nélküli esetet tekintve — nem nő korlátlanul, hanem a csakhamar kialakuló stacionárius állapotban változatlan marad [nevezetesen (5) szerint $n = \sqrt{N/\alpha}$]. Ha most *kis* feszültséget kapcsolunk az elektródokra, akkor ezekre az ionok kis vándorlási sebessége miatt időegységenként viszonylag csak olyan kevés ion jut, hogy az n „ionsűrűség” a feszültségtől független állandónak tekinthető, s így (6b) szerint I az U -val arányosan nő az Ohm-törvénynek megfelelően (*OA szakasz*). Nagyobb feszültségeknél az arányosság az n csökkenése miatt már nem áll fenn (*AB szakasz*). Végül, elegendő nagy feszültség esetén az ionok olyan gyorsan jutnak az elektródokra, hogy a rekombináció gyakorlatilag megszűnik, vagyis az ionizátor által létesített összes ionok elérik az elektródokat, s így nyilvánvalóan az áram — ha csak újabb ionizáló hatás nem lép fel — a feszültség további növelésekor sem nőhet tovább; ez a *BC telítési szakasz*. Mivel az adott N ionizációerősség mellett a ql térfogatú gázban időegységenként Nql számú ionpár keletkezik, és egyszerűsítő feltevésünk szerint mindegyik ion töltésének nagysága az e elemi töltés, az alapul vett esetben a *telítési áram erőssége*:

$$I_{\text{tel}} = Neql. \quad (7)$$

A telítési áramnak igen fontos szerepe van a *külső ionizáló hatások*, pl. *röntgen-és radioaktív sugárzások erősségének mérése* szempontjából, mert e hatások erősségének mértékéül a létesített töltéshordozók száma szolgálhat, ez a szám pedig a fentiek értelmében a telítési árammal arányos. A telítési áramot lényegileg a 197.1. vagy 2. ábra szerint mérő, zárt dobozba épített készülékek az *ionizációs kamrák*.

5. Az *ionok mozgékonyasága* pl. a 197.6. ábrán vázolt módszerrel határozható meg. A rácsszerű, kezdetben földelt K katód felé $v_+ = u_+E$ ($= u_+U/l$) sebességgel haladó pozitív ionok feltöltik az El elektrométert, de a feltöltődés a szembeirányított gázáram w sebességének alkalmas megválasztásával ($w = v_+$) megszüntethető. A $w = u_+E$ egyenletből $u_+ = w/E$, és hasonlóan állapítható meg u_- is.

A mérések szerint a mozgékonyaságok tág határok között függetlenek a térerős-



197.6. ábra

ségtől, és fordítva arányosak a gáz nyomásával. Értékük pl. 1 atm nyomású és 0 °C-os

$$\begin{aligned} \text{levegőben: } & u_+ = 1,37, u_- = 1,90 \left. \vphantom{u_+} \right\} \text{ cm s}^{-1} \\ \text{hidrogénben: } & u_+ = 6,70, u_- = 7,95 \left. \vphantom{u_+} \right\} \text{ V cm}^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Ezek a mért átlagértékek jó megközelítéssel a *normális gázionok* („kis ionok”) mozgékonyaságai. A levegő esetében pl. e részecskék a vizsgálatok szerint általában egy ionizált molekulából és a ráakódott 10–30 semleges molekulából állnak, átmérőjük $\approx 10^{-7}$ cm. Kisebb mozgékonyaságúak a nagyobb molekulahalmazokból álló „közepes ionok” és „nagy ionok” ($d \approx 10^{-5}$ cm, $u \approx 10^{-3}$ cm²/Vs), valamint a $d > 10^{-5}$ cm átmérőjű szuszpenziók (porszemek, vízceppecskék és más ködmagvak, 143. § 4.). A negatív ionoknak a pozitívoknál nagyobb mozgékonyasága gyakran annak tulajdonítható, hogy a „negatív ionok” között szabad elektronok is vannak. Ez az oka speciálisan a nagyon tiszta nemesgázokban mért, anomálishan nagy u_- értékeknek (≈ 500 egység).

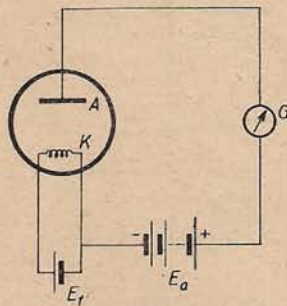
A gáz fajlagos vezetőképessége az Ohm-törvény érvényességi tartományában, (6a)-ból:

$$\sigma = \frac{I}{qE} = ne(u_+ + u_-), \quad (9)$$

amely ugyanaz a kifejezés, mint az egy-egy értékű ($z=1$) elektrolitokra vonatkozó (190,4). A gázokban azonban az n „ionsűrűség” még erős ionizáció esetén is rendszerint sok nagyságrenddel kisebb, mint az elektrolitokban, és így a gáz vezetőképessége a jóval nagyobb mozgékonyaság ellenére is sokkal kisebb. Pl. az igen híg, 10^{-4} mol/l-es NaCl-oldatban a 190. § 2. szerint $n \approx 6 \cdot 10^{16}$ cm⁻³ és $u_+ + u_- \approx 0,0011$ cm²/Vs, egy erős röntgensugárral ionizált levegőben viszont $n \approx 10^7$ cm⁻³ és $u_+ + u_- \approx 3,3$ cm²/Vs, tehát a levegő vezetőképessége az oldaténak csak kétmilliomod része ($\sigma \approx 5 \cdot 10^{-12}$ Ω⁻¹ cm⁻¹).

198. §. Nem önálló vezetés nagy vákuumban. A szabad elektron; az elektron fajlagos töltésének és sebességének meghatározása

1. *Vezetés létesítése nagy vákuumban.* A tapasztalat szerint a kb. 10^{-5} torr-nál kisebb nyomású gázt tartalmazó tér, az ún. *nagy vákuum* közönséges körülmények között a legjobb szigetelő. A modern légszivattyúkkal könnyen előállítható 10^{-6} torr $\approx 10^{-9}$ atm nyomáson 1 cm³-ben még kereken $3 \cdot 10^{10}$ molekula van, de a közepes szabad úthossz 100 m nagyságrendű (134. §), úgyhogy a molekulák egymással gyakorlatilag nem ütköznek össze, és viszonylag kis számuk miatt röntgen- vagy radioaktív sugárzás hatására sem jön létre a gáztérben ionizáció. Az elektródok felületéről azonban alkalmas módon töltéshordozók juttathatók a gáztérbe, amint azt az alábbi kísérletek mutatják.



198,1. ábra

a) Az evakuált cső egyik elektródját képező vékony wolframdrótot az E_f „fűtőtelep” segítségével izzítjuk (198,1. ábra), és az E_a „anódtelep” negatív sarkával kötjük össze, a pozitív sarkot pedig a G galvanométeren át a másik elektródhoz kapcsoljuk. Ekkor, azaz ha az izzószáll a katód, a galvanométer áramot jelez, az anódtelep sarkainak felcserélése esetén viszont nem. Ebből arra következtethetünk, hogy a vákuumban az áramot az izzószállból kilépő negatív töltésű részecskék közvetítik azáltal, hogy az elektromos erőtér hatására a katódtól az anódra repülnek. Ezek a töltéshordozók az *elektronok*, amelyeknek eddig csak kísérleti megalapozás

nélkül közölt fő tulajdonságait éppen a vákuumban való viselkedésük alapján fogjuk most megállapítani. A magas hőmérsékletű fémekből való elektronkilépés rendkívül fontos jelensége a *termikus elektronemisszió* [más néven *Edison-hatás* (1883) vagy *Richardson-hatás*], a fenti kísérletben a *K* izzókatóddal és az *A* anóddal rendelkező „vákuumcső” a legegyszerűbb (*kételektródos*) *elektroncső*, más néven *vákuumdióda*.

b) Áram létesíthető az evakuált csőben úgy is, hogy a katódot ultraibolya fénnel megvilágítjuk (a *Kv* kvarcablakon át, 198,2. ábra). Ez a jelenség a később részletesebben vizsgálendő *külső fényelektromos hatás* (*fotoeffektus*), amelyet alkalmas módon előállított, pl. alkálifém-réteggel bevont katód — *fotokatód* — esetében már közönséges fény is kivált oly módon, hogy a katódból elektronokat szabadít ki. Az elektron kibocsátásnak ez a válfaja a fényelektromos elektronemisszió, röviden *fotoemisszió*, a 198,2. ábrán vázolt készülék a *fotoceλλα*.

c) Rendkívül nagy térerősség ($\approx 10^7$ V/cm) hatására elektronok lépnek ki a katódból, pl. finom wolframsúcsból izzítás vagy megvilágítás hiányában is (l. a későbbi 199,16. ábrát). Ez a *téremisszió* vagy *hidegemisszió* jelensége, a katód ún. *hidegkatód*, a fellépő áram pedig nyilván *önálló vezetést* jelent, az előbbi a) és b) esetekben végbemenő *nem önálló vezetéssel* szemben.

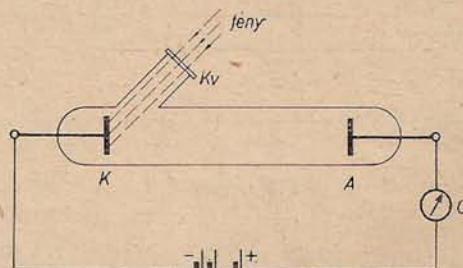
d) Nagy sebességű elektronok a fémekből ütközés útján újabb elektronokat válthatnak ki; ez a *szekunder emisszió* jelensége.

A következőkben egyelőre csak az izzókatódos vákuumcsövekben fellépő jelenségekkel foglalkozunk, azzal a legközelebbi céllal, hogy az elektron alapvető tulajdonságait megállapítsuk; az áramerősség és a feszültség kapcsolatát a 199. §-ban vizsgáljuk.

2. Az elektron fajlagos töltésének és sebességének meghatározása elektromos és mágneses térben való eltérítéssel. a) A 198,1. ábrán vázolt vákuumcső izzókatódjából kilépő elektronok az anód és a katód közti (elegendő nagy) U „anódfeszültség” hatására az anódra repülnek. Mivel a nagy vákuumban nem ütköznek össze gázmolekulákkal, azaz nincsen „súrlódás”, mozgásuk — ellentétben a fémdrótban áramló elektronok vagy az elektrolitokban vándorló ionok egyenletes mozgásával — gyorsuló. Konkrétan: az m tömegűnek és abszolút értékben e töltésűnek feltételezett elektron, amely a katódot v_0 sebességgel hagyja el, az U feszültség „befutása” után akkora v sebességgel ér az anódra, hogy mozgási energiájának növekedése egyenlő az elektromos tér eU munkájával: $mv^2/2 - mv_0^2/2 = eU$. Elég nagy U esetén, amint azt megfelelő mérések mutatták, $v_0 \ll v$, és így mondhatjuk, hogy U feszültség befutása után az elektron

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad (1)$$

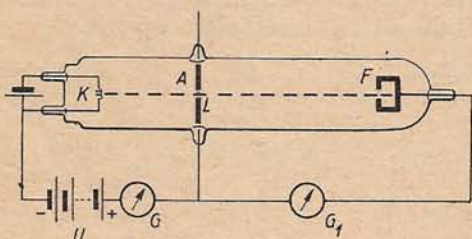
kinetikai energiára tesz szert (ha $v_0 = 0$). Az anódra ütköző elektronok mozgási



198,2. ábra

energiája nagyrészt hővé alakul, és ezért $U \approx 800-1000$ V-nál az anódlemez rövid idő alatt izzásba jöhet.

Ha átfűrt anódot alkalmazunk (198,3. ábra), az elektronok az L lyuk mögött — erőter hiányában — állandó v sebességgel repülnek a legközelebbi akadályig, pl. az F fémkamráig.¹ A kamra és az anód közé iktatott G_1 galvanométer áramot jelez, amelynek iránya valóban negatív töltésű részecskék mozgásának felel meg.



198,3. ábra

Ha F helyén fluoreszkáló ernyő van, az ebbe ütköző elektronnyaláb vagy elektron-sugár, amelyet történeti okokból *katód-sugárnak* is hívnak, fluoreszkáló foltot hoz létre. Az átfűrt anód mögött repülő részecskék állandó v sebességére fennáll az (1) egyenlet, vagy más alakban, az e , m , v ismeretleneket a bal oldalra rendezve:

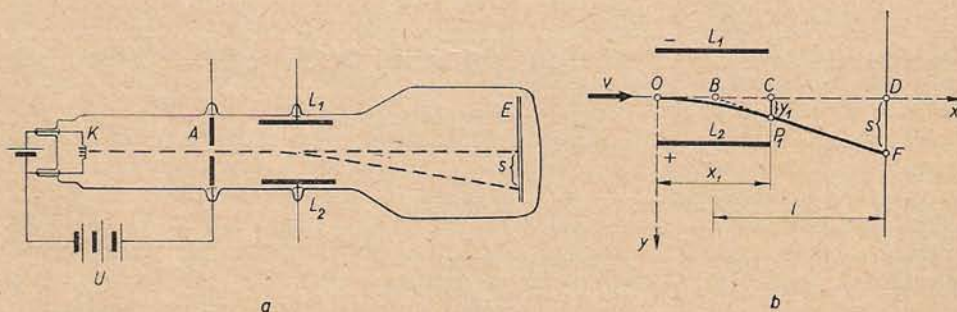
$$\frac{e}{m} \cdot \frac{1}{v^2} = \frac{1}{2U}. \quad (2)$$

Az ismeretlenek meghatározására további összefüggések szükségesek.

b) *Eltérítés transzverzális elektromos térben.* Ha az izzókatódos csőben az átfűrt A anód mögött levő L_1 és L_2 kondenzátorlapok között a részecskék mozgásirányára merőleges, homogén elektromos teret létesítünk (198,4a ábra), akkor az ernyőn a fluoreszkáló folt jól mérhető s távolsággal eltolódik. Az O pontba v sebességgel érkező részecske (198,4b ábra) a lemezek között az E térerősség hatására — a vízszintesen elhajított testhez hasonlóan — *parabolapályát* ír le, mert az x irányban egyenletesen, az y irányban pedig az állandó $a = eE/m$ gyorsulással mozog: $x = vt$,

$y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$. Innen a parabola egyenlete:

$$y = \frac{1}{2} \frac{eE}{mv^2} x^2; \text{ a } P_1(x_1, y_1) \text{ pontra nézve } y_1 = \frac{1}{2} \frac{eE}{mv^2} x_1^2. \quad (3a-b)$$



198,4. ábra

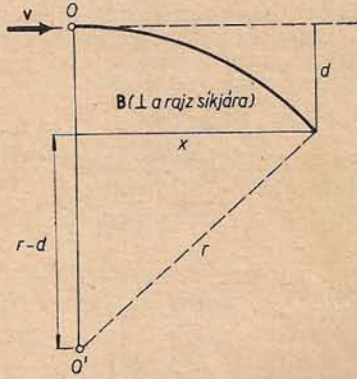
¹ Egyszerű fémlap helyett most azért kell fémkamrát alkalmazni, mert egyébként a fémbe ütköző elektronok által a fémből kiváltott és minden irányban szétszóródó *szekunder elektronok* zavarólag hatnának.

A részecske a parabola P_1 pontjához tartozó érintő mentén jut az ernyő F pontjába. Az érintő, mint könnyen kimutatható, az x tengelyt a $B(x_1/2, 0)$ pontban metszi,² úgyhogy a BCP_1 és BDF hasonló háromszögekből $y_1 = sx_1/2l$. Ha ezt (3b)-be helyettesítjük, és az ismeretleneket a bal oldalra rendezzük, az

$$\frac{e}{m} \cdot \frac{1}{v^2} = \frac{s}{Ex_1 l} \quad (4)$$

összefüggést kapjuk, amelyből azonban — miként (2)-ből — szintén csak az e/mv^2 kifejezés határozható meg.

c) *Eltérítés transzverzális mágneses térben.* Tegyük fel, hogy az evakuált csőben az O pontba v sebességgel érkező részecske az O -tól a fluoreszkáló ernyőig a homogén, v -re és a 198,5. ábra síkjára merőleges, B indukciójú mágneses térben mozog. A részecskére ekkor (184,6) szerint az $F = (-e/c)[vB]$ (CGS), ill. $F = -e[vB]$ (MKSA) Lorentz-erő hat, amely, mivel merőleges v -re, a sebességnek csak az irányát változtatja meg. Ezért az alapul vett esetben a részecske állandó v nagyságú sebességgel egy r sugarú *körív* mentén mozog, amikor is az O' középpont felé irányuló, mv^2/r nagyságú centripetális erő nyilván nem más, mint a Lorentz-erő:



198,5. ábra

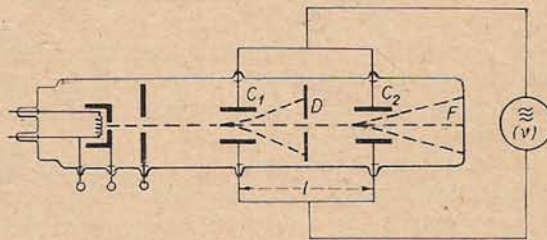
$$m \frac{v^2}{r} = \frac{e}{c} vB \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad m \frac{v^2}{r} = evB \quad (\text{MKSA}). \quad (5)$$

Átrendezve:

$$\frac{e}{m} \cdot \frac{1}{v} = \frac{c}{Br} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \frac{e}{m} \cdot \frac{1}{v} = \frac{1}{Br} \quad (\text{MKSA}). \quad (6)$$

A jobb oldalon mérhető mennyiségek állnak, ti. a kör r sugara a fluoreszkáló folt d eltolódásával és az x távolsággal — az $r^2 = (r-d)^2 + x^2$ egyenletből — kifejezhető. Így a (6) és (2) vagy a (6) és (4) egyenletből e/m és v kiszámítható.

d) *A sebesség közvetlen mérése is lehetséges a 198,6. ábrán vázolt „sebességszűrő módszerrel” (KIRCHNER, 1931.).* Az izzókatódos cső a szokásos alkatrészekon kívül a D diafragmát és a C_1, C_2 kondenzátorokat tartalmazza, amelyek sarkaira elektroncsöves generátorból nagy ν frekvenciájú ($T=1/\nu$ rezgésidő), szinuszosan változó feszültséget kapcsolunk. A D diafragmán nyilván csak azok az elektronok jutnak keresztül, amelyek a C_1 -en olyan időpont-



198,6. ábra

² A kérdéses érintő egyenlete (3a) alapján: $y - y_1 = (eE/mv^2)x_1(x - x_1)$, ebből és (3b)-ből pedig $y=0$ -ra valóban $x=x_1/2$ adódik.

ban haladtak át, amikor C_1 sarkai közt a feszültség zérus volt. Ezeket az elektronokat a C_2 kondenzátor csak akkor nem téríti el, ha áthaladásuk pillanatában C_2 feszültsége zérus, vagyis ha az elektronok a C_1 és C_2 közti l távolságot $T/2$ idő (vagy ennek egész számú többszöröse) alatt teszik meg. A generátor frekvenciájának változtatásával ez az eset — amikor ti. a fluoreszkáló ernyőn nem mutatkozik eltérítés — megvalósítható, és ha a megfelelő rezgésidő T , a keresett sebesség: $v=2l/T$. A v ismeretében (2)-ből az e/m is meghatározható.

Az elektromos és mágneses terekben való eltérítés fenti és más hasonló módszerei általában nemcsak elektronok, hanem más töltéshordozók — ionok — esetében is alkalmazhatók az e/m és a v meghatározására (l. később).

3. Az elektron töltése, tömege és sebessége. Az eltérítési kísérletek mindenekelőtt azt mutatták, hogy az ernyőn az eltérítéskor észlelt fluoreszkáló folt ugyanolyan éles — nem elmosódottabb —, mint az eltérítés nélküli. Ebből arra következtethetünk, hogy a sugárnyaláb mindegyik elektronjának fajlagos töltése és sebessége ugyanaz.

A jelenleg legpontosabbnak elfogadott mérések szerint ($U \lesssim 1000$ V gyorsító feszültség esetén) az elektron fajlagos töltésének nagysága:

$$\left(\frac{e}{m}\right)_{e1} = 5,273 \cdot 10^{17} \frac{\text{franklin}}{\text{g}} = 1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{coulomb}}{\text{kg}} = 1836 \left(\frac{e}{m}\right)_{\text{H}^+}, \quad (7)$$

a hidrogénion fajlagos töltésének 1836-szorosa, l. (188,11).

Külön a töltésről és a tömegről az eltérítési kísérletek nem nyújtanak felvilágosítást, de számos másfajta tapasztalat — pl. a Millikan-kísérlet (162. §) és az a tény, hogy a vákuumból igen vékony lemezen át gázba bocsátott elektronok hatására egyértékű gázionok képződnek — azt bizonyítja, hogy az elektronnak egy negatív elemi töltése van. Ezzel a tömeg (7)-ből adódik, úgyhogy az elektron

$$-e = -4,803 \cdot 10^{-10} \text{ franklin} = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb} \quad (8)$$

töltésű és

$$m_0 = 9,109 \cdot 10^{-28} \text{ g} = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (9)$$

tömegű — a hidrogénatomnál 1837-szer „könnyebb” — részecskének tekinthető (m_0 az elektron nyugalmi tömege, l. alább).

Az (1) alatti $mv^2/2 = eU$ összefüggés értelmében egy $v_0 \approx 0$ kezdősebességű elektron sebessége az U ($\lesssim 10\,000$ V) gyorsító feszültség szabad befutása után:

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U}, \quad \text{vagy [(7) miatt]} \quad v = 5,93 \cdot 10^5 \sqrt{U_V} \text{ ms}^{-1}, \quad (10a-b)$$

ahol U_V a voltban kifejezett feszültség számértéke ($U = U_V$ volt). Eszerint pl. $U = 1$ V mellett $v \approx 600$ km/s, $U = 10\,000$ V mellett $v \approx 60\,000$ km/s $\approx 0,2c$. Szokásos kifejezéssel élve, az elektron „voltsebessége” az első esetben 1 V, a másodikban 10 000 V, általában U_V volt.

Az elektron U feszültség befutásakor eU energiára (energianövekedésre), speciálisan 1 V feszültség befutásakor $e \cdot 1 \text{ V} = 1,602 \cdot 10^{-19}$ AsV energiára tesz szert. Ez az elektron- és az atomfizikában igen gyakran használatos energiaegység az elektronvolt:

$$1 \text{ elektronvolt (eV)} = 1,602 \cdot 10^{-12} \text{ erg} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Ws}. \quad (11)$$

Az e/m -mérések arra a meglepő eredményre vezettek, hogy az U gyorsító feszültségnek, azaz a v sebességnek növekedésével e/m csökken. Az elemi töltést változat-

lannak feltételezve, e/m csökkenését a *sebességgel való tömegnövekedésnek* tulajdonítjuk, összhangban a (később ismertetendő) *relativitáselmélet* ama eredményével, amely szerint egy v sebességgel mozgó test tömege:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}; \quad (12)$$

itt c a fény sebessége vákuumban, m_0 a $v=0$ (ill. $v \ll c$) sebességhez tartozó „nyugalmi tömeg”, amelyet az elektron esetében (9) ad meg. Az újabb, igen pontos e/m -mérésekből kapott m , ill. m/m_0 értékek jó megegyezésben vannak (12)-vel.

Az *elektron sebességének és tömegének a gyorsító feszültséggel való változását* a táblázat illusztrálja, amelyben v/c és m/m_0 értékei az alábbi (15a-b) „relativisztikus formulákból” számított értékek.

| U [V] | 1 | 10 | 10^2 | 10^3 | 10^4 | 10^5 | 10^6 | 10^7 | 10^8 |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| v/c | 0,00198 | 0,00625 | 0,0198 | 0,0625 | 0,195 | 0,548 | 0,941 | 0,999 | 0,999.. |
| m/m_0 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,002 | 1,020 | 1,196 | 2,958 | 20,58 | 196,8 |

A relativitáselmélet szerint az (1) vagy (10) alatti $mv^2/2 = eU$ helyett az egzakt összefüggés: $mc^2 - m_0c^2 = eU$, vagy (12) miatt

$$m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1 \right) = eU, \quad (14)$$

amelyből v/c könnyen kifejezhető mint U függvénye. Így e/m_0 és c ismert értékeivel, valamint a voltban kifejezett U feszültség U_v számértékével ($U = U_v$ volt) adódik:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + 1,958 \cdot 10^{-6} U_v)^2}}, \quad \text{és (12)-vel } \frac{m}{m_0} = 1 + 1,958 \cdot 10^{-6} U_v. \quad (15a-b)$$

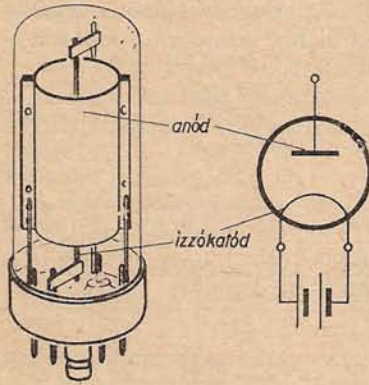
199. §. A vákuumban mozgó elektronok néhány alkalmazása: elektroncső (dióda), katódsugár-oszcilloszkóp, elektronoptika, elektronmikroszkóp

1. A kételektrodos elektroncső (vákuumdióda) működésének alapelvét már a 198. §-ban megismertük. A cső egyik egyszerű kiviteli formája és jele a 199.1. ábrán látható. Az *izzókatód* anyaga a nagyobb teljesítményű csövekben rendszerint wolfram (*wolframkatód*), a közönséges csövekben pedig leggyakrabban bárium-, stroncium- és kalciumoxiddal bevont nikkel (*oxidkatód*, l. még 205. §). A katód lehet *közvetlen fűtésű* (199,1. ábra) vagy *közvetett fűtésű* (199,2. ábra). A közvetett fűtésű katód fő előnye, hogy nagy hőkapacitása folytán az izzításra váltakozó áram is használható anélkül, hogy ez a katód hőmérsékletében s így az elektronkibocsátásban zavaró ingadozásokat okozna.

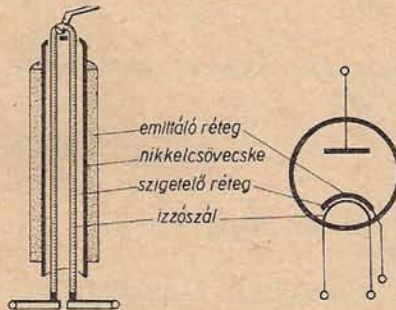
A 199,3. ábra szerinti kapcsolásban könnyen megvizsgálható az I_a anódáram és az U_a anódfeszültség kapcsolata állandó T katódhőmérséklet, azaz állandó U_f fűtőfeszültség, ill. I_f fűtőáram mellett. Az U_a változtatásával felvett görbe a dióda (I_a, U_a)-karakterisztikája (*jelleggörbéje*). A 199,4. ábra két-két ilyen görbét tüntet fel két különböző hőmérsékletű wolfram- és oxidkatódra vonatkozólag. A negatív U_a -kra is kiegészített karakterisztika — pl. az *ABC* görbe — három szakaszra osztható.

a) Az *AB* indulási szakaszból láthatóan igen csekély anódáram még $U_a = 0$ -nál, sőt kis negatív anódfeszültségek mellett is folyik. Értelmezés: az izzókatódból kilépő elektronok közül némelyek elegendő nagy sebességgel rendelkeznek ahhoz, hogy még ellenfeszültség esetén is az anódra jussanak.

b) A *BC* tértöltési szakaszban döntő szerepe van annak, hogy az izzókatódból kilépő és a katód közelében még kis sebességű elektronok a katód körül „elektronfelhőt” vagy negatív tértöltést képeznek. Kis anódfeszültség esetén ez a tértöltés a katódból kilépő újabb elektronokat (a nagyobb sebességűek kivételével) visszahajtja a katódra, ti. az anód vonzó hatása nem érvényesülhet, mert az anódról kiinduló erővonalak a negatív tértöltésben végződnek, nem érnek el a katódig. Az anódfeszültség növelésével a tértöltés fékező befolyása nyilván csökken, tehát az anódáram nő.



199,1. ábra



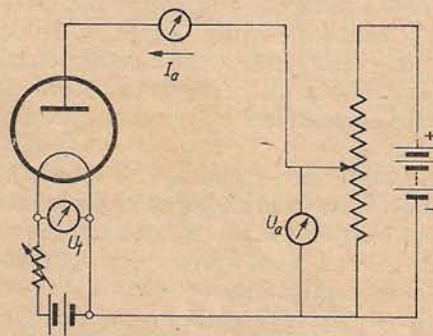
199,2. ábra

c) A *CD* telítési szakasz — wolframkatód esetében — annak felel meg, hogy elegendő nagy anódfeszültségtől kezdve a tértöltés fékező hatása teljesen megszűnik, a katódból kilépő összes elektronok igen gyorsan az anódra jutnak. Az így létrejövő telítési áram erőssége a katód hőmérsékletétől, anyagától és nagyságától függ (205. § 2.). Az oxidkatódok esetében a telítési áram nem érhető el, mert a katódbevonat már kisebb anódáramnál lerepül a tartó fémről.

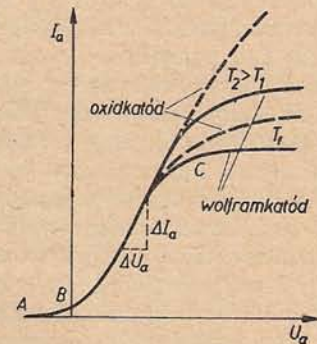
Az I_a és U_a kapcsolatára egyik szakaszban sem érvényes az Ohm-törvény. A legfontosabb tértöltési szakaszban I_a közelítőleg az U_a 3/2-ik hatványával arányos; ez az elméletileg is levezethető Langmuir—Schottky-féle tértöltési törvény:

$$I_a = KU_a^{3/2}, \quad (1)$$

ahol K az elektródok alakjától és méreteitől függő állandó.



199,3. ábra

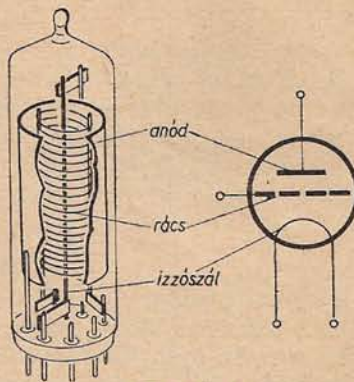


199,4. ábra

A karakterisztika közelítőleg lineáris szakaszának iránytangensét, vagyis (199,4. ábra) $S = \Delta I_a / \Delta U_a$ -t a dióda meredekségének, reciprokát pedig, $R_p = \Delta U_a / \Delta I_a$ -t a dióda belső ellenállásának hívjuk.

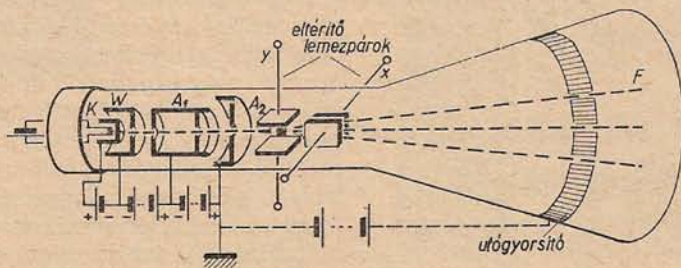
Mivel az előzők szerint a diódán gyakorlatilag csak pozitív anódfeszültség esetén folyik át áram, a dióda fő alkalmazási területe a váltakozó áramok és nagyfrekvenciájú rezgések egyenirányítása (részletesebben l. később).

Az elektroncső azóta vált rendkívül jelentős eszközzé, miután felismerték (LENARD, LIEBEN, DE FOREST és mások, 1903-tól), hogy ha a katód és az anód között egy hálószerű harmadik elektródot, ún. *rácst* helyeznek el, akkor a rác és katód közé iktatott feszültség változtatásával az anódáram változtatható vagy „vezérelhető”. Az ilyen *három-elektrodos* vagy *egyrácsos elektroncső* (vákuumtrióda, egyik kiviteli formája és jele a 199,5. ábrán látható) és a több rácscs csövek különösen fontosak az erősítés és a rezgéseltetés szempontjából, s ezért tulajdonságaikkal behatóbban majd a megfelelő fejezetekben foglalkozunk.



199,5. ábra

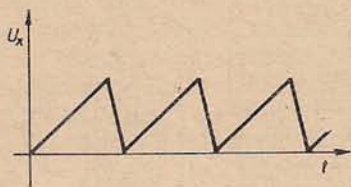
2. A katódsugár-oszcilloszkóp fő részét képező *katódsugárcső* egyik modern változatát — az elektrosztatikus eltérítésre vonatkozó 198,4a ábrán megismert vákuumcső továbbfejlesztett alakját — a 199,6. ábra mutatja. A közvetett fűtésű *K* katód közelében levő, megfelelő kiképzésű és feszültségű elektródok (a *W* Wehnelt-henger



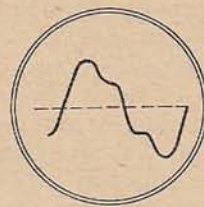
199,6. ábra

és az A_1, A_2 első és második anód, amelyek mint „elektromos lencsék” hatnak — l. alább —, és *K*-val együtt az ún. *elektronágyút* képezik) a *K*-ból kilépő elektronok nyalábosítására és *fokuszálására* szolgálnak: az *F* fluoreszkáló ernyőn éles, változtatható átmérőjű és fényességű folt hozható létre. További elektródok: az elektron-sugár függőleges (y) és vízszintes (x) irányú eltérítésére alkalmas lemezpár, továbbá az esetleges „utógyorsító” elektród.

Ha az y lemezpárra időben gyorsan változó $U_y = U_y(t)$ feszültséget — pl. 50 hertzes „váltakozó feszültséget” — kapcsolunk, akkor az ernyőn az előzőleg pontszerű folt függőleges vonallá húzódik szét; ezt forgótükörben szemlélve, az U_y időbeli lefolyásának megfelelő görbét látjuk. A forgótükör azonban mellőzhető, mert

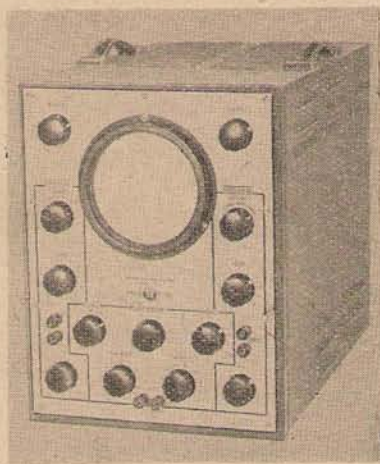


199,7. ábra

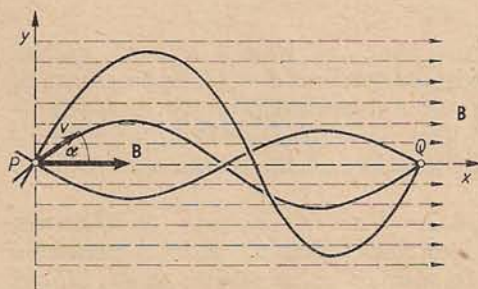


199,8. ábra

szerepét átveszi az x lemezpár, ha erre olyan U_x feszültséget viszünk, amely a 199,7. ábra szerint az idővel arányosan nő, majd hirtelen zérusra csökken, azután ismét nő stb. Az ilyen feszültség (elektromos *fűrészrezgés* vagy „*kipp-rezgés*”) egyedüli hatására a folt vízszintes irányban pl. balról jobbra egyenletesen végigfut az ernyőn, majd visszaugrik, és ez a mozgás periodikusan ismétlődik. Rákapesolva most az y lemezpárra a vizsgálandó U_y feszültséget, az ernyőn az $U_y(t)$ görbe látható (pl. 199,8. ábra). Ha $U_y(t)$ periodikusan, ν_y frekvenciával változó feszültség, akkor a fűrészrezgések ν_x frekvenciáját ν_y -nal egyenlőnek választva (*szinkronizálás*), az ernyőn „álló” képet kapunk, nevezetesen az $U_y(t)$ görbe egy periódusát (a $\nu_x = \nu_y/2$, $\nu_y/3$, ... választás esetén pedig 2, 3, ... periódusnak megfelelő szakaszát).



199,9. ábra

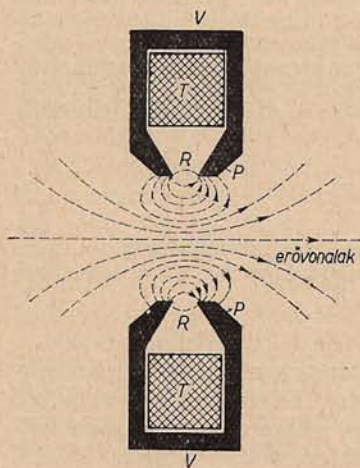


199,10. ábra

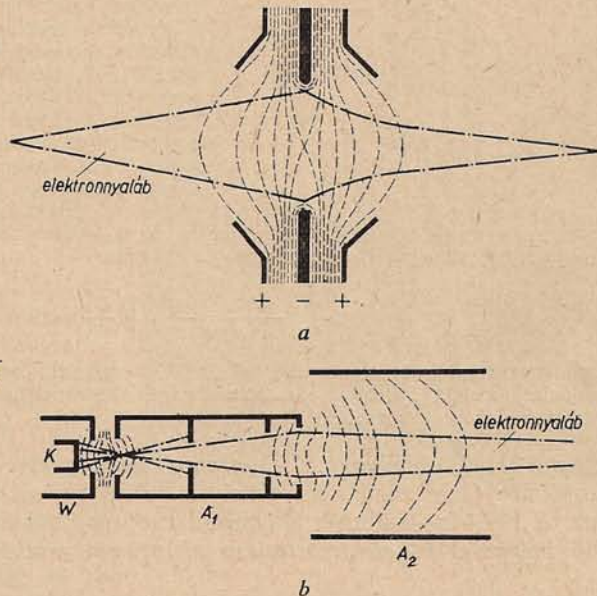
A katódsugárcsőből és a szükséges segédberendezésekből (a hálózati feszültséget a szükséges feszültségekkel átalakító egységek, az elektroncsöves fűrészrezgés-keltő, szinkronizáló és erősítő készülékek) összeállított, ill. egybeépített *katódsugaras oszcilloszkóp* vagy *oszcillográf* (199,9. ábra) az elektronok rendkívül kis tehetetlensége folytán igen nagy frekvenciájú ($\approx 10^7$ Hz-ig) rezgések vizsgálatára is felhasználható, és a nagyon sok irányú alkalmazási lehetőség miatt a fizikai és technikai laboratóriumoknak szinte nélkülözhetetlen műszere.

3. Elektronoptika; elektronmikroszkóp. Homogén, B indukciójú mágneses tér P pontjába érkezenek elektronok egyenlő nagyságú, de különböző irányú, a B -vel *kis* α szögeket bezáró v sebességgel (199,10. ábra). Ezek az elektronok a sebességük-höz viszonyítva lényegileg *longitudinális mágneses térben* — mint alább kimutatjuk — *csavarvonal-pályán* mozognak, és pedig úgy, hogy később mind *egy* Q ponton haladnak át. A mágneses tér tehát a P „tárgyponton” átmenő elektron-

sugarakat hasonlóan egyesíti a Q „képpontban”, mint egy optikai lencse a fénysugarakat, és ezért azt mondjuk, hogy az említett mágneses tér vagy az ezt létrehozó áramtekercs *mágneses (elektron)lencse* (BUSCH, 1926). A gyakorlatban, pl. az elektronmikroszkópban alkalmazott mágneses lencsék rendszerint a 199,11. ábrán vázolt típusúak: azáltal, hogy a rövid tekercset (T) vasköpeny (V) veszi körül, amelynek pólussarui (P) rést (R) alkotnak, kis tartományon belül igen erős, forgásszimmetrikus mágneses tér állítható elő, és a lencse *fókusz távolsága* milliméteres nagyságrendűre csökkenthető.



199,11. ábra



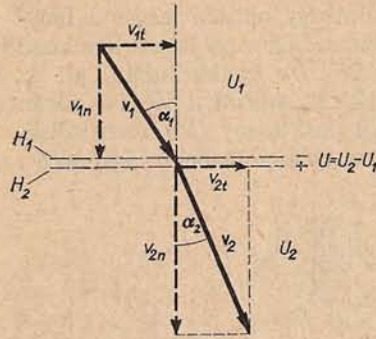
199,12. ábra

Forgásszimmetrikus elektromos terek *elektromos (elektrosztatikus) elektronlencsék*et képeznek. Ezekre a körgyűrűlemezekből vagy fémcsövekből összeállított lencsékre a 199,12. ábra mutat két példát: *a)* egy háromelektrodos „egyes lencse”, *b)* pedig a katódsugárcső elektronágyújának „immerziós lencserendszere”; a szaggatott vonalak az erőter ekvipotenciális felületeit vázolják.

A 199,10. ábrával kapcsolatos tétel bizonyítása céljából bontsuk fel a P -be érkező egyik elektron v sebességét a B -vel párhuzamos v_x és az erre merőleges v_y vektorok összegére ($v = v_x + v_y$; $v_x = v \cos \alpha$, $v_y = v \sin \alpha$). Az elektronra ható $F \sim e[vB]$ Lorentz-erő a v_x -et nem, a v_y -nak pedig csak az irányát változtatja meg úgy, hogy ha $v_x = 0$ lenne, az elektron a P -n átmenő és B -re merőleges síkban egyenletes körmozgást végezne, a (198,5)-ből adódó ω szögsebességgel és T keringési idővel:

$$\omega = \frac{v_y}{r} = \frac{e}{m} B, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{(e/m)B} \quad (\text{MKSA}). \quad (2a-b)$$

A körmozgás és az x irányú egyenletes mozgás összetevődése folytán az elektron nyilván csavarvonal mentén mozog, és a P pontból T idő alatt a P -n átmenő B -vonalnak (az x egyenesnek) abba a Q



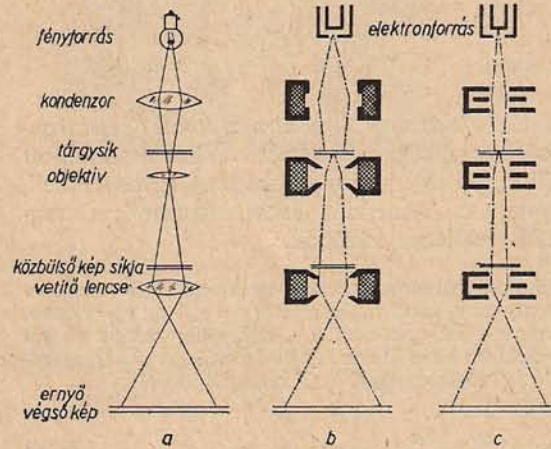
199,13. ábra

$v_{2t} = v_{1t}$, a sebesség nagyságát azonban megnöveli az energiatételből következő $mv_2^2/2 - mv_1^2/2 = eU$ egyenletnek megfelelően. Az ábra alapján az α_1 beesési és az α_2 törési szögre vonatkozólag $\sin \alpha_1 = v_{1t}/v_1$, $\sin \alpha_2 = v_{2t}/v_2$, úgyhogy $v_{2t} = v_{1t}$ miatt

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}} = \text{const.}^1 \quad (4)$$

Ez a formailag a fénytörés törvényének (96. § 3.) megfelelő összefüggés érthetővé teszi azt a szoros analógiát, amely az optika és az elektronsugarak elektromágneses terekben való viselkedését tanulmányozó elektronoptika között fennáll.

Az 1931-től kifejlesztett elektronmikroszkóp elvi felépítése teljesen hasonló a projekciós (azaz okulárlencse helyett vetítő lencsét tartalmazó) fénymikroszkópéhoz. A 199,14a–c ábra a fénymikroszkóp és a mágneses, ill. elektromos lencséből álló mágneses és elektrosztatikus elektronmikroszkóp szerkezetét és a megfelelő



199,14. ábra

„sugármenetet” vizsgálja, a 199,15. ábra pedig egy mágneses elektronmikroszkóp fényképe. Az izzókatódból kilépő és 50–100 kV feszültséggel felgyorsított elektronokat a mágneses vagy elektromos kondenzorlencse a tárgyra — az igen vékony, hártyszerű készítményre — összpontosítja. A tárgy különböző részletei az elektronokat különböző mértékben nyelik el és szórják szét, s így a tárgylencse, azáltal, hogy a tárgy egy-egy pontjáról jövő divergens nyalábot ismét egy-egy pontban egyesíti, létrehozza a tárgy „elektronoptikai képét”. Erről a nagyított „közbülső

¹ U_1 és U_2 az $mv_1^2/2 = eU_1$ és $mv_2^2/2 = eU_2$ egyenletekkel értelmezhetők, és a v_1 , ill. v_2 sebességű elektron „voltsebességének” foghatók fel, I. 198. 3§.

pontjába jut, amelynek P -től való távolsága:

$$\overline{PQ} = v_x T = v T \cos \alpha.$$

A feltételezett kis α „beesési szögeknél” a

$$\overline{PQ} = v T = \frac{2\pi v}{(e/m) B} \quad (\text{MKSA}) \quad (3)$$

távolság független az α -tól, vagyis a kis nyílásszögű nyaláb mindegyik elektronja valóban a Q ponton megy át.

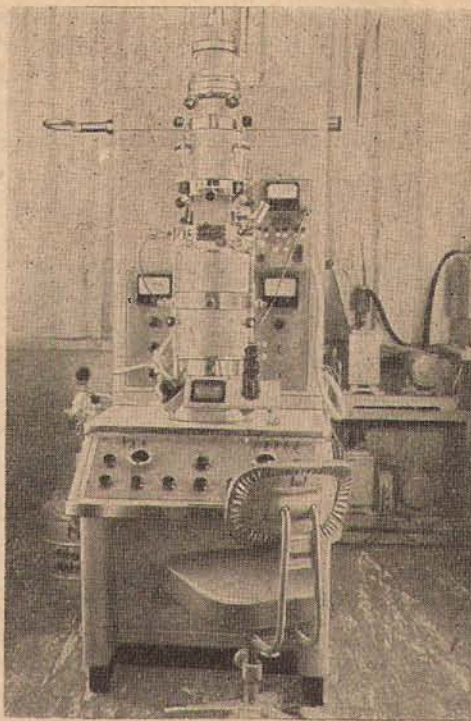
Az elektronoptika törési törvénye. Érkezzék egy elektron állandó v_1 sebességgel, α_1 beesési szög alatt a finom szövésű H_1, H_2 dróthálók közti vékony réteg elülső felületére (199,13. ábra). H_2 és H_1 közt legyen $U = U_2 - U_1$ feszültség, a rétegen kívüli 1 és 2 térrészben pedig, ahol a potenciál az U_1 , ill. U_2 állandó érték, a térerősség zérus. A H_1 és H_2 közti elektromos tér az elektron sebességének érintőleges komponensét nem változtatja meg:

képről” vagy egy részletéről állítja elő a vetítőlencse a fluoreszkáló ernyőn vagy a fényképező lemezen az újból felnagyított végső képet. (Az ún. *emissziós mikroszkópban* a vizsgált tárgy maga az elektronbocsátó katód.)

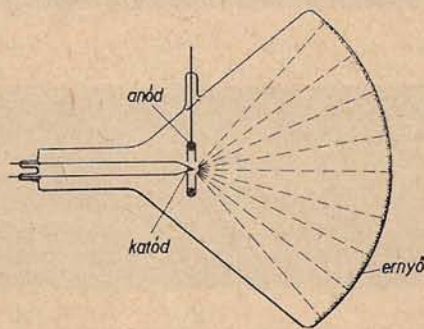
Az a körülmény, hogy a preparátumokat, metszeteket a készülékben fenn tartandó nagy vákuumban kell elhelyezni, és azoknak $0,1-0,2 \mu$ -nál vékonyabbaknak kell lenniök, a vizsgálható tárgyak tekintetében korlátozást jelent, ill. különleges előkészítési eljárásokat tesz szükségessé. Pl. vastagabb tárgyak felületéről igen vékony hártýára lenyomatot készítenek, és ezt a „replikát” teszik a készülékbe.

Az elektronmikroszkóp nagy előnye a fénymikroszkóppal szemben a sokkal jobb *feloldóképesség*. A fénymikroszkóp feloldási határa: $d \approx 2000 \text{ \AA}$ (a tárgynak ennél közelebb levő két pontja nem választható szét), viszont a mai elektronmikroszkópokkal — később kifejtendő okokból — $d \approx 5 \text{ \AA}$ is elérhető, a hasznos *nagyítás* pedig meghaladhatja a 200 000-szerest, a fénymikroszkópnál alkalmazott maximális nagyítás százszorosát. Így érthető, hogy az elektronmikroszkóp, amellyel már egyes makromolekulák és különböző vírusok is láthatóvá tehetőek, rendkívüli jelentőségű az anyagszerkezet-kutatásban, a biológiában és az orvostudományban egyaránt.

A hideg- vagy téremisszió (198. § 1) alapuló *tér-elektronmikroszkóp* (MÜLLER, 1937) szerkezetét a 199,16. ábra vázolja. A nagy vákuumban katódként alkalmazott finom fémcsúcsról — kb. 10^{-5} cm sugarú félgömbörről — az ottani igen nagy térerősség (10^7-10^8 V/cm) elektronokat vált ki, amelyek a csúcs felületére merőleges irányban a fluoreszkáló ernyőre jutnak. Ily módon az ernyőn kb. milliószoros nagyítású, a csúcs kristályszerkezetét vagy a csúcsra gőzölögtetett molekulák szerkezetét jellemző „projekciós kép” keletkezik; a feloldási határ: $d \approx 15 \text{ \AA}$. Itt említjük meg, hogy az eddigi legjobb feloldóképességű ($d \approx 3 \text{ \AA}$) mikroszkóp a *tér-ionmikroszkóp*, ill. a *protonmikroszkóp*, amely az előzőtől lényegileg abban különbözik, hogy a burában kb. 10^{-3} torr nyomású H_2 -gáz van, és a csúcs az anód. A csúcsba ütköző molekulák elektronok leadása révén pozitív ionokká (H^+ , H_2^+) válnak, és a csúcsról elrepülő ionok hozzák létre az ernyőn a képet.



199,15. ábra



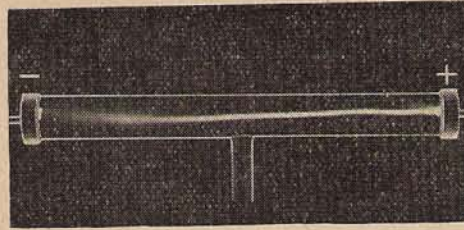
199,16. ábra

Az előzőkben (198—199. §) vázolt jelenségek és alkalmazások csak egy kis részét képezik a lényegileg szabadon mozgó elektronokkal és alkalmazásaikkal foglalkozó *elektronfizika*, ill. *elektronika* rendkívül nagy és jelentős tárgykörének.

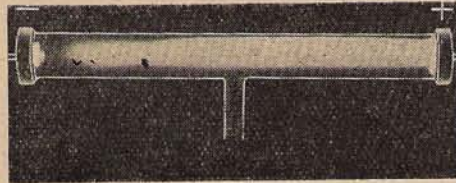
200. §. Önálló vezetés ritkított gázokban; ködfénykisülés, katódsugarak és csősugarak

1. *Ködfénykisülés.* a) *A főbb jelenségek.* Kb. 50 cm hosszú és 3 cm átmérőjű üvegcsövet az oldalsó toldalékon át kössünk össze légszivattyúval, és a cső két végébe forrasztott elektródokra adjunk — árammérő és ellenállás közbeiktatásával — több ezer voltos feszültséget. Ha a csőben levő levegő nyomását 1 atm-ról fokozatosan csökkentjük, kezdetben a vezetés semmilyen jelét sem észleljük, csak kb. 40 torr nyomáson indul meg az áram (≈ 1 mA), és ettől kezdve a csőben jellegzetes fénymegjelenések mutatkoznak (200,1a—d ábra). $p \approx 40$ torr-nál az elektródok között vékony, szikrához hasonló piros „fény-szál” húzódik át, amely a nyomás további csökkentésével kiszélesedik, majd néhány torr nyomáson betölti a cső egész keresztmetszetét, a hosszirányban pedig világosabb és sötétebb rétegek különböztethetők meg. A rétegződés kb. 1 torr—0,5 torr nyomáson a legtagoltabb. Csökkenő nyomáson az anódhoz csatlakozó „fényoszlop” egyre inkább összehúzódik, a katód oldalán a fény előrenyomul, de mindinkább gyengül. A cső belsejében fénymegjelenés 0,01 torr nyomáson már alig, 10^{-3} — 10^{-4} torr-nál pedig egyáltalában nem észlelhető, viszont az üvegcső fala, különösen a katóddal szemközti rész zöld színben fluoreszkál (feltéve, hogy a feszültség elég nagy az áram fenntartásához). A ritkítás további fokozásával a kisülés megszűnik.

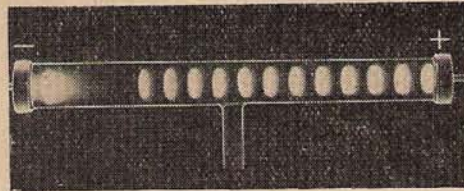
A vizsgált esetben 1 torr nagyságrendű nyomáson fellépő ködfénykisülés (*csillókisülés*, *parázsfény-* vagy *glimmkisülés*) részei $p \approx 0,5$ torr-nál a következők (200,2. ábra). A katódot borító vékony, pirosas hártya a *katódfény* (1), az ehhez csatlakozó, viszonylag sötét rész a *sötét katódtér* (2), amelyet a katód felől élesen határolt és az anód felé elmosódó, kékes *negatív ködfény* (3), majd a *Faraday-féle*



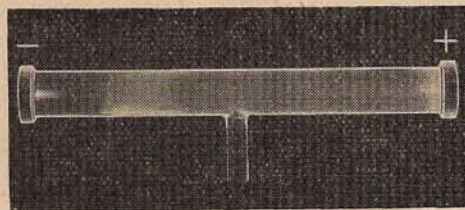
a



b



c



d

200,1. ábra

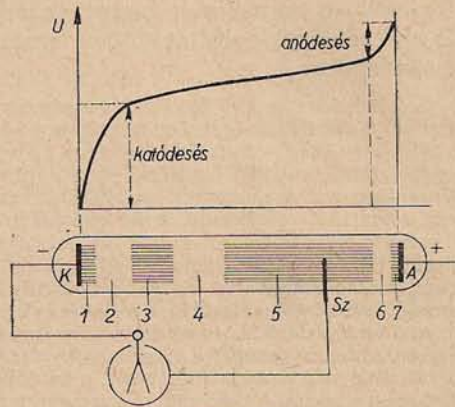
sötét tér (4) követ; a cső legnagyobb részét a rózsaszínű pozitív oszlop, más néven plazma (5) tölti ki — amely gyakran rétegzett, miként a 200,1c ábra esetében is —, és ezt olykor a sötét anódtér (6) választja el az anódfény (7) borított anódtól.¹ A fényjelenségek említett színei levegőre vonatkoznak, más gázokban a színek általában mások,² a kisülési cső fényének spektruma a gázra jellemző.

Fontos kísérleti tény, hogy a ködfénykisülésben a gázoszlop menti feszültségváltozás, amely az ábra szerint a cső különböző részeibe benyúló „drótszondák” (Sz) és elektrométer segítségével vizsgálható, nem egyenletes. A teljes feszültség túlnyomó része a negatív ködfény és a katód közti rövid szakaszra, lényegében a sötét katódtérre esik; ez a feszültség az ún. katódesés.

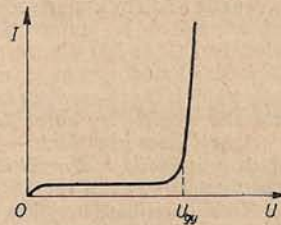
A cső további részében a feszültség csak lassan nő, egyedül az anód közelében van jelentősebb emelkedés, az „anódesés”.

Ha $p \approx 1$ torr nyomásnál az elektródokra kapcsolt U feszültséget zérusról kiindulva növeljük, kezdetben csupán rendkívül gyenge, csak speciális műszerekkel mérhető áramot kapunk. Az ennek megfelelő Townsend-féle vagy sötét kisülés bizonyos U_{gy} gyújtófeszültség túllépésekor megy át a ködfénykisülésbe (200,3. ábra), amely az U_{gy} -nél kisebb égési feszültség mellett stationáriusan fennmarad, és csak az ez alá eső kioltási feszültségnél alszik ki.

b) A ködfénykisülés mechanizmusa. A gázban a radioaktív és a kozmikus sugárzás miatt mindig vannak, bár viszonylag elenyésző számmal, töltéshordozók (197. §), és kis feszültségeknél — a 200,3. ábra 0 és U_{gy} közötti szakaszán — ezek közvetítik az igen gyenge telítési árammal járó és tulajdonképpen nem önálló sötét kisülést. A feszültség növelésével egyre gyorsabban mozgó töltéshordozók bizonyos feszültségnél akkora energiára tesznek szert, hogy a gázmolekulákba (és az elektródokba) való ütközéssel újabb töltéshordozókat keltenek; az utóbbiak hasonló módon további töltéshordozókat hoznak létre stb., és így eme ütközési ionizáció folytán a töltéshordozók száma lavinaszerűen növekszik. Ekkor az áram a sötét kisülés elenyésző áramánál több nagyságrenddel nagyobb lesz, bekövetkezik a „gyújtás”. Az egyidejűleg fellépő fényjelenségek annak tulajdonítandók, hogy elegendő nagy energiájú ütközések hatására a gázmolekulák — miként azt az atomfizikában látni



200,2. ábra



200,3. ábra

¹ A kisülés egyes részeinek más elnevezései: 1 az (első) katódréteg; 2 a Hittorf-, ill. Crookes-féle vagy első sötét tér; 4 a második sötét tér, 6 az anódréteg. — Némely gázban előfordulhat, hogy a K katódot az 1 katódfénytől az igen vékony Aston-féle sötét tér választja el.

² A két fő világító rész a negatív ködfény és a pozitív oszlop, amelyek pl. a neonban sárga, ill. vörös, a higanygőzben pedig sárgásfehér, ill. kék színűek.

fogjuk — a normálisnál nagyobb energiájú, ún. gerjesztett állapotokba juthatnak, és ezekből fénykibocsátás közben térnek vissza kisebb energiájú állapotokba, ill. az alapállapotba.

Kissé részletezve, a ködfénykisülés mechanizmusában a pozitív ionok és az elektronok szerepe a következő. Kellő feszültség mellett a kezdetben meglévő pozitív ionok akkora energiával ütköznek a katódra, hogy abból elektronokat váltanak ki, ezek pedig csakhamar akkora sebességre tesznek szert, hogy a gázmolekulákból ütközéssel újabb pozitív ionokat és elektronokat keltenek. (A gázmolekulákat lényegében csak az elektronok ionizálják, az ionok sokkal kisebb sebességük miatt nem.) Ez az ütközési ionizáció a sötét katódtér anód felőli határán indul meg; ezt bizonyítja, ill. ennek tulajdonítandó a katód felől élesen határolt negatív ködfény keletkezése. A negatív ködfényben létrejövő elektronok és pozitív ionok közül az előbbieket kisebb tömegük folytán sokkal gyorsabban haladnak az anód felé, mint az utóbbiak a katód felé, és így a negatív ködfényben, különösen a katód felőli határán pozitív ionokból álló tértöltés alakul ki. E tértöltés és a katód között nagy a télerősség, tehát nagy a feszültség, az említett katódosés is. A katódosés, ill. az ennek megfelelő sötét katódtér a ködfénykisülés keletkezése és fenntartása szempontjából a legfontosabb rész,³ mert ebben nyerik a katód felé haladó pozitív ionok a katódtól való elektronkiváltáshoz, a katódtól kilépő elektronok pedig az ütközési ionizációhoz szükséges energiát. A bekövetkező stacionárius állapotban az időegység alatt a pozitív ionok a katódtól akkora n számú elektront szabadítanak ki, amennyi elektron ütközési ionizációval éppen n további elektron kiszabadításához szükséges számú pozitív iont hoz létre.

A negatív ködfényben az elektronok a molekulák ionizálása és gerjesztése miatt veszítenek sebességükből, de a Faraday-féle sötét térben felgyorsulva, a pozitív oszlopban újból ionizálnak és gerjesztenek molekulákat. A pozitív oszlop mentén lényegében egyenletes potenciálváltozás (200.2. ábra) arra mutat, hogy a pozitív oszlopban, bár ez sok elektront és pozitív iont tartalmaz, gyakorlatilag nincsen tértöltés, azaz bármely térfogatrészben a pozitív és negatív töltések algebrai összege gyakorlatilag zérus. Az ilyen, erősen ionizált gázt — általában elektronok, ionok, semleges molekulák és atomok „kvázi-neutrális” keverékét — plazmának nevezzük. A pozitív oszlopon kívül plazmát képeznek pl. az igen nagy hőmérsékletű (explózióknál, atombomba-robbantáskor keletkező) gázok is. A plazma, amelyet különleges tulajdonságai miatt sokan negyedik halmazállapotnak tekintenek, a legújabb kutatások előterében áll.

A ködfénykisülésre vonatkozó számos tapasztalat közül még a következőket említjük meg. Amíg a negatív ködfény csak részben fedi be a katódot, addig a fellépő normális katódosés független a gáz nyomásától és az áramerősségtől, csak a gáz és az elektródok anyagi minőségétől függ; értéke általában 60 és 500 V között van. Az áramerősség növekedésével a negatív ködfény egyre jobban bevonja a katódot, és ha azt már teljesen körülburkolta, az ettől kezdve a gáz nyomásától és az áramerősségtől is függő anomális katódosés a normálisnál sokkal nagyobb: több ezer volt. A kétféle katódosésnek megfelelően normális és anomális ködfénykisülést lehet megkülönböztetni.

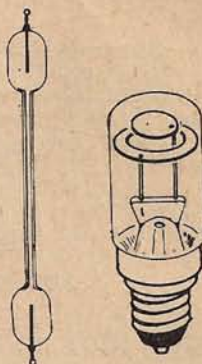
A katódosés jelentősen — néhány voltra is — lecsökkenthető izzókatód alkalmazásával, mert az ilyen nem önálló ködfénykisülésben az izzókatódtól kilépő elektronok a katódosést okozó pozitív tértöltést kompenzálják.

Ködfénykisülés létrejöhet nemcsak ritkított, hanem normális és nagyobb nyomású gázokban is (201. §). A kisülés jelenségeinek részletesebb mechanizmusa és kvantitatív értelmezése nagyon bonyolult. Ezzel kapcsolatban néhány kérdésre a 202. §-ban visszatérünk.

c) A ködfénykisülés alkalmazásai közé — a gáztöltésű csövek egyik csoportjába — tartoznak a nagyságrendileg 1 torr nyomású gázt tartalmazó Geissler-csövek (1858). Ezekben a pozitív oszlop fényét fényforrásként használják, főleg kétféle célra. Egyrészt spektroszkópiai vizsgálatokra, pl. a nemesgázok és a higanygőz színképvonalainak tanulmányozására (spektrálcsovek, középső részük gyakran kapilláris cső — 200.4. ábra —, mert abban nagy a fénysűrűség), másrészt reklámvilágításra (reklámcsovek, pl. a neonnal, héliummal, ill. higanygőzzel töltött cső fénye rendre vörös, sárga, ill. kék színű).

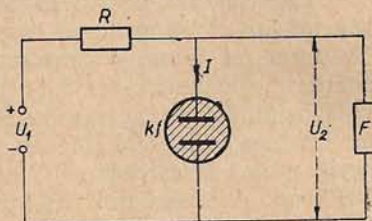
³ Ezt bizonyítja a következő kísérlet. Az eltolható anódnak a katódhoz való fokozatos közelítésekor először a pozitív oszlop, majd a Faraday-féle sötét tér is eltűnik, sőt az anód (a feszültség kellő megnövelésével) a negatív ködfénybe is bemerülhet, a kisülés mégis fennmarad; ha azonban az anód már a sötét katódtérbe is benyúlik, azaz ha a katódosés nem alakulhat ki, akkor a kisülés megszűnik.

A ködfénylámpák (parázsfénylámpák, glimmlámpák, a sokféle típus egyike a 200,5. ábrán látható) töltése többnyire 10–20 torr nyomású neon, héliummal keverve, az elektródok pedig egymáshoz közel levő, báriummal bevont vaslemezek vagy vasdrótok. Ilyen összeállítás mellett aránylag kicsiny a katódesés, úgyhogy a lámpák a 110 vagy 220 voltos hálózatból táplálhatók.⁴ A fényforrás a katódot bevonó negatív ködfény, ti. a pozitív oszlop gyakorlatilag hiányzik. A ködfénylámpákat kis fogyasztásuk (2–5 W) és hosszú élettartamuk miatt gyakran használják *jelzőlámpák* gyanánt, alkalmazhatók továbbá — megfelelő kivitelben — póluskeresésre, *egyenirányításra*, *feszültségstabilizálásra*, *stroboszkopikus megvilágításra*, *oszcillográfként*, *fűrészgések előállítására* (230. §) és még más célokra is.



200,4. ábra 200,5. ábra

Az *egyenirányítás* az említett normális és anomális katódesés közti különbségen alapszik: ha az egyik elektród sokkal nagyobb felületű a másiknál, bizonyos feszültségi intervallumban a lámpán gyakorlatilag csak akkor megy át áram, amikor a katód a nagy felületű elektród (amelyet a negatív ködfény csak részben von be, a normális katódesésnek megfelelően). A *feszültségstabilizálás* azáltal válik lehetővé, hogy a normális ködfénykisülési tartományban a katódesés s ezzel az égési feszültség is gyakorlatilag független az áramerősségtől. Ha tehát az áramforrás U_1 feszültsége pl. növekszik (200,6. ábra), akkor nő az R korlátozó ellenálláson és a Kf ködfénylámpán (ill. az alkalmasan méretezett *stabilizátorcsővön*) átmenő I áram, de egyúttal az ellenálláson fellépő IR feszültségés is, úgyhogy az F fogyasztó sarkain az U_2 (égési) feszültség közelítőleg állandó marad.

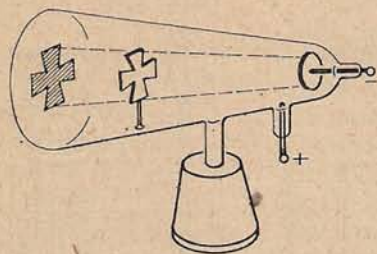


200,6. ábra

A ködfénykisülés további alkalmazása a *katódporlasztás*: a katódból a rápattanó pozitív ionok atomokat hasítanak ki, amelyek ráakódnak a cső üvegfalára vagy a katód közelében elhelyezett tárgyra; ily módon pl. igen vékony ezüst-, arany- és platinarétegek, finom tükrök stb. állíthatók elő. Kevésbé porlad az alumínium, és ezért a kisülési csövek elektródjait gyakran ebből a fémből készítik.

2. A katódsugarak és az elektron. Az 1. pont elején megismert kísérlet szerint a kb. 10^{-2} – 10^{-4} torr nyomásintervallumban a kisülési cső belsejében nincsenek fényjelenségek, de az üvegcső fala, különösen a katóddal szemközti rész zöld színben fluoreszkál. A fluoreszkálást a vizsgált esetben láthatatlan sugarak, a *katódsugarak* okozzák (PLÜCKER, 1859). *Főbb tulajdonságaik* a következők. *a)* Üvegben és sok más anyagban fluoreszkálást vagy foszforeszkálást keltenek. *b)* A katód felületére merőleges irányban indulnak ki, és egyenes vonalban haladnak tovább, függetlenül az anód helyétől. Ezt pl. a 200,7. ábrán látható *Crookes-csővel* végzett kísérlet bizonyítja: a katóddal szemközti fluoreszkáló falon a katódsugarak útjába billentett fémkeresztnek éles árnyéka jelenik meg; ha a katódfelületről minden

⁴ A foglalatba több ezer ohmos biztosító ellenállást (R') építenek, hogy a ködfénykisülés ne meheszen át ivkisülésbe (201. §). Egy 220 V-os lámpa normális égési feszültsége kb. 150 V — a további 70 V pl. $R'=5000 \Omega$ és $I=14 \text{ mA}$ mellett az R' ellenállásra esik —, a gyújtó-, ill. kioltófeszültség pedig kb. 160, ill. 140 V.

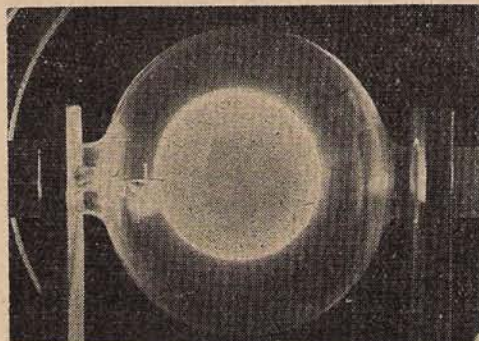


200,7. ábra

irányban indulnának ki sugarak, hasonlóan a világító felületről kiinduló fénysugarakhoz, akkor az árnyékot elmosódott „félárnyék” venné körül. *c)* Mechanikai hatást és hőhatást fejtenek ki: pl. a Crookes-csőben alkalmazott elhelyezett lapátos kereket mozgásba hozzák, a gömbhéj alakú katódról kiinduló sugarakkal pedig a gömb középpontjába tett vékony fémlemez felizzítható. *d)* A fényképezőlemez vagy -filmet megfeketítik, és más kémiai átalakulásokat is okoznak. *e)* Mágneses térben (HITTORF, 1869) és elektromos térben (J. J. THOMSON, 1895) olyan értelmű eltérítést szenvednek, mintha a katódról negatív töltésű részecskék indulnának ki. A mágneses eltérítés már pl. egy mágnesrúdnak a 200,7. ábrán vázolt csőhöz való közelítéskor is észrevehető a kereszt árnyékának eltolódásából. *f)* Vékony fóliákon áthatolnak, úgyhogy a kisülési csövet légmentesen lezáró, kb. 0,001 mm vastagságú — fémszítával megerősített — alumínium lemezen, a *Lenard-ablakon* át a csőből kivezethetők (1893).

A katódsugarak negatív töltését VARLEY (1871) és J. PERRIN (1895) mutatta ki a sugaraknak elektrométerrel összekötött fémkamrába való bocsátásával, majd J. J. THOMSON, W. WIEN, FITZGERALD és WIECHERT 1897-ben az elektromos és mágneses eltérítés módszerével (198. §) megállapították, hogy a „katódsugar-részecskék” fajlagos töltésének nagysága kereken 2000-szerese a hidrogénionénak. Ez a felismerés az *elektron felfedezését, ill. létezésének igazolását* eredményező hosszas kutatások egyik utolsó láncszeme volt; magát az „elektron” elnevezést STONEY vezette be 1890-ben. A vizsgálatok értelmében tehát a *gáztöltésű kisülési csövekben fellépő katódsugarak gyorsan mozgó elektronokból állnak* — negatív elemi töltésű, a hidrogénatomnál 1837-szer kisebb tömegű részecskékből —, a katódsugarak éppúgy *elektronsugarak*, mint az izzókatódos vákuumcsövekben létesíthető, a 198. §-ban már megismert, de időrendben csak később felfedezett elektronsugarak.

Az 1b pontban mondottak alapján a *katódsugarak keletkezése* és főbb tulajdonságaik könnyen értelmezhetők. A katód közelében a pozitív ionokból álló tértöltés és ennek megfelelően a katód-



200,8. ábra

esés még 10^{-2} – 10^{-4} torr ritkításnál is kialakul. A pozitív ionok által a katódból kiszabadított elektronok a katódot az erővonalak mentén, azaz a katód felületre merőleges irányban hagyják el, és a csőre adott feszültség túlnyomó részét kitevő katódesés hatására már egy rövid szakaszon annyira felgyorsulnak, hogy pályájukat a cső további részére jutó kis feszültség gyakorlatilag nem befolyásolja; így az anód helye valóban közömbös. A sokkal kisebb nyomáson az elektronok szabad úthossza sokkal nagyobb, mint a ködfénykisülés esetében, ezért a legtöbb elektron gázmolekulákkal való ütközés nélkül, akkora energiával ér a katóddal szemközti falra, hogy azt fluoreszkálásra gerjeszti.

A katódsugarakkal kapcsolatban említjük meg az alábbi, kb. 10^{-3} torr ritkítású csöveket. *a)* Az elektromos és mágneses térben való

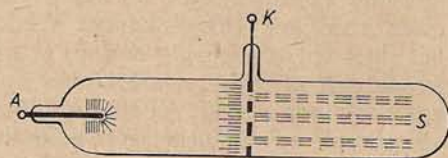
eltérítésre alkalmas *Braun-cső* (1897) a 198,4a ábrán vázolthoz hasonló szerkezetű, de hidegkatódos cső, a modern katódsugárcsővek elődje. *b)* A *gáztöltésű röntgensőben* az anódba vagy „antikatódba” ütköző katódsugarak röntgensugárzást keltenek, l. később. *c)* A *Wehnelt-csőben* azáltal, hogy a katód izzított oxidkatód, a katódsugarak már aránylag kis feszültséggel is létrehozhatók. A cső modern változatában a pontszerű oxidkatód és a közvetlen előtte levő kis fémső mint anód közé mintegy 100 V feszültséget kapcsolva, kb. $1/4 \text{ mm}^2$ keresztmetszetű, világító nyaláb észlelhető. A nyalábot alkotó „*fonálsugarak*” (BRÜCHE, 1930) elektronsugarak: az elektronok pályájuk mentén a gáz molekuláit fénykibocsátásra gerjesztik és ionizálják, és valószínűleg az így keletkező pozitív ionok akadályozzák meg a nyaláb szétterülését. A fonálsugarakkal nagyon jól demonstrálható pl. a mágneses eltérítés: ha a csövet áram átjárta tekercsel előállított, megfelelő irányú és nagyságú homogén mágneses térbe helyezzük, a világító fonál kör alakúvá görbül (200,8. ábra).

3. *A csősugarak és a proton.* Ha néhány tized vagy század torr ritkítású kisülési cső katódján kis lyukak vannak, akkor a katód mögött a lyukakból kiinduló, gyengén világító sugárnyalábok — a 200,9. ábrán *S* — figyelhetők meg. Ezek a sugarak a *csősugarak* (GOLDSTEIN, 1886; az elnevezés a katód furataira, kis csőveire utal). Főbb tulajdonságaik: bizonyos anyagokat fluoreszkálásra gerjesztenek — az üveget csak kevésbé —, fotográfiai hatást fejtenek ki, fémkamrába való bocsátásból megállapíthatóan pozitív töltést szállítanak, továbbá elektromos és mágneses terekkel eltéríthetők (W. WIEN, 1898).

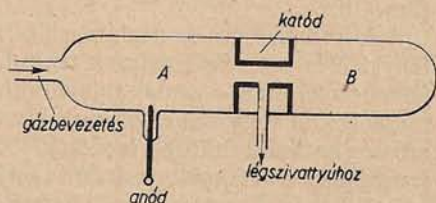
Az eltérítési kísérletek eredménye szerint a *csősugarak* nagyrészt pozitív ionokból álló „*ionsugarak*”, amelyek egyszeres és többszörös töltésű pozitív ionokon kívül negatív ionokat, valamint semleges atomokat és molekulákat is tartalmaznak. Ennek magyarázata: a csősugarakat elsődlegesen a katódosítás által felgyorsított és a katód nyílásain átrepülő pozitív ionok alkotják, ezek töltése azonban a gázmolekulákkal való ütközések során sokféleképpen megváltozhatik. A fényt a spektroszkópiai vizsgálatok alapján részben maguk a mozgó ionok, részben az ütközésekkel gerjesztett gázmolekulák bocsátják ki.

A kísérleti feltételek tisztábbak, ha a csősugarak jó vákuumban haladnak. Ez WIEN nyomán a 200,10. ábrán vázolt módon érhető el: megfelelő mértékű gázbevezetéssel és evakuálással az *A* kisülési térben pl. 10^{-2} torr gáznyomást, a *B* megfigyelési térben pedig pl. 10^{-4} torr vákuumot tartanak fenn.

A csősugarak elektromos és mágneses eltérítésének vizsgálatából fejlődött ki a sugárnyaláb különböző tömegű ionjainak szétválasztását és az ionok tömegének meghatározását lehetővé tevő *tömegspektroszkópia*, amellyel igen nagy atomfizikai jelentősége miatt majd az atomfizikában foglalkozunk. Azt azonban már itt megemlítjük, hogy a hidrogéngázzal töltött kisülési csőben keletkező csősugarak nagyrészt egy pozitív elemi töltésű és a hidrogénatommal csaknem egyenlő tömegű részecskékből, H^+ -ionokból állanak, és az ilyen részecskéket *protón*nak nevezték el (mivel annak idején — 1932-ig — ennél kisebb tömegű pozitív részecskéket nem ismertek).



200,9. ábra



200,10. ábra

A csősugarakat egyesek *anódsugaraknak* nevezik, szokásosabb azonban anódsugarakon azokat az ionsugarakat érteni, amelyeket bizonyos fémekkel, pl. alkálifémekkel bevont anódok (*Kunsmán-anódok*) bocsátanak ki 1000–1500 °C hőmérsékleten.

201. §. Önálló vezetés közönséges nyomású gázokban; csúcs-, szikra- és ívkisülés

A következőkben a gázon, ha anyagi minőségét és nyomását külön nem említjük, kb. 1 atm nyomású levegőt értünk.

1. Korona-, csúcs- és nyalábkiülés. Ha egymástól néhány centiméternyire levő elektródok között pl. influenciagéppel több ezer voltos feszültséget létesítünk, sőtétben az elektródok felületén kékes-pirosan világító pontokat vagy fényréteget figyelhetünk meg — egyébként az elektródok közti tér sötét —, és jellegzetes sercegés is hallható. Ilyen *koronakisülés* lép fel általában nagyfeszültségű, kis görbületi sugarú vezetőkön, így távvezetéseken is, amelyeknél káros energiaveszteséget jelent. Abban a speciális esetben, amikor legalább az egyik elektród csúcs, *csúcskiülésről* beszélünk. Finom csúcs (pl. varrótű) és fémlap között a csúcskiülés — nagyjából függetlenül az elektródok távolságától — kerekén 2000 vagy 3000 V feszültségnél jön létre aszerint, amint a csúcs a katód vagy az anód. A katódként alkalmazott csúcs közelében mikroszkóppal a ködfénykiülés fő részei (a negatív ködfény, a két sötét tér és a pozitív oszlop) észlelhetők. Ha a korona- vagy csúcskiülésnél a feszültséget növeljük, *nyalábkiülés* keletkezik: az elektródokról világító, szétágazó nyalábok indulnak ki. Az anódról kiinduló nyalábok a hosszabbak, úgyhogy ennek alapján pl. egy influenciagép pólusait könnyen meg lehet különböztetni. Míg a csúcskiülés esetében az áramerősség állandó, addig a nyalábkiülésnél erősen ingadozik. A fenti fényjelenségek olykor, különösen zivatar előtt, a szabadban is megfigyelhetők pl. fedélormokon, villámhárítókön, fák tetején (lidércfény, Szt. Elmo tüze).

A korona-, csúcs és nyalábkiülés a 200. § a)-ban említett sötét kiülés és a ködfénykiülés keverékformáinak tekinthetők. Keletkezésük lényegében — a részletek igen bonyolultak — annak tulajdonítható, hogy az elektródok erősen görbült részein, a csúcson vagy éleken és ezek közvetlen környezetében az ott uralkodó nagy térerősség hatására ütközési ionizáció jön létre, azaz a töltéshordozók a gázmolekulákat ionizálják, és fénykibocsátásra gerjesztik. A kiúléssel együttjáró „elektromos szélről” már a csúcsatással kapcsolatban szóltunk. (158. § 3.).

Ha leföldelt fémlapra tett üveglappal érintkező fémcsúcsot rövid időre nagy feszültségre hozunk (pl. feltöltött leideni palackhoz érintünk), majd az üveglapra likopódiumport szórunk, akkor az üveg mentén végbement „*csúszó kiülés*” nyomaként az ún. *Lichtenberg-féle ábrák* (1777) láthatók: az érintkezési pontból csillagszerűen kiinduló egyenes vagy közben elágazó vonalak aszerint, amint a csúcs negatív vagy pozitív töltésű.

2. Szikra-kiülés. A nyalábkiúlést előidéző feszültség növelésével a nyalábok hosszabbak lesznek, majd — ha az elektródokat csak lassan feltöltő feszültségforrást, pl. influenciagépet, nem akkumulátortelepet alkalmazunk — az elektródok között egy rövid időtartamú és erős áramnak megfelelő *szikra* ugrik át, más szóval *átütés* következik be. Amint azt a szikrának gyorsan mozgó lemezre felvett fényképe mutatja (201. l. ábra, a felső rész a későbbi), a szikra időbelileg is a fényszegényebb nyalábkiülésből alakul ki, nagyságrendben 10^{-6} s alatt. A szikra keletkezése lényegében azzal magyarázható, hogy kellő feszültség mellett az elektródok közti tér teljes hosszúságában — a szikra pályája menti keskeny „csatornában” — élénk ütközési



201,1. ábra

ionizációs folyamatok játszódnak le. Ezek okozzák a gyakran igen erős fényt is, a csattanás pedig onnan származik, hogy a szikra mentén a gáz hirtelen felmelegszik, és az ezzel járó helyi túlnyomás hanghullámot hoz létre. Hasonlóan alakul ki két felhő között vagy egy felhő és a földfelszín között a villám és az ezzel járó mennydörgés is (203. §).

Meghatározott alakú és méretű elektródok között, adott minőségű és állapotú gázban a szikrakisüléshez szükséges feszültség, az ún. szikrafeszültség lényegében csak az elektródok távolságától, vagyis a szikrahossztól függ. Ezért a rendszerint gömb alakú elektródokból összeállított, változtatható távolságú „mérő szikraköz” felhasználható nagy feszültségek mérésére. Ha pl. a 2 cm átmérőjű gömböket 0,5 cm-nyire kell közelítenünk egymáshoz, hogy köztük szikra üssön át, akkor a 4. táblázat szerint a feszültség 18,1 kV.

4. táblázat

A szikrafeszültség (kV-ban) mint a szikrahossz függvénye, gömb alakú elektródok és 1 atm nyomású, 20 °C-os levegő esetében

| Szikrahossz (cm-ben) | A gömbök átmérője (cm-ben) | | | |
|----------------------|----------------------------|------|------|-----|
| | 2 | 5 | 10 | 25 |
| 0,1 | 4,4 | | | |
| 0,2 | 8,2 | 8,0 | | |
| 0,5 | 18,1 | 17,4 | 16,9 | |
| 1 | 32,0 | 32,2 | 31,6 | 31 |
| 2 | | 58,3 | 59,3 | 59 |
| 5 | | | 128 | 138 |
| 10 | | | | 248 |
| 15 | | | | 336 |

A szikrafeszültségre és általában a gázkisülések (pl. a ködfénykisülés) U_{gy} gyújtófeszültségére elég tág nyomásintervallumban jó megközelítéssel fennáll Paschen törvénye: egyébként egyenlő feltételek mellett U_{gy} csak a p nyomás és az s elektródtávolság szorzatától függ, $U_{gy} = f(ps)$. Eszerint pl. 2 atm nyomású levegőben a fenti táblázatban szereplő szikrafeszültségekhez kétszer kisebb szikrahosszak tartoznak.

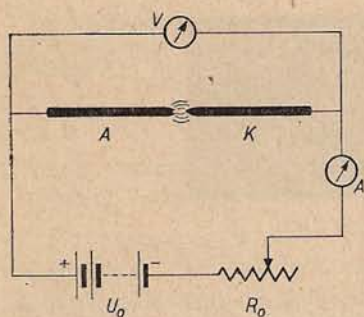
A nagy kapacitású és feszültségű kondenzátorok kisülésekor keletkező szikrákat a spektroszkópiában fényforrásként, továbbá igen nagy hőmérsékletek ($\approx 10^4$ fok) előállítására használják fel.

Az elegendő nagy feszültségű elektródok közé helyezett szilárd vagy folyékony szigetelőt a szikra átütheti (a szigetelő átütése, a szilárd testben ekkor finom lyuk keletkezik), de előfordul az is, hogy mint ún. csúszó szikra a szilárd test felületén halad, pl. a leideni palack két fegyverzetét az üveg szélének megkerülésével hidalja át.

A szikra- és csúcskisülések hatására a levegőben ózon (O_3) és nitrogénoxid-gázok fejlődnek.

3. Ívkisülés. Ha legalább 40—50 voltos áramforrás sarkaihoz — ellenállás közbeiktatásával — két szénrudat kapcsolunk (201,2. ábra), és szabad végüket összeérintjük, majd kissé széthúzzuk, akkor a rudak között nagy fényerősségű ívkisülés vagy ívfény keletkezik (DAVY, 1812); az áramerősség rendszerint 2—20 A.

A fény legnagyobb részét a szénrudak fehéren izzó két vége, kiváltképpen az anódon képződő kráter bocsátja ki. Normális körülmények között a hőmérséklet

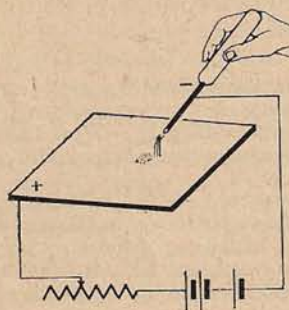


201,2. ábra

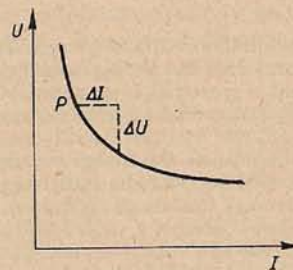
a kráterben kb. 4000°C , a katód csúcsán néhány száz fokkal kisebb, magában az ívben pedig $3000\text{--}6000^{\circ}\text{C}$. A pontosabb vizsgálatok szerint a teljesen kialakult ívfény részei: a kiülsőnek a katódról való kiindulási helye a kis *katódfolt* (itt az áramsűrűség kb. 500 A/cm^2), ehhez csatlakozik a *negatív nyaláb*, majd egy viszonylag *sötét tér* után a *pozitív oszlop (plazma)* és az *anódréteg*. Ívkiülés fémelektrodok között is létesíthető.

Az *ívfény keletkezése* — szénrudak vagy nehezen olvadó fémelektrodok között, közönséges levegőben — nagy vonásokban a következőképpen értelmezhető. A rudak összeérintésekor folyó erős áram a viszonylag nagy átmeneti ellenállású érintkezési

helyen a rudakat izzásba hozza. A szétválasztás után az áram nem szakad meg, mert az izzókatódból kilépő elektronoknak a gázmolekulákkal való ütközése révén, valamint a nagy hőmérsékleten jelentős hőmérsékleti ionizáció miatt (197. § 2b) újabb elektronok és pozitív ionok keletkeznek, amelyek az anódba, ill. a katódba ütköznek, s így az elektrodokat továbbra is izzásban tartják. A ködfénykiüléssel szemben a fő különbséget az jelenti, hogy a katód izzás folytán bocsát ki elektronokat, és emiatt a katódosítás sokkal kisebb: $2\text{--}20\text{ A}$ áramerősség mellett kereken 10 V , és kb. ekkora az anódosítás is; ezért lehet az ívkiülést már viszonylag kis feszültséggel létrehozni. Hogy a szóban forgó esetben az ívkiülés fenntartásához valóban a katód izzása szükséges, az pl. a 201,3. ábrán vázolt módon mutatható meg: a szén- vagy fémrúd és a fémlap között létesített ívet a lap mentén bárhova elmozdíthatjuk, ha a rúd a katód, ti. ekkor a rúd állandóan izzásban marad; ha viszont a fémlap a katód, a rúd elmozdításakor az ív kialszik, mert a fémlapnak csak a gyújtás helyén van elegendő nagy hőmérséklete.



201,3. ábra



201,4. ábra

A 201,2. ábra áramkörébe iktatott ellenállás változtatásával kimutathatjuk, hogy az ívkiülésnél az áram és a feszültség kapcsolata — állandó ívhosszúság mellett — nem az Ohm-törvénynek felel meg, hanem általában *növekvő áramerősséggel a feszültség csökken* (201,4. ábra; ilyen „*süllyedő karakterisztika*” adódik egyébként a ködfénykiülésnél is bizonyos intervallumban). Eszerint az I áram növekedésével

az iv $U/I \equiv R$ ellenállása csökken, vezetőképessége nő, ami azzal függ össze, hogy nagyobb áramerősségnél a katód jobban izzik, következésképpen nagyobb az ionizáció s ezzel a töltéshordozók száma is; a mélyebb értelmezés igen bonyolult.

A süllyedő karakterisztika miatt az iv stabilis égésének biztosítására az iv vel sorba *előtét-ellenállást* — a 201,2. ábrán R_0 — kell kapcsolni. Ha ugyanis az I áramerősség pl. az iv nek légáram okozta lehülése miatt csökken, akkor az U feszültségnek növekednie kellene, de ez a közvetlenül az U_0 feszültségű (gyakorlatilag zérus belső ellenállású) áramforrásra kapcsolt iv esetében nyilván nem lehetséges, s így az iv kialszik. Megfordítva, növekvő áramerősség csökkenő feszültséget kívánna meg, az áramforrás állandó feszültsége miatt azonban az intenzitás még tovább nő, ami ismét az iv kialakásához, ill. a hasonló karakterisztikájú gázkisülési csövek tönkremenéséhez vezet. Az R_0 előtét-ellenállás alkalmazása révén viszont az iv re eső

$$U = U_0 - R_0 I \quad (1)$$

feszültség az I növekedésekor, ill. csökkenésekor a karakterisztikának megfelelő kisebb, ill. nagyobb értéket veheti fel, és I az U_0/R_0 értéket nem lépheti túl. Süllyedő karakterisztika esetén a 201,4. ábra szerint pl. pozitív ΔI -hez negatív ΔU tartozik, tehát az $R_d = \Delta U/\Delta I$ vagy dU/dI *differenciális ellenállás* — amely az Ohm-törvénynek eleget tevő vezetőknél egyenlő az $R = U/I = \text{const}$ ellenállással — negatív; ilyen értelemben az iv *negatív ellenállást* jelent.

Az ívkisülésnek sok fajtája van. Pl. a fent vizsgált közönséges *szénív* egyidejűleg a szabadon égő „nyitott ívek”, a *kis áramerősségű ívek* és a *hőmérsékleti ívek* csoportjába tartozik, viszont a higanykatód és egy másik fémelektrod között a higanygőzben kialakuló *higanyív* a zárt edényben égő ívek (a gőz nyomása szerint „*vákuumívek*”, ill. *kis* vagy *nagy nyomású ívek*) és egyúttal a *téremissziós ívek* csoportjába. Az utóbbiak esetében a katód nem a nagy hőmérséklet folytán bocsát ki elektronokat, hanem a közelében képződött pozitív tértöltésből származó nagy, kb. 10^7 V/cm térerősség hatására (téremisszió, 198. § 1a). További típusok a *nagy áramerősségű ívek* ($I > 60$ A) és a *váltakozó áramú ívek*; az előbbieket pozitív oszlopában különleges módszerekkel és 1500 A intenzitással már kb. 50 000 °K hőmérsékletet is elértek.

4. *Az ívkisülés alkalmazásainak* egy részében az iv magas hőmérsékletét hasznosítják. Ide tartoznak a laboratóriumban és az iparban egyaránt elterjedt *ív(fény)kemencék*, valamint az *ívhegesztés*.

Az ívkisülésen alapuló *fényforrások* közül a (*szén*)*ívlámpa* főleg vetítésre használatos. Homogén, tömör szénrudak esetén a fénynek kb. 85%-át a pozitív rúd krátere bocsátja ki — a kráter fényűrűsége kerekén 10 000 stílb, a gyertya fényűrűségének kb. 10 000-szerese¹ —, és ezért vetítésnél a rudakat a 201,5. ábra szerint helyezik el; a pozitív rudat a gyorsabb égés miatt a negatívnál vastagabbra választják. Az iv hosszának állandó értéken való tartására számos önműködő berendezést szerkesztettek. A fémsókkal (pl. MgF_2 -vel) átitatott szénrúdból, ill. az ilyenekkel „bélelt” szénrudakból álló *lángívlámpák* fényéhez az iv ben izzó fémgőzök világitása is lényegesen hozzájárul. Különleges lángívlámpa

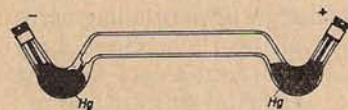


201,5. ábra

¹ A különböző fényforrások fényerősségével, fényűrűségével, optikai hatásfokával stb. részletebben a későbbi fotometriai fejezetben foglalkozunk.

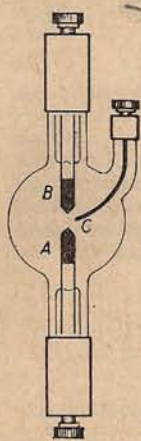
a nagy fényszórókban alkalmazott *Beck-lámpa*, amelynek fénysűrűsége a Napét ($\approx 150\,000$ stilb) is meghaladhatja.

A *higany(gőz)lámpák* a higanygőz nyomása szerint kisnyomású (0,01—1 torr), nagy- (100 torr—10 atm) és igen nagy nyomású (50—200 atm) fajtákra oszthatók. A 201,6. ábrán vázolt régebbi lámpa billentéssel gyűjthető be: a megbillentéskor



201,6. ábra

összefüggő higanyszál jön létre, amely a visszabilentéskor megszakad, és így ív képződik. Az ezzel járó melegedés folytán a higany erősebben párolog, úgyhogy az ív végül is kb. 10 torr nyomású higanygőzben ég tovább. A *kis- és nagynyomású higanylámpák* modernebb típusai a gyújtás céljából rendszerint izzítható elektródokat (két kis wolframspirálist) és töltőgázként néhány torr nyomású nemesgázt tartalmaznak. Így kezdetben e gázban ködfénykisülés jön létre, de később, miután a lámpában levő higanycseppből a hő hatására megfelelő nyomású higanygőz fejlődött, csak az utóbbi világít. A fény kékes színű, a sugárzás legnagyobb része ultraibolya sugárzás. Ha ezt a sok fontos kémiai és fiziológiai hatást kiváltó (de a szemre ártalmas!) ultraibolya fényt kívánják felhasználni, a lámpa fala kvarcüvegéből („*kvarclámpa*”) vagy más, az ultraibolya sugárzást áteresztő üvegfajtából készül. A *fénycsőekben* a higanygőz ultraibolya sugárzásának nagy részét a cső belső falának lumineszkáló anyaggal való bevonata látható fényvé alakítja át (részletesebben l. később). A hasonló módon „javított színű” nagynyomású higanylámpákat köz- és díszvilágításra is használnak. Az *igen nagy nyomású higanylámpában* (201,7. ábra) az ív az A és B wolfrámkúpok között jön létre, miután ezek egyike és a C „gyújtó elektród” közé rövid időre nagy feszültséget kapcsolunk. A fénysűrűség rendkívül nagy, már 180 000 stilb értéket s elértek.



201,7. ábra

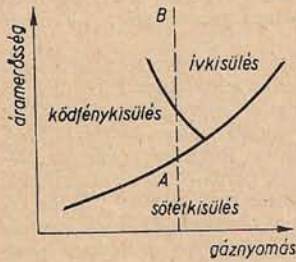
A gyújtás céljából izzítható elektródokkal és nemesgáztöltéssel is ellátott higanylámpákhoz hasonló *fémgőzlámpák* (pl. nátrium-, cézium-, kadmiumlámpák) főként mint *spektrállámpák* a fémgőzök színképeinek előállítására szolgálnak, a *nátriumlámpák* ezenkívül — több szempontból előnyös sárga fényük miatt — pl. autóutak és ipari minőségellenőrző munkahelyek megvilágítására is használatosak. Az *igen nagy nyomású xenonlámpa* nagyon erős és a napfényel csaknem teljesen megegyező „fehér” fényt ad, és ezért kiválóan alkalmas pl. nagy terek és színes fényképezésre szolgáló műtermek megvilágítására. Szintén xenon töltésű a pillanatfelvételeknél használt *villanófénylámpa* (villanócső, flashlámpa, „örök vaku”), amelyben kondenzátorkisülés kelt igen rövid idejű, erős felvillanásokat.

A *tiratron* higanygőzzel vagy gázzal töltött, izzókatódot, anódot és rácsot tartalmazó cső, röviden *gáztöltésű trióda*. A rácsfeszültség változtatásával az anód és a katód közti ívkisülés (vagy ködfénykisülés) gyújtófeszültsége változtatható, azaz elérhető, hogy pl. 100 V anódfeszültség mellett —2 V rácsfeszültség bekapcsolásakor hirtelen erős anódáram induljon meg. (Ezután már az anódáram — ellentétben a vákuumtriódával — a rácsfeszültséggel nem vezérelhető, és csak az anódfeszültségnek a kioltási feszültség alá való csökkentésével szűnik meg.) A *tiratron* relé gyanánt, erősáramok bekapcsolására és még sok más célra is alkalmazható. — A *higanygőzös egyenirányítóra* nézve l. 225. §.

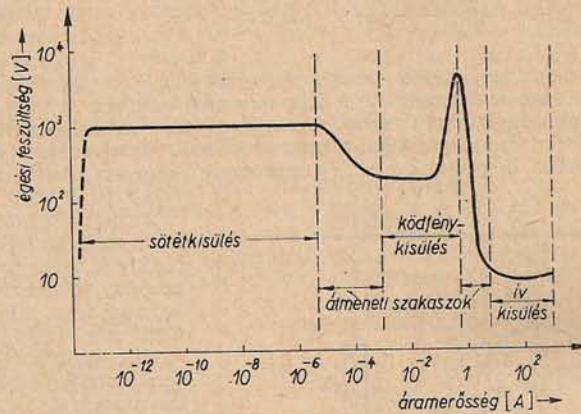
5. *Megjegyzések a gázkisülésekhez.* Az önálló és nem önálló kisülésekre való felosztástól eltekintve, a töltéshordozók keletkezésének mechanizmusa szerint a *gázkisülések három fő formája*: az általában nagyon kis áramerősségű, számottevő ütközési ionizáció és tértöltés nélküli *sötét kisülés* (más néven csendes vagy Townsend-kisülés, 200. § 1a), a nagyobb áramerősségű, ütközési ionizáció útján létrejövő és tértöltésekkel járó *ködfénykisülés*, végül a még nagyobb áramerősségű *ívkisülés*, amelyben

általában már a hőmérsékleti ionizációnak és a katód termikus elektronemissziójának vagy a tér-emisszióknak is lényeges szerepe van. A háromféle kisülés a 201,8. ábrán vázlatosan feltüntetett nyomás- és áramerősség-tartományokban állhat fenn. Látható pl., hogy megfelelő állandó nyomáson az áramerősség növelésével — az *AB* egyenes mentén — a sötét kisülés a ködfénykisülésbe, ez pedig az ívkisülésbe megy át. A kisülések égési feszültségeinek és az áramerősségnek a kapcsolatáról a 201,9. ábra ad durva, nagyságrend szerinti áttekintést. A három fő kisülési formán kívül van több átmeneti vagy keveréktípus is, mint pl. a *korona-* és a *szikrakisülés*, amely utóbbi egyúttal a nem stacionárius kisülések egyik példája.

A *kisülési forma kialakulásában* a gáz nyomásán, fajtáján és a feszültségen kívül fontosak a geometriai viszonyok — a kisülési cső méretei, az elektródok távolsága, méretei, az elektródok kialakítás szimmetriája vagy aszimmetriája —, továbbá a katód kilépési munkája (205. §), hőkapacitása, hőelvezető képessége és még más tényezők is, ezek szerepét azonban itt nem részletezhetjük.



201,8. ábra



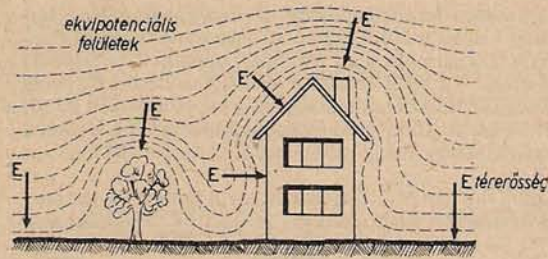
201,9. ábra

A gázkisülések mélyebb értelmezéséhez pontosabban kell ismerni a kisülésekben lejátszódó *elemi folyamatokat*, amelyek három fő csoportra oszthatók: *a)* a töltéshordozók mozgása a gázban; *b)* a töltéshordozók keletkezése (ütközési és hőmérsékleti ionizáció a gáztérben, elektronkiváltás az elektródokról vagy a falakról az ezekbe ütköző ionok és atomok hatására, továbbá termikus, szekunder, foto- és tér-emisszió útján); *c)* a töltéshordozók eltűnése és áttöltődése (rekombináció a gáztérben és a felületeken). Különösen fontos elemi folyamat az *elektronnak atommal vagy molekulával való ütközése*, mert az atomok ionizálása és a fénykibocsátást eredményező „gerjesztett állapotokba” való juttatása a legtöbbször főként elektronütközés útján megy végbe. Ennek és több más folyamatnak részletesebb tárgyalására azonban csak az atomfizikában kerül sor, és így a gázkisülések néhány kérdésére is majd ott térünk vissza. Az viszont már most könnyen belátható, hogy a feszültség bekapcsolása után a kellő számú töltéshordozónak ütközési ionizációval való létrehozásához bizonyos idő (*ionizációs idő*, a kikapcsolás után pedig a töltéshordozók eltűnéséig bizonyos *deionizációs idő*) szükséges. Ezzel magyarázható pl. a ködfénykisülésnél megfigyelhető *gyűjtőkésés* és a már említett szikrakésés.

202. §. A légtör elektromos jelenségeiről

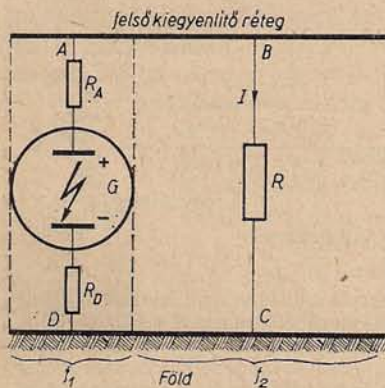
A légtöri elektromosság nagy tárgyköréből csak néhány fontosabb kérdés rövid áttekintésére szorítkozhatunk.

1. Egyszerű kísérletek tanúsítják, hogy a légtörben elektromos tér van jelen. Ha pl. az ablakon át kb. 2 méternyire kinyúló vízszintes fémrúd külső végére alkoholos vattát erősítünk, és ezt meggyújtjuk, akkor a rúd („lángszonda”) belső végéhez kapcsolt elektrométer a földhöz képest pozitív feszültséget jelez, ti. a rúdban az elektromos tér megosztást létesít úgy, hogy a külső végére negatív töltés jut, ezt viszont a láng elvezeti. A pontosabb vizsgálatok szerint a légtöri elektromos térerősség (*E*) általában merőlegesen a földfelszín felé irányul, épületek stb. közelében azonban *E*, ill. az erre merőleges ekvipotenciális felületek pl. a 202,1. ábrán vázolt módon deformálódnak. A térerősség



202,1. ábra

szemek vagy más kondenzációs magvak jelenléte a vezetőképességet csökkenti azáltal, hogy a jóval mozgékonyabb normális ionok rájuk rakódnak; ezért a szennyezett levegő vezetőképessége rendszerint kisebb, mint a tisztáé. A σ fajlagos vezetőképesség, amelynek átlagértéke a felszínen $2,5 \cdot 10^{-14} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$, a magassággal gyorsan növekszik (bizonyos határig, a kozmikus sugárzás miatt), oly mértékben, hogy σ -nak és az E térerősségnek a szorzata közelítőleg független a magasságtól: $J = \sigma E \approx 3,3 \cdot 10^{-12} \text{ A/m}^2$.



202,2. ábra

szek lefelé. Az utóbbiak az R_D ellenállású légoszlopon át a felszín D helyére, az előbbiek R_A -n át a 60–70 km magasságban levő, jól vezető réteg (ionoszféra-réteg, 151. §) A helyére jutnak. Ily módon az $ABCD$ A zárt körben, amelynek BC szakasza a zivatarmentes ($f_2 = f - f_1$ területű) részek feletti, $R \approx 150 \Omega$ ellenállású légkörnek felel meg, áram folyik, és az említett $I \approx 1700 \text{ A}$ áramerősségnek megfelelően a felső vezetőréteg és a föld között $U = RI \approx 250\,000 \text{ V}$ feszültség áll fenn. A fentiekből láthatóan a J áramsűrűség és az $E = J/\sigma$ térerősség a zivatarmentes helyeken lefelé, a zivatar-tartományokban viszont felfelé irányul, és itt J átlagban kb. 280-szor nagyobb, mint az előbbi helyeken.

A zivatarokat kísérő villám leggyakoribb alakja az ún. vonalas villám, amely vagy egy felhő és a földfelszín közötti „leütő villám”, vagy pedig felhő közti villám. A leütő villám — pozitív, ill. negatív villám aszerint, amint a felhő az anód vagy a katód — a szikrakisüléshez (201. § 2.) hasonlóan alakul ki. Kezdetben a viszonylag gyenge elővillám mintegy előkészíti az erős fővillám számára az általában elágazó kisülési pályát vagy „csatornát”, amelyben azután gyakran több elő- és fővillám követi egymást 10^{-4} – 10^{-2} s időközökben. A villámkutatások és becslések alapján a fővillámok néhány átlagos, nagyságrendi adata: a csatorna hosszúsága több kilométer, szélessége néhány deciméter,

¹ Ehhez az értékhez (158,1) értelmében $\eta = \epsilon_0 E_0 \approx 1,15 \cdot 10^{-9}$ coulomb/m² felületi töltéssűrűség tartozik, amiből régebben arra következtettek, hogy az ($f = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$ felszínű) Földnek $\epsilon_0 E_0 f \approx 6 \cdot 10^5$ coulomb negatív töltése van. A mai felfogást l. alább.

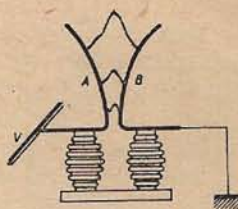
erős helyi és időbeli ingadozásokat mutat, a magassággal gyorsan csökken, és átlagos értéke a földfelszín közelében, szép időben: $E_0 \approx 130 \text{ V/m}^2$.

A levegő vezetőképessége a különböző ionkeltő folyamatok (főleg a radioaktív és a kozmikus sugárzás, ezenkívül a felső légszintekben a napsugárzás) következtében jelenlévő töltéshordozóktól vagy „levegőionoktól” származik. Ezek általában egy elemi töltésű kis, közepes és nagy ionok, méreteikről és mozgékonyaságaikról már a 197. § 5.-ben szóltunk. A kis mozgékonyaságú nagy ionok, por-

szek a normális léghőmérséklet hatására lefelé haladó pozitív és felfelé haladó negatív ionok közvetítenek. Ez az egész földfelszínre (f) vonatkozólag $I = Jf \approx 1700 \text{ A}$ erősségű áram a Föld régebben feltételezett negatív töltését¹ már rövid idő — kb. 20 perc — alatt semlegesítené. A töltés-utánpótlódás értelmezésének nehézségeiből a ki-vezető utat jelentő mai felfogás szerint a Földnek egészében nincsen töltése, a léghőmérséklet és áram keletkezése és fennmaradása nem a Föld töltésére, hanem egy olyan áramrendszerre vezethető vissza, amelyben a zivatarok töltik be az áramforrás szerepét. A folyamat a 202,2. ábrán vázolt „helyettesítő kapcsolással” szemléltethető. A G generátor a zivatarokat reprezentálja, amelyek átlagosan az egész f földfelszínből állandóan $f_1 \approx f/280$ területet borítanak be. A zivatarokban (ill. a zivatar- vagy cumulonimbus felhőkben, 151. §) még nem teljesen tisztázott mechanizmus útján olyan töltésszétválasztás megy végbe, hogy túlnyomó részben pozitív töltések áramlanak felfelé, és negatív töltések lefelé.

az időtartam 10^{-3} s, az áramerősség 10^4 A, a keletkezéshez szükséges feszültség 10^9 V. A *menydörgést* a villámcsatorna levegőjének hirtelen felmelegedése, ill. nyomásnövekedése által kiváltott explóziós hullám okozza, visszhanghatásokkal párosulva. — A villám további, ritkább formái: az egy-egy felhőrézlet felvillanásában mutatkozó *felületi villám*, a fényes és sötét pontok sorozatának tűnő *gyöngysorvillám*, továbbá a néha a villám beütési helyén keletkező *gömbvillám*; az utóbbi vakítóan világító, többnyire 10–20 cm átmérőjű gömb, amely olykor percekig is „szökdecsel” a szétrobbanás előtt.

A *villámhárító* (FRANKLIN, 1752) fémrúdjának végénél fennálló nagy térerősség éppen a rúdba való becsapódást segíti elő, és így a villám a hárító drótján át, az épület számára veszélytelen úton vezetődik le a földbe. A korszerű villámhárítók hálószerű vezetékrendszere a Faraday-kalitkához (158. §) hasonló védelmet biztosít. Az erősáramú vezetékeket és a rájuk kapcsolt berendezéseket a villámcsapás vagy más ok miatt fellépő „túlfeszültség” veszélyeitől gyakran az ún. *szarvas túlfeszültség-levezetővel* (202,3. ábra) védik meg. A *V* vezetékben létrejövő túlfeszültség hatására a *V*-vel, ill. a földdel összekötött *A* és *B* „fémzarvak” között a legkeskenyebb helyen ívkisülés keletkezik, amely *V*-t földeli, s így a túlfeszültséget ártalmatlanná teszi; a *V* földelése csakhamar magától megszűnik, mert az *iv* a levegő felmelegedése folytán egyre feljebb nyomul, és végül szétszakad.



202,3. ábra

2. A kb. 80 km magasságban kezdődő *felső légkör* elektromos vonatkozású jelenségei közül csak röviden említjük meg a következőket. Az *éjszakai égboltfény* (az *éjjeli ég sugárzása*: az ég éjjel holdfény hiányában és városoktól távol sem teljesen sötét) a vizsgálatok szerint csak kis részben származik a csillagok szétszórt fényétől. Nagyobb része a 70–100 km magasságban levő gázok saját világítása, amelyet a napsugárzás által nappal ionizált és disszociált gázmolekuláknak éjszaka is végbemenő rekombinációs folyamatai okoznak.

Hasonló folyamatok játszódnak le az *ionoszférában* (151. §) is, amelynek különösen fontos szerepe van a rádióhullámok terjedésében (237. §).

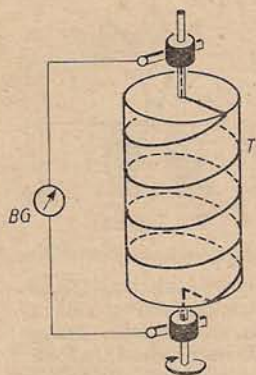
A főleg a nagyobb földrajzi szélességű helyeken mutatkozó *sarki fény* (az északi féltekén *északi fény*, a délin *déli fény*) látványos és változatos jelenségeit régebben azzal magyarázták, hogy a Napból kibocsátott és a Föld mágneses tere által a pólusok felé eltérített elektronok a felső légkör gázmolekuláit fénykibocsátásra gerjesztik. 1958 óta, miután a mesterséges égítések segítségével felfedezték a *Van Allen-zónákat*, a 700 km-nél nagyobb magasságokban a földmágneses tér meghatározta pályákon mozgó részecskékből — főleg protonokból — alkotott „felhőket”, a sarki fény keletkezését ezekkel a zónákkal hozták szoros kapcsolatba.

F) AZ ELEKTROMOS ÁRAM FÉMEKBEN ÉS FÉLVEZETŐKBEN

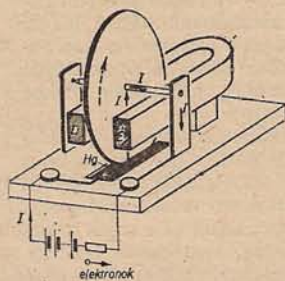
203. §. A fémes vezetés mechanizmusa; a fémek elektronelméletéről

A fémekben folyó áramokkal az előző *A)* és *B)* fejezetekben elsősorban fenomenológiai szempontból foglalkoztunk, a következőkben viszont a fémes vezetés néhány fontosabb jelenségének korpuszkuláris jellegű vizsgálata a fő célunk.

1. *A töltéshordozók természete*. Annak az eddig már többször is szereplő állításnak, hogy a *fémekben az áramot elektronok — a szabad vagy vezetési elektronok — közvetítik* (l. pl. 154. §), egyik közvetlen kísérleti bizonyítéka a *Tolman-féle kísérlet* (1916). Alapgondolata: ha a fémekben a töltéshordozók szabadon mozoghatnak, akkor ezek egy gyorsuló fémdrótban tehetetlenségüknél fogva a dróthoz képest elmozdulnak — akárcsak a könnyen mozgó tárgyak egy gyorsuló kocsiiban —, és így áramot hoznak létre. Valóban, a gyorsan forgó *T* tekercs (203,1. ábra) hirtelen lefékezésékor a *BG* ballisztikus galvanométer áramlökést jelzett, amely negatív töltések mozgására utalt. A technikailag nehéz mérések adataiból a töltéshordozók fajlagos töltésére a hibahatáron belül az elektronok *e/m*-jével, (198,7)-tel megegyező érték adódott.



203,1. ábra



203,2. ábra

Az e/m -re vonatkozó összefüggés megállapítása céljából tegyük fel, hogy a fékezéskor a tekercs egyik ds elemének gyorsulása a . Ekkor a ds -hez rögzítettnek képelt vonatkoztatási rendszerben az m tömegű és $-e$ töltésű elektronra $F_e = -ma$ tehetetlenségi erő hat (51. §), amely helyettesíthető a $-ma = -eE^*$ egyenlőséggel értelmezett E^* „idegen térerősséggel”. A 174. § 4. értelmében ennek az $E^* = (m/e)a$ térerősségnek az egész zárt áramkörre kiterjesztett vonalintegrálja az áramkör e. m. e.-je: $\oint E_e^* ds = \mathcal{E} = (m/e)al$, ahol l a (sokmenetű) tekercset alkotó drót hosszúsága. Az áramkör teljes R ellenállásának és az I intenzitásnak szorzata tehát: $RI = \mathcal{E} = (m/e)al$. Ha a tekercs a v_0 kerületi sebességről τ idő alatt (egyenletesen) fékeződik le, akkor $a = v_0/\tau$, és így

$RI\tau = (m/e)v_0l$; itt $I\tau = Q$ a ballisztikus galvanométerrel mérhető áramlökécs (185. § 5.). Eszerint a keresett összefüggés:

$$RQ = \frac{m}{e} v_0 l, \quad \text{vagy} \quad \frac{e}{m} = \frac{v_0 l}{RQ}. \quad (1)$$

A Tolman-kísérletet később pontosabb változatban megismételték, és a jelenség megfordítását, azaz a vezetők az áram megindulásakor fellépő gyorsulását is kimutatták (BARNETT, 1931). Ezek és közvetve más jelenségek is — pl. az elektronok termikus, foto- és téremissziója, továbbá az a körülmény, hogy a fémekben vagy különböző fémek határán az áram nem létesít kémiai változást — azt bizonyítják, hogy a fémekben az áramot elektronok közvetítik.

A vezetési elektronok „súrlódását” szemlélteti — hasonlóan az ionsúrlódásra vonatkozólag a 190,5. ábrán vázolt kísérlethez — a Barlow-féle kerék: a mágnespólusok között a 203,2. ábra szerint elhelyezett fémkorong forgásba jön, ha rajta a sugár irányában áramot vezetünk át.

2. A vezetőképesség a fémek klasszikus elektronelmélete alapján. Az Ohm-törvény korpuszkuláris értelmezésénél a 174. § 3.-ban azt az egyszerű elképzelést alkalmaztuk, hogy egy vezetési elektronra a mozgatóerőn ($-eE$) kívül a v vándorlási sebességgel arányos „súrlódási erő” ($-e\alpha v$) is hat. Ily módon a σ fajlagos vezetőképességre

$$\sigma = en\mu \quad (2)$$

adódott, ahol n és μ a vezetési elektronok koncentrációja és mozgékonyasága ($\mu = v/E = e/\alpha$). Pl. a 20°C -os vörösréz esetében a mért $\sigma = 5,9 \cdot 10^5 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ érték alapján, mivel feltehetően mindegyik — egy vegyértékű — Cu-atom egy vezetési elektront szolgáltat, és így n egyenlőnek vehető a térfogategységben foglalt Cu-atomok számával (174. § 3.):¹

$$n \approx 8,4 \cdot 10^{22} \text{cm}^{-3}, \quad \mu \approx 44 \frac{\text{cm s}^{-1}}{\text{V cm}^{-1}}. \quad (3a-b)$$

¹ Tanulságos a (3a-b) értékeket egybevetni az elektrolitokban és a gázokban fellépő ionkoncentrációkkal és ionmozgékonyaságokkal [lásd (190,4—5) és (197,8—9) alatt]. A fémekben az elektronok mozgékonyasága aránylag nagy, de áramlási sebességük kicsiny, mert a fémekben a hőhatás miatt csak kis térerősségek tarthatók fenn. Pl. vörösréz drótban a még megengedett $J \approx 6 \text{ A/mm}^2$ áramsűrűség, azaz $E = J/\sigma \approx 0,001 \text{ V/cm}$ térerősség mellett $v = \mu E \approx 0,04 \text{ cm/s}$. Ezzel szemben pl. az elektrolitokban létesíthető $E = 100 \text{ V/cm}$ térerősségnél a $\mu \approx 0,001 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ mozgékonyaságú ionok vándorlási sebessége $\approx 0,1 \text{ cm/s}$.

Az elektronok „súrlódásának” makroszkopikus jellegű fogalmánál jobban tükrözi a valóságot az a feltevés, hogy a pozitív fémionokból álló rácsban a szabad vagy vezetési elektronok külső elektromos tér hiányában teljesen rendezetlen hőmozgást végeznek, miként egy gáz molekulái, és e szabad elektronokból álló „elektron-gázra” a közönséges gázokéhoz hasonló statisztikai törvények alkalmazhatók. Ez — a fémek szabadelektron-modellje — az alapja a fémek klasszikus elektronelméletének (RIECKE, DRUDE, LORENTZ, 1900 körül), amely a fémes vezetés számos törvényszerűségére, így az Ohm-, a Joule- és a Wiedemann—Franz-törvényre magyarázatot adott, de később hiányosságai miatt módosításokra szorult.

a) *A fajlagos vezetőképesség és az Ohm-törvény.* A kinetikai gázelméletben megismert fogalmakat és egyszerűsítő feltevéseket az elektrongázra alkalmazva, legyen a rendezetlen hőmozgást végző szabad elektronok átlagos sebességének nagysága, röviden a *termikus sebesség* v_{th} . Az elektronnak a rácsonokkal való két, egymás utáni „ütközés” közt átlagban megtett útja, a *közepes szabad úthossz* legyen l , a két ütközés közt eltelt átlagos *ütközési idő* pedig $\tau = l/v_{th}$. A feszültség bekapcsolásával létesített E térerősség folytán az eddigi rendezetlen mozgásra egy rendezett mozgás szuperponálódik, mert két ütközés között mindegyik ($-e$ töltésű és m tömegű) elektron az E -vel ellentétes irányú, állandó $a = -eE/m$ gyorsuláshoz jut. Közvetlenül egy ütközés után az elektron sebessége átlagértékben zérus: $v_0 = 0$, mert ha sok ütközést tekintünk, akkor a közvetlenül ezek utáni sebességek közt pl. a v_i és a $-v_i$ érték ugyanolyan gyakran fordul elő. A τ idő múlva bekövetkező másik ütközés előtt az elektron rendezett mozgásának sebessége: $v_t = a\tau$, a rendezett mozgás közepes sebessége tehát $(v_0 + v_t)/2 = v_t/2 = a\tau/2$. Ez az ún. *vándorlási sebesség*:

$$v = \frac{1}{2} a\tau = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m} \tau, \quad \text{ill.} \quad v = \frac{1}{2} \frac{e\tau}{m} E \quad (4)$$

(más néven *áramlási, sodródási vagy „drift”-sebesség*). A (4) egyenletből a v/E *elektronmozgékonyosság*: $\mu = e\tau/2m$, és így (2)-ből a *fajlagos vezetőképesség*:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{2m}, \quad \text{vagy} \quad (\tau = l/v_{th} \text{ miatt}) \quad \sigma = \frac{ne^2 l}{2mv_{th}}. \quad (5a-b)$$

Ez az eredmény, hogy tí. a $\sigma = J/E$ vezetőképességet az E térerősségtől független atomi állandókkal fejeztük ki, a (174,5) *Ohm-törvény* értelmezését is jelenti.

A levezetésnél hallgatólagosan feltételeztük, hogy a *vándorlási sebesség* igen kicsiny a *termikus sebességhez képest*, tí. ebben az esetben lehet az ütközési időt az E térerősség jelenlétében is, E értéktől függetlenül $\tau = l/v_{th}$ -nak venni. A $v \ll v_{th}$ feltétel normális áramsűrűségek és hőmérsékletek mellett (amikor v 0,1 cm/s nagyságrendű, v_{th} pedig $\approx 10^7 - 10^8$ cm/s, l. alább) messzemenően teljesül. Ez érthetővé teszi, hogy a gondos kísérleti vizsgálatok szerint *Ohm törvénye a fémekre még nagyon nagy áramsűrűségeknél is pontosan érvényes*, eltérések csak különleges körülmények között, rendkívül nagy áramsűrűségeknél mutatkoztak ($J \approx 10^6$ A/cm² esetén kb. 1%).

A τ ütközési idő pl. a szobahőmérsékletű vörösréz esetében, (5a) és (3a) alapján számítva: $\tau \approx 5 \cdot 10^{-14}$ s. Az alábbi (9b)-ből $v_{th} \approx 10^7$ cm/s, és így a közepes szabad úthossz: $l \approx 5 \cdot 10^{-7}$ cm. — Ki lehetne mutatni, hogy ha az E térerősséget a $t=0$ időpontban megszüntetjük, akkor az áramlási sebesség az idővel a $v_t = v_0 e^{-t/\tau^*}$ exponenciális függvény szerint csökken, ahol $\tau^* = \tau/2$ az ún. *relaxációs idő*; ez alatt csökken v_t a v -nek e -edrészére. Az (5a) vezetőképességet gyakran a relaxációs idővel fejezik ki:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau^*}{m}. \quad (6)$$

b) *A Joule-törvény.* Egy elektron két ütközés között az elektromos tértől

$$W_1 = \frac{1}{2} m v_{\tau}^2 = \frac{1}{2} m a^2 \tau^2 = \frac{1}{2} m \frac{e^2 E^2}{m^2} \tau^2 = \frac{e^2 E^2 \tau^2}{2m} \quad (7)$$

kinetikai energiát nyer. Mivel az elektron az időegység alatt $1/\tau$ [s⁻¹] számú ütközést szenved, és a térfogategységben n [cm⁻³] szabad elektron van, az elektronok idő- és térfogategységként az elektromos térből $w = (n/\tau)W_1$ energiát vesznek fel, és azt az ütközések során a fémrács ionjainak átadják. Így a fémekben az idő- és térfogategységként fejlődő hőmennyiség:

$$w = \frac{n}{\tau} W_1 = \frac{ne^2 \tau}{2m} E^2, \quad \text{vagy (5a) miatt } w = \sigma E^2, \quad (8a-b)$$

ez pedig a Joule-törvény (179,6) differenciális alakja.

c) *A vezetőképesség hőmérsékletfüggése* (5b)-ből láthatóan a v_{th} termikus sebesség hőmérséklet-függésével kapcsolatos. A klasszikus elektronelméletben egy szabad elektron átlagos kinetikai energiája a (133,6) alatti ekvipartíció-elvnek megfelelően a három szabadsági fok miatt $3kT/2$ (T a fém abszolút hőmérséklete, $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ erg/fok a Boltzmann-állandó):

$$\frac{1}{2} m v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT, \quad \text{azaz } v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \quad (9a-b)$$

Így (5b)-ben σ arányos n/\sqrt{T} -vel, a $\rho = 1/\sigma$ fajlagos ellenállás pedig \sqrt{T}/nl -el. A tapasztalat szerint azonban — nem nagyon kis hőmérsékleteken, l. 173. § 3. — a ρ a T -vel arányos, és ezért az nl -nek \sqrt{T} -vel fordítva arányosnak kellene lennie, amit viszont elméletileg nem lehet megalapozni. Ebben áll a klasszikus elektronelmélet egyik nehézsége.

d) *A Wiedemann—Franz-törvény.* A klasszikus elektronelmélet szerint a fémekben a hővezetést is a szabad elektronok közvetítik, és pedig ugyanolyan mechanizmus útján, mint a gázok hővezetését a gázmolekulák. Ennek megfelelően a fémek fajlagos hővezető-képességére vagy hővezetési tényezőjére (λ) értelemszerűen a (135,8a) alatti $\lambda = Nfk\bar{v}l/6$ formula alkalmazható, amely a mostani jelölésekkel (egy elektronnak $f=3$ szabadsági foka lévén):

$$\lambda = \frac{1}{2} nk v_{th} l. \quad (10)$$

Ezt a σ -nak (5b) alatti kifejezésével elosztva: $\lambda/\sigma = kmv_{th}^2/e^2$, de (9a) szerint $mv_{th}^2 = 3kT$, és így

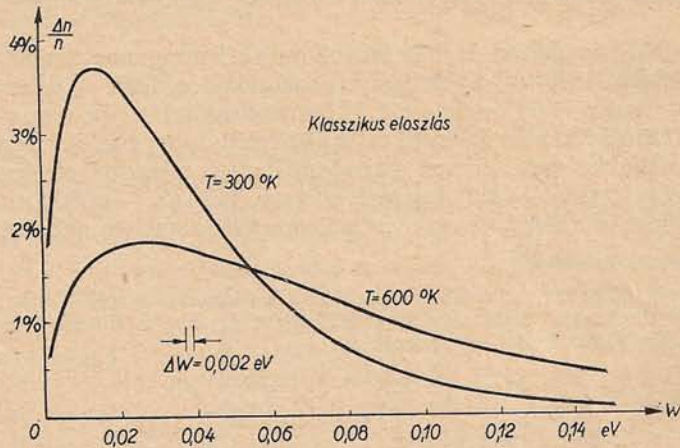
$$\frac{\lambda}{\sigma} = 3 \frac{k^2}{e^2} T, \quad (11)$$

ami nem más, mint a (173,11) alatti Wiedemann—Franz-törvény. A $3k^2/e^2$ állandó jól megegyezik a λ és σ méréséből adódó értékekkel.

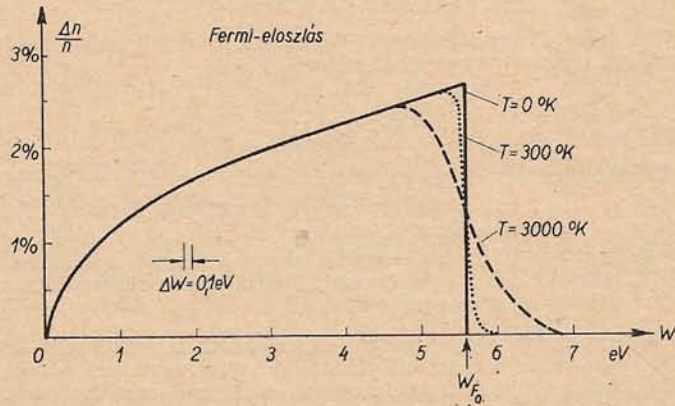
A fémek klasszikus elektronelméletének nehézségei közül a legsúlyosabb a fémek fajhőjével kapcsolatos. Ha egy szabad elektron átlagos kinetikai energiája a klasszikus ekvipartíció-elvből adódó, (9a) alatti $(3/2)kT$ érték, és ha a fémekben a szabad elektronok száma gyakorlatilag egyenlő az atomok számával ($L \approx 6 \cdot 10^{23}$ /mol), akkor a 133. § 2. értelmében az elektronoknak az egy molra vonatkoztatott fajhőhöz $(3/2)Lk = (3/2)R \approx 3$ cal/(mol·°C) értékkel hozzá kellene járulniok. Így a fémek fajhőjének — mivel (133,15) szerint a rács ionjaitól 6 cal/(mol·°C) származik — 9 cal/(mol·°C)-nak kellene lennie, ez viszont durva ellentétben állna a tapasztalati Dulong—Petit-szabállyal!

3. *A fémek újabb elektronelmélete* (SOMMERFELD, 1928) felhasználja a kvantumelméletnek azt a — tárgyalásunkban csak később megalapozható — felismerését, hogy a nagy koncentrációjú elektrongázban az elektronok sebesség- vagy energia-

eloszlására nem a klasszikus vagy Boltzmann-statisztika, hanem a Fermi-statisztika érvényes. A két statisztika szerinti energiaeloszlást itt csak ábrákkal szemléltetjük. A 203,3., ill. 4. ábra görbéi tüntetik fel — az $n \approx 6,2 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ elektronkoncentrációjú wolfram esetében, néhány hőmérsékleten — azoknak az elektronoknak a relatív számát ($\Delta n/n$), amelyeknek kinetikai energiája a klasszikus, ill. a Fermi-statisztika alapján a W és $W + \Delta W$ értékek közé esik; a W -t elektronvoltban fejez-



203,3. ábra



203,4. ábra

tük ki [$1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$, l. (198,11)], ΔW -t az abszcissza 1/10 skálarészének: 0,002, ill. 0,01 eV-nak választottuk. A kétféle eloszlás között a különbség szembe-
szökő. Külön ki kell emelnünk, hogy míg a klasszikus eloszlás szerint az abszolút zérusponton mindegyik szabad elektron kinetikai energiája zérus (ti. az átlagos energia, $W=3kT/2$, $T=0 \text{ °K}$ -nál zérus), addig a Fermi-eloszlás szerint a szabad elektronok többségének már az abszolút zérusponton is aránylag nagy kinetikai energiája van. Az a maximális kinetikai energia, amellyel egy elektron az abszolút

zérusponton rendelkezhetik, a *Fermi-féle (határ)energia*, W_{F_0} ; ez a legtöbb fém esetében 3 és 7 eV közötti érték.

A 203.4. ábráról láthatóan az eloszlás pl. 300 °K-on alig, sőt még 3000 °K-on is csak kevésbé különbözik a 0 °K-hoz tartozó eloszlástól. Ez azt is jelenti, hogy az említett hőmérsékleti tartományban az *elektron-gáz teljes energiája* (W_{eg}) csak kissé függ a hőmérséklettől, tehát a fém fajhőjének az elektron-gáztól származó része ($\sim \partial W_{eg} / \partial T$) nem számottevő. Ily módon feloldódik a klasszikus elmélet legnagyobb nehézsége.

A Sommerfeld-féle elmélet és még inkább annak kvantummechanikai finomításai (BLOCH és mások, 1930-tól) a fémek igen sok tulajdonságát — nehéz számítások útján — kvantitatíve is jól értelmezték. A finomítások tekintetbe veszik az *elektron-gáz és a rács közti kölcsönhatást* is, ti. azt a körülményt, hogy az elektron-gázt képező elektronok valójában nem teljesen szabadon, hanem a pozitív rácсионoktól és az elektronoktól származó — helyileg periodikusan változó — erőterben mozognak. Ezzel kapcsolatos a *szilárd testek energiasáv-modellje*, amelyre a 206. §-ban visszatérünk.

A 203.3. ábrán feltüntetett klasszikus energiaeloszlás formulája a (132,4) alatti Maxwell-féle sebességeloszlási törvényből adódik úgy, hogy ebben v -t és Δv -t a $W = mv^2/2$ és $\Delta W = mv \Delta v$ egyenletek alapján W -vel és ΔW -vel fejezzük ki:

$$\Delta n = n \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \cdot W^{1/2} e^{-W/kT} \Delta W. \quad (12)$$

Ezzel szemben a *Fermi-féle energiaeloszlás*:

$$\Delta n = \frac{4\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \cdot \frac{W^{1/2}}{e^{(W-W_F)/kT} + 1} \Delta W, \quad (13)$$

ahol $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$ erg s a Planck-féle állandó, W_F pedig a fémeknél még az olvadáspontjukon is egyenlőnek vehető az abszolút zéruspontozhoz tartozó

$$W_{F_0} = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \quad (14)$$

Fermi-energiával. A számítások szerint egy szabad elektron átlagos kinetikai energiája: $\bar{W} = (3/5)W_{F_0}$. Pl. a wolfram esetében $\bar{W} = 3,4$ eV = $5,4 \cdot 10^{-12}$ erg, és így az $mv_{th}^2/2 = \bar{W}$ egyenlettel értelmezett termikus sebesség: $v_{th} \approx 10^8$ cm/s. — Kimutatható, hogy ha $T \gg W_{F_0}/k = T_c$, akkor a Fermi-eloszlás a klasszikus eloszlásba megy át. T_c az ún. *elfajulási hőmérséklet*, amely a legtöbb fémnél 30 000–80 000 °K. A $T \ll T_c$ hőmérsékleteken az elektron-gáz „elfajult”, azaz a klasszikus eloszlásnak megfelelőtől lényegesen eltérő állapotban van.

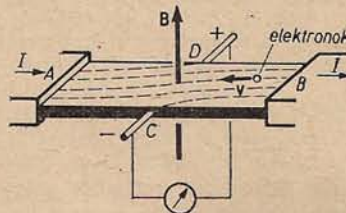
4. *A fémek ellenállása az újabb elmélet szerint* — amint itt csak megemlíthetjük — a fémrácsnak a „tökéletes rácstól” való eltéréseire vezethető vissza. Egy „tökéletes rácson” az elektronok, ill. az ezekhez rendelhető „elektronhullámok” akadálytalanul, szóródás és abszorpció nélkül haladnának át, miként a fény az ideálisan átlátszó közegen. A valóságos rácsban azonban szóródás s így ellenállás lép fel egyrészt a *rácсионok hőmozgása*, másrészt az elkerülhetetlen *szerkezeti rendellenességek* (rácshibák, idegen atomok okozta szennyezések) miatt. Ennek megfelelően a ρ fajlagos ellenállás általában additíve tevődik össze a T hőmérséklettől függő $\rho_{h\theta}$ „*hőmozgási ellenállásból*” és a szennyezésektől származó, kis szennyezéskonzentrációk esetén a T -tól független ρ_m *maradék-ellenállásból* (173. § 3.), azaz $\rho = \rho_{h\theta} + \rho_m$ (*Matthiessen-szabály*). A $\rho_{h\theta}$ -re vonatkozó kvantummechanikai számítások a *Grüneisen—Bloch-formulához* vezetnek, amelynek értelmében $\rho_{h\theta}$ a T -vel, ill. T^3 -nel arányos aszerint, amint T nagy vagy kicsiny egy, a kristályrácsra jellemző hőmérséklethez, a θ *Debye-hőmérséklethez* (pl. a rézre 340 °K) képest: $T \gg \theta$ -ra $\rho_{h\theta} \sim T$, $T \ll \theta$ -ra $\rho_{h\theta} \sim T^5$. Ez az eredmény számos esetben jól megegyezik a 173. § 3.-ban említett tapasztalatokkal. Az újabb elmélet alapján érthetővé vált sok, az *ötvezeték ellenállására* kapott kísérleti eredmény is, a *szupravezetés* értelmezése terén viszont csak a legutóbbi években sikerült lényeges haladást elérni.

204. §. A Hall-effektus és más galvanomágneses, illetve termomágneses jelenségek

1. A Hall-effektus (1879) a következő jelenség: ha vékony fémlémezen, amely a síkjára merőleges homogén mágneses térben van (204.1. ábra), a hosszirányban áram halad át, akkor a lemez haránt irányú középvonalának C és D végpontjai közt feszültség mutatható ki. Ez az U_H Hall-feszültség a mérések szerint arányos az I áramerősséggel és a H mágneses térerősséggel vagy a B indukcióval, és fordítva arányos a lemez d vastagságával:

$$U_H = R_H \frac{IH}{d} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_H = R_H \frac{IB}{d} \quad (\text{MKSA}). \quad (1)$$

Itt R_H a lemez anyagi minőségére jellemző Hall-féle állandó, amely megállapodás szerint negatív, ha — miként az ábrán — az áramnak, a mágneses térnek és a Hall-feszültség csökkenésének az iránya (DC) jobbsodrású koordináta-rendszert képez. Negatív R_H -nak megfelelő normális Hall-effektus várható tiszta elektronvezetés esetében, ti. a B -től A felé v sebességgel vándorló elektronokat az $F \sim -e[\mathbf{v}\mathbf{B}]$ Lorentz-erő úgy téríti el (a szaggatott vonallal jelzett pályáknak megfelelően), hogy C -nél több elektron lesz, mint D -nél.



204.1. ábra

A Hall-effektus a vezetés mechanizmusáról fontos felvilágosításokat ad. A fémek klasszikus elektronelméletéből ugyanis levezethető (l. alább), hogy a Hall-állandó nagysága:

$$|R_H| = \frac{1}{cne} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad |R_H| = \frac{1}{ne} \quad (\text{MKSA}), \quad (2)$$

tehát a fémek Hall-állandójának mérése útján meghatározható a vezetési elektronok koncentrációja (n) és ezáltal — a $\sigma = en\mu$ fajlagos vezetőképesség ismeretében, l. (203,2) — az elektronok mozgékonyága (μ) is.

(1) és (2) értelmezése. A B -től A felé v sebességgel vándorló elektronok a lemez közepén a haránt irányú és (pl. a MKSA-rendszerben) evB nagyságú Lorentz-erő hatására addig mozdulnak el a DC irányban, míg az ezáltal keletkező (DC irányú) E_H térerősségnek megfelelő eE_H erő a Lorentz-erővel egyensúlyt tart:

$$E_H = vB \quad (\text{MKSA}). \quad (3)$$

A v sebesség kifejezhető a b szélességű és d vastagságú lemezen átfolyó I árammal, mert pl. (174,9) szerint $J = I/bd = nev$, azaz $v = I/bdne$. Ezzel (3)-ból az

$$E_H b = U_H = \frac{1}{ne} \frac{IB}{d} \quad (\text{MKSA}) \quad (4)$$

összefüggés következik, amely valóban (1)-et és (2)-t foglalja magában.

A mért Hall-állandókból az adódott, hogy pl. a Cu ($R_H = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{As}$), Ag , Au fémekben a vezetési elektronok koncentrációja közelítőleg megegyezik az atomokéval, a Bi -ban viszont 2–3 nagyságrenddel kisebb. A Zn , Cd és még más fémek esetében talált pozitív R_H érték (anomális Hall-effektus), amely az áramnak pozitív töltéshordozókkal való közvetítésére utal, csak az újabb elmélettel, ill. az energiasáv-moddellel (206. §) értelmezhető.

2. A galvanomágneses és termomágneses hatások áttekintése. Ha hosszirányában árammal átjárt fémlemez síkjára merőleges mágneses térbe helyezünk (204,1. ábra), akkor általában fellép: 1. haránt irányban potenciálkülönbség (*Hall-effektus*); 2. haránt irányban hőmérséklet-különbség (*Ettinghausen-effektus*), a C hely a melegebb; 3. ellenállás-növekedés a mágneses térben (néha *Thomson-effektus* néven is említik), amely szobahőmérsékleten főleg a bizmutnál jelentős (bizmutspirális, 173. §), igen mély hőmérsékleteken pedig sok más fémnél is rendkívül nagy; 4. hosszirányban hőmérséklet-különbség (*Nernst-effektus*).

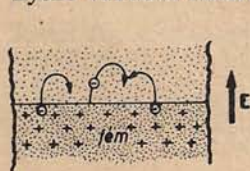
Elektromos áram helyett hőáramot bocsátva át a síkjára merőleges mágneses térben levő fémlemez, kialakul: 5. haránt irányban potenciálkülönbség (1. *Ettinghausen—Nernst-effektus*); 6. haránt irányban hőmérséklet-különbség (*Righi—Leduc-effektus*); 7. hosszirányban potenciálkülönbség (2. *Ettinghausen—Nernst-effektus*); 8. hővezetőképesség-változás a mágneses térben (*Maggi—Righi—Leduc-effektus*).

Ha a mágneses tér párhuzamos a lemezzel, áram átbocsátása esetén szintén mutatkozik: 9. ellenállás-változás a mágneses térben; 10. hosszirányban hőmérséklet-változás; hőáram átbocsátásakor pedig: 11. hosszirányban potenciálkülönbség; 12. hővezetőképesség-változás.

A tizenkét hatás közül az 1–4., 9., 10. *galvanomágneses*, a másik hat *termomágneses* hatás. A lemez és a mágneses tér viszonylagos helyzete szempontjából az első nyolc *transzverzális*, az utolsó négy pedig *longitudinális* effektus.

205. §. A termikus elektronemisszió és az érintkezési feszültség

1. *Kilépési munka; a fémek potenciálkád-modellje.* A vezetési elektronok, bár a fém belsejében szabadon vagy csaknem szabadon mozognak, közönséges körülmények között a fémet nem hagyják el, ti. a tapasztalat szerint egy magára hagyott fémdarab nem lesz pozitív töltésű. Fel kell tételeznünk tehát, hogy a fém és a környező vákuum határfelületén az elektronra a fém belseje felé irányuló F erő hat, és így ahhoz, hogy egy elektron a fémből kilépjen, és az atomi méretekhez ($\approx 10^{-8}$ cm) képest messzire eltávolodjék, az F erő ellenében bizonyos munkát, ún. *kilépési munkát*, ún. *kilépési munkát* kell végezni.

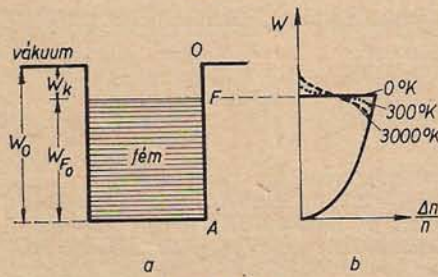


205,1. ábra

Az említett erő főleg két okra vezethető vissza. Egyrészt a fém felületén elektromos kettősréteg alakul ki: a nagy sebességgel a fém felületére érkező elektronok a felületből kissé kinyúló „elektronfelhőt” képeznek, amelyből a pozitív ionok vonzó hatása miatt visszajutnak a felületre (l. a vázlatos 205,1. ábrát). Másrészt a fémet

elhagyó elektron a fémbe pozitív töltést influál, és az ebből származó tükörkép-erő (161. § 3.) az elektront visszahúzza a fémbe. A befelé irányuló E erőnek az elektron negatív töltése ($-e$) miatt kifelé mutató E térerősség felel meg, és ez azt jelenti, hogy a fém belsejében a potenciál (U) nagyobb, az elektron potenciális energiája ($W_p = -eU$) pedig kisebb, mint a fémet körülvevő vákuumban vagy levegőben.

Az utóbbi megállapításon és a kinetikai energia Fermi-féle eloszlásán alapszik a fémek felületével összefüggő jelenségek értelmezésénél igen hasznos *potenciálkád-modell* (205,2a ábra). Eszerint a fémbe mindegyik vezetési elektron potenciális energiája bizonyos W_0 értékkel kisebb, mint a külső térben (miként pl. egy h mélységű kád, gödör vagy tányér alján levő kis gölyő helyzeti energiája mgh -val kisebb, mint a kád szélén); W_0 a „potenciálfal” magassága. Figyelembe véve mármint a vezetési elektronok kinetikai energiájának



205,2. ábra

eloszlását is — az erre vonatkozó 203,4. ábrát 90° -os elfordítással a 205,2b ábra tünteti fel —, azt mondhatjuk, hogy az elektronok az abszolút zérusponton és gyakorlatilag még szobahőmérsékleten is csak az A alapszint és a W_{F_0} Fermi-energiának megfelelő F Fermi-szint közötti energianívókat töltik be. Az ábráról láthatóan egy, a Fermi-szinten levő elektronnak a fémből való kiszabadításához végzendő munka, az ún. *effektív kilépési munka*:

$$W_k = W_0 - W_{F_0}, \quad (1)$$

a potenciálfal magasságának és a Fermi-energiának a különbsége.

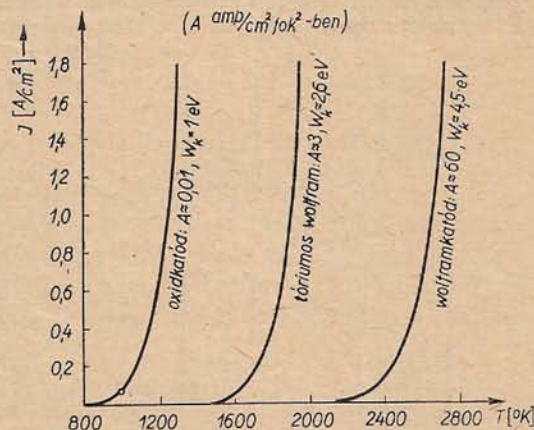
A kilépési munka fontos szerepet játszik a fémekből való elektronkilépés valamennyi fajtájában, azaz rendre a nagy hőmérséklet, az erős külső elektromos tér, a fémbe ütköző elektronok és a fény hatására bekövetkező *termikus emisszió, hidegvagy téremisszió, szekunder emisszió és fotoemisszió* jelenségeiben (l. 198. § 1. és később), továbbá a *kontaktspotenciál* kialakulásában. Értéke, amely kísérletileg eme jelenségek alapján határozható meg, általában néhány elektronvolt.

2. *A termikus elektronemisszió* (198. § 1.) a potenciálkád-modellel a következőképpen értelmezhető. A fémből — a vákuumcsőbe zárt *izzókatódból* — azok az elektronok léphetnek ki, amelyek a W_0 „falmagasságnál” nagyobb $W = mv^2/2$ energiával rendelkeznek. Az ilyen elektronoknak a száma a 205,2b ábra szerint rohamosan nő a T hőmérséklettel. Valójában a fémet csak azok az elektronok hagyják el, amelyeknek a fém felületére merőleges v_n sebességkomponensére nézve $mv_n^2/2 > W_0$. Ezeknek az elektronoknak az idő- és a felületegységre vonatkoztatott n_1 száma a Fermi-statisztika alapján meghatározható, és így kiszámítható az f felületű katódból kilépő *telítési áram* (199. § 1.) $I_t = n_1 f e$ erőssége, ill. $J_t = n_1 e$ sűrűsége is. Az eredmény a *telítési elektronáram sűrűségére vonatkozó Richardson—Dushman-formula*:

$$J_t = AT^2 e^{-\frac{W_k}{kT}}, \quad (2)$$

amelyben W_k a katód anyagi minőségére jellemző kilépési munka, k a Boltzmann-konstans, A pedig az elmélet szerint az anyagi minőségtől független állandó ($A = 120 \text{ A/cm}^2\text{fok}^2$).

A (2) formula kísérletileg úgy ellenőrizhető, hogy a vákuumdióda katódjának fűtőáramát változtatva, megmérjük a telítési áramot mint a katód (optikai pirométerrel meghatározható) T hőmérsékletének a függvényét. A leghasználatosabb katódanyagokra (*wolfram-, tóriumos wolfram-, továbbá oxidkatód*, 199. § 1.) a megfelelő görbéket a mért A - és W_k -értékekkel együtt a 205,3. ábra tünteti fel. Mint látható, azt a fontos célkitűzést, hogy a katód emissziója lehetőleg minél kisebb



205,3. ábra

hőmérsékleten minél nagyobb legyen, a viszonylag kis kilépési munkával (≈ 1 eV) rendelkező oxidkattóddal sikerült megvalósítani.

A termikus elektronemisszióknak a párolgáshoz hasonlítható, statisztikai jellegéből érthető, hogy a katódból igen kicsiny, egyenlő időközök alatt kilépő elektronok száma s ezzel az emissziós áram erőssége ingadozik az átlagérték körül. Ez a Schottky-féle *söréthatás*, amely egyik oka az elektroncsöves erősítők sístergésszerű zajának (231. §), itt nem részletezhető módon lehetőséget nyújt az elektron töltésének a meghatározására is.

3. A *Volta- és a Galvani-feszültség értelmezése a potenciálkád-modellel*. Emlékeztetünk arra (168. §), hogy a töltés nélküli 1 és 2 fémek érintkezésbe hozása után a két fém belseje között — pl. a 205,4. ábrán az A' és B' pontok közt — kialakuló feszültség a Galvani-potenciál, az f_1 és f_2 határfelületekhez közel (kb. 10^{-4} cm-re) a vákuumban (vagy más szigetelőben) felvett A és B pontok közti kialakuló feszültség pedig a Volta-potenciál.

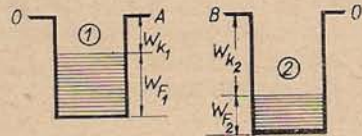
Az érintkezés előtt a két fémnek — Fermi-energiájuk W_{F_1} és W_{F_2} , kilépési munkájuk W_{K_1} és W_{K_2} — a 205,5. ábrán vázolt potenciálkádak felelnek meg, ha az OO zérusnívóként a külső térben levő (pl. a 205,4. ábra O pontjában képzeltek) elektron potenciális energiáját választjuk. Az összeérintés után a magasabb Fermi-nívóval rendelkező, azaz nagyobb maximális energiájú elektronokat tartalmazó 1 fémből elektronok mennek át a 2 fémbe mindaddig, amíg a két Fermi-nívó ugyanabban a magasságban nem lesz (hasonlóan, mint csővel összekötött két edényben a víz szintje). Ez a dinamikus egyensúlyi állapot azonban nem úgy alakul ki, hogy az 1 fémből igen sok vezetési elektron megy át a 2-be, hanem már aránylag kevés elektron átjutása folytán elegendő pozitív, ill. negatív töltést nyer az 1, ill. 2 fém ahhoz, hogy energianívóik rendszere megfelelően eltolódjék: a két Fermi-nívó az egész bal

oldali potenciálkád süllyedése és a jobb oldali kád emelkedése révén — az érintkezés előtti Fermi-energiák és kilépési munkák lényeges megváltozása nélkül — ugyanabba a magasságba kerül (205,6. ábra). Ekkor viszont, mint az ábráról leolvasható, az elektron B és A pontokhoz tartozó potenciális energiájának különbsége $W_{K_2} - W_{K_1}$. Következésképpen a 2 és 1 fémek közötti (az ábra esetében negatív) *Volta-feszültség* vagy *Volta-potenciál* a kilépési munkák különbségének és az elektron ($-e$) töltésének a hányadosa:

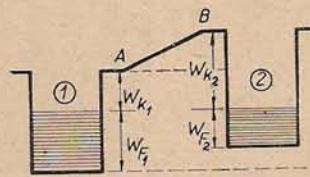
$$U_{V,21} = -\frac{1}{e} (W_{K_2} - W_{K_1}). \quad (3)$$

Az ábráról látható továbbá, hogy a 2 potenciálkád feke az 1-énél ($W_{F_1} - W_{F_2}$)-vel magasabban van, azaz ennyivel nagyobb az elektron potenciális energiája a 2 fém belsejében, mint az 1-ében. Ennek megfelelően a 2 és 1 fémek közötti (az ábra esetében negatív) *Galvani-feszültség* vagy *Galvani-potenciál* a Fermi-energiák különbségének és e -nek a hányadosa:

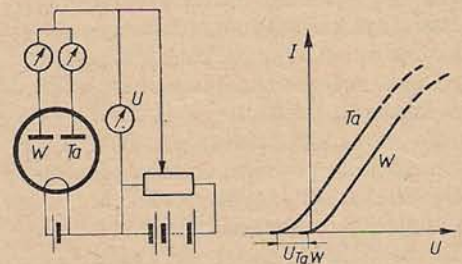
$$U_{G,21} = \frac{1}{e} (W_{F_2} - W_{F_1}). \quad (4)$$



205,5. ábra



205,6. ábra



205,7. ábra

A Volta-feszültség mérése a 168. § 2.-ben megismert eljárásán kívül a 205.7. ábrán vázolt módszerrel lehetséges. A szimmetrikus felépítésű kettős dióda két anódjaként a kérdéses két fém, pl. wolframot és tantalt alkalmazva, megmérjük a két anódáramot mint a külső U feszültség függvényét. A felvett két karakterisztika közti mutatkozó kis eltolódás éppen a keresett Volta-feszültség, pl. $U_{Ta,W} = +0,55$ V. A tantalanod esetében a valóságos anódfeszültség ennyivel nagyobb,¹ és ezért ugyanakkora U mellett az anódáram is nagyobb, mint a wolframanód esetében. A Volta-feszültséget és az egyik fém kilépési munkáját ismerve, (3)-ból meghatározható a másik fém kilépési munkája (pl. $W_{Ta} = W_W - eU_{Ta,W} = 4,65 \text{ eV} - 0,55 \text{ eV} = 4,10 \text{ eV}$).

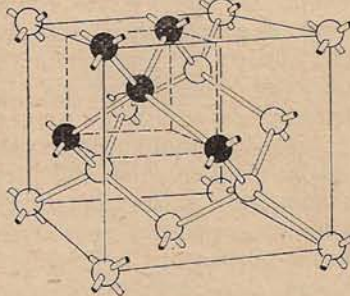
4. A termoelektromos jelenségek közül a Seebeck- és a Peltier-effektus a Galvani-feszültség hőmérsékletfüggésével áll szoros kapcsolatban (180. §). E jelenségek keletkezése durván a 180. §-ban említett módon képzelhető el, a kvantitatív mikrofizikai értelmezés igen bonyolult.

206. §. A félvezetők áramvezetése; a sávmodell

1. A félvezetők fő típusai. Manapság félvezetőkön általában olyan kristályos szilárd anyagokat értenek, amelyeknek fajlagos elektromos vezetőképessége közönséges hőmérsékleten a fémekre vonatkozó ($\sigma \approx 10^4 - 10^6 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$) és a szigetelőknek nevezett anyagokra vonatkozó ($\sigma \approx 10^{-22} - 10^{-10} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$) értékek között van (rendszerint 10^{-9} és $10^3 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ között), és amelyekben a vezetést lényegében elektronok — nem ionok — közvetítik (elektron-félvezetők). E bizonyos fokig önkényes definícióhoz sokan hozzáveszik a legtöbb félvezető ama tulajdonságát, hogy a vezetőképesség tág hőmérsékleti intervallumban a hőmérséklettel nő — ellentétben a fémekkel —, és általában erősen függ a kristályszerkezetet befolyásoló tényezőktől, különösen az idegen anyagokkal való „szennyezésektől”. Félvezetők pl. az elemek közül a Ge, Si, Se, a vegyületek közül pedig a Cu_2O , CdS , PbS , PbSe , SiC , InSb , GaAs stb.

Rendkívül sokrétű és mindinkább fokozódó jelentőségű alkalmazásaikra való tekintettel a félvezetők az érdeklődés és a kutatás előterében állnak. A most következőkben csak a vezetési mechanizmus szempontjából legalapvetőbb tulajdonságokat vázoljuk, főleg a germániumra és olykor a szilíciumra hivatkozva mint olyan „mintaanyagokra”, amelyek a jelenleg legjobban ismert és legfontosabb félvezetők. Meg kell jegyeznünk, hogy több, itt csak röviden érinthető kérdés megalapozására vagy pontosabb kifejtésére csak a későbbi atomfizikai részben kerülhet sor.

A germánium — és a szilícium is — négy vegyértékű, azaz atomonként négy külső vagy vegyértékelektronnal rendelkező elem, amelynek kristályrácsa gyémánt típusú rács (206.1. ábra). Mindegyik atom négy legközelebbi szomszédjához egy-egy „elektronpár-kötéssel” (kovalens vagy vegyértékkötéssel) kapcsolódik: két szomszédos Ge-atom közt a kötést mindkettőnek egy-egy külső elektronja létesíti, úgyhogy a kristály — az egyszerűsített 206.2. ábráról láthatóan — a rácspontokban levő Ge^{4+} -ionok és az ezekhez kötött vegyértékelektronok (•) rendszerének tekint-

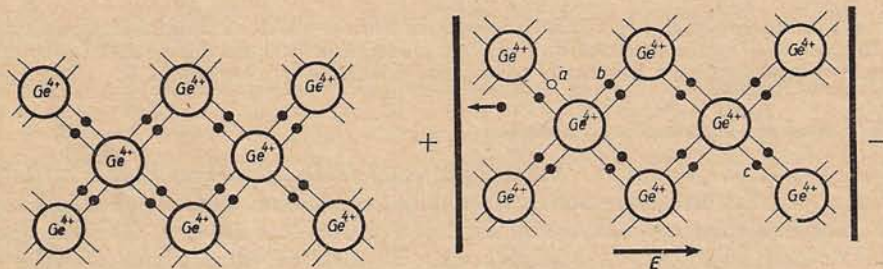


206.1. ábra

¹ Általánosabban, ha a katód és a két anód Volta-feszültsége a velük érintkező rézdrótokhoz képest rendre U_{0r} , U_{1r} és U_{2r} , akkor a két tényleges anódfeszültség különbsége: $U_{a2} - U_{a1} = (U + U_{0r} + U_{2r}) - (U + U_{0r} + U_{1r}) = U_{2r} - U_{1r}$, ez pedig Volta törvénye szerint (168. §) nem más, mint U_{21} , a 2 és 1 anód közti Volta-feszültség.

hető. Az ilyen ideális, teljesen tiszta Ge-kristály alacsony hőmérsékleten, mivel nem tartalmaz szabad mozgásra képes töltéshordozókat, elvileg tökéletes szigetelő.

Elegendő magas hőmérsékleten a hőmozgás folytán egyes (vegyérték-)elektronok kiszabadulnak a kötésből, és a külső elektromos tér hatására a térrel ellentétes irányban vándorolva, vezetést hoznak létre (*elektronvezetés*). A vezetésnek azonban egyidejűleg egy másik oka is van. A kiszabadult elektron helyén, pl. a 206,3. ábrán



206,2. ábra

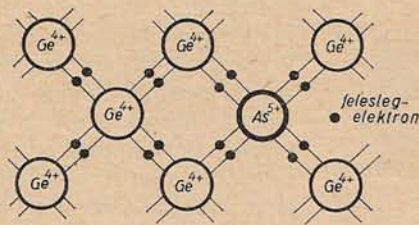
206,3. ábra

az *a* helyen egy „lyuk” (*elektronhiány* vagy ún. *defektuselektron*, \circ) marad, az *a* lyukba könnyen „beugorhatik” pl. a *b* helyről kilépő — a pozitív pólus felé haladó — elektron, ennek helyét pedig a *c* helyről kilépő elektron foglalhatja el stb. A lyuk tehát fokozatosan (*a*-ból *b*-be, *b*-ből *c*-be, ...) a negatív elektród felé, a tér irányába toródik el, vagyis *a* lyuk *elektromos térben úgy mozog, mintha pozitív töltése (+e) lenne*, és a vezetésben ennek megfelelően vesz részt („*lyukvezetés*”). Az olyan vezetés, amelyet bizonyos számú elektron és ugyanannyi lyuk együttesen közvetít, az ún. *saját (intrinsic) vezetés*, a szóban forgó kristály pedig *sajátfélvezető* (más néven *intrinsic, i típusú vagy szerkezeti félvezető*).

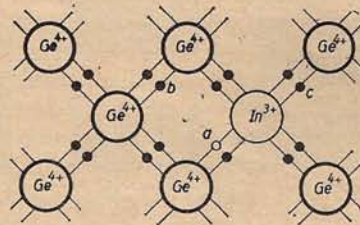
A sajátfélvezetőknél gyakorlatilag fontosabb *szennyezéses félvezetők* egyik fajtája úgy állítható elő, hogy különleges eljárásokkal tisztított germániumot¹ öt vegyértékű elemmel, pl. arzénnel (vagy antimonnal, ill. foszforral) „szennyeznek”: a germániumhoz viszonylag igen kicsiny és pontosan ismert mennyiségű arzént ötvöznek. Ebben az esetben a kristályrács egyik Ge-atomjának helyét As-atom foglalja el (206,4. ábra), ennek öt külső elektronja közül csak négyet kötnek le a szomszédos Ge-atomok, úgyhogy az ötödik könnyen leszakadhat, és mint „feleslegelektron” közvetítheti a vezetést. Az ilyen félvezetőt, amelyben a töltéshordozók — túlnyomó részben — elektronok, a negatív szó kezdőbetűjéről *n típusú félvezetőnek*, az elektront adó szennyezőatomot pedig *donornak* nevezzük.

Ha germániumot három vegyértékű elemmel, pl. indiummal (vagy bórral, alumíniummal, ill. galliummal) szennyezzük, akkor a kristályrács egyik Ge-atomját helyettesítő, csak három külső elektront tartalmazó In-atom környezetében egy elektronhiány vagy „lyuk” van, a 206,5. ábra *a* helyén. Az ennek megfelelő csonka kötés azonban könnyen teljessé válhatik úgy, hogy az *a* lyukat betölti egy szomszédos, eredetileg pl. a *b* helyen levő vegyértékelektron, az így keletkező *b* lyukat pedig

¹ Pl. a tranzisztorgyártásra használt germániumban átlagosan kb. 10^{10} Ge-atomra jut egyetlen olyan idegen atom, amelynek a vezetésben lényeges szerepe van. Ebből a szempontból tehát a szóban forgó germánium 99,999 999 99%-os vagy „tízkilences” tisztaságú!



206,4. ábra



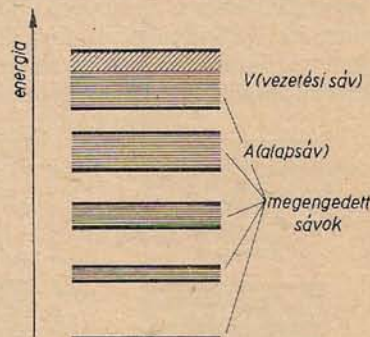
206,5. ábra

betöltheti a *c* helyről „átugró” elektron stb. Ezt úgy fejezhetjük ki, hogy a lyuk rendszertelen hőmozgást végez, külső elektromos térben pedig (a 206,3. ábránál említett módon) a negatív elektródhoz való vándorlása révén közvetíti a vezetést, mintha csak pozitív elemi töltésű részecske lenne. Az ilyen félvezetőt, amelyben a töltéshordozók — túlnyomó részben — „pozitív lyukak”, a pozitív szó kezdőbetűjéről *p* típusú félvezetőnek, az elektront felvevő szennyezőatomot pedig *akceptor*nak hívjuk.

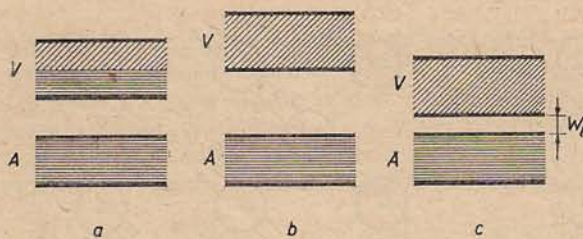
2. A szilárd testek (kristályok) energiasáv-modellje. A fémek, szigetelők és félvezetők tulajdonságainak különbözőségét érthetővé teszi az ún. sávmodell, amely a fémek elektronelméletének (203. §) kvantummechanikai továbbfejlesztése során alakult ki, annak számításbavételével, hogy egy kristályban az elektronok nem erőmentes térben és nem is csak egy-egy atommag erőterében mozognak, hanem helyileg periodikusan változóerőtérben vannak, és így szigorúan véve sem teljesen szabadoknak, sem egy-egy atomhoz kötötteknek nem tekinthetők.

Az itt csak megalapozás nélkül és egyszerűsített alakban vázolható sávmodell értelmében a kristály elektronjai csak olyan energiaértékekkel rendelkezhetnek, amelyek a (206,6. ábrán vonalkázott) megengedett energiasávokba esnek; e sávokat tiltott sávok választják el egymástól. Mindegyik megengedett sáv igen sok — véges számú — és egymáshoz nagyon közel eső energianívót tartalmaz, mindegyik ilyen nívón legfeljebb két elektron lehet (Pauli-féle elv). A mélyebben fekvő, keskenyebb energiasávok az atommagokhoz közelebb levő elektronoknak, a magasabb és szélesebb sávok — amelyek át is fedhetik egymást — a magoktól távolabbi elektronoknak felelnek meg. Normális körülmények között a mélyebb sávokat az elektronok teljesen betöltik; a legfelső betöltött sáv az *A* alapsáv (valenciasáv, vegyérték-kötési sáv), az e feletti, csak részben betöltött vagy üres sáv pedig a *V* vezetési sáv (kondukciós sáv).

A vezetőképesség szempontjából csak a két utóbbi sávnak van szerepe. A 206,7a–c ábra három tipikus esetet tüntet fel; a betöltött sávokat vagy sávreszeket vízszintes, a be nem töltötteket ferde vonalkázás jelzi. Az *a* esetben a vezetési sávot csak részben töltik be elektronok, s így ezek az elektronok, ha a kristályt elektromos térbe



206,6. ábra

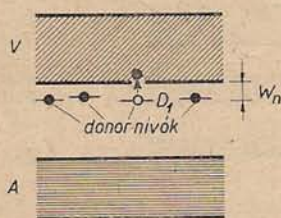


206,7. ábra

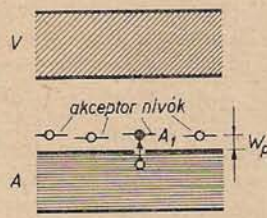
helyezzük, fokozatosan felvehetik a gyorsításuknak megfelelő energiátöbbletet, mert a közeli magasabb szintekre juthatnak; az ilyen kristályok *fémek vezetői*. A *b* esetben a vezetési sáv az abszolút zérusfokon teljesen üres, és *e* sávot az alapsávól egy széles (2–10 eV energiaszélességű) tiltott sávval választja el. Az ilyen sávstruktúrájú

kristályok, minthogy a teljesen betöltött alapsávban levő elektronok — közeli üres szintek hiányában — az elektromos térből nem vehetnek fel energiát, az abszolút nullafokon tökéletes *szigetelők*. A *c* esetben az abszolút zérusfokon teljesen üres vezetési sávot az alapsávól elválasztó tiltott sáv sokkal keskenyebb (≈ 1 eV legfeljebb), úgyhogy nem nagyon alacsony hőmérsékleten a hőmozgás hatására az alapsávból az elektronok nem elhanyagolható hányada a vezetési sávba jut, és elektromos térben ezek az elektronok az alapsávban keletkező ugyanannyi „lyukkal” együtt vezetést hoznak létre; az ilyen kristályok *sajátfélvezetők*, mint pl. a tiszta germánium.

A *szennyezéses félvezetők* két fő típusának sávmodelljét illetően tekintsük először az arzénal szennyezett germánium példáját. Annak az említett körülménynek, hogy egy arzénatomból az egyik vegyértékelektron „könnyen leszakadhat”, és részt vehet a vezetésben, a sávmodellben az felel meg, hogy az arzénatomokhoz vagy általában a szennyező donoratomokhoz kevéssel a vezetési sáv alsó széle alatt fekvő *donornívók* tartoznak (206,8. ábra). Ezeket a helyhez kötött, ti. egy-egy szennyezőatomhoz és nem az egész kristályhoz rendelt energiaszinteket rövid vonalakkal jelöljük. A donornívókról a hőmozgás következtében elektronok jutnak a



206,8. ábra



206,9. ábra

vezetési sávba, és az áramot — túlnyomó részben — ezek az elektronok közvetítik: a kristály *n* típusú félvezető.²

Az indiummal szennyezett germánium példájában viszont az elektronokat „könnyen felvevő” indiumatomokhoz, ill. általában a szennyező akceptoratomokhoz a sávmodellben olyan — szintén lokalizált —

akceptornívók tartoznak, amelyek kevéssel az alapsáv felső széle fölött helyezkednek el (206,9. ábra). A hőmozgás hatására az alapsávból elektronok jutnak az akceptornívókra, miáltal az alapsávban „pozitív lyukak” keletkeznek, és túlnyomó részben ezek közvetítik az áramot: a kristály *p* típusú félvezető.²

² A 206,8. és 9. ábrákon nyilakkal jelzett elektronátmenetek folytán a megfelelő donornívókra lyukak (D_1 -en \circ), a megfelelő akceptornívókra pedig elektronok (A_1 -en \bullet) kerülnek, de ezek a lyukak, ill. elektronok a donor- és az akceptornívók lokális jellege miatt nem vesznek részt a vezetésben.

3. A félvezetők vezetőképessége. Mint láttuk, a félvezetőkben a hőmozgás hatására áramot közvetítő töltéshordozók, elektronok és lyukak keletkeznek. Számuk növekedésének azonban (hasonlóan, mint pl. a gázionok esetében, 197. §) határt szab a rekombináció, úgyhogy egy adott félvezetőben állandó hőmérsékleten az elektronok és a lyukak koncentrációja állandó. Ha e két, cm^{-3} -ben mért mennyiséget n -nel és p -vel, az elektronok és a lyukak mozgékonyágát (a vándorlási sebesség nagyságának és az elektromos térerősségnek a hányadosát) μ_n -nel és μ_p -vel, az elemi töltés nagyságát pedig e -vel jelöljük, akkor — pl. (203,2)-nek megfelelően — a fajlagos vezetőképesség az általános esetben:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p). \quad (1)$$

Speciálisan a saját (intrinsic) félvezetőben a lyukak és az elektronok sűrűsége egyenlő: $p_i = n_i$, az n típusú, ill. a p típusú félvezetőkben pedig $n_n \gg p_n$, ill. $p_p \gg n_p$ (a „többségi töltéshordozók” sűrűsége túlnyomó a kisebbségi töltéshordozókéhoz képest), úgyhogy e három esetben rendre:

$$\sigma_i = en_i(\mu_n + \mu_p), \quad \sigma_n = en_n\mu_n, \quad \sigma_p = ep_p\mu_p. \quad (2a-c)$$

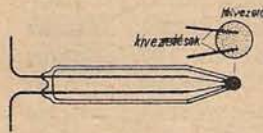
Hogy egy félvezető n vagy p típusú-e, az kísérletileg eldönthető a Hall-effektus (204. §) segítségével. A 204.1. ábra alapján ugyanis könnyen belátható, hogy aszerint, amint a vizsgált félvezetőkben a negatív vagy a pozitív töltéshordozók vannak túlsúlyban, a C pontnak a D -hez képest negatív, ill. pozitív feszültségűnek kell lennie. Az a tény, hogy több fémnél és számos félvezetőnél a C pozitív feszültségűnek adódott, a „pozitív lyukak” útján való vezetés egyik legmeggyőzőbb kísérleti bizonyítéka.

A fajlagos vezetőképesség és a Hall-feszültség méréseiből (más ellenőrző méréseket és elméleti megfontolásokat is felhasználva) a töltéshordozók sűrűsége és mozgékonyága meghatározható. Tájékoztatásul ezek értékeit az alábbi táblázat tünteti fel a szobahőmérsékletű tiszta (intrinsic) germániumra, továbbá egy 50-szer akkora vezetőképességű n típusú, ill. p típusú germániummintára.³

| Germánium | σ [$\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$] | n [cm^{-3}] | p [cm^{-3}] | μ_n [$\frac{\text{cm/s}}{\text{V/cm}}$] | μ_p [$\frac{\text{cm/s}}{\text{V/cm}}$] |
|------------|--|--------------------------|--------------------------|---|---|
| intrinsic | 0,02 | $2,5 \cdot 10^{13}$ | $2,5 \cdot 10^{13}$ | 3600 | 1700 |
| n típusú | 1 | $1,7 \cdot 10^{15}$ | $3,7 \cdot 10^{11}$ | 3600 | 1700 |
| p típusú | 1 | $1,7 \cdot 10^{11}$ | $3,7 \cdot 10^{15}$ | 3600 | 1700 |

A félvezetők fajlagos vezetőképessége a hőmérséklet növelésével rohamosan nő (a fajlagos ellenállás csökken, ellentétben a fémekkel). Ennek oka a sávmodell szerint lényegileg abban áll, hogy a hőmozgás élénkülésével egyre több elektron jut a sajátfélvezetők esetében az alapsávból a vezetési sávba, az n , ill. p típusú félvezetők esetében pedig a donornívókról a vezetési sávba, ill. az alapsávból az akceptornívókra. Így a hőmérséklettel a töltéshordozók száma (n , ill. p) erősen növekszik.

³ Összehasonlításként: a réz esetében $\sigma \approx 6 \cdot 10^5 \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$, $n \approx 10^{23} \text{cm}^{-3}$, $\mu_n \approx 40 \text{cm}^2/\text{Vs}$. — Az elmélet szerint egy adott félvezető-alapanyagban állandó hőmérsékleten a kétféle töltéshordozó sűrűségének a szorzata állandó: $n_n p_n = n_i p_i = n_i^2$ ($= 6,25 \cdot 10^{16}$ a szobahőmérsékletű germániumra).



206,10. ábra

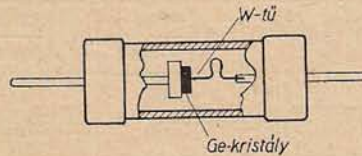
szik, és bár a mozgékonyosság (μ_n , ill. μ_p) csökken a rácsatomok rezgési amplitúdójának növekedése miatt, ez az utóbbi hatás — amely a fémeknél σ csökkenését eredményezi — a vezetőképességnek az előbbi okból származó nagy növekedését nem képes ellensúlyozni.⁴

Vezetőképességük erős hőmérsékleti függése miatt a félvezetőkkel készített „hőérzékeny ellenállások” vagy *termisztorok* — egy típus a 206,10. ábrán látható — igen alkalmasak hőmérsékletmérésre: a fém ellenállás-hőmérőknél (173. §) sokkal érzékenyebbek, ezred fokos változást is jelezhetnek. Használatosak áramszabályozó vagy korlátozó ellenállásként, vákuumba zárva a gáznyomás mérésére és több más célra is.

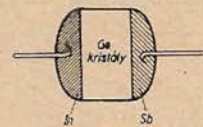
207. §. Kristálydiódák és tranzisztorok

1. *Kristálydiódák.* A 206. §-ban hallgatólagosan feltételeztük, hogy az áramhosszávezetések helyén a *fém és félvezető érintkezése* nem jelent számottevő ellenállást, vagyis az elektronok a negatív fémelektrodból a félvezetőbe és ebből a pozitív fémelektrodra akadály nélkül juthatnak át. A valóságban azonban az ilyen „ohmos érintkezés” helyett gyakran „záróréteges érintkezés” áll fenn: a fém és a félvezető határán kialakuló vékony *záróréteg* (SCHOTTKY, 1929) az áramot gyakorlatilag csak az egyik irányban engedi keresztül — a másik irányban sokkal nagyobb ellenállást képvisel —, úgyhogy az ilyen fém—félvezető kontaktusnak, akárcsak a vákuumdiódának (199. §), *egyenirányító hatása* van. Ezen a hatáson alapszik pl. a félvezető kristályból és az ezzel lazán érintkező fémtübből álló *kristálydetektor* (BRAUN, 1874), amelyet a rádiótechnika kezdeti szakaszában, majd később a mikrohullámú technikában alkalmaztak.

A ma használatos *kristálydiódák* (félvezető egyenirányítók) közül a *csúcs- vagy tűs diódák* a kristálydetektor tökéletesített változatai — a 207,1. ábra pl. egy tűsgermániumdiódát tüntet fel —, a *rétegdiodák* működésében pedig egy összefüggő



207,1. ábra



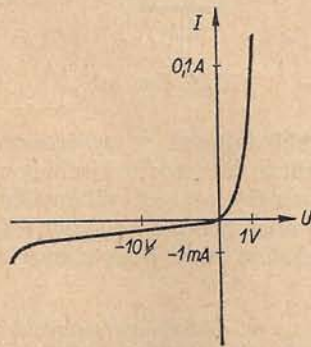
207,2. ábra

félvezető kristálynak, többnyire germániumnak vagy szilíciumnak két különböző típusú (*p* és *n*) része között levő határ- vagy záróréteg, a *p—n határréteg* (*p—n átmenet*) játszik szerepet. A *p* és *n* réteg pl. a 207,2. ábrán vázolt germánium réteg-

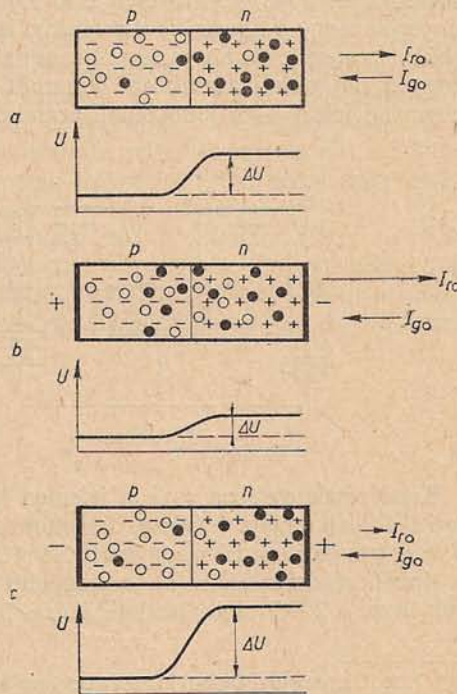
⁴ A σ vezetőképességnek a T abszolút hőmérséklettel való növekedése megközelítőleg exponenciális: bizonyos intervallumban $\sigma \approx \text{const} \cdot \exp(-W/2kT)$, ahol k a Boltzmann-konstans, W pedig a sajátfélvezetők esetében a *tiltott sáv szélességét* (W_i), az *n* és a *p* típusú félvezetőknél pedig — ideális határesetben — a *donornívók mélységét* (W_n) és az *akceptornívók magasságát* (W_a) jelenti, lásd a 206,7—9. ábrákat. (Az *n* és *p* típusra vonatkozó pontos formulák általában nagyon bonyolultak.) A σ T -től való függésének méréséből adódott, hogy pl. a Ge-ban $W_i \approx 0,7$ eV.

dióda esetében úgy állítható elő, hogy tiszta Ge-lapocskára egyik oldalára indium, a másikra antimon csatlakozót erősítenek, és a rendszert megfelelő hőkezelésnek vetik alá; ennek során a bal, ill. jobb oldalról In-, ill. Sb-atomok, azaz p , ill. n típusú szennyezések diffundálnak be a kristályba. A dióda karakterisztikájáról (207,3. ábra) látható, hogy ha az áramforrás pozitív sarkát a p réteghez kapcsoljuk, akkor az áram ebben a $p \rightarrow n$ áteresztő (nyitó) irányban több nagyságrenddel nagyobb, mint az áramforrás sarkainak felcserélése után az $n \rightarrow p$ záró irányban. A következőkben csak a rétegdiodák működését vizsgáljuk, amely a tús diódákénál egyszerűbb, és a tranzisztorok szempontjából is fontosabb.

A p – n átmeneti réteg egyenirányításának mechanizmusával kapcsolatban 207,4a–c ábrán \bullet és \circ jelölik a szabad elektronokat és lyukakat, $+$ és $-$ pedig az ezek „leszakadása” folytán ionokként visszamaradó, helyhez kötött donor-, ill. akceptor-atomokat. Képzeljük el, hogy külső feszültség nélkül kezdetben az elektronok csak az n rétegben, a lyukak pedig csak a p rétegben vannak, úgyhogy mindkét réteg semleges. Ez az állapot nem marad fenn, hanem a két réteg határán meglévő erős koncentrációesés folytán diffúzió jön létre: az n rétegből a p -be elektronok, a p rétegből az n -be pedig lyukak mennek át mindaddig, míg az így keletkező elektromos tér — az n rétegben az U potenciál ΔU -val nagyobb, mint p -ben — a további átjutást meg nem akadályozza (a ábra). Pontosabban, a kialakult dinamikus egyensúly esetében az alábbi folyamatok mennek végbe. A p rétegből kis számban a ΔU „potenciálgát” ellenére lyukak diffundálnak az n rétegbe, és itt az elektronokkal való rekombináció révén megszűnnek; pótlásuként a p -ből az n rétegbe állandóan folyik egy kis „rekombinációs lyukáram” ($I_{r\circ}$). Ezt az áramot éppen kompenzálja azoknak a lyukaknak az árama ($I_{g\circ}$, „generált lyukáram”), amely lyukak az n rétegben a hőmozgás hatására lyuk–elektron párok tagjaiként jönnek létre, és a potenciálcsökkenés irányát követve, át-diffundálnak a p rétegbe. A két lyukáramhoz teljesen hasonlóan két elektronáram is keletkezik, I_r és $I_{e\bullet}$, amelyek egyen-



207,3. ábra



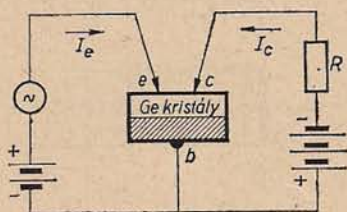
207,4. ábra

súly esetén szintén kompenzálják egymást.¹ Az ábrán, jobb oldalon, csak a lyukáramokat tüntettük fel.

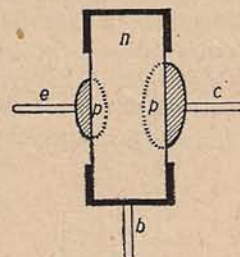
Ha *külső feszültséget* alkalmazunk úgy, hogy az áramforrás pozitív sarkát kapcsoljuk a *p* réteghez (*b* ábra), akkor a *p* → *n* nyitó irányban az alábbi okból folyik aránylag erős áram. Kellő külső feszültség hatására az *n* és a *p* réteg közti potenciálgát ΔU magassága lényegesen csökken, ezért most a *p*-ből az *n* rétegbe az időegység alatt sokkal több lyuk diffundál át, azaz $I_{r\circ}$ sokkal nagyobb, mint az előbbi esetben. Az ellenkező irányú $I_{g\circ}$ lyukáram viszont változatlanul kicsiny marad, ti. a hőmozgás által „generált” lyuk—elektron párok száma lényegében csak a hőmérséklettől függ, ΔU az $I_{g\circ}$ -t gyakorlatilag nem befolyásolja. Ily módon a *p* → *n* irányban folyó, $I_{r\circ} - I_{g\circ}$ intenzitású lyukáram és a teljesen hasonló okból az *n* → *p* irányban folyó $I_{r\bullet} - I_{g\bullet}$ elektronáram együttvéve elég erős teljes áramot eredményez. Az áramforrás sarkait felcserélve (*c* ábra), az *n* → *p* záró irányban az áram azért sokkal kisebb, mert a külső feszültség hatására a ΔU potenciálgát oly magassá válik, hogy ezen át csak nagyon kevés lyuk képes a *p* rétegből az *n*-be, és hasonlóan kevés elektron az *n*-ből a *p* rétegbe jutni. Így $I_{r\circ}$ és $I_{r\bullet}$ igen kicsinyek, és (mivel $I_{g\circ}$ és $I_{g\bullet}$ most is változatlanul kicsinyek) csekély a teljes áram is, amely az *n* → *p* irányú $I_{g\circ} - I_{r\circ}$ lyukáramból és a *p* → *n* irányú $I_{g\bullet} - I_{r\bullet}$ elektronáramból tevődik össze.

Az egyenirányítókra és alkalmazásaikra később még visszatérünk (225. §).

2. A tranzisztorok (kristálytriódák, kristályerősítők; BARDEEN, BRATTAIN és SCHOCKLEY, 1948) időrendben első fajtája a 207,5. ábrán vázolt *tűs tranzisztor*: lényegében egy *n* típusú kis germánium lemezből és az ezzel érintkező két (egymástól kb. 0,1 mm-re levő) finom fémcsúcsból áll. Az ábrázolt kapcsolásban alkalmas arra, hogy a bal oldali áramkörbe kapcsolt váltakozó feszültséget vagy áramot — a „bemenő jelet” — a jobb oldali áramkörben felerősítve adja vissza.



207,5. ábra

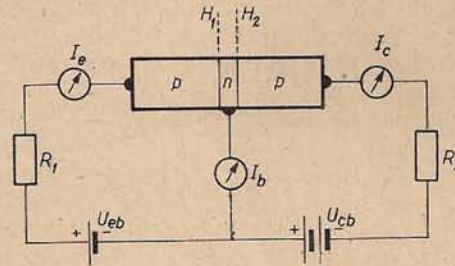


207,6. ábra

Kissé részletesebben csak a jelenleg legelterjedtebb fajtával, a *pnp-rétegtranzisztorral* foglalkozunk. Vázlatos felépítése a 207,6. ábrán látható: a kisebbik méretű *p* réteg (pl. indiummal szennyezett Ge-réteg) az *emitter* (*e*), az igen vékony középső, *n* típusú réteg a *bázis* (*b*), a nagyobb felületű *p* réteg pedig a *kollektor* (*c*). Állításuk össze a 207,7. ábra szerinti „közös bázisú kapcsolást” úgy, hogy a bázishoz ké-

¹ A fenti egyensúlyi állapot jó példa egy igen általános elvre, a *mikroszkopikus reverzibilitás elvére*, amely szerint dinamikus egyensúly esetében minden mikroszkopikus (elemi) folyamatot kompenzál egy megfordított folyamat.

pest az emitter kis pozitív (az $e-b$ „emitterdióda” számára nyitó irányú), a kollektor pedig jóval nagyobb negatív (a $c-b$ „kollektordióda” számára záró irányú) előfeszültséget kapjon. A három galvanométer rendre az I_e emitter-, I_b bázis- és I_c kollektoráramot méri. Az I_b kicsinynek mutatkozik I_c -hez képest (pl. $I_b = 0,05I_c$, $I_c = 0,95I_e$, ti. a csomóponttörvény szerint $I_c = I_b + I_e$).



207,7. ábra

A $p-n$ átmenetekről mondottak és a 207,7. ábra alapján a pnp -tranzisztor működése főbb vonásaiban a következőképpen vázolható. Egyszerűség kedvéért azt az esetet vesszük alapul, amelyben a p rétegekben az akceptorok koncentrációja jóval nagyobb, mint az n rétegben a donorké; ekkor a tranzisztorban a vezetést főleg a lyukak közvetítik, az elektronvezetést figyelmen kívül hagyhatjuk. Az emitter és a bázis közti külső, nyitó irányú feszültség (U_{eb}) hatására a p típusú emitterrétegből lyukak hatolnak be („lyukinjektálás”) az n típusú bázisrétegbe. E rendkívül vékony rétegben a lyukaknak csak kis hányada rekombinálódik az elektronokkal (az így kieső elektronokat pótolják az U_{eb} áramforrásból a külső vezetéken át a bázisrétegbe érkező, a bázisáramot szállító elektronok), a lyukak legnagyobb része eldiffundál a kollektorréteg H_2 határáig, innen pedig már az U_{cb} külső feszültség is elősegíti a kollektorelektrodáig való eljutásukat, azaz a kollektoráram kialakulását. Ha az emitter és a bázis közti feszültséget változtatjuk, ill. az emitterkörbe váltakozó „jelfeszültséget” (miként a 207,5. ábrán) iktatunk be, akkor a kollektoráram is megfelelő ütemben változik, más szóval a bemenő jel vezérli a kollektoráramot. Ez a váltakozó kollektoráram az alkalmasan választott R_2 kimeneti ellenállás mentén olyan váltakozó feszültséget hoz létre, amely a jelfeszültség sokszorososa lehet, tehát ily módon nagy feszültségerősítés — más kapcsolásokkal pedig nagy áram- és teljesítményerősítés — érhető el, akár csak a vákuumtriódával (199. §).

A tranzisztorok jellemzőiről, kapcsolási módjairól és alkalmazásairól később, a vákuumtriódák részletesebb tárgyalása után teszünk említést (231. §). Ugyancsak későbbi fejezetekbe kívánkozik a félvezetőkkel kapcsolatos jelenségek és alkalmazások néhány további csoportjának, pl. a fotovezetésnek és a kristálylumineszcenciának az ismertetése is.

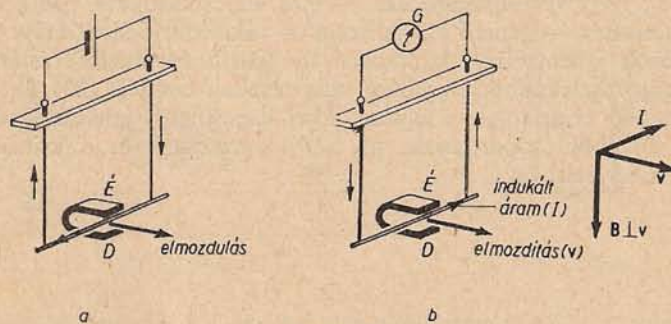
AZ IDŐBEN VÁLTOZÓ ELEKTROMÁGNESES TÉR

A) AZ ELEKTROMÁGNESES INDUKCIÓ

208. §. Az indukció alapjelenségei. Lenz szabálya

1. Az *elektromágneses indukció* vagy röviden *indukció* jelenségének (FARADAY, 1831) válfajaira és keletkezésére vonatkozólag az alábbi kísérletek nyújthatnak felvilágosítást.

a) Az a 183. §-ból ismert és a 208,1a ábrán újból felvázolt jelenség, hogy a mágneses térben felfüggesztett vezető áram átbocsátásakor elmozdul, megfordítható a *b* ábra szerint: ha a vezető két végét áramforrás helyett a *G* galvanométerrel kötjük össze, és a vezetőt a mágneses tér irányára merőlegesen elmozdítjuk — tehát úgy, hogy a vezető „metszi” a mágneses erő- vagy indukcióvonalakat —, akkor *G* az *elmozdítás tartama alatt* áramot jelez. Ez a jelenség az indukció egyik fajtája, az észlelt áram az *indukált áram*, amelynek keletkezését az *indukált feszültségnek* (*e. m. e.-nek*) tulajdonítjuk. A vezető ellenkező irányú elmozdítása vagy a mágneses tér ellentétes iránya esetén az indukált áram iránya is ellentétes. Ha a vezető helyett a mágnezt mozdítjuk el az ellenkező irányban, a hatás ugyanaz marad, tehát a



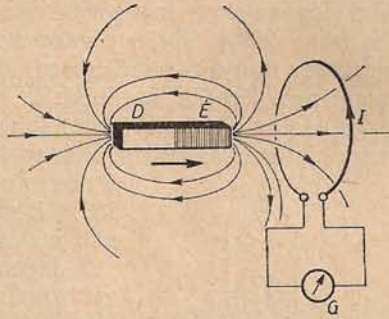
208,1. ábra

jelenség szempontjából csak a vezető és a mágnes *relatív elmozdulása* a lényeges. Megfigyelhetjük, hogy az indukált áram annál erősebb, minél gyorsabb az elmozdítás. A vezető elmozdulásának, a mágneses térnek és az indukált áramnak az iránya — a *b* ábrán rendre v , B , I — úgy következnek egymásra, mint a jobb kéznek egymásra merőlegesen tartott hüvelyk, mutató és középső ujja (*Fleming-féle jobbkézszabály*). Az *a* és *b* ábrák összehasonlítása alapján pl. a vezetőnek jobbra való elmoz-

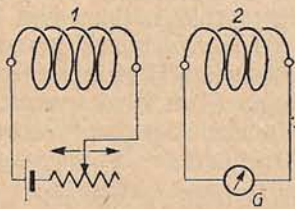
dításakor indukált áram iránya olyan, hogy a vezetőre a mágneses tér balra irányuló, vagyis az elmozdítást akadályozó erőt fejt ki (Lenz szabálya, 1. alább).

b) Ha galvanométeren keresztül zárt vezetőhurokhoz mágnesrudat közelítünk, vagy a vezetőt közelítjük a rúdhoz, a galvanométer áramot jelez (208,2. ábra); távolításkor ellenkező irányú áram indukálódik. Vezetőhurok helyett több menetű tekercset alkalmazva, annál erősebb áramot észlelünk, minél több menetű a tekercs.

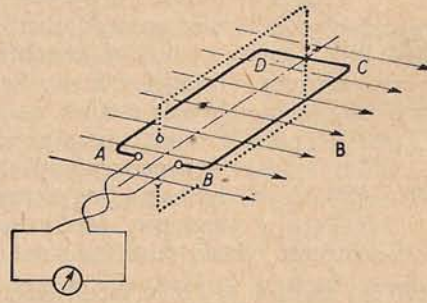
c) A 2 tekercsben áram indukálódik akkor is, ha 2-höz mágnesrúd helyett az áram átjárta 1 tekercset közelítjük vagy távolítjuk, vagy ha a nyugvó 1-ben az áramforrást be- vagy kikapcsoljuk, vagy ha 1-ben az áramot pl. tolóellenállás felhasználásával erősítjük vagy gyengítjük (208,3. ábra).



208,2. ábra



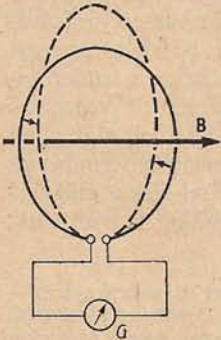
208,3. ábra



208,4. ábra

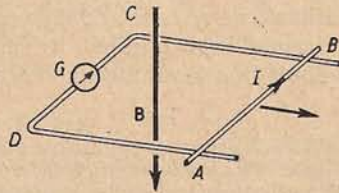
d) Homogén mágneses térben levő vezetőhurokban (tekercsben) áram keletkezik, ha a hurkot a síkján átmenő és a tér irányára merőleges tengely körül elfordítjuk (208,4. ábra), vagy

e) ha a hurok deformálásával a körülzárt felületet növeljük, vagy csökkentjük (208,5. ábra).



208,5. ábra

f) Egy derékszögű drótkeret, amelynek mentén az AB vezető drót a 208,6. ábra szerint elmozdítható, legyen a keret síkjára merőleges irányú, homogén mágneses térben (ez a tér lehet pl. a földmágneses térnek az ábrán B-vel jelölt függőleges összetevője). Az AB vezető elmozdításakor a galvanométer áramot mutat.

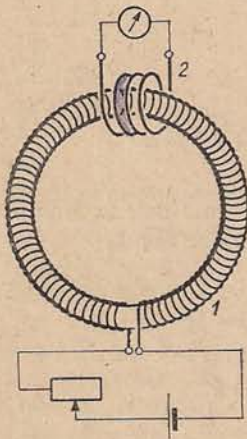


208,6. ábra

A fenti kísérletekből arra lehetne következtetni, hogy lineáris zárt vezetőben akkor keletkezik indukált áram, ha a vezető vagy egyes részei mágneses erő- vagy in-

dukcióvonalakat metszenek. Ez azonban általánosságban nem helytálló, mert ha pl. a 208,4. ábrán pontozva rajzolt merev drótkeretet eltoljuk a homogén mágneses tér irányára merőlegesen, akkor a keret metszi az erővonalakat, de indukált áram nem lép fel. Továbbá:

g) Ha az 1 körtekercsben folyó áram erősségét változtatjuk (akár az áram be- vagy kikapcsolása útján, akár tolóellenállással, 208,7. ábra), akkor az 1-et áthurkoló 2 tekercsben indukált áram keletkezik, noha 2 menetei a 181. § 1. szerint nincsenek is mágneses térben, tehát erővonalmetszés tekintetbe sem jöhet.



208,7. ábra

A legutóbbi kísérletben az 1 körtekercs áramának megváltoztatásakor nyilvánvalóan a 2 vezető által körülzárt felületen (tekercs esetén a tekercs menetfelületén, 183. §) átmenő H - vagy B -vonalak száma, az erő- vagy indukciófluxus változott meg, és könnyen belátható, hogy ugyanez történt az előző $a-f$ kísérletekben is. Az indukció szempontjából tehát az erő- vagy az indukciófluxus időbeli változása a lényeges; hogy a kettő közül melyiknek a változása, az eldönthető a következőképpen:

h) A g) kísérletet úgy módosítjuk, hogy az 1 tekercs belsejét vákuum (levegő) helyett lágyvas gyűrű tölti ki. Ebben az esetben az egyébként egyenlő körülmények között indukált áram az előzőnél sokkal erősebbnek mutatkozik. A μ permeabilitású vasmag bevétele a H térerősségen, amelyet az adott esetben egyedül az 1-ben folyó áram erőssége szab meg, nem változtat, a B indukciót viszont a vákuumbeli

B -érték μ -szőrösére növeli, tehát az indukált áram keletkezésére az indukciófluxus

— a (170,3a) alatti $\Phi = \int B_n df$ mennyiség — időbeli változása a mérvadó.

A fenti kísérletek alapján levonhatjuk a következtetést: Zárt vezetőben akkor keletkezik indukált áram vagy feszültség,¹ ha a vezető által körülvelt felületen átmenő indukciófluxus időben változik.

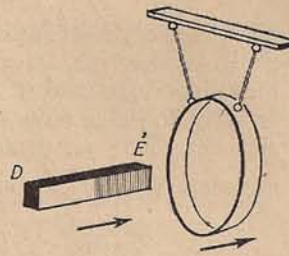
2. Lenz szabálya (1834) az indukált áram irányára vonatkozólag az a) kísérletben talált szabály általánosítása: Az indukált áram mindig olyan irányú, hogy az indukciót létesítő változást akadályozza, ill. „akadályozni törekszik”. Példa: ha a 208,2. ábrán vázolt kísérletben az északi pólusával a tekercs felé fordított mágnesrudat közelítjük a tekercshez, az indukált áram iránya a rúd felé nézve az óramutató járásával megegyező, ti. ebben az esetben a tekercs mágneses tere a 181. §-ban megismert „jobbcsavar-szabály” alapján a rúd északi pólusa felé irányul, azaz a rudat taszítja. A mágnesrúd közelítésekor éppen az eme taszítóerő ellenében végzendő munka szolgáltatja azt az energiát, amely az indukált áram Joule-hőjének alakjában jelentkezik. Ebből a példából jól látható, hogy Lenz szabálya az energiamegmaradás elvéből következik: ha az indukált áram ellenkező irányú lenne, a tekercs a mágnesrudat maga felé vonzaná, és így a Joule-hőn kívül mechanikai munkát is nyernénk,

¹ Eddigi kísérleteinkben a figyelmet az indukált áramra fordítottuk, a primer jelenség azonban — miként az majd a 209. és 210. §-ból kiviláglik — az indukált feszültség ($e. m. e.$) fellépte. Az utóbbit a kísérletekben közvetlenül kimutathatjuk a galvanométer helyébe iktatott elektrométerrel (de ekkor az áramkör nem zárt).

azaz végeredményben „a semmiből kapnánk energiát”. (A szabály megfelel a legkisebb kényszer elvének is, l. 141. § 2.)

Más példák: a c) kísérletben (208,3. ábra) az áram átjárta I tekercsnek a 2-höz való közelítésekor, ill. a távolításakor 2-ben az I -ével ellentétes, ill. egyenlő körüljárási irányú áram keletkezik, ti. az ellentétes irányú áramok taszítják, az egyező irányúak vonzzák egymást (183. § 2.). Ha a nyugvó I -ben az áramot be-, ill. kikapcsoljuk, vagy ha az áramerősséget növeljük, ill. csökkentjük, akkor 2-ben szintén az I -ével ellentétes, ill. egyező körüljárási irányú áram indukálódik, ily módon ugyanis az indukált áram mágneses tere éppen akadályozza az I tekercs mágneses terének növekedését, ill. csökkenését.

A fenti példákkal összefüggő kísérlet (208,8. ábra): ha a mágnesrudat a bifilárisan felfüggesztett alumínium gyűrű belsejébe taszítjuk, akkor a gyűrű jobbra, a rúd kirántásakor pedig balra mozdul el, függetlenül attól, hogy a mágnesrúd melyik pólusa néz a gyűrű felé. Ugyancsak jobbra, ill. balra mozdul el a gyűrű, ha a mágnesrúd helyébe tett tekercsbe az áramot be-, ill. kikapcsoljuk.



208,8. ábra

209. §. A Faraday-féle indukciós törvény és néhány alkalmazása (a mágneses indukció, térerősség és feszültség mérése; váltakozó áram előállítás)

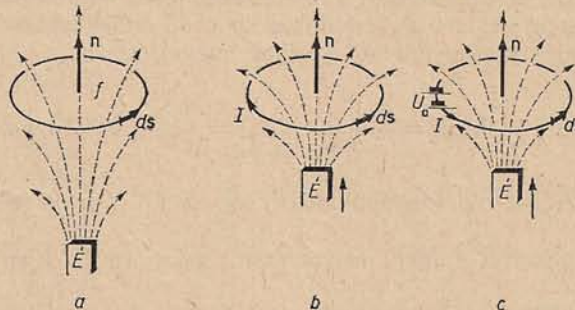
1. Az indukciótörvény. A 208. § valamennyi kísérletében a lineáris zárt vezetőben indukált áram I erőssége annál nagyobbak mutatkozik, minél gyorsabban változik a vezető által körülvelt felületen átmenő Φ indukciófluxus, azaz minél nagyobb a Φ -nek időegységre eső megváltozása, $d\Phi/dt$. Arra gondolhatunk tehát, hogy $I \sim d\Phi/dt$. Ez az arányosság FARADAY vizsgálatai szerint valóban fennáll, de az I függ még a zárt kör teljes R ellenállásától is, nevezetesen ezzel fordítva arányos: $I \sim (d\Phi/dt)/R$. Az összefüggés tehát egyszerűbb, ha azt az indukált áram helyett az ezt létrehozó $U_i \equiv RI$ indukált feszültségre (*e. m. e.-re*, \mathcal{E}_i -vel is jelölik) vonatkozólag mondjuk ki: $U_i \sim d\Phi/dt$, a zárt vezetőben indukált feszültség arányos a vezető által körülvelt felületen átmenő indukciófluxus időegységre eső megváltozásával. Mint alább kimutatjuk, az arányossági tényező a Gauss-féle CGS-rendszerben $1/c$ ($c \approx 3 \cdot 10^{10}$ cm/s), az MKSA-rendszerben 1, az indukált áramnak, ill. feszültségnek a Lenz-szabály által megszabott körüljárási iránya pedig mínusz előjellel vehető figyelembe. Így a fenti Faraday-féle indukciós törvény matematikai alakja:¹

$$U_i = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{CGS}),$$

ill. (1)

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{MKSA}).$$

A mínusz előjel a következőképpen okolható meg. A zárt vezetőn önkényesen

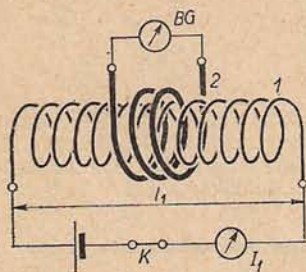


209,1. ábra

¹ Emlékeztetünk arra, hogy (170,8) alapján

$$\begin{aligned} \text{a } \Phi \text{ indukciófluxus CGS-egysége: } 1 \text{ gauss cm}^2 &= 1 \text{ cm}^3/2 \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} = 1 \text{ maxwell (M),} \\ \text{MKSA-egysége: } 1 \text{ Vs} &= 1 \text{ weber (Wb)} = 10^9 \text{ maxwell.} \end{aligned} \quad (2)$$

kijelölünk egy körüljárási irányt (a 209,1. ábrán ds), a vezető határolta f felületnek pedig kiválasztjuk azt az n normálisát, amely a ds -sel jobbmenetű csavart képez. Megállapodunk abban, hogy az indukált feszültséget és áramot akkor számítjuk pozitívnak, ha az indukált áram a ds irányában folyik. Tegyük fel mármost, hogy a zárt vezetőhöz pl. északi pólusával a vezető felé néző mágnesrudat közelítünk, miként a 208. § a) kísérletében. Ekkor az a ábránál az f -en átmenő $\Phi = \int B_n df = 3$



209,2. ábra

egység fluxus a b ábrán 5 egységre változik, tehát $d\Phi/dt$ pozitív, a b ábrán megjelölt I indukált áram vagy az U_i feszültség viszont Lenz szabálya szerint a ds -sel ellentétes körülfutási irányú, azaz negatívnak választandó, és így (1)-ben és (2)-ben valóban szükséges a mínusz előjel.² Ha a ds körüljárási irányt pl. a zárt körbe iktatott U_0 feszültségű külső áramforrás tünteti ki (c ábra), akkor az U_i előjele a teljes I áram nagysága szempontjából is lényeges, ti. a huroktörvény értelmében $I = (U_0 + U_i)/R$.

Az indukációs törvény kísérleti igazolása — egy fontos speciális esetben — a 209,2. ábrán vázolt módon lehetséges. Az n_1 menetszámú és átmérőjéhez képest nagy

l_1 hosszúságú I tekercsen (vagy körtekercsen) átbocsátott I_1 intenzitású egyenáram a tekercsen belül tudvalevően

$$H = \frac{4\pi n_1 I_1}{l_1} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad H = \frac{n_1 I_1}{l_1} \quad (\text{MKSA}) \quad (3)$$

erősségű mágneses teret létesít, és így az l -et körülvevő 2 tekercs nf menetfelületén — n a menetszám, f az egy menet által határolt felület — áthaladó indukciófluxus:

$$\Phi = nfB = nf\mu H \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \Phi = nfB = nf\mu_0 H \quad (\text{MKSA}). \quad (4)$$

Ha az áramot a K kapcsolóval a $t=0$ időpontban kikapcsoljuk, akkor a $t=0$ -nál még meglévő $\Phi_0 \equiv \Phi$ fluxus kis τ idő múlva zérussá válik: $\Phi_\tau = 0$. Ezért az (1) indukációs törvényből idő szerinti integrálással:

$$\int_0^\tau U_i dt = -\frac{1}{c} (\Phi_\tau - \Phi_0) = \frac{1}{c} \Phi \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \int_0^\tau U_i dt = \Phi \quad (\text{MKSA}). \quad (5)$$

A bal oldalon álló mennyiség az ún. feszültséglökés, amely ballisztikus galvanométerrel éppúgy megmérhető, mint az $\int_0^\tau I dt = Q$ áramlökések vagy töltés (185. §), mert $U_i = RI$ miatt

$$\int_0^\tau U_i dt = R \int_0^\tau I dt = RQ, \quad (6)$$

² Ha ds -et és ezzel n -et ellenkező irányúra választanánk, az I pozitív, a fluxusváltozás (-3 -ról -5 -re) viszont negatív lenne, tehát a mínusz előjelet ekkor is alkalmazni kellene.

ahol R a 2 zárt kör teljes ellenállása. Az ily módon (5)-ből és (4)-ből adódó

$$RQ = \frac{1}{c} \Phi = \frac{1}{c} nf\mu H \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad RQ = \Phi = nf\mu_0 H \quad (\text{MKSA}) \quad (7a-b)$$

egyenletben — ha a közeg vákuum ($\mu = 1$) — minden mennyiség ismeretes vagy mérhető. A gondos mérések igazolták ennek az egyenletnek s így közvetve az (1) törvénynek a helyességét.

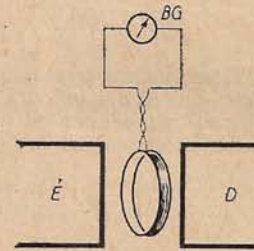
A (7b) jelentése a következőképpen is felfogható. Tegyük fel, hogy μ_0 és B jelentéséről még mit sem tudva, a fenti kísérlettel vákuumban ($\mu = 1$) megmérjük az nf menetfelületű 2 tekercsben keletkező RQ feszültséglökést (Vs-ban); ez arányosnak adódik nf -fel és az A/m-ben kifejezett H -val: $RQ = \mu_0 nfH$. Ily módon tehát lehetséges a μ_0 indukciókonstans kísérleti meghatározása [$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am, l. (169,6)]. Ezek után értelmezhető a B mágneses indukcióvektor, vákuumban a $B = \mu_0 H$ egyenlettel (ebből láthatóan B egysége 1 Vs/m²), valamilyen anyagi közegben pedig a $B = \mu\mu_0 H$ egyenlettel.

2. A mágneses indukció (B) és térerősség (H) mérése az indukciós törvény, ill. (7) alapján egyszerűen megvalósítható. A mérendő mágneses térben, pl. (elektro-)mágnes sarkai között elhelyezünk a 209,3. ábra szerint, síkjával a tér irányára merőlegesen egy ismert nf menetfelületű lapos, ballisztikus galvanométerrel összekötött „próbatekercest”, amely olyan kicsiny, hogy a mágneses tér a menetfelületen belül homogénnek tekinthető. Ha most a mágneses térből kirántjuk a tekercset, akkor az ezt előzőleg átszelő $\Phi = nfB$ fluxus kis τ idő múlva zérusra csökken, és az emiatt

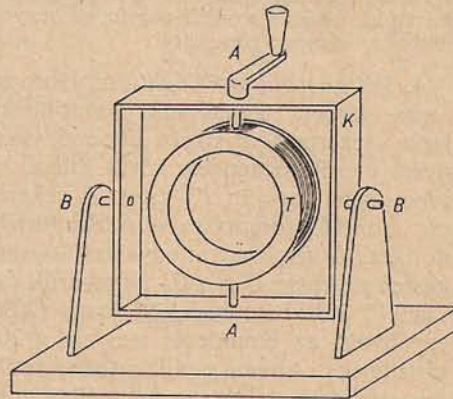
keletkező $\int_0^\tau U_1 dt = RQ$ feszültséglökés a ballisztikus gal-

vanométerrel lemérhető (R a próbatekerces + a BG ellenállása, Q a BG -n átmenő töltés). A (7) egyenletből közvetlenül a Φ indukciófluxus, ebből a $B = \Phi/nf$ mágneses indukció, B -ből pedig a H térerősség meghatározható. (Ha pl. egy $nf = 0,1$ m² menetfelületű próbatekerces esetében $RQ = 0,05$ Vs feszültséglökést mérünk, akkor $B = 0,5$ Vs/m² = 5000 gauss, és $H = B/\mu_0 \approx 4 \cdot 10^5$ A/m = 5000 oersted.)

A földmágneses tér (171. §) jellemzőinek meghatározására alkalmas földinduktor szintén ballisztikus galvanométerrel összekötött, nagy nf menetfelületű tekercs — a 209,4. ábrán T —, amely a K keretben az AA tengely körül, K pedig a vízszintes BB tengely körül elforgatható. A horizontális intenzitás (H_h , ill. B_h) mérése céljából a síkjával a mágneses meridiánra merőlegesen állított tekercset a függőleges AA tengely körül 90°-kal gyorsan elforgatjuk; az ekkor mért Q_h áramlökésekből B_h a (7b) szerinti $RQ_h = nfB_h$ egyenlet alapján kiszámítható. (Rendszerint 90° helyett 180°-os elforgatást alkalmaznak; ekkor $RQ_h = 2nfB_h$). Hasonlóan, a megfelelő módon beállított tekercssel meghatározható a H_v , ill. B_v vertikális intenzitás, és így az ismert $\text{tg } I = B_h/B_v$ összefüggésből az I inklinációs szög is.



209,3. ábra

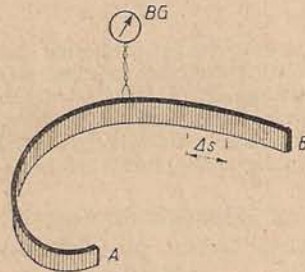


209,4. ábra

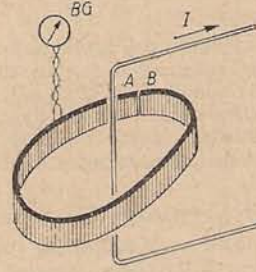
3. A mágneses feszültség mérése. Mágneses térben az A és B pontok közt fennálló

$$U_m = \int_A^B H_s ds \quad (8)$$

mágneses feszültség (169. § 6.) könnyen meghatározható az indukciós törvényen alapuló *mágneses feszültségmérővel* (Rogowski, 1912). Ez hosszú ($l \approx 1$ m), hajlékony tartóra — borszíjra — két rétegben felcsévél, nagy menetszámú ($n \approx 10\,000$) tekercs, drótjának a felső réteg közepéről kivezetett két



209,5. ábra



209,6. ábra

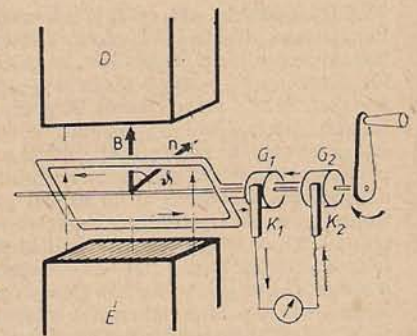
H térerősségnek erre merőleges komponense H_s lévén, (7a) szerint a szakaszra eső feszültséglökés $= n'fH_s/c = (nf/cl)H_s\Delta s$. Ha ezt az egyenletet az összes szakaszokra képezzük, és az egyenleteket összeadjuk, akkor a bal oldalon a mérhető teljes RQ feszültséglökést, a jobb oldalon az $(nfcl)U_m$ mennyiséget kapjuk, tehát a keresett mágneses feszültség:

$$U_m = \frac{cl}{nf} RQ \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_m = \frac{l}{\mu_0 nf} RQ \quad (\text{MKSA}). \quad (9)$$

Speciálisan a valamely zárt görbe mentén fennálló $\oint H_s ds$ mágneses körfeszültség mérésénél a tekercset a görbének megfelelően úgy hajlítjuk körbe (egyszer vagy többször), hogy az A és B végek összeérjenek (209,6. ábra). Ily módon a mágneses feszültségmérővel a (182,2) gerjesztési törvény egyszerűen igazolható.

Ha a feszültségmérő tekercsén csak egy drótréteg lenne kettő helyett, akkor a mágneses körfeszültség mérésénél zavaróan hatna az az indukált feszültség, amely a tekercs tengelye mint zárt görbe által körülvevett felületen átmenő fluxus megváltozásától származik. Kétrétegű tekercsnél ez a hiba elesik, mert a két rétegben a (mindig egyforma irányban csévél) drót a tekercs tengelye alkotta zárt görbét ellentétes irányban járja körül.

4. Váltakozó áram előállítása. Homogén mágneses térben forgassunk vezetőhurkot vagy lapos tekercset a síkján átmenő és a tér irányára merőleges tengely körül állandó ω szögsebességgel ($\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$). A tekercs két végét a tartós forgatásra való tekintettel a galvanométer — vagy más „fogyasztó” — most a forgástengelyen levő G_1, G_2 fémgyűrűk és a K_1, K_2 „kefék” közvetítésével köti össze (209,7. ábra; egyébként az elrendezés megfelel a 208. § d kísérletének). Abban a pillanatban, amikor az nf menetfelületű tekercs n normálisa a B mágneses indukció vagy a H térerősség irányával ϑ



209,7. ábra

szöveget zár be, a tekercsen átmenő indukciófluxus nyilvánvalóan:

$$\Phi = nfB \cos \vartheta = nfB \cos \omega t, \quad (10)$$

ti. az egyenletes forgás miatt $\vartheta = \omega t$, ha $t=0$ -nál $\vartheta=0$. Az (1) indukciós törvény értelmében tehát az (U_1 helyett most egyszerűen U -val jelölt) indukált feszültség:

$$U = U_0 \sin \omega t, \text{ ahol } U_0 = \omega n f B / c \text{ (CGS), ill. } \omega n f B \text{ (MKSA).} \quad (11)$$

Az R ellenállású zárt körben indukált áram intenzitása:

$$I = I_0 \sin \omega t, \text{ ahol } I_0 = \frac{U_0}{R}. \quad (12)$$

A tekercsben tehát *szinuszosan váltakozó feszültség és áram* keletkezik, amelynek iránya mindegyik körülfordulás alatt kétszer változik meg, a $\vartheta=0$ és a $\vartheta=\pi$ helyzetben. Hogy az áram az idő szinuszfüggvénye, az elég lassú forgatás esetén a körbe iktatott, kis beállási idejű galvanométerrel, gyorsabb forgásnál pedig oszcillográffal ellenőrizhető. U_0 a feszültségnek, I_0 az áramerősségnek a *csúcsértéke*. A váltakozó áramokkal részletesebben a C) fejezetben foglalkozunk.

210. §. Indukció mozgó és nyugvó vezetőkben. A második Maxwell-egyenlet

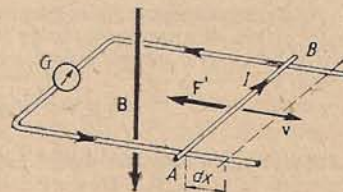
Az indukciós törvény mélyebb jelentésének vizsgálatánál célszerű az indukció jelenségeit két csoportra osztani, nevezetesen a mozgó és a nyugvó vezetőkben felépő indukcióra.

1. Indukció mozgó vezetőkben. Az alábbi konkrét esetben könnyen meggyőződhetünk arról, hogy (időben változatlan) *mágneses térben mozgó vezetőben az indukált feszültséget (e. m. e.-t) a (184.6) szerinti*

$$\mathbf{F} = \frac{Q}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] \text{ (CGS), ill. } \mathbf{F} = Q[\mathbf{v}\mathbf{B}] \text{ (MKSA)} \quad (1)$$

Lorentz-erő hozza létre, és az indukciós törvény az (1) erőtvénnyre vezethető vissza.

Tekintsük a 208. § f) kísérletét, amelyben a \mathbf{B} indukciójú homogén mágneses térre merőleges drótkeret $\overline{AB}=l$ hosszúságú darabját a \mathbf{B} -re és az AB -ra merőleges x irányban, állandó $v=dx/dt$ nagyságú sebességgel mozgatjuk (210.1. ábra). Az AB vezető szabad, $Q=-e$ töltésű elektronjai — rendszertelen hőmozgásuktól eltekintve — szintén \mathbf{v} sebességgel mozognak, és így az (1) erő hatására elmozdulnak a \overline{BA} irányban. A keretben tehát az \overline{AB} irányban bizonyos I intenzitású indukált



210.1. ábra

áram folyik. Az ennek megfelelően irányított $\overline{AB}=l$ hosszúságú vezetőre a Lorentz-törvény fenomenológiai változatának, (183.4)-nek értelmében

$$\mathbf{F}' = \frac{I}{c} [\mathbf{l}\mathbf{B}] \text{ (CGS), ill. } \mathbf{F}' = I[\mathbf{l}\mathbf{B}] \text{ (MKSA)} \quad (2)$$

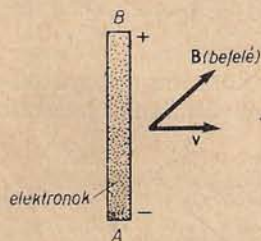
erő hat, amely \mathbf{v} -vel éppen ellentétes irányú, megegyezésben Lenz szabályával.

Ha tehát az AB vezetőt dt idő alatt $dx = v dt$ -vel elmozdítjuk, akkor — pl. a CGS-rendszert véve alapul — az $F' = IlB/c$ nagyságú erő ellenében $F' dx = IlBv dt/c$ munkát kell végeznünk. Az energia megmaradásának elve alapján ez a munka egyenlő az R ellenállású zárt körben folyó indukált áram munkájával (a Joule-hőnek megfelelő energiával), $I^2 R dt = U_i I dt$ -vel. Az így kapott $U_i I dt = IlBv dt/c$ egyenletből az indukált feszültség:

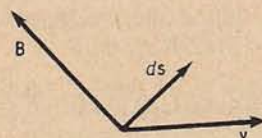
$$U_i = \frac{1}{c} Bvl \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_i = Bvl \quad (\text{MKSA}) \quad (3)$$

(Neumann törvénye). Itt $Blv = B l dx/dt = d\Phi/dt$, ahol $d\Phi$ a keret $l dx$ felületnövekedése miatt fellépő fluxusváltozás; ennek és a Lenz-szabályt kifejező mínusz előjelnek a figyelembevételével (3) valóban nem más, mint a (209,1) Faraday-féle indukciós törvény a vizsgált esetre vonatkozólag.

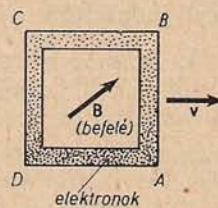
Az indukált feszültség keletkezésének mélyebb megértése céljából tegyük fel, hogy most a magános — nem zárt kör részét képező — AB vezető mozog, miként az előbb, a B indukciójú homogén mágneses térben állandó v sebességgel (210,2. ábra). A mozgás kezdetén a szabad elektronok a Lorentz-erő hatására B -től A felé áramlanak, de ez az áramlás csakhamar megszűnik az A -nál többletben levő elektronok taszító hatása miatt, vagy más szóval azért, mert a vezetőben az (1) Lorentz-erőt éppen kompenzáló $E = -F/Q = -[vB]/c$ elektromos térerősség keletkezik. A mozgó vezetőben tehát a mozgás első pillanataitól eltekintve nem folyik áram, de a vezető úgy viselkedik, mint áramforrás — pozitív pólusa B -nél van —, mert ha két végét vezetővel összekötjük, akkor ebben B -től A felé, magában az AB -ben pedig az A -tól B felé irányuló áram folyt a Lorentz-erő hatására.



210,2. ábra



210,3. ábra



210,4. ábra

Az elektronok elmozdítása szempontjából az (1) Lorentz-erővel teljesen egyenértékű egy $F = QE_i = (Q/c)[vB]$ elektromos erő, és így általános érvennyel mondhatjuk, hogy B indukciójú mágneses térben v sebességgel mozgó vezetődarabban

$$E_i = \frac{1}{c} [vB] \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad E_i = [vB] \quad (\text{MKSA}) \quad (4)$$

„indukált elektromos térerősség” keletkezik (amely megfelel a 174. § 4-ben említett E^* „idegen tér erősségnek”). A 210,2. ábra speciális esetében E_i az l hosszúságú AB vezetődarab minden helyén egyenlő irányú (\overline{AB}) és nagyságú a mágneses tér feltételezett homogenitása miatt. Ezért az AB szakaszban, a 210,1. ábra esetében pedig az egész zárt körben indukált e. m. e. nagysága: $U_i = E_i l = vBl/c$, ill. vBl . Így tehát egyedül a Lorentz-féle erőtvény felhasználásával ismét a (3) törvényhez jutottunk.

Általános: ha valamely lineáris vezető kis ds darabja tetszőleges v sebességgel mozog időben változatlan, de egyébként tetszőleges B indukciójú térben (210,3. ábra), akkor — (4) alapján, a feszültség $dU = E_i ds = E ds$ értelmezése szerint — a ds szakaszban indukált feszültség (e. m. e.):

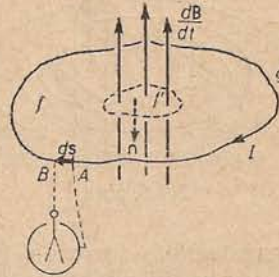
$$dU_i = \frac{1}{c} [vB] ds \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad dU_i = [vB] ds \quad (\text{MKSA}). \quad (5)$$

A vezető tetszőleges AB szakaszában vagy zárt vezetőben indukált feszültség (5) integrálásával határozható meg.

A fentiek alapján könnyen belátható pl. az a 208. § *f*) kísérlete után említett tény, hogy az *ABCD* merev drótkeretben a 210,4. ábra szerinti mozgásnál — amikor nem lép fel fluxusváltozás — nem folyik indukált áram: az *AB* és *CD* szakaszokban indukálódnak ugyan feszültségek, de ezek kompenzálják egymást, és így a zárt körben indukált feszültség zérus.

2. *Indukció nyugvó vezetőkben; a második Maxwell-egyenlet.* Nyugvó zárt vezetőben tudvalevően áram indukálódik, ha a vezető határolta *f* felületen átmenő mágneses indukciófluxus időben változik. Ehhez azonban pl. a 208,7. ábrán megismert körtekercses kísérlet szerint magának a vezetőnek nem is kell mágneses térben lennie — elegendő, ha az indukcióvonalak az *f*-nek csak egy *f'* részét metszik át, 210,5. ábra —, tehát az ilyenfajta indukció nyilván nem vezethető vissza a Lorentz-féle erőre.

Az a tény, hogy pl. a 210,5. ábra esetében az *f'* keresztmetszetű mágneses tér időbeli változásakor a zárt vezetőben áram folyik, azt jelenti, hogy az időben változó mágneses tér a környező vezetőben elektromos teret (*E* télerősséget) kelt, amely a töltéshordozókat megfelelő mozgásba hozza. E télerősség folytán a vezető egy *ds* elemének *A* és *B* végpontjai közt $E_s ds$ feszültség áll fenn, és az összes ilyen (az ábra esetében mind pozitív) feszültségek összege a zárt körben indukált feszültség: $U_i = \oint E_s ds$. Ezt és a Φ fluxus (170,3a) kifejezését az $U_i = -(1/c) d\Phi/dt$ egyenletbe helyettesítve, az indukációs törvény az



210,5. ábra

$$\oint_{(g)} E_s ds = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_{(f)} B_n df \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \oint_{(g)} E_s ds = -\frac{d}{dt} \int_{(f)} B_n df \quad (\text{MKSA}) \quad (6)$$

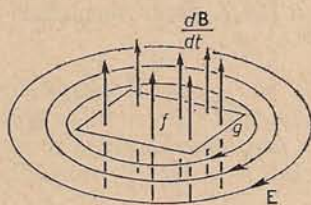
általános alakot ölti; *g* a lineáris vezető alkotta zárt görbe, *f* pedig az ez által határolt, egyébként tetszőleges felület.¹

A (6) bal oldalán álló $\oint E_s ds = U_i = RI$ indukált feszültség ugyanazon fluxusváltozás (jobb oldal) esetén független a *g* görbét alkotó zárt vezető *R* ellenállásától, bármilyen nagy ellenállású vezetőben is ugyanakkora. Ebből Faraday arra a következtetésre jutott, hogy fluxusváltozás esetén vezető drót nélkül is, bármilyen szigetelőben vagy a vákuumban is elektromos tér keletkezik, és a (6) törvény ugyanúgy érvényes. A vezető drót mellékes, csak az indikátor szerepét játssza, amennyiben az elektromos tér jelenlétéről a zárt vezetőbe iktatott galvanométer útján szerezhetünk tudomást, vagy pedig úgy, hogy a zárt vezetőnek egy kis *AB* szakaszát eltávolítjuk, és az *A*, *B* végekhez elektrométert kapcsolunk.² Hogy az indukció jelensé-

¹ Pl. kör alakú drót esetén *f* éppúgy jelentheti a körlapnak, mint pl. a körre illesztett gömbsüvegnek a felületét, mert az indukcióvonalak a 170.§2. szerint mindig zárt görbék, és így a körlapon és a gömbsüvegen ugyanaz a fluxus megy át.

² Az utóbbi esetben, a „nyitott körben fellépő indukciónál” (210,5. ábra, *AB* helyett a szaggatott vonal) a folyamat a következő. Tegyük fel, hogy bizonyos időközben $d\Phi/dt$ állandó; az időköz kezdetén az indukált télerősség a drótban elektronáramlást létesít, de ezáltal az *A* és *B* végeknél csakhamar annyi pozitív, ill. negatív töltés halmozódik fel, hogy az innen származó elektromos télerősség a vezetőben indukált télerősséget éppen megsemmisíti. Ettől kezdve tehát a drótban nincs elektromos tér — nem folyik áram —, de az *A* és *B* végek közt a szigetelőben akkora télerősség uralkodik, hogy az ennek megfelelő és az elektrométer által jelzett feszültség egyenlő nagyságú az indukált feszültséggel.

généel a vezető drót valóban fölösleges, azt mutatja a következő kísérlet. Ha igen gyorsan változó mágneses térbe — amely nagy frekvenciájú váltakozó árammal átjárt tekercsel állítható elő — ritkított gázzal telt üveggömböt helyezünk, akkor ebben gyűrű alakú fénysáv figyelhető meg; az indukált térerősség ugyanis a gázban levő töltéshordozókat zárt görbék mentén mozgásba hozza, és így elektród nélküli gázkisülés keletkezik.



210,6. ábra

A fentiek alapján az indukció jelenségének mélyebb jelentése szemléletesen: *Időben változó mágneses tér vonalait zárt elektromos erővonalak veszik gyűrűszerűen körül (210,6. ábra). Ezt az elektromos és mágneses terek közti alapvető kapcsolatot kvantitatíve az indukciós törvény (6) alakja fejezi ki, amely más néven a második Maxwell-egyenlet (integrálalakban).*

Megjegyzendő, hogy a most tekintetbe vett nyugvó közeg esetén, amikor a g zárt görbe és az f felület időben változatlan, (6)-ban az idő szerinti differenciálás és

az integrálás sorrendje felcserélhető, továbbá d/dt helyett, mivel B_n általában az x, y, z koordinátáktól is függ, $\partial/\partial t$ veendő. Eszerint *nyugvó közeg esetén a II. Maxwell-egyenlet integrálalakja:*

$$\oint_{(g)} E_s ds = -\frac{1}{c} \int_{(f)} \frac{\partial B_n}{\partial t} df \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \oint_{(g)} E_s ds = - \int_{(f)} \frac{\partial B_n}{\partial t} df \quad (\text{MKSA}). \quad (7)$$

A $\oint E_s ds$ mennyiséget *elektromos körfeszültségnek* is hívják.

Az indukció folytán keletkező elektromos tér lényegesen különbözik az elektrosztatikai tértől. Az utóbbinak ugyanis mindig töltésekben kezdődő és végződő, azaz sohasem zárt erővonalai örvénymentes teret ($\oint E_s ds = 0$) alkotnak, viszont az indukciónál fellépő elektromos tér a zárt erővonalak miatt *örvényter* ($\oint E_s ds \neq 0$). Eszerint a (6) indukciós törvény vagy a második Maxwell-egyenlet fizikai tartalma kvalitatíve úgy is kifejezhető, hogy *időben változó mágneses tér maga körül elektromos örvényteret létesít.* — Az *első Maxwell-egyenlettel* a későbbi 234. §-ban foglalkozunk.

3. Ha a g görbét alkotó zárt vezető nincs nyugalomban, hanem ds elemei v sebességgel mozognak az idővel és a hellyel változó B indukciójú mágneses térben, akkor az általános érvényű (6) törvény itt nem részletezett matematikai átalakítása értelmében (7) jobb oldalához még az (5) után mondottaknak megfelelő tag járul; így (pl. az MKSA-rendszerben):

$$U_1 = \oint_{(g)} E_s ds = - \int_{(f)} \frac{\partial B_n}{\partial t} df + \oint_{(g)} [vB] ds \quad (\text{MKSA}). \quad (8)$$

211. §. Kölcsönös indukció és önindukció. Az önindukció szerepe áramok be- és kikapcsolásánál

1. *Kölcsönös indukción* értjük az indukciójelenségeknek azt a már említett esetét (208,3. ábra), amikor az 1 és 2 zárt vezetők — egy vagy több menetű tekercsek — közül pl. az 1-ben fellépő áramerősség-változás a 2-ben feszültséget hoz létre. A következőkben *feltesszük, hogy a két vezető alakja és kölcsönös helyzete változatlan, és a környező közeg mágneses permeabilitása állandó* (azaz a közeg nem ferromágneses, l. alább). A 2 tekercs menetfelületén az 1 tekercs H_1 mágneses tere miatt

áthaladó Φ_2 indukciófluxus nyilván arányos az 1-ben folyó áram $I_1 = I_1(t)$ intenzitásával, tehát az arányossági tényezőt cM -mel ($c = 2,9979 \text{ cm s}^{-1}$), ill. M -mel jelölve:

$$\Phi_2 = cMI_1 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \Phi_2 = MI_1 \quad (\text{MKSA}). \quad (1)$$

M a kölcsönös indukció tényezője vagy kölcsönös induktivitás, amely a két vezető alakjától, viszonylagos helyzetétől és a közeg μ permeabilitásától függ, vagyis a feltevezett esetben állandó. Ezért a (209,1) indukciós törvény szerint az I_1 megváltozásakor a 2-ben indukált feszültség:

$$U_2 = -M \frac{dI_1}{dt}. \quad (2)$$

Az 1 és 2 vezetők szerepét felcserélve, az I_2 megváltozásakor az 1-ben indukált feszültség: $U_1 = -M(dI_2/dt)$, ahol M értéke — mint azt ki lehet mutatni — ugyanaz, mint (2)-ben.

Az (1)-ből vagy (2)-ből megállapíthatóan

$$\text{az } M \text{ kölcsönös induktivitás CGS-egysége: } 1 \text{ cm}^{-1} \text{ s}^2, \quad (3)$$

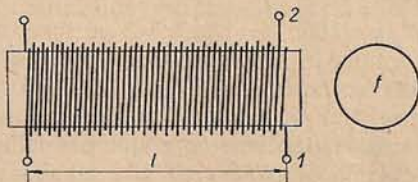
$$\text{MKSA-egysége: } 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \equiv 1 \text{ henry (H)} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ cm}^{-1} \text{ s}^2$$

(pontosabban: $9 = 3^2$ helyett $2,9979^2$ áll).¹ Ha pl. $M = 1$ henry, akkor az 1 tekercsben bekövetkező 1 A/s áramerősség-változásakor 2-ben 1 V feszültség indukálódik.

Az M kiszámítása általában bonyolult, igen egyszerű azonban a 211,1. ábra esetében, amikor az n_1 és n_2 menetszámú, szorosan „egymásba csévél”, hosszú tekercsek l hosszúsága és f keresztmetszete ugyanaz. Pl. a CGS-rendszert véve alapul, az 1 tekercsben folyó I_1 erősségű áram $H_1 = (4\pi/c)n_1 I_1/l$ mágneses tere folytán a 2 tekercs menetfelületén átmenő indukciófluxus: $\Phi_2 = \mu H_1 n_2 f = \mu(4\pi/c)n_1 n_2 f I_1/l$, és így (1) szerint

$$M = \mu \frac{4\pi}{c^2} \frac{n_1 n_2 f}{l} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad M = \mu \mu_0 \frac{n_1 n_2 f}{l} \quad (\text{MKSA}). \quad (4)$$

A két tekercs közt fennálló mágneses vagy induktív csatolás szoros vagy laza aszerint, amint M viszonylag nagy vagy kis érték. A 211,1. ábra esetén a csatolás igen szoros, mert az 1 tekercs valamennyi erővonala átmegy a 2 tekercs mindegyik menetének a felületén.



211,1. ábra

¹ A CGS-rendszerben a kölcsönös induktivitáson és az induktivitáson (2. pont) a nálunk szereplő M és L helyett gyakran az $M' = c^2 M$ és $L' = c^2 L$ mennyiséget értik. Ebben az esetben, amikor is

$$M' \text{ és } L' \text{ CGS-egysége: } 1 \text{ cm} = 10^{-9} \text{ henry}, \quad (3a)$$

a gyakran előforduló (2) és (6) formulák kevésbé egyszerű alakúak: $U_2 = -(M'/c^2)dI_1/dt$ és $U_1 = -(L'/c^2)dI_2/dt$.

2. Az önindukció jelensége [FARADAY; HENRY (1797—1878)] abban áll, hogy egy zárt vezetőkben — egy vagy több menetű tekercsben — fellépő áramerősség-változásokkor magában a vezetőkben feszültség indukálódik. A következőkben szintén *változatlan alakú vezetőt és állandó permeabilitású közeget feltételezve*, a zárt vezető menetfelületén az $I=I(t)$ intenzitású áram H mágneses tere folytán átmenő Φ fluxus arányos az I -vel, úgyhogy (1)-hez hasonlóan

$$\Phi = cLI \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \Phi = LI \quad (\text{MKSA}). \quad (5)$$

Az L önindukciós tényező (együttható) vagy induktivitás a vezető alakjától és a környező közeg μ permeabilitásától függ. A feltételezett esetben L állandó, és ezért az I megváltozásakor a zárt vezetőkben fellépő önindukciós feszültség:²

$$U_i = -L \frac{dI}{dt}. \quad (6)$$

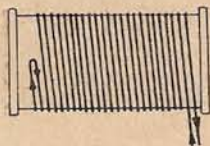
Az L egységei ugyanazok, mint M egységei, l. (3) és (3a). Pl. egy tekercs induktivitása akkor 1 henry, ha a tekercsben 1 A/s áramerősség-változásokkor 1 V feszültség indukálódik.

Amint az (4) alapján rögtön belátható, egy n menetszámú, f keresztmetszetű, átmérőjéhez képest igen hosszú (l) tekercs induktivitása:

$$L = \mu \frac{4\pi n^2 f}{c^2 l} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad L = \mu \mu_0 \frac{n^2 f}{l} \quad (\text{MKSA}); \quad (8)$$

pl. $n=1000$, $l=1$ m, $r=2$ cm tekercssugár és $\mu=1$ esetén $L=1,6$ millihenry. A (8) formula jó megközelítéssel érvényes körtekercsre is, ha l a tekercs tengelyét alkotó kör kerületét jelenti. A különböző — szabályos alakú — vezetők induktivitására, amelynek kiszámítása általában bonyolult, elektrotechnikai könyvekben számos formula, táblázat és grafikon található.

Az induktivitás mérésére alkalmas módszerek közül néhányal később fogunk megismerkedni (219. és 220. §). A relatív mérésekhez szükséges önindukciós etalonok rendszerint márványra vagy porcelánra csévélt, gondosan hitelesített induktivitású tekercsek. Az ún. önindukció-mentes tekercsek, amelyeket pl. az ellenállászekrényekben alkalmaznak (177. §), kettős vagy bifiláris tekercseléssel készülnek: a drótot közepén kétfelé hatják, és a két darabot szorosán egymás mellett vezetik (211,2. ábra). Így a vezetők ellentétes irányban átfolyó áramok mágneses terei gyakorlatilag megsemmisítik egymást, tehát a fluxus és ezzel az induktivitás igen kicsiny.



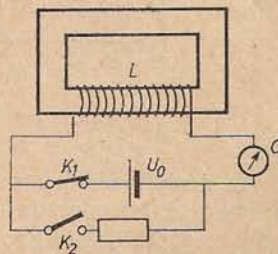
211,2. ábra

² Ferromágneses közeg esetén μ nem állandó, hanem függ a H -tól (170. és 214. §), és mivel H az I függvénye, az L induktivitás az I áramerősségtől is függ: $L=L(I)$. Ekkor az önindukciós feszültség (6) helyett:

$$U_i = -\frac{d(LI)}{dt} = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dI} \frac{dI}{dt} = -\left(L + I \frac{dL}{dI}\right) \frac{dI}{dt}, \quad (7)$$

és hasonló összefüggés lép (2) helyébe is. A (2) és (6) egyenletek tehát ferromágneses anyagok jelenlétében, azaz pl. vasmagos tekercsre nem, ill. csak bizonyos megközelítéssel érvényesek (kis áramerősség-változások esetén).

3. Az önindukció szerepe az áram be- és kikapcsolásánál feltűnő módon nyilvánul az alábbi kísérletekben. A nagy L induktivitású — célszerűen zárt vas-magú — tekercset és a kis beállási idejű G galvanométert tartalmazó áramkörbe kapcsoljuk be az U_0 feszültségű áramforrást a K_1 kapcsolóval (211,3. ábra; a csak később alkalmazandó K_2 nyitva van). A G mutatója közvetlenül K_1 zárása után kitér, de csak lassan halad tovább, és jó néhány másodpercig is eltart, amíg az I áramerősség felveszi az Ohm-törvény szerinti U_0/R értéket (R az egész zárt kör ellenállása). Ha most az áramforrást K_1 nyitásával kikapcsoljuk, de közvetlenül ez előtt K_2 zárásával továbbra is fenntartjuk a zárt áramkört, akkor G mutatója hasonló lassúsággal ér vissza nyugalmi helyzetébe. Tehát: nagy induktivitású körben az áram az áramforrás bekapcsolása után csak lassan éri el stacionárius értékét, kikapcsolás után pedig — ha az áramkör zárva marad — csak lassan csökken zérusra. Mindkét jelenség a jól ismert Lenz-szabállyal értelmezhető: a bekapcsolásnál és az áramerősség növekedésekor az áramforrás U_0 feszültségével ellentétes körüljárási irányú U_i önindukciós feszültség keletkezik, amely megakadályozza az áram gyors növekedését, a kikapcsolásnál és az áramerősség csökkenésekor fellépő U_i feszültség viszont U_0 -al megegyező irányú, és így az áram hirtelen megszűnését gátolja meg.



211,3. ábra

A megfelelő kvantitatív összefüggések is egyszerűen megállapíthatók. Ha az említett áramkörben folyó áram intenzitása a t időpontban $I = I(t)$, akkor az áramforrás U_0 feszültségéhez hozzájárul az $U_i = -LdI/dt$ önindukciós feszültség, és így Kirchhoff második törvénye alapján

$$U_0 - L \frac{dI}{dt} = RI, \quad (9)$$

amely elsőrendű differenciálegyenlet a meghatározandó $I(t)$ áramerősség számára. Bekapcsolásnál, a $t=0$ időpontban, legyen $I=0$. Ezzel az $I(0)=0$ kezdőfeltétellel a (9) egyenletnek — behelyettesítéssel könnyen igazolható — megoldása:

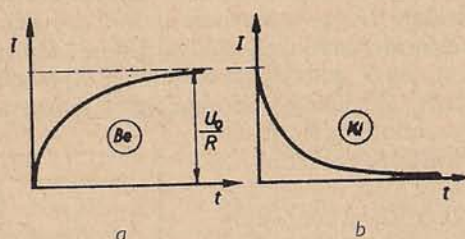
$$I = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad \text{ahol } \tau = \frac{L}{R} \quad (10)$$

az áramkör időállandója. Az áramforrásnak a jelzett módon való kikapcsolásánál — amikor $t=0$ -ra $I = U_0/R$, de $t=0$ -tól kezdve az áramforrás már nincs az áramkörben — a (9)-ből $U_0=0$ -ra adódó $-LdI/dt = RI$ egyenletet kell megoldanunk az $I(0) = U_0/R$ kezdőfeltétel mellett; a megoldás:

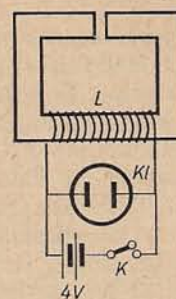
$$I = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (11)$$

Az áramerősség (10)–(11)-nek megfelelő időbeli változását a be- és kikapcsolás után a 211,4. ábra tünteti fel.³

³ Az a t' idő, amely alatt a bekapcsolás után I az U_0/R maximális érték 99%-át eléri, és egyúttal amely alatt a kikapcsolás után I az U_0/R érték 1%-ára csökken, az $e^{-t'/\tau} = 0,01$ egyenletből: $t' = 4,6\tau$. Pl. egy vasmagos tekercsel elérhető $L=100$ H és $R=20 \Omega$ esetén — a (9) kiindulási egyenletet megközelítőleg érvényesnek tekintve² — a τ időállandó 5 s, és így $t' = 23$ s.



211,4. ábra



211,5. ábra

Az áramforrás kikapcsolásánál a legtöbbször nem gondoskodunk előzőleg az áramkör zárva maradásáról (mint az előbbi kísérletben, K_2 -vel), hanem az áramkört megszakítjuk. Ekkor az áramerősségnek igen gyorsan kell csökkenie, úgyhogy nagy L esetén LdI/dt nagy érték: *nagy inductívitású áramkör gyors megszakításakor nagy „nyitási feszültség” keletkezik.* Valóban, ha a 211,5. ábrán változtattunk kísérletben a 4–6 voltos telepet K -val kikapcsoljuk, a KI ködfénylámpa felvillan, noha gyújtási feszültsége — kb. 80 V — sokszorosa a telep feszültségének. (Bekapcsoláskor nincs felvillanás, és ha az önindukciós tekercset pl. ugyanakkora ellenállású közönséges vezetővel helyettesítjük, akkor kikapcsolásnál sincsen.) A nagy nyitási feszültség okozza pl. az elektromos csengő áramszaggatójánál fellépő szikrázást vagy ívet. Erősáramú vagy nagyfeszültségű berendezéseknél az áramkörbe a megszakítás előtt fokozatosan növelhető ellenállást iktatnak be, ill. a megszakításkor keletkező ív ellen alkalmas kapcsolókkal védekeznek: pl. a kontaktusok olajba merülnek, vagy az ívet sűrített levegő kifújja.

4. Önindukciós tekercs mágneses energiája; a mágneses tér tehetetlensége. Az áramkörben fellépő intenzitásváltozásra vonatkozó (9) egyenletből további fontos következtetés vonható. (9) mindkét oldalát $I dt$ -vel megszorozva, rendezés után kapjuk:

$$U_0 I dt = I^2 R dt + LI \frac{dI}{dt} dt. \quad (12)$$

Eszerint az áram növekedése folyamán ($dI/dt > 0$) az áramforrás dt idő alatti munkájának ($U_0 I dt$) csak egy része ($I^2 R dt$) alakul át Joule-féle hővé. A fennmaradó $LI(dI/dt)dt = LI dI$ rész az áram mágneses terének növelésére fordítódik, azaz dt idő alatt a tekercs mágneses terének energiája $LI dI$ -vel nő. Ebből a kifejezésből a stationárius állapotban $I_0 = U_0/R$ erősségű árammal átjárt tekercs teljes mágneses energiája nyilván 0-tól I_0 -ig terjedő integrálással adódik: $W_L = \int_0^{I_0} LI dI = LI_0^2/2$.

Fennáll tehát, I_0 helyett az I jelöléssel, hogy I intenzitású áramot vivő, L induktívitású (vasmentes) tekercs mágneses energiája:

$$W_L = \frac{1}{2} LI^2. \quad (13)$$

Az $LI^2/2$ kifejezés teljesen megfelel egy feltöltött kondenzátor $CV^2/2$ energiájának, továbbá egy haladó, ill. forgó mozgást végző test $mv^2/2$, ill. $\Theta\omega^2/2$ kinetikai energiájának. A két utóbbi analógiából láthatóan az L inductivitás hasonló szerepet játszik, mint a tömeg vagy a tehetetlenségi nyomaték. Ennek és az előző kísérleteknek alapján mondhatjuk, hogy az önindukció jelenségében az áram és a mágneses tér „tehetetlensége” nyilvánul meg: mint ahogyan pl. egy nagy tehetetlenségi nyomatékú lendítőkerek nem hozható azonnal gyors forgásba, és a forgatónyomaték megszűnte után nem áll meg azonnal, ugyanúgy egy nagy inductivitású áramkörben az áram és a mágneses tér csak aránylag lassan alakul ki teljesen, az áramforrás kikapcsolása után pedig bizonyos ideig még fennmarad, és munkát képes végezni.

A körtekeresre alkalmazott (13) egyenletbe helyettesítsük be L (8) alatti értékét, és a nyert kifejezést osszuk el a tudvalevően csak a körtekeres belsejére korlátozódó, $H=4\pi nI/cl$ (CGS) erősségű mágneses tér lf térfogatával! Ily módon arra a (170,12)-ben már megismert eredményre jutunk, hogy a mágneses tér energiasűrűsége:

$$w_m = \frac{\mu}{8\pi} H^2 = \frac{1}{8\pi} HB \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad w_m = \frac{\mu\mu_0}{2} H^2 = \frac{1}{2} HB \quad (\text{MKSA}). \quad (14)$$

Egy zárt vezetőben folyó I erősségű áram a mágneses tere (H) folytán a dV térfogatelemben $w_m dV$, az egész térben $W_m = \int w_m dV$ mágneses energiát hoz létre. Másrészt ez az energia $LI^2/2$ -vel egyenlő:

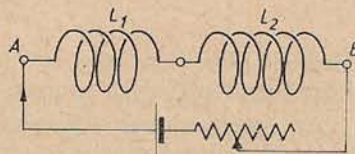
$$\frac{1}{2} LI^2 = W_m \quad \left(= \frac{1}{8\pi} \int \mu H^2 dV, \quad \text{ill.} \quad \frac{\mu_0}{2} \int \mu H^2 dV \right). \quad (15)$$

Ez az L inductivitás (5)-nél általánosabb definíciója, amely nemcsak vékony vezetőkre és homogén közegre alkalmazható, gyakran szolgál alapul az L kiszámítására.

5. Két önindukciós tekercs sorba kapcsolásánál (211,6. ábra) az eredő L inductivitás csak akkor egyenlő az L_1 és L_2 inductivitások összegével, ha a két tekercs közt nincs inductív csatolás, azaz ha az M kölcsönös inductivitás elhanyagolható. Ellenkező esetben

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M \quad (16)$$

aszerint, amint a két tekercs csévélési iránya megegyező (+) vagy ellentétes (-). Az I áramerősség változásakor ugyanis az 1 tekercsben az önindukció miatt $-L_1 di/dt$, a kölcsönös indukció miatt pedig $\mp M di/dt$ feszültség keletkezik; hasonló vonatkozik a 2 tekercsre, és így az A, B pontok között az indukált teljes feszültség valóban: $-(L_1 + L_2 \pm 2M) di/dt$, (16)-nak megfelelően. A sorba kapcsolt két tekercs egyikének eltolásával vagy elforgatásával M és ezzel a rendszer L inductivitása folytonosan változtatható (variométer). — Két tekercs párhuzamos kapcsolása esetén (16)-nál bonyolultabb a formula:



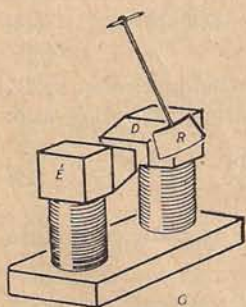
211,6. ábra

$$L = (L_1 L_2 - M^2) / (L_1 + L_2 \pm 2M). \quad (17)$$

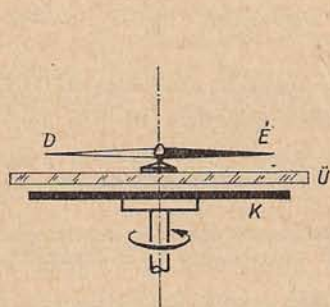
212. §. Örvényáramok. Unipoláris indukció

1. Örvényáramoknak vagy Foucault-áramoknak nevezzük azokat az áramokat, amelyek (az eddig lineárisnak feltételezett vezetők helyett) két vagy három irányban kiterjedt vezetőkben, fémtömbökben indukálódnak. Az örvényáramok keletkezése a 210. § alapján könnyen megérthető. Ha kiterjedt vezető mágneses térben mozog, vagy ha időben változó mágneses térben van, akkor az első esetben a Lorentz-erő,

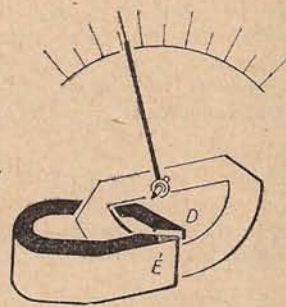
a másodikban a mágneses tér változását kísérő elektromos örvénytér a fémes vezetőben a szabad elektronokat zárt görbék mentén mozgásba hozza. Az így létrejövő igen sok „elemi áram” együttesen nagyon nagy áramerősségnek felelhet meg, tehát egyrészt — *Lenz szabálya* értelmében — az indukciót létesítő állapotváltozást erősen akadályozhatja, másrészt erős hőhatással járhat együtt. Az örvényáramok éppen eme akadályozó hatás és hőhatás alapján mutathatók ki, a sok lehetőség közül pl. a *Waltenhofen-féle ingával* (212,1a ábra): az *R* rézlemez a még nem gerjesztett elektromágnes sarkai között sokáig leng, a mágnes gerjesztése után viszont szinte abban a pillanatban megáll, amint a pólusok közé jut. Ha a lemezt kezünkkel lengetjük, ehhez nagy erőt kell kifejtenünk, és a lemez észrevehetően felmelegszik. Ha az első kísérletben az *R* lemez helyett a *b* ábra szerinti bevágásokkal ellátott lemezt alkalmazzuk, ennek lengései sokkal kevésbé csillapodnak. További kísérlet: a *K* fémkorong felett a 212,2. ábra szerint elhelyezett mágnesű *K* forgatásakor forgásba jön (ARAGO, 1825; az *Ű* üveglap a tűt a légáramtól védi meg).



212,1. ábra



212,2. ábra



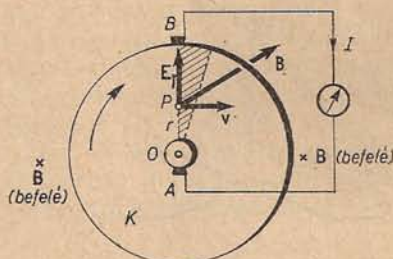
212,3. ábra

Hasonló okból egy mágnesű lengései gyorsabban csillapodnak, ha a tű közvetlen közelében fémtárgyak vannak.

Az örvényáramok *hőhatása* az elektromos generátorok, motorok és transzformátorok változó mágneses térben levő vas alkatrészeiben energiaveszteséget jelent. Eme *örvényáramú veszteségek* lehető csökkentése céljából a megfelelő részeket nem tömör vasból készítik, hanem vékony, egymástól papírral vagy lakkréteggel elszigetelt lemezekből állítják össze, nagy frekvenciáknál pedig szigetelőanyagba ágyazott vasszemcsékből álló „porvasmagot” vagy ferritmagot (216. §) alkalmaznak. Másrészt az örvényáramok hőhatása hasznosítható az *indukciós kemencékben*: a megolvasztandó fémet — vagy pl. a kiizzítandó fémes alkatrészeket tartalmazó vákuumcsöveket — igen erős és gyorsan váltakozó árammal táplált tekercs belsejébe helyezik.

Az örvényáramok *mozgásfékező hatását* felhasználják pl. elektromos műszerek mutatóinál a *lengések csillapítására* (oly módon, hogy a mutató tengelyére szerelt alumínium lemez kis permanens mágnes pólusai közt mozog, 212,3. ábra), elektromos energiaszámlálóknál a forgó korong fékezésére, fordulatszám-látók és fékező berendezések szerkesztésére stb. Az örvényáramokkal függ össze a nagy frekvenciáknál fellépő *skin-effektus* is (230. §).

2. Az unipoláris indukció szintén kiterjedt vezetőkben, a legegyszerűbb esetben a Faraday-féle korongban fellépő jelenség, amely a Barlow-keréknél (203,2. ábra) megismert hatás megfordítottja: a K fémkorongnak a rá merőleges mágneses térben való forgatásakor a korong tengelyéhez és kerületéhez simuló A és B kontaktusok között feszültség mutatható ki (212,4. ábra).¹ Ez a feszültség a 210. § 1. értelmében a korong szabad elektronjaira ható Lorentz-erő következménye, és könnyen kiszámítható, ha az állandó ω szögsebességgel forgó korong B indukciójú homogén mágneses térben van. Az O középponttól r távolságban levő P pontban az indukált térerősség (210,4) szerint (pl. az MKSA-rendszerben): $E_1 = [vB]$, amelynek iránya $P\vec{B}$, nagysága pedig $E_1 = vB = \omega r B$. Így az r_b sugarú kerék kerülete és az r_a sugarú tengely között az indukált feszültség:



212,4. ábra

$$U_1 = \int_{r_a}^{r_b} E_1 dr = \int_{r_a}^{r_b} \omega B r dr = \frac{1}{2} \omega B (r_b^2 - r_a^2) \quad (\text{MKSA}). \quad (1)$$

Pl. $B = 0,5 \text{ Vs/m}^2$ ($= 5000$ gauss), $r_b = 0,1 \text{ m}$, $r_a = 0,01 \text{ m}$ és $\omega/2\pi = 50/\text{s}$ fordulatszám esetén $U_1 = 0,78 \text{ V}$.

A jelenség tanulságos példa arra, hogy az indukciós törvény $U_1 = -d\Phi/dt$ alakja — legalábbis közvetlenül — nem mindig alkalmazható, mert hiszen pl. a fenti esetben a fluxusváltozás szempontjából semmiféle felület nincs kitüntetve. Az (1) eredmény ismeretében már megadható ilyen felület, nevezetesen az az ábrán sávozott terület, amelyet a koronghoz rögzített OB egyenesnek $r_b - r_a$ hosszúságú szakasza dt idő alatt súrol: $df = (1/2)\omega dt(r_b^2 - r_a^2)$. Ezzel az $|U_1| = |d\Phi/dt| = B df/dt$ egyenlet szintén (1)-re vezet.

A fenti elven alapuló unipoláris dinamógépek aránylag kis feszültségű, de igen nagy intenzitású egyenáram előállítására alkalmasak; kiterjedtebb felhasználást csak újabban nyernek, főleg elektrokémiai üzemekben.

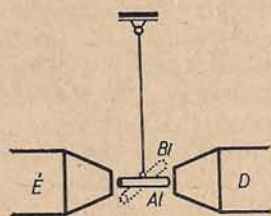
B) AZ ANYAGOK MÁGNESES TULAJDONSÁGAI

213. §. Az anyagok felosztása mágneses tulajdonságaik alapján.

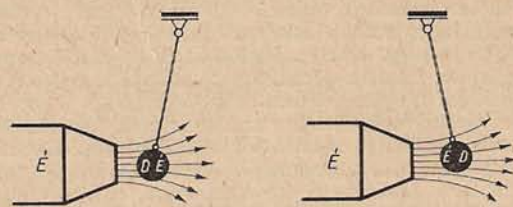
A szuszeptibilitás, ill. permeabilitás mérése

1. *Ferro-, para- és diamágneses anyagok.* Már a 170. §-ban említettük, hogy nemcsak a ferromágneses anyagok (vas, kobalt, nikkelt és bizonyos ötvözetek) mágnesezhetők, hanem mágneses térben minden más anyag is mágneses tulajdonságokat vesz fel, csak sokkal kisebb mértékben, és így kimutatásukhoz igen erős mágneses tér szükséges (FARADAY, 1845). Valóban, ha erős elektromágnes pólusai közé egymás után különböző anyagú, fonálon függő rudacskákat helyezünk (ferde helyzetben), ezek egyensúlyi helyzete az elektromágnes gerjesztése után megváltozik, és pedig az anyagok egyik csoportjánál a rudak — kvalitatíve a ferromágneses anyagokhoz hasonlóan — a pólusok tengelyének irányába, a másik csoportnál pedig erre merőlegesen állnak be (213,1. ábra). Faraday nyomán az első csoportba tartozó anyagokat (pl. alumínium, platina) paramágneses anyagoknak, a másik csoportba tartozókat (pl. bizmut, antimon) diamágneses anyagoknak nevezzük. Ugyanerre a felosztásra jutunk akkor is, ha kis golyókat helyezünk el az elektromágnes egyik kúpos

¹ Az unipoláris („egysarkú”) elnevezés arra utal, hogy a korong a teret előállító mágnes egyik pólusának közelében foroghat, viszont a szokásos generátorok rotorjaira nézve a két pólus teljesen egyenértékű szerepet játszik.

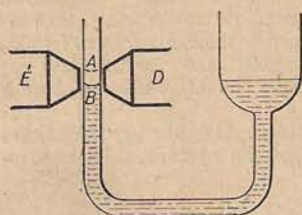


213,1. ábra



213,2. ábra

pólusa közelében, azaz erősen inhomogén mágneses térben: a pólus a paramágneses golyókat vonzza, a diamágneseseket taszítja (213,2. ábra), más szóval *inhomogén térben a paramágneses anyagokra a nagyobb, a diamágneses anyagokra pedig a kisebb térerősség irányába mutató erő hat*. Ennek alapján már a folyadékok és a gázok is osztályozhatók. Pl. vaskloridoldatot tartalmazó közlekedő edény kapilláris szárát a mágnespólusok közé téve (213,3. ábra), az eredetileg *B*-nél levő meniszkusz *A*-ig emelkedik, tehát a mágneses tér a nagyobb térerősségű hely felé vonzza az oldatot, s így az paramágneses, viszont pl. a víz, amelynek szintje a hasonló kísérletben süllyed, diamágneses.



213,3. ábra

A mágneses térnek a gázokra gyakorolt hatása feltűnően megnyilvánul a pólusok között égő gyertyánál; a láng, ill. általában az égési gázok diamágnesesek, viszont pl. abból, hogy az oxigéngázzal töltött szappanbuborék a pólusok között a tengely irányában kissé meghosszabbodik, az oxigén paramágneses voltára lehet következtetni.

Az anyagok mágneses tulajdonságainak kvantitatív jellemzésére a 170. § 1.-ben bevezetett κ (ill. $\kappa' = 4\pi\kappa$) *mágneses szuszceptibilitás*¹ és a μ (*relatív mágneses permeabilitás*) használatos. Röviden emlékeztetbe idézzük jelentésüket. Az anyag egy kiszemelt kis V térfogatú része a benne uralkodó \mathbf{H} *mágneses térerősség* hatására bizonyos \mathbf{m} mágneses (dipólus)momentumot vesz fel, amelynek a térfogategységre vonatkoztatott értéke az $\mathbf{M} = \mathbf{m}/V$ *mágneszettség*; ezt \mathbf{H} -val a κ -t értelmező

$$\mathbf{M} = \kappa \mathbf{H} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{M} = \kappa' \mu_0 \mathbf{H} \quad (\text{MKSA}) \quad (1)$$

egyenlet kapcsolja össze, μ pedig a \mathbf{B} *mágneses indukció* és a \mathbf{H} közt fennálló

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H} \quad (\text{MKSA}) \quad (2)$$

egyenlettel definiálható. A κ és a μ nem függetlenek egymástól, mert $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}$ (CGS), ill. $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$ (MKSA) miatt

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa = 1 + \kappa'. \quad (3)$$

¹ A κ mellett használatos még (ha ρ az anyag sűrűsége, M , ill. A a molekula-, ill. az atomsúly, és $M' = M$ gramm, $A' = A$ gramm) a $\chi = \kappa/\rho$ *fajlagos* vagy *tömeg-suszceptibilitás* és az $M'\chi$, ill. $A'\chi$ *molekuláris*, ill. *atom-suszceptibilitás* is.

A mágneses tér hatására keletkezett (a déli pólustól az északi felé irányuló) momentum és ezzel \mathbf{M} a ferromágneses anyagokban tudvalevően egy irányú a \mathbf{H} -val, a paramágneses anyagokban a 213,2a ábra értelmében szintén, de nagyságra nézve sokkal kisebb, a diamágneses anyagokban pedig a b ábrának megfelelően \mathbf{M} ellentétes irányú a \mathbf{H} -val, és viszonylag szintén kicsiny. (1) és (3) alapján s a mérések tanúsága szerint ez azt jelenti, hogy a dia-, para- és ferromágneses anyagok χ szuszceptibilitása rendre igen kis negatív, igen kis pozitív, ill. nagy pozitív szám, a μ permeabilitás pedig rendre az 1-nél valamivel kisebb, valamivel nagyobb, ill. sokkal nagyobb érték.

2. A szuszceptibilitás, ill. permeabilitás mérése. a) Dia- és paramágneses anyagok esetében a mérési módszerek általában az inhomogén mágneses térben fellépő erőhatáson alapszanak.

A 213,4. ábrán vázolt mérlegmódszernél a kérdéses anyagból készült, l hosszúságú és f keresztmetszetű kis rúd igen érzékeny mérleg — mikromérleg — egyik karján függ úgy, hogy a rúd A vége erős elektromágnes pólusai között van. A függőleges x irányban változó, inhomogén mágneses tér erőssége az A helyen legyen H_A , a B helyen $H_B \approx 0$. Az elektromágnes gerjesztése után a rúd kissé elmozdul lefelé vagy felfelé aszerint, amint paramágneses vagy diamágneses, de ezt az elmozdulást a mérleggel lemérhető (pozitív, ill. negatív) F erővel kompenzáljuk. A rúd dx hosszúságú, $f dx$ térfogatú eleme az ottani H térerősség hatására (1) értelmében $dm = M dV = \chi H f dx$ mágneses momentumot vesz fel, és így (169,15) szerint erre az elemre

$$dF = dm \frac{dH}{dx} = \chi f H dH \quad (\text{CGS}) \quad (4)$$

erő hat. Az egész rúdra ható F erőt nyilván (4)-nek $H_B \approx 0$ -tól H_A -ig vett integrálja adja:

$$F = \frac{1}{2} \chi f H_A^2 \quad (\text{CGS}), \quad (5)$$

és innen χ a H_A -nak ismert módon (209. §) való mérése után kiszámítható.

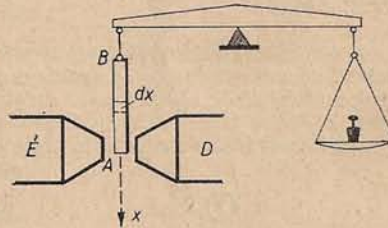
Folyadékokra a fenti eljárás szintén alkalmazható — a folyadékot vékony falú üvegsőbe zárjuk —, de kényelmesebb a Quincke-féle emelkedési módszer (213,3. ábra), amelynél az f keresztmetszetű kapilláris szárban levő folyadéknak a mágneses térben bekövetkező $AB = \Delta h$ emelkedését, ill. süllyedését mérjük meg. A kapillárisban levő para-, ill. diamágneses folyadéokra fel-, ill. lefelé ható erőt szintén az (5) kifejezés adja meg, de ezzel az erővel most a Δh magasságú folyadékoszlop súlya, $q g \Delta h$ tart egyensúlyt (q a folyadék sűrűsége). Az $(1/2) \chi f H_A^2 = q g \Delta h$ egyenletből

$$\chi = \frac{2 q g \Delta h}{H_A^2} \quad (\text{CGS}). \quad (6)$$

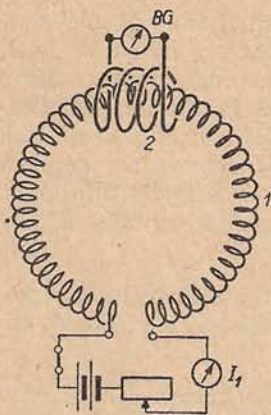
Meggondolásainkban a levegő vagy általában a környező közeg χ_0 szuszceptibilitását elhanyagoltuk (a normális állapotú levegőnél $\chi_0 = 0,03 \cdot 10^{-6}$). Ha ez nem megengedett, a szigorúbb számítás alapján (5)-ben és (6)-ban χ helyett $\chi - \chi_0$ írandó.²

Hogy a környezet befolyása nagyon is lényeges lehet, azt pl. a következő kísérlet mutatja. A vékony falú üveggömbbe zárt vaskloridoldatot az elektromágnes kúpos pólusa levegőben vonzza, de ha az oldattal telt gömböt töményebb vaskloridoldat veszi körül, akkor taszítja: a valójában paramágneses anyag erősebben paramágneses anyagba ágyazva, látszólag diamágnesesen viselkedik. A jelenség magyarázata teljesen hasonló a megfelelő dielektromos jelenségéhez (165. § 6., 165,9. ábra).

² Az ismertetett két módszer értelemszerű változtatással — mágneses helyett elektromos térrel — alkalmazható a χ elektromos szuszceptibilitás, ill. az ϵ dielektromos állandó mérésére is (165. §), de ebben az esetben kevésbé jelentős, mert az ϵ mérésére jóval pontosabb módszerek is rendelkezésre állanak.



213,4. ábra



213,5. ábra

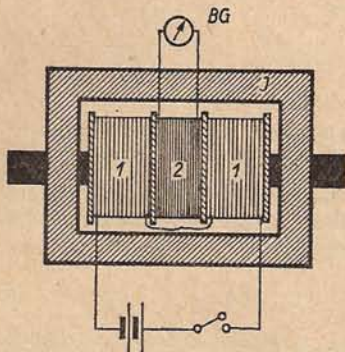
B és a H egymáshoz tartozó értékeinek ismeretében (2)-ből $\mu = B/H$ (CGS), ill. $\mu = B/\mu_0 H$ (MKSA).³ A mérések szerint az így adódó μ függ a H -tól (részletesebben: 214. §).

A ballisztikus módszerek közé tartozó fenti gyűrűmódszer a gyűrű alakú minták előállítása és tekercselése miatt nehézkes, a szokásos egyenes rudak használatánál viszont számításba veendő — még átmérőjükhöz képest hosszú rudak esetében ($l/d = 50-100$) is — a *lemágnesezés* (170. § 4.), mert különben hibás eredmények adódnak. A hosszú l tekercs belsejében elhelyezett rúdon belül nem a tekercs árama által létesített $H_0 = n_1 I_1 / l_1$ (MKSA) télerősség uralkodik, hanem a *lemágnesezés* miatt általában jóval kisebb $H = H_0 / [1 + N(\mu - 1)]$ télerősség, l. (170,16). Ezért a közvetlenül kiszámítható $B/\mu_0 H_0 = \mu'$ hányados csak a „látszólagos permeabilitás”; a valódi μ permeabilitás a

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{B}{\mu_0 H_0} [1 + N(\mu - 1)] = \mu' [1 + N(\mu - 1)]$$

egyenletből:

$$\mu = \frac{\mu' (1 - N)}{1 - N\mu'} \quad (\text{MKSA}). \quad (7)$$



213,6. ábra

m -nek és a rúd V térfogatának hányadosa az M mágnesezettség, a tekercsben folyó áram erősségéből kiszámítható (a *lemágnesezés* figyelembevételével) a rúdban uralkodó H télerősség, és így az M és H közötti összefüggés meghatározható.

³ Úgy is eljárhatnánk, hogy egyébként azonos körülmények között megmérjük a körtekercsnek a kérdéses anyaggal, majd „vákuummal való kitöltése” esetében az I_1 kikapcsolásakor fellépő feszültségglökést, ill. a ballisztikus galvanométer mutatójának ezzel arányos első kitérését; ha e két kitérés rendre $x_{1,a}$ és $x_{1,0}$, akkor $\mu = x_{1,a}/x_{1,0}$.

Nagy gyakorlati fontosságuk miatt a ferromágneses tulajdonságok vizsgálatára számos kevésbé pontos, de aránylag gyors mérési módszert dolgoztak ki. Ezek egyike az ún. *járommódszer*, amelyben a rudak végeinek lemágnesező hatását azáltal igyekeznek kiküszöbölni, hogy a rudat két végénél fogva nagy permeabilitású lágyvasból készült járomba szorítják (a 213,6. ábrán *J*; *I* a mágnesező, *2* az indukciós tekercs).

214. §. A dia-, para- és ferromágneses anyagok jellemzői. Szupravezetés és mágneses tér

1. A *diamágneses anyagok* κ szuszceptibilitása a 213. §-ban vázolt mérések alapján a *H* térerősségtől független anyagállandó, más szóval az *M* mágnesezettség — és a *B* indukció is — szigorúan arányos a *H*-val. Abszolút értékre nézve a κ általában 10^{-6} nagyságrendű negatív szám (lásd az 5. táblázatot), a $\mu = 1 + 4\pi\kappa$ permeabilitás tehát csak alig kisebb az 1-nél. A κ , pontosabban a $\chi = \kappa/\rho$ *fajlagos szuszceptibilitás* nem függ a hőmérséklettől sem.

5. táblázat

Néhány anyag mágneses szuszceptibilitása 18 °C-on

| Diamágneses anyagok | $10^6 \kappa$ | $10^6 \frac{\kappa}{\rho} \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{g}} \right]$ | Paramágneses anyagok | $10^6 \kappa$ | $10^6 \frac{\kappa}{\rho} \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{g}} \right]$ |
|---------------------|---------------|--|---------------------------|---------------|--|
| Bizmut | -13,4 | -1,37 | Palládium | 60 | 5,2 |
| Higany | - 2,4 | -0,19 | Króm | 26 | 3,7 |
| Réz | - 0,80 | -0,09 | Platina | 21,4 | 1,0 |
| Víz | - 0,72 | -0,72 | Alumínium | 1,66 | 0,62 |
| Etilalkohol | - 0,63 | -0,80 | Vaskloridoldat (telített) | 117 | 73 |
| Nitrogén | - 0,00031 | -0,27 | Oxigén | 0,15 | 104 |
| Hidrogén | - 0,00023 | -2,5 | Levegő | 0,03 | 24 |

2. A *paramágneses anyagok* κ -ja szintén a térerősségtől független anyagállandó; általában $10^{-5} - 10^{-6}$ nagyságrendű pozitív szám (lásd a táblázatot), a μ permeabilitás tehát csak alig nagyobb az 1-nél. A hőmérséklet növekedésével κ vagy $\chi = \kappa/\rho$ csökken, sok anyagnál a tapasztalati úton talált

$$\kappa = \frac{C}{T} \quad (1)$$

Curie-törvénynek (1892), számos más anyagnál pedig a $\chi = C/(T - \Theta)$ *Curie—Weiss-törvénynek* megfelelően; itt *T* az abszolút hőmérséklet, *C* és Θ az anyagra jellemző állandók.

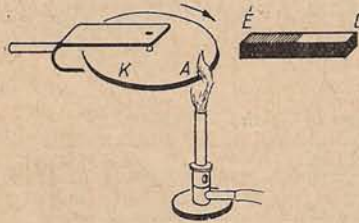
3. *Ferromágneses anyagok* közönséges hőmérsékleteken a vas, a kobalt és a nikkal, valamint ezeknek egymással vagy néhány más elemmel (pl. Mn, Al, Cr, Si) való ötvözetei. Vannak olyan ferromágneses ötvözetek is, amelyeknek egyik komponense sem ferromágneses, ilyenek pl. a Mn, Cu, Al alkatrészekből álló *Heusler-féle ötvözetek* (1900). Az újabb vizsgálatok szerint számos más ötvözet és vegyület is ferromágneses, különösen igen mély hőmérsékleten; itt ferromágneses a gadolinium elem is.

A ferromágneses anyagok és a többi anyag mágneses tulajdonságai között a

213. §-ban vázolt mérések szerint igen lényeges különbségek vannak, amelyek röviden a következőkben foglalhatók össze.

a) Ferromágneses anyagokban ugyanakkora H térerősség mellett az M mágnesezettség vagy a B indukció több nagyságrenddel nagyobb, mint más anyagokban, de M vagy B nem arányos H -val, hanem a kapcsolat sokkal bonyolultabb, és az anyag előzetes mágneses kezelésétől is függ. Más szavakkal: a (213,1—3)-mal értelmezett χ szuszceptibilitás és μ permeabilitás most nem anyagállandók, hanem függenek a H -tól és az anyag „mágneses előéletétől” is; χ a 100-at, μ az 1000-t jóval meghaladhatja.

b) Az M és a H közti kapcsolat fő jellegzetessége, hogy H növelésekor M csak bizonyos határig nő, ezen túl mágneses telítés következik be.



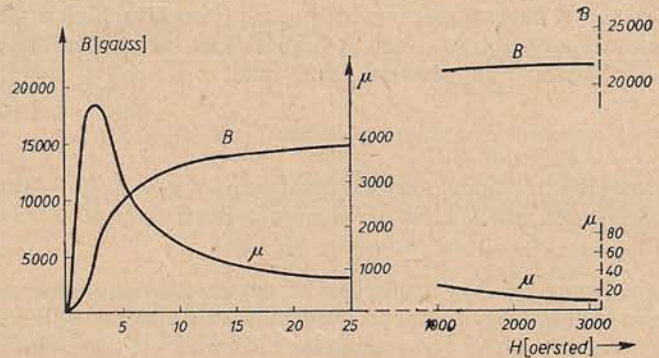
214,1. ábra

c) A ferromágneses anyagokból permanens mágnesek készíthetők.

d) Erős mágneses tulajdonságukat a ferromágneses anyagok bizonyos hőmérsékletnek, a Curie-pontnak átlépésekor elvesztik, a Curie-pont (pl. Fe: 769 °C, Co: 1075 °C, Ni: 360 °C) felett paramágnesesek. Ezért pl. a 214,1. ábrán vázolt kísérletben a vékony lágvas lemezből készült K korong, ha a mágnesrúddal szemközt (kissé aszimmetrikusan) fekvő A részét vörös izzásig hevítjük, forgásba jön, ti. az izzó részt a rúd nem vonzza, a szomszédos hidegebb részeket viszont igen.

e) Ferromágnességet csak szilárd anyagok mutatnak.

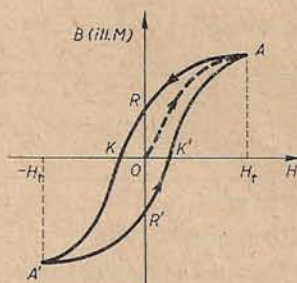
A B és H vagy az M és H közti összefüggéssel, ill. az a) és b) alatt említett tulajdonságokkal kissé részletesebben kell foglalkoznunk. Ha tekercs belsejébe helyezett, kezdetben nem mágneses vasmintában a H térerősséget a tekercs áramának fokozatos növelésével növeljük, és az egyes H értékekhez tartozó B vagy M értékeket meghatározzuk (a 213. §-ban vázolt módszerek egyikével), akkor a 214,2. ábra szerinti $B=B(H)$, ill. $M=M(H)$ mágnesezési görbét kapjuk;¹ konkrétan az ábra



214,2. ábra

¹ A $B(H)$ görbéből — helyesebb, de ritkább elnevezése indukciós görbe — az $M(H)$ görbe az ismert $B = H + 4\pi M$ (CGS), ill. $B = \mu_0 H + M$ (MKSA) összefüggés alapján származtatható le; az ábrán a B és a $4\pi M$ görbék közti eltérés csak nagy H értékeknél észrevehető. — Emlékeztetőül: 1 oersted ≈ 80 A/m, 1 gauss = 10^{-4} Vs/m².

egy dinamóöntvényre vonatkozik. Mint látható, B a H -val eleinte gyorsan, majd egyre lassabban növekszik, úgy, hogy $H \approx 1000$ oerstedtől kezdve $B = H + 4\pi M$ -ben M állandó. Ez az állandó M_{tel} érték a telítési mágnesezettség (a szóban forgó vasfajtánál $4\pi M \approx 21\,000$ gauss). Az egymáshoz tartozó B és H értékek hányadosa megadja a permeabilitásnak a térerősségtől való függését ábrázoló $\mu = \mu(H)$ görbét. A μ igen kis térerősségeknél, példánkban kb. a $H = 0 - 0,02$ Oe intervallumban jó megközelítéssel állandó — ez a kezdeti permeabilitás² a dinamóöntvényenél kb. 300, de egyes ötvözeteknél eléri a 100 000-et is —, majd gyors növekedés után egy maximumon (≈ 5000) áthaladva, folytonosan csökken. $H \rightarrow \infty$ -re $\mu \rightarrow 1$, amint ez a $B/H = 1 + 4\pi M_{\text{tel}}/H$ egyenletből következik.



214.3. ábra

Hiszterézis. Kezdetben nem mágneses vasmintát mágnesezzünk, miként az előbb, a telítésig (a 214.3. ábrán a szaggatott OA görbe), ezután a tekercs áramának fokozatos változtatásával csökkentjük a H térerősséget H_r -ről zérusra, növeljük az ellenkező irányban $-H_r$ -ig, majd fokozatosan térjünk vissza ismét H_r -re. Megmérve és ábrázolva az egyes H értékeknél a B (ill. M) értékeket, a fenti folyamatnál — és megismétléseinél is — az $ARA'R'A$ zárt görbéhez jutunk. Eszerint a térerősség nagyságának csökkentésekor (pl. az AR szakaszon) ugyanazon H értékhez nagyobb B indukció tartozik, mint a térerősség növelésekor (pl. az $R'A$ szakaszon). Ez a jelenség a *mágneses hiszterézis* (WARBURG, 1880), az $ARA'R'A$ görbe a *hiszterézishurok*, a még nem mágnesezett anyagra vonatkozó, nem megismétlődő OA görbe pedig az *első mágnesezési görbe*. A hiszterézishurok ARK szakaszából látható, hogy amikor a térerősség zérusra csökkent, a vasban visszamaradt az \overline{OR} -nek megfelelő B_r vagy M_r „remanens” indukció, ill. mágnesezettség, röviden *remanencia* — a vas tehát *permanens mágnessé* vált —, és e mágnesség megszüntetéséhez az előbbivel ellentétes irányú, \overline{OK} -nak megfelelő nagyságú H_k térerősség, az ún. *koercitív erő* szükséges. Az $ARA'R'A$ hiszterézishuroknak megfelelő *ciklikus mágnesezés* során munkát kell végezni (az anyag „elemi mágneses dipólusainak” átállításai miatt, 216. § 3.), és ez a munka az anyagban hővé alakul át. Az így keletkező *hiszterézisveszteségek* alkotják az örvényáramú veszteségek mellett az ún. *vasveszteségek* jelentős részét. Ki lehetne mutatni, hogy az egyszerű *ciklikus mágnesezés során végzendő W munka* — vagy a megfelelő hiszterézisveszteség — arányos a hiszterézishurok területével [Warburg törvénye; matematikai alakban: $W/V = (1/4\pi) \oint B dH$ (CGS), ahol V a minta térfogata].

Az elektromos gépek vas alkatrészeinél a hiszterézisveszteségek lehető csökkentése céljából minél kisebb B_r remanenciával és H_k koercitív erővel rendelkező vasfajták vagy ötvözetek alkalmazandók, a permanens mágneseknél viszont minél nagyobb B_r és H_k (minél nagyobb $B_r H_k$ „jósági szám”) a kívánatos. A ma már nagy választékban rendelkezésre álló *mágneses szerkezeti anyagok* közül a kis H_k -jú és nagy permeabilitású anyagokat *mágneses en lágú*, a nagy H_k -júakat *mágneses en kemény anyagoknak* hívják; néhány példát a 6. táblázat tüntet fel.

² A kezdeti permeabilitás a tetszőleges H_0 térerősségnél definiálható $(dB/dH)_{H_0}$ differenciális permeabilitásnak a $H_0=0$ -hoz tartozó értéke.

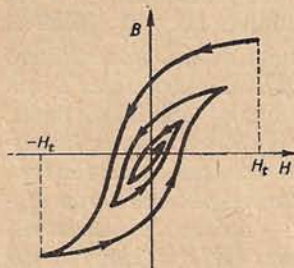
6. táblázat

Mágneses szerkezeti anyagok jellemzői

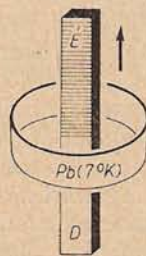
| Mágnesesen lágy anyagok | Kezdeti permeabilitás | Remanens indukció, B_r (gauss) | Koercitív erő, H_k (oersted) |
|--|-----------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Öntött vas | 70 | 5 000 | 6 |
| Dinamólemez (4% Si) | 500 | 8 000 | 0,5 |
| Tiszta vas (hidrogénben kiizzítva) | 25 000 | 14 000 | 0,05 |
| Permalloy (78,5% Ni; 21,5% Fe) | 10 000 | 6 000 | 0,05 |
| Supermalloy (79% Ni; 15% Fe; 5% Mo; 0,5% Mn) | 100 000 | 6 000 | 0,005 |
| Mágnesesen kemény anyagok | | | |
| Acél (1% C) | 40 | 7 000 | 60 |
| Pt—Co ötvözet (77% Pt; 23% Co) | 1 | 4 500 | 2600 |

Ha a mágnesezést nem a telítéshez tartozó H , és $-H$, térerősségek között, hanem egyre csökkenő térerősség-amplitúdóval végezzük, akkor fokozatosan összehúzódó görbét kapunk (214,4. ábra). Ennek alapján vastárgyak vagy pl. mágnessé vált órák mágnességét úgy lehet megszüntetni, hogy azokat váltakozó áramot vivő tekercs belsejébe helyezzük, és az áram erősségét lassan zérusra csökkentjük.

4. Szupravezetés és mágneses tér. A szupravezetésről a 173. § 4.-ben csak azt az alapvető sajátságot említettük meg, hogy az átmeneti hőmérséklet (T_a) alatt a szupravezetők fajlagos ellenállása gyakorlatilag zérus ($\rho=0$). Az ezt igazoló kísérleti tények egyike (l. a vázlatos 214,5. ábrát):



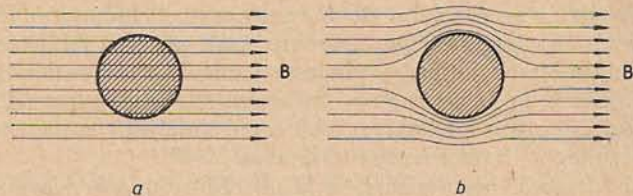
214,4. ábra



214,5. ábra

a $T_a=7,2^\circ\text{K}$ alá hűtött ólomgyűrűben a mágnesrúd kihúzásakor indukált áram, amelynek I intenzitása a mágneses hatás alapján mérhető, több nap alatt sem csökken. E tartós vagy permanens árammal átjárt ólomgyűrű permanens mágnesként viselkedik. A kísérletből a (211,10) alatti $I = I_0 e^{-(R/L)t}$ formula alapján arra lehetett következtetni, hogy a szupravezető gyűrű R ellenállása a szobahőmérsékleten mért R_0 ellenállás 10^{17} -ed részét sem éri el ($R < 10^{-17} R_0$)!

Egy másik alapvető, az előzőből nem levezethető tulajdonság abban áll, hogy az átmeneti hőmérséklet alatt a szupravezetők belsejében nem lehetséges mágneses indukció: $\mathbf{B}=0$ (Meissner—Ochsenfeld-effektus, 1933). Ez pl. a 213,5. ábrán vázolt körtekercses kísérletből következik: ha az áram átjárta 1 körtekercsben levő ólomgyűrű hűtéskor átlépjük a T_a átmeneti hőmérsékletet, akkor a 2 tekercsben áramlökés keletkezik, ti. az ólomgyűrűben előzőleg ($T > T_a$ -nál) meglévő indukciófluxus és indukció eltűnik. A $T < T_a$ esetben az 1 tekercs áramának be- vagy kikapcsolásakor a 2 tekercsben nem mutatkozik áramlökés, jeléül annak, hogy az ólomgyűrűben a B indukció valóban zérus. Az indukcióvonalak tehát, amelyek pl. egy szupra-



214.6. ábra

vezető gömb normális állapotában ($\mu \approx 1$) a 214,6a ábra szerint haladnak, a szupra-
vezető állapotban mintegy kiszorulnak a gömbből (b ábra). Ezt úgy is ki szokták
fejezni, hogy *szupravezető állapotban a permeabilitás zérus*: $\mu=0$, vagy $\mu = 1 + 4\pi\kappa$
(CGS) miatti: $\kappa = -1/4\pi$, az anyag „tökéletes diamágneses anyagként” viselkedik.

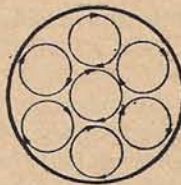
Mágneses tér hatására az átmeneti hőmérséklet csökken, pl. az ólom esetében $H=600$ Oe mellett $T_n=4$ °K a $H=0$ -hoz tartozó $7,2$ °K helyett, és megfelelő H térerősség esetén a szupravezető állapot megszűnik: pl. a 4 °K-os ólom 600 Oe mellett normális állapotba megy át. Ebből következik, hogy szupravezetőben az áram, bár nem fejleszt hőt (ha $T < T_n$), nem lehet akármilyen nagy, ti. az áthaladó áram saját mágneses tere miatt a szupravezetés az anyagi minőségtől és a hőmérséklettől függő I_{kr} „kritikus áramerősség” túllépésekor megszűnik. Pl. 4 °K hőmérsékletű, hosszú, egyenes, $r=1$ mm sugarú ólomdrót esetében I_{kr} abból adódik, hogy az I_{kr} áram által a drót felszínén létesített, $(181,7)$ szerinti $H=2I_{kr}/cr$ (CGS) térerősség 600 Oe-del egyenlő; innen $I_{kr} = 30 \cdot 3 \cdot 10^{10}$ CGS-egység = 30 A.

A szupravezetőket — amelyeknek számos további tulajdonságára és a még jelenleg sem teljesen kielégítő értelmezésre itt nem térhetünk ki — újabbban elektronikus számológépek „memóriaelemeiben” alkalmazzák (kriotron), továbbá kísérletek folynak pl. abban az irányban is, hogy szupra-
vezetők felhasználásával nagy teljesítményű mágnesek, generátorok, transzformátorok hatásfokát javítsák, és méreteit csökkentik.

215. §. A mágnesség és a molekuláris áramok. Giromágneses hatások, elektronspin, Larmor-precesszió

1. *Molekuláris áramok.* Az anyagok mágneses tulajdonságai *Ampère hipotézise* (1822) szerint nem valamilyen „mágneses mennyiségre”, hanem az atomok vagy molekulák belsejében tartósan — „ellenállás nélküli pályákon” — folyó zárt áramokra, a *molekuláris áramokra* vagy *elemi köráramokra* vezethetők vissza. E köráramok, amelyek mágneses momentumaik szempontjából (183. § 3.) a 169. §-ban említett „elemi mágneseknek” felelnek meg, az anyag nem mágneses állapotában teljesen rendezetlenül helyezkednek el, mágneses térben azonban kisebb vagy nagyobb mértékben rendeződnek, tengelyükkel a tér irányába állnak be, és így az anyag mágnesessé válik. Ampère hipotézise közvetlenül érthetővé teszi, hogy egymástól elválasztható mágneses pólusok nincsenek, és arra is utal, hogy az atomokban elektromos töltéseknek kell mozogniuk. Az atomok szerkezetére vonatkozó későbbi felismerések, nevezetesen a Rutherford-féle atommodell (1911) értelmében a kérdéses elemi áramokat az atommagok körül keringő elektronok jelentik (154. §).

A molekuláris áramok alapján szemléletesen értelmezhető pl. egy mágneses rúd és áram átjárta tekercs egyenértékűsége. Ha egy hosszú tekercs belsejét kitöltő anyagban (rúdban) az elemi köráramok a tekercsben folyó áram mágneses terének hatására rendeződnek, akkor a rúd egyik keresztmetszetét a vázlatos 215,1. ábra szerint képzelhetjük el. Ebből könnyen belátható,



215,1. ábra

hogyan a rúd belsejében a szomszédos elemi áramrészek ellentétes irányuk miatt megsemmisítik egymás hatását, és így érvényre csak a rúd felületén mindig egy irányban folyó áramrészek jutnak. Mágneses hatásuk szempontjából ezek összességükben ekvivalensek egy igen nagy n' menetszámú, igen gyenge I' áramot vivő tekercsel, vagy pedig olyan közönséges tekercsel, amelynek n menetszámára és I^* áramára, a „látszólagos áramerősségre” nézve $nI^* = n'I'$.

A molekuláris áramok hipotézisével a \mathbf{H} , \mathbf{B} , \mathbf{M} vektorok jelentése is mélyebb megvilágítást nyer. Tekintsünk egy körtekercset (menetszáma n , keresztmetszete f , középvonalának hosszúsága l , az áramerősség I), amelynek belsejét valamely homogén anyag teljesen kitölti. A körtekercsen belül fekvő P pontban az I áramtól származó mágneses térerősség, amely független a tekercset kitöltő homogén anyag minőségétől, legyen \mathbf{H} [tudvalevően $H = 4\pi nI/cl$ (CGS), ill. $H = nI/l$ (MKSA)], az anyag molekuláris áramaitól származó térerősség ugyanazon a helyen legyen \mathbf{H}' . A történetileg kialakult elnevezések szerint a

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + \mathbf{H}' = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{H}') = \mu_0\mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (\text{MKSA}) \quad (1)$$

vektor a mágneses indukció, az anyag mágneses állapotát jellemző $\mathbf{M} = \mathbf{H}'/4\pi$, ill. $\mathbf{M} = \mu_0\mathbf{H}'$ vektor pedig a mágnesezettség. Ebből az értelmezésből is könnyen kimutatható, hogy \mathbf{M} az anyagnak a térfogategységre vonatkoztatott mágneses momentát jelenti: $\mathbf{M} = \mathbf{m}/V$, l. (170,1).

Az előzők szerint ugyanis a molekuláris áramok H' tere az I^* látszólagos áramerősséggel pl. a CGS-rendszerben így fejezhető ki: $H' = 4\pi nI^*/cl$, azaz $M = H'/4\pi = nI^*/cl$. Másrészt a körtekercset kitöltő anyag kis Δl hosszúságú, $V = f\Delta l$ térfogatú részének mágneses nyomatéka — mivel a Δl hosszúságra nyilván $n\Delta l/l$ menetszám esik — (183,14) értelmében: $m = n(\Delta l/l)I^*fc = (nI^*/cl)V$, és így valóban $M = m/V$.

2. Giromágneses hatások; elektronspin. A molekuláris áramok hipotézisének alátámasztását célzó kísérletekben abból indultak ki, hogy egy atommag körül kör- vagy ellipszispályán keringő elektron — ez jelenti a molekuláris áramot — nemcsak mágneses momentummal (\mathbf{M}^*), hanem mechanikai impulzusmomentummal (\mathbf{N}) is rendelkezik, vagy szemléletesebben: nemcsak kis mágnes, hanem egyúttal kis pörgettyű (giroszkóp) is. Ha r a kör sugara, v a keringés frekvenciája és e az elemi töltés, akkor (183,13) szerint a mágneses momentum nagysága: $M^* = If/c = ev \cdot r^2\pi/c$ (CGS), ill. $M^* = \mu_0 If = \mu_0 ev \cdot r^2\pi$ (MKSA), az impulzusmomentum nagysága pedig: $N = mrv = mr \cdot 2\pi rv = 2mv \cdot r^2\pi$; itt m az elektron tömege. Így a két nyomaték viszonya, az ún. giromágneses hányados:

$$\gamma \equiv \frac{M^*}{N} = \frac{1}{2} \frac{e}{mc} \quad (\text{CGS}) \quad \text{ill.} \quad \gamma \equiv \frac{M^*}{N} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 e}{m} \quad (\text{MKSA}), \quad (2)$$

azaz univerzális állandókból összetett állandó; ugyanez az eredmény ellipszispálya esetén is. Mivel az elektron töltése negatív ($-e$), \mathbf{M}^* és \mathbf{N} ellentétes irányúak: $\mathbf{M}^* = -\gamma\mathbf{N}$.

A mágneses momentum és az impulzusmomentum együttes jelenlétét tanúsító „giromágneses hatások” közül az időrendben először kimutatott hatás a *Barnett-effektus* (1914) vagy *forgatással való mágnesezés*: ha kezdetben nem mágneses vasrudat hossz tengelye körül gyors forgásba hozunk, akkor a vas mágneses lesz; a mágnesezettség nagyon kicsiny, mérése nehéz feladat. A jelenség értelmezése cél-

jából tekintjük a kezdetben nem mágneses rúd rendezetlen köráramainak egyikét, amelynek impulzusnyomatéka legyen \mathbf{N} (215,2. ábra). Ha most a rudat $\vec{\omega}$ szögsebességű forgásba hozzuk, ez egyértelmű azzal, hogy a köráramra mint pörgettyűre az $\vec{\omega}$ -val egy irányú \mathbf{M}_f forgatónyomaték hat, tehát a 49. §-ban megismert „párhuzamosságra való törekvés” tétele értelmében a köráram tengelye a rúd forgástengelyének irányába igyekszik beállni (akárcsak a forgószámolyon ferdén tartott forgó biciklikerek tengelye), ez pedig a rúd mágnesezését eredményezi.

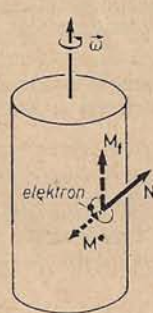
Pontosabban, az $\vec{\omega}$ szögsebességű precesszióra kényszerített pörgettyűnél vagy köráramnál a tengely beállítására mérvadó pörgettyűnyomaték (49,4) szerint: $[\mathbf{N}\vec{\omega}]$. Ugyanekkora forgatónyomatékokot az \mathbf{M}^* mágneses momentumú köráramra olyan \mathbf{H} erősségű mágneses tér fejtene ki, amelyre nézve (169,10) értelmében $[\mathbf{M}^*\mathbf{H}] = [\mathbf{N}\vec{\omega}]$, vagy $\mathbf{M}^*/\mathbf{N} = -\gamma$ figyelembevételével: $[\mathbf{N}, -\gamma\mathbf{H}] = [\mathbf{N}\vec{\omega}]$. Ebből következik, hogy az $\vec{\omega}$ szögsebességű forgás a rúdban ugyanakkora mágnesezettséget létesít, mint egy

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{\gamma} \vec{\omega} \left[H = \frac{1}{\gamma} \omega = \frac{2mc}{e} \omega \quad (\text{CGS}) \right] \quad (3)$$

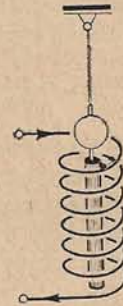
erősségű mágneses tér. A γ kísérleti meghatározásánál ezt a tételt használták fel úgy, hogy a rudat egyszer forgatással, másszor a megfelelő H télerősséggel mágnesezték be, és a két mágnesezettséget érzékeny magnetométerrel összehasonlították. Az, hogy még $\omega/2\pi = 100 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámnál is H csak kb. 10^{-4} Oe , mutatja a mérés nehézségét.

A Barnett-effektus megfordította az Einstein—de Haas-effektus (1915) vagy mágnesezéssel való forgatás. A kísérletben vékony vasrúd függött torziós szálon egy tekercs belsejében (215,3. ábra); amikor a rudat a tekercsbe bocsátott árammal bemágnesezték, vagy inkább az áram kommutálásával átmágnesezték, a rúd tükkörleolvasással kimutatható mértékben elfordult. A pontosabb méréseknél rezonancia-módszert alkalmaztak: a rudat periodikusan mágnesezték át olyan váltakozó árammal, amelynek frekvenciája megegyezett a felfüggesztett rúd forgási rezgéseinek frekvenciájával. Az előzők alapján a jelenség könnyen megmagyarázható akár a pörgettyűhatással, akár közvetlenül az impulzusnyomaték tételével: pl. a rúd átmágnesezésekor fellépő elfordulás megfelel annak az ismert forgószámoly-kísérletnek (40. § 3. d), amelyben a számoly forgásba jön, ha a rajta álló személy a függőleges tengely körül gyorsan forgó biciklikerek tengelyét 180° -kal átfordítja.

Mind a Barnett-, mind az Einstein—de Haas-effektusnál a mérésekből az következett, hogy a $\gamma \equiv \mathbf{M}^*/\mathbf{N}$ giromágneses hányados kereken kétszerese a (2)-ben álló számított értéknek. Ez a diszcrepancia 1925-ben oldódott fel, amikor a spektrumok értelmezésével kapcsolatban felállították azt az azóta teljesen beigazolódott hipotézist, hogy az elektronnak — keringésétől függetlenül — saját mágneses momentuma (\mathbf{M}_s^*) és saját impulzusmomentuma (\mathbf{N}_s) van, és e két nyomaték nagyságának hányadosa a (2)-ben szereplő érték kétszerese, azaz $\mathbf{M}_s^*/\mathbf{N}_s = e/mc$ (CGS). Az elektron saját impulzusmomentumát (olykor az ettől elválaszthatatlan saját mágneses momentummal együtt) elektronspinnek, néha „elektronperdületnek” hívják. Az elnevezés arra a modellszerű elképzelésre utal, hogy az elektron mint töltéssel bíró parányi gömb a súlypontján átmenő tengely körül forog. Mai ismereteink szerint azonban ennek a szemléletes modellnek nem lehet mélyebb jelentést tulajdonítani,



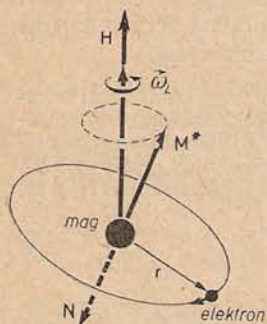
215,2. ábra



215,3. ábra

hanem a spint az elektron tapasztalati megállapított sajátjának kell tekinteni. (Részletesebben I. az atomfizikában.)

A fentiek alapján a giromágneses hatások arra mutatnak, hogy a kísérletekben szereplő ferromágneses anyagok mágnesezése nem az elektronok keringéséből származó „pályanyomatékok” beállítására, hanem az elektron-spinnek beállítására vezethető vissza (I. még 216. § 3.).



215,4. ábra

3. A Larmor-precessió. Ha M^* mágneses momentumú és N impulzusmomentumú elemi köráram H erősségű homogén mágneses térbe kerül — mint pl. az Einstein—de Haas-féle kísérletben is —, a tér a köráramra az előzők értelmében

$$M_f = [M^*H] = -\gamma[NH] = \gamma[HN]$$

forgatónyomatékok gyakorol; itt $\gamma = -M^*/N$ a giromágneses hányados. A forgatónyomaték hatására a köráram mint pörgettyű a H iránya körül precessziót végez (215,4. ábra) olyan ω_L szögsebességgel, amelyre vonatkozólag (49,3) szerint $M_f = [\omega_L N]$. Az M_f két kifejezésének egyenlőségéből, $[\omega_L N] = \gamma[HN]$ -ből a fenti Larmor-precesszió szögsebesség-vektora:

$$\vec{\omega}_L = \gamma H. \quad (4)$$

A γ (2)-beli értékével a megfelelő Larmor-frekvencia:

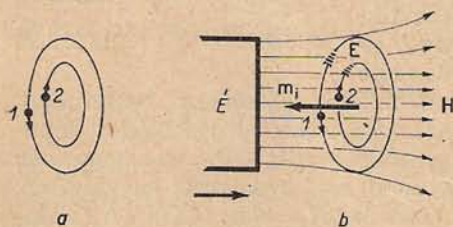
$$\nu_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{e}{4\pi mc} H \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \nu_L = \frac{e}{4\pi m} \mu_0 H = \frac{e}{4\pi m} B \quad (\text{MKSA}). \quad (5)$$

A fenti eredményt általánosabb alakban fejezi ki az anyagok mágneses térben való viselkedésével kapcsolatban sokszor alkalmazott Larmor-féle tétel: a H erősségű mágneses tér befolyása egy atom elektronrendszerének mozgására abban áll, hogy az egész elektronrendszer — az atomhoz viszonyított mozgásának megváltozása nélkül — a H iránya körül a (4) szerinti ω_L szögsebességgel forog.

216. §. A dia-, a para- és a ferromágnesség értelmezéséről.

Antiferromágneses anyagok és ferritek

1. Diamágnesség. Az elemi értelmezés lényegileg abban áll (WEBER, 1852), hogy a diamágneses atomoknak (ill. ionoknak vagy molekuláknak) normális állapotukban nincsen mágneses momentumuk, mágneses tér hatására azonban az atomokban indukció útján olyan elemi köráramok jönnek létre, amelyek a tér irányával ellentétes irányú „indukált mágneses momentumot” eredményeznek. Konkrét példát



216,1. ábra

véve, a 216,1a ábra esetében az atomnak azért nincs mágneses nyomatéka, mert az atom két elektronja gyakorlatilag ugyanazon a körpályán ugyanakkora sebességgel, ellentétes irányban kering (és a két elektron spinje is kompenzálja egymást).¹ Ha most az atom H mágneses térbe jut — pl. balról egy mágnesrúd északi pólusát közelítjük, b ábra —, akkor a jól ismert indukciós törvény, ill. Lenz-szabály szerint

¹ Hogy valamely atom vagy ion dia- vagy paramágneses-e, azt az atom vagy ion elektronjainak elrendeződése szabja meg; ezzel a kérdéssel részletesebben csak a későbbi atomfizikai részben foglalkozhatunk.

mindkét körpálya mentén a szaggatott nyilakkal jelzett irányú elektromos térerősség keletkezik, tehát az 1 elektron keringési sebessége nő, a 2-é csökken, s így az atom valóban a \mathbf{H} -val ellentétes irányú mágneses nyomatékot (\mathbf{m}_i) vesz fel. A vizsgált anyag atomjainak köráramai természetesen rendszertelen irányításúak, de a \mathbf{H} mágneses tér hatása a ferde helyzetű köráramokra is hasonló értelmű, úgyhogy a térfogategységben levő atomok mágneses nyomatékainak eredőjét jelentő \mathbf{M} mágnesezettség a \mathbf{H} -val ellentétes irányú, és ez éppen a diamágneses anyagok jellemző tulajdonsága. A mágneses tér megszüntetésekor az említett indukciós folyamat megfordítottja révén az elektronok visszanyerik eredeti sebességüket, az anyag mágnesezettsége megszűnik.

A fent vázolt indukciós hatások minden anyagban fellépnek, úgyhogy tulajdonképpen minden anyag diamágneses lenne, ha a diamágnességet más, erősebb hatások — a para- és a ferromágneses anyagoknál — el nem fednék, vagy felül nem múlták.

Az atomok diamágnességének pontosabb értelmezése a 215. § 3.-ban megismert Larmor-tételre alapszik. Eszerint egy atom a \mathbf{H} mágneses térben azért vesz fel mágneses momentumot, mert az atom elektronrendszere a \mathbf{H} irányában körül ω_L szögsebességgel forog. Tekintsünk egyelőre csak egy elektront (215,4. ábra), amely egy adott pillanatban az atommagtól $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ távolságban, a magon átmenő és a \mathbf{H} -val párhuzamos z tengelytől pedig $s = (x^2 + y^2)^{1/2}$ távolságban van. Állandó s esetén a \mathbf{H} körül a v_L Larmor-frekvenciával keringő elektron m_{e1}^* mágneses nyomatéka a (215,2) előttiék és (215,5) szerint

$$m_{e1}^* = \frac{e}{c} v_L \cdot s^2 \pi = \frac{e^2}{4mc^2} s^2 H \quad (\text{CGS}) \quad (1)$$

lenne (m az elektron tömege). A mag körüli keringés folyamán azonban az s változik, és ezért s^2 helyett időbeli átlagértéke, $\bar{s}^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2$ veendő. Az atomok sokaságánál a rendezetlen irányítás miatt az x , y , z elektronkoordináták egyenértékűek: $\bar{x}^2 = \bar{y}^2 = \bar{z}^2 = r^2/3$, vagyis $\bar{s}^2 = 2r^2/3$. Az ennek figyelembevételével adódó (1) kifejezést az atomban levő elektronok Z számával megszorozva, kapjuk, hogy egy atom indukált mágneses momentuma, átlagban véve:

$$\bar{m}_i^* = \frac{Ze^2}{6mc^2} r^2 H \quad (\text{CGS}). \quad (2)$$

Az \mathbf{m}_i/\mathbf{H} mennyiség az atom mágneses polarizálhatósága — a (166,1)-ben definiált α elektromos polarizálhatóság megfelelője —, és ennek az N [cm⁻³] atomkoncentrációval való szorzata a diamágneses szuszceptibilitás:

$$\chi = -\frac{NZe^2}{6mc^2} r^2 \quad (\text{CGS}). \quad (3)$$

Ez a Langevin—Pauli-féle formula, amelynek alapján pl. a mért χ értékekből az elektronpályák átlagos sugara ($\sqrt{r^2}$) kiszámítható. Az így kapott értékek 10^{-8} cm nagyságrendűek.

Szigorúan véve, a formula közvetlenül csak egyatomos gázokra alkalmazható, ti. molekulák és szilárd testek mágnességénél általában az atomok vagy ionok közti kölcsönhatás, speciálisan fémek mágnességénél pedig a vezetési elektronokból álló „elektrongáz” is lényeges szerepet játszik. Pl. a bizmutatomok paramágnesesek, a bizmutfém viszont diamágneses.

2. Paramágnesség. A paramágneses atomok (ill. molekulák vagy ionok) szerkezetüknél fogva bizonyos \mathbf{m}_0 permanens mágneses momentummal rendelkeznek, ti. az atom elektronjainak a keringéssel és a spinnel kapcsolatos mágneses nyomatékai most nem kompenzálják egymást — mint a diamágneses atomoknál —, hanem együttesen zérustól különböző eredőt adnak.¹ Mágneses tér hatására az egyébként a hőmozgás miatt rendszertelenül elhelyezkedő \mathbf{m}_0 momentumok a hőmérsék-

lettől függő mértékben beállnak a \mathbf{H} térerősség irányába, és így az anyag a \mathbf{H} -val egy irányú \mathbf{M} mágnesezettséget vesz fel.

Ez a mechanizmus teljesen megfelel a poláris molekulák elektromos térben való viselkedésének, úgyhogy az utóbbira nyert eredmények értelemszerűen átvehetők. Így (166,10) alapján egy atom átlagos mágneses momentuma a \mathbf{H} térerősség irányában, közönséges térerősségek és hőmérsékletek (T) esetén: $\bar{m} = m_0^2 H / 3kT$. Ha tehát az anyag térfogategységében levő atomok száma N [cm^{-3}], akkor a $\chi = \mathbf{M}/\mathbf{H} = Nm_0^2 H / 3kT$ paramágneses szuszceptibilitás:

$$\chi = \frac{Nm_0^2}{3kT} \quad (\text{CGS}) \quad \left(\text{ha } x \equiv \frac{m_0 H}{kT} \ll 1 \right). \quad (4)$$

Ez a Langevin-formula (1905) megadja a (214,1) szerinti $\chi = C/T$ Curie-törvény magyarázatát ($C = Nm_0^2/3k$), és lehetővé teszi a mért χ értékekből az m_0 mágneses momentum kiszámítását.

Pl. az oxigéngázra vonatkozó $\chi = 0,15 \cdot 10^{-6}$, $T = 291$ °K értékpárból számítva, az O_2 -molekula mágneses momentuma: $m_0 = 2,7 \cdot 10^{-20}$ CGS-egység ($= 3,4 \cdot 10^{-29}$ Vsm). Általában m_0 nagyságrendje 10^{-20} CGS-egység, és így pl. szobahőmérsékleten ($T \approx 300$ °K, $kT \approx 4 \cdot 10^{-14}$ erg) még nagy térerősség esetén is ($H \approx 10^4$ Oe, $m_0 H \approx 10^{-16}$ erg) $x = m_0 H / kT \approx 1/400$, azaz a (4)-ben jelzett $x \ll 1$ feltétel jól teljesül. Ez egyébként $\bar{m}/m_0 = m_0 H / 3kT = x/3$ miatt azt jelenti, hogy a szóban forgó esetben a molekula \bar{m} átlagos momentuma az m_0 -nak még ezredrészét sem éri el, azaz a mágneses tér irányító hatása viszonylag igen kicsiny.

Általános esetben, x tetszőleges értékeinél az M mágnesezettségre vonatkozó Langevin-formula:

$$M = Nm_0 L \left(\frac{m_0 H}{kT} \right), \quad (5)$$

ahol $L(x) \equiv \text{cth } x - 1/x$ a Langevin-függvény. Mivel $x \rightarrow \infty$ -re $L(x) \rightarrow 1$, (5)-ből következik, hogy $H/T \rightarrow \infty$ -re M az $M_\infty = Nm_0$ telítési mágnesezettség felé tart, amelynél már mindegyik atom momentuma a tér irányába áll be. Kísérletileg a kristályvíz tartalmú gadoliniumsulfátnál $T = 1,3$ °K-on és $H \approx 5 \cdot 10^4$ Oe térerősség mellett a telítési mágnesezettség 99,5%-át sikerült megfigyelni.

A klasszikus elmélet fent vázolt eredményeit a kvantumelmélet több tekintetben módosította.

3. Ferromágnesség. Mint tudjuk (214. § 3.), ferromágnességet csak szilárd testek mutatnak, tehát pl. a vas gőze nem ferromágneses, másrészt viszont nem ferromágneses elemek elegykristályai ferromágnesesek lehetnek. Ezek és más tapasztalatok — pl. a Curie-pont létezése is — arra utalnak, hogy a ferromágnesség kristályszerkezeti tulajdonság, nem egyes atomok vagy molekulák sajátja.

A ferromágneses anyagok erős mágnesezhetőségének értelmezésénél a nehézség előtűnik pl. akkor, ha a vasnak már aránylag kis térerősség ($H_i \approx 1000$ Oe) mellett bekövetkező telítési mágnesezettségéből ($M_i \approx 1700$ gauss, $T \approx 300$ °K-on) és a vasatomok koncentrációjából ($N = 8,5 \cdot 10^{22}$ cm^{-3}) a vasatom m_0 mágneses momentumát kiszámítjuk. Az $m_0 = M_i/N \approx 2 \cdot 10^{-20}$ CGS-egységnyi momentum ugyanolyan nagyságrendű, mint általában a paramágneses atomoké. A meglepő az, hogy e momentumok — a telítettség folytán — gyakorlatilag mind párhuzamosak a H_i tér irányával, tehát nem „rázza szét” azokat a hőmozgás, amely pedig a paramágneses anyagoknál hasonló feltételek mellett csak igen kis mértékű rendeződést tesz lehetővé. A (4) alattiak szerint ugyanis a paramágnesség esetében a rendeződés mértékére jellemző viszony, m_0 , T és H_i említett értékeivel: $x = m_0 H_i / kT \approx 1/2000$. A vasnál a valamivel még a $T_c = 1042$ °K Curie-pont alatt is csaknem teljes rendezettséget olyan H' erősségű mágneses tér biztosíthatná, amelyre nézve $m_0 H' \approx kT_c$, azaz $H' \approx 7 \cdot 10^6$ Oe. Ez a rendkívül nagy térerősség csak maguktól az atomoktól származó belső térerősség lehet.

A fentiekre való tekintettel feltételezték (WEISS, 1907), hogy egy ferromágneses test kis tartományokra oszlik úgy, hogy e Weiss-féle tartományok (kerületek, domé-

nek) mindegyike már külső mágneses tér nélkül is — egy „belső térerősség” hatására — telítésig mágnesezett, azaz bizonyos M_s spontán mágnesezettséggel rendelkezik azért, hogy a benne levő összes atomok mágneses momentumai egy irányban helyezkednek el. Ez az irány a krisztallográfiailag kitüntetett irányok egyike, pl. a köbös rendszerben kristályosodó vas (mikro)kristályainál a kocka valamelyik élének az iránya. A tartományok általában 10^{-4} – 10^{-3} cm lineáris méretűek, kisebbek és nagyobbak is lehetnek a polikristályos anyagot alkotó krisztallitoknál. Külső mágneses tér nélkül a tartományok M_1, M_2, \dots mágneses nyomatékai rendszertelen irányításúak (l. a vázlatos 216,2. ábrát), tehát az anyagnak sok tartományt magában foglaló darabja „kifelé” nem mágneses.

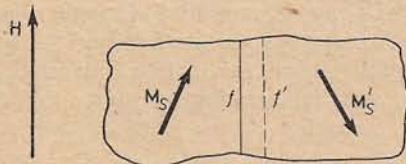


216,2. ábra

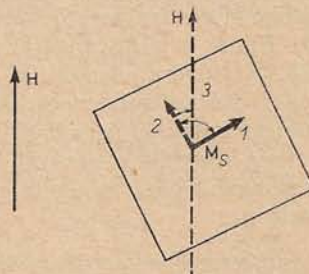
A fenti doménszerkezet legközvetlenebb bizonyítékát a Bitter-féle sávok (1931) szolgáltatják: ferromágneses test gondosan csiszolt felületére nagyon finom magnetitpor szuszpenzióját helyezve, az a mikrofotográfiákon jól kivehető sávok mentén sűrűsödik össze. A sávok a különböző mágneszettségű szomszédos tartományokat elválasztó görbéknek felelnek meg, ti. ezeken a helyeken nagy a térerősség, a por itt halmozódik fel. (A szomszédos tartományok közti rétegek, amelyeken belül pl. az M_1 mágneszettség fokozatosan az M_2 -be megy át, a Bloch-féle falak; vastagságuk kb. 10^{-5} cm.)

A tartományok spontán mágnesezettségének magyarázatáról, amely a ferromágnesség egyik legnagyobb problémája, itt csak a következőket jegyezhetjük meg. A ferromágneses anyagok atomjainak mágneses momentumai a giromágneses hatások tanúsága szerint az elektronspintől származnak (215. § 2.), közelebről az atom belső, le nem zárt elektronhéjain levő elektronok egy részének spinjeitől. (Egy Fe-, Co- és Ni-atom mágneses momentuma átlagban rendre 2,2, 1,7 és 0,6 ilyen elektron spinjéből tevődik össze, $T \approx 0$ °K-on). Az egy Weiss-féle tartományon belüli összes atomok mágneses momentumainak ugyanabba az irányba való beállítására — a Curie-pont alatt — nem a momentumok közti mágneses kölcsönhatásra vezethető vissza, mert ez aránylag igen kicsiny, hanem HEISENBERG és FRENKEL kvantummechanikai elmélete (1928) értelmében az ún. kicserélődési kölcsönhatásra (l. az atomfizikában). Ezen elmélet szerint ferromágnesesek csak olyan kristályok lehetnek, amelyek atomjai le nem zárt belső elektronhéjjal rendelkeznek, és a héj sugara kicsiny a rácsállandóhoz képest. — A tartományokra való tagozódásnak termodinamikai okai vannak: ha az atomok mágneses momentumai az egész testben párhuzamosak lennének, a test energiája igen nagy lenne, márpedig egyensúly esetén az energiának (pontosabban: állandó hőmérsékleten és térfogaton a szabad energiának, 127. § 2.) minimummal kell bírnia.

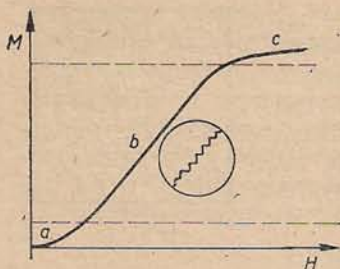
A mágnesezésnél a H külső mágneses tér a tartományok mágneses momentumait rendezzi, a vizsgálatok szerint lényegében kétféle folyamat útján. Egyrészt falettolódások jöhetnek létre: azok a kisebb energiájuk miatt „kedvezőbb irányítású” tartományok, amelyek M_s mágnesezettsége a H irányával kis szöveget zár be, kedvezőtlenebb irányítású szomszédaiik rovására növekszenek (a vázlatos 216,3. ábrán az eredeti f fal f' -be tolódik el). A másik folyamatot az elfordulások jelentik: pl. a 216,4. ábrán vázolt tartomány M_s mágnesezettsége az



216,3. ábra



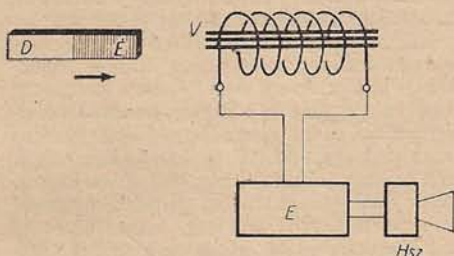
216,4. ábra



216,5. ábra

I helyzetből a 2-be jutottak, akkor az utóbbiban mint új egyensúlyi helyzetben a térerősség csökkentésekor ($H < H_1$) vagy akár megszüntetésekor is megmaradhatnak. Ezen alapszik a *remanencia* és a *koercitív erő*, ill. a *hiszterézis* (214. §) elemi magyarázata. A mélyebb értelmezés különösen a gyakorlatban alkalmazott polikristályos vagy technikailag megmunkált anyagok esetében rendkívül bonyolult, egyebek közt a rácshibahelyek és a mechanikai *belső feszültségek* fontos szerepe miatt.

A mágnesezési görbe vagy a hiszterézisgörbe meredek részén a mágneszettség a térerősség változtatásakor nem folytonosan, hanem kis ugrásokkal változik (l. a



216,6. ábra

indukció útján feszültséglökéseket váltanak ki — ugrásszerűen mennek végbe. A feszültséglökések oszcillográffal is tanulmányozhatók.

A ferromágneses testek mágneszettsége és mechanikai feszültségi állapota közti kapcsolat egyik megnyilvánulása a *magnetosztrikció*, azaz a testnek mágnesezés hatására bekövetkező kis alakváltozása, pl. hosszirányban mágnesezett rúd meghosszabbodása vagy megrövidülése (pozitív, ill. negatív longitudinális magnetosztrikció). Ennek a jelenségnek az ultrahangoknál való alkalmazását a 110. §-ban említettük. Az inverz jelenség: a deformációnak a test mágneszettségére gyakorolt befolyása. Részletesebben ezekkel és az egyéb *magnetomechanikai* vagy *magnetoelasztikus hatásokkal* nem foglalkozhatunk. A *magnetokalorikus hatásnak* — a mágneszettség megváltoztatásával általában együtt járó hőmérséklet-változásnak — a legalacsonyabb hőmérsékletek előállításánál való felhasználására már a 148. §-ban rámutattunk.

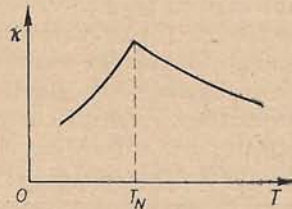
4. *Antiferromágneses anyagok.* A χ mágneses szuszceptibilitás hőmérsékleti függésének vizsgálata során azt találták, hogy egyes paramágneses kristályok, pl.

eredeti I kitüntetett irányból már aránylag kis térerősségnél átfordulhat abba a másik kitüntetett irányba (2), amely H -val kisebb szöget alkot, a térerősség további növelésekor pedig M_s a 2 irányból folytonosan fordul el a H -éval megegyező 3 irányba. Az *első mágnesezési görbe* (216,5. ábra) kezdeti a szakaszán általában a faleltolódások, a telítéshez közeledő c szakaszon a folytonos kis elfordulások vannak túlsúlyban. A középső b szakaszon fellépő faleltolódások és nagyobb szögű átbillenések irreverzibilis folyamatok: ha pl. bizonyos tartományok M_s momentumai valamely H_1 térerősségnél a 216,4. ábrán feltüntetett

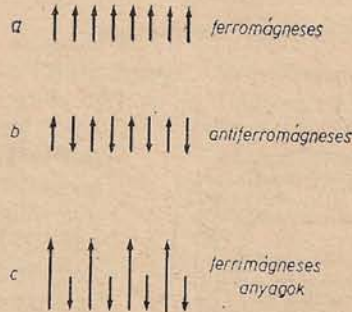
I helyzetből a 2-be jutottak, akkor az utóbbiban mint új egyensúlyi helyzetben a térerősség csökkentésekor ($H < H_1$) vagy akár megszüntetésekor is megmaradhatnak. Ezen alapszik a *remanencia* és a *koercitív erő*, ill. a *hiszterézis* (214. §) elemi magyarázata. A mélyebb értelmezés különösen a gyakorlatban alkalmazott polikristályos vagy technikailag megmunkált anyagok esetében rendkívül bonyolult, egyebek közt a rácshibahelyek és a mechanikai *belső feszültségek* fontos szerepe miatt.

A mágnesezési görbe vagy a hiszterézisgörbe meredek részén a mágneszettség a térerősség változtatásakor nem folytonosan, hanem kis ugrásokkal változik (l. a 216,5. ábrán a bekeretezett, nagyítva rajzolt részt). Ezek a *Barkhausen-ugrások* (1919) úgy mutathatók ki, hogy a V vasdrótot sokmenetű indukciós tekercsrel vesszük körül, és ennek végeit az E erősítőn át hangszóróhoz kapcsoljuk (216,6. ábra). Ha a vasdrót mágneszettségét egy mágnesrúd lassú és folytonos közelítésével vagy távolításával megváltoztatjuk, a hangszóróban sűrűségeket hallunk, jelöljük annak, hogy a Weiss-féle tartományok faleltolódásai vagy átfordulásai — amelyek

MnO, FeO, CrSb κ -ja a T -vel eleinte nő, majd meghatározott T_N hőmérséklet felett csökken (216,7. ábra; pl. az MnO-nál $T_N = 122^\circ\text{K}$). Ezt a jelenséget a következőképpen értelmezték. Ha az anyag magas hőmérsékletéről lehül T_N -re, itt megkezdődik a kristályszerkezet átalakulása, hasonlóan, mint a Curie-pontjukra lehűtött ferromágneses anyagokban, amelyek Curie-pontjuk felett szintén paramágnesesek. A különbség abban áll, hogy míg a ferromágneses anyagok egy-egy domén-



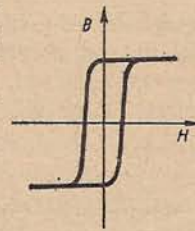
216,7. ábra



216,8. ábra

jében az atomoknak az elektronspíneltől származó mágneses momentumai mind egyenlő irányúak (216,8a ábra), addig a szóban forgó anyagokban a momentumok páronként antiparalelek (b ábra). Így érthető, hogy ezeknek az antiferromágneses anyagoknak a szuszceptibilitása a T_N -től 0°K felé haladva, amikor a tartományok egyre inkább kialakulnak, monoton csökken. A T_N átalakulási hőmérsékletet, amelynek közelében a fajhő és a hőtágulási tényező is rendellenes viselkedésű, antiferromágneses Curie-pontnak vagy újabban Néel-hőmérsékletnek nevezik.

5. A ferritek legrégebben ismert képviselője a köbös kristályrendszerbe tartozó magnetit vagy ferro-ferrit (FeOFe_2O_3 , pontosabban $\text{Fe}^{2+}\text{O}^{--}\text{Fe}_2^{3+}\text{O}_3^{--}$), amelyből más ferritek szerkezetileg úgy származtathatók le, hogy a két vegyértékű vasiont más két vegyértékű fém (pl. Mn, Ni, Zn) ionja helyettesíti. A gyakorlatban — különféle kerámiai eljárásokkal — rendszerint „kevert ferriteket” állítanak elő, ilyen pl. a nikkell-cink ferrit, a NiFe_2O_4 és a ZnFe_2O_4 elegykristálya. A ferritek általában ferromágneses félvezetők — nem fémek —, fajlagos vezetőképességük a vasénál 10^7 – 10^{11} -szer kisebb, és így a jelentéktelen örvényáramú veszteségek miatt a nagyfrekvenciás technikában fontos alkalmazást nyernek. A nagy kezdeti permeabilitású (kb. 4000-ig) „lágy ferriteken” kívül készíthetők nagy koercitív erejű, tehát permanens mágnesként viselkedő „kemény ferritek” is, továbbá olyan ferritek, amelyek hiszterézisgörbéje közelítőleg négyszögletes (216,9. ábra). Az ilyen ferritekből készült kis (2 mm átmérőjű) gyűrűket, amelyek gyakorlatilag mindig a két telítési állapot egyikében vannak, és megfelelő mágnesesítéskor ugrásszerűen billennek át a másik telítési állapotba, pl. elektromos impulzuskészülékekben elektroncsövek helyettesítésére és elektronikus számológépek memóriaelemeiként alkalmazzák (a 0 és 1 számjegyek tárolására).

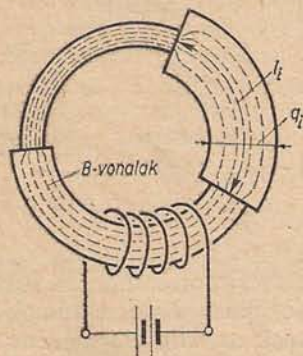


216,9. ábra

A ferritek aránylag kicsiny telítési mágneszettségéből (a magnetitben $M_t = 485$ gauss) NÉEL 1948-ban arra következtetett, hogy pl. a magnetitben a Fe^{3+} ionok mágneses momentumai páronként antiparalelek ($\uparrow\downarrow$), és a test telítési mágneszettsége csak a Fe^{2+} ionok párhuzamos beállításából ($\uparrow\uparrow\uparrow$) származik; hasonló a helyzet más ferriteknel is. Az ilyen ferrit típusú mágneseséget, amely a 216,8c ábra szerint mintegy átmenetet képez a ferro- és az antiferromágnesség között, *ferrimágnességnek* is nevezik.

217. §. Mágneses kör; elektromágnes

1. A mágneses kör legegyszerűbb esetben egy körtekercs belsejét kitöltő lágyvas gyűrű (zárt toroid, l. pl. a 213,5. ábrát). Általánosabb esetben pl. a „soros mágneses kör” különböző hosszúságú (l_i) és keresztmetszetű (q_i) szakaszokból, legnagyobb részben ferromágneses testekből áll, amelyeknek egyikét I erősségű áramot vivő, n menetszámú gerjesztőtekercs veszi körül (a vázlatos 217,1. ábra esetében $i=1, 2, 3$). Mivel a B mágneses indukció vonalai mindig zárt görbék, és a B -vonalakat a ferromágneses testek mintegy magukba sűrítik (170. §), e vonalak jó megközelítéssel az ábra szaggatott görbéinek megfelelő lefutásúak: az i -edik szakaszon belül B_i állandó, és a $\Phi = B_i q_i$ mágneses indukciófluxus mindegyik szakaszban ugyanakkora.



217,1. ábra

Az i -edik szakaszban a mágneses térerősség nagyságát H_i -vel jelölve, a szakasz két vége közti mágneses feszültség:

$$U_{m,i} = H_i l_i = \frac{B_i q_i}{\mu_i} l_i = \frac{1}{\mu_i} \frac{l_i}{q_i} \Phi \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_{m,i} = \frac{1}{\mu_i \mu_0} \frac{l_i}{q_i} \Phi \quad (\text{MKSA}); \quad (1)$$

itt μ_i az i -edik anyagnak a H_i térerősséghez tartozó permeabilitása, amely H_i vagy B_i ismeretében az anyag mágnesezési görbéjéről olvasható le. Az (1) egyenlet formailag megegyezik az Ohm-törvény $U = RI = (l/\sigma q)I$ alakjával. Az U elektromos feszültségnek az $U_{m,i}$ mágneses feszültség, az I áramerősségnek a Φ fluxus, az R ellenállásnak az i -edik szakasz

$$R_{m,i} = \frac{1}{\mu_i} \frac{l_i}{q_i} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad R_{m,i} = \frac{1}{\mu_i \mu_0} \frac{l_i}{q_i} \quad (\text{MKSA}) \quad (2)$$

mágneses ellenállása felel meg, a σ fajlagos elektromos vezetőképességnek pedig a μ_i , ill. $\mu_i \mu_0$ permeabilitás („fajlagos mágneses vezetőképesség”); a nem ferromágneses anyagok, pl. a levegő mágneses ellenállása tehát $\mu \approx 1$ miatt viszonylag igen nagy. (1) az ún. mágneses Ohm-törvény (az i -edik szakaszra):

$$U_{m,i} = R_{m,i} \Phi. \quad (3)$$

Összegezve (3)-t valamennyi szakaszra, a bal oldalon nyilván a rendszer zárt középvonala menti $U_m = \sum_i U_{m,i} = \oint H_s ds$ mágneses körfeszültség (magnetomotoros

erő) áll, amely a (182,2) gerjesztési törvény szerint — mivel a zárt középvonal az I áramot vivő gerjesztőtekerces n számú menetét veszi körül — a $\Theta = 4\pi nI/c$, ill. $\Theta = nI$ mágneses gerjesztéssel egyenlő:

$$U_m = \Theta = \frac{4\pi nI}{c} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad U_m = \Theta = nI \quad (\text{MKSA}). \quad (4)$$

Így az egész „soros körre” vonatkozó mágneses Ohm-törvény:

$$U_m = R_m \Phi, \quad \text{ahol} \quad R_m = R_{m,1} + R_{m,2} + \dots \quad (5a-b)$$

(HOPKINSON, 1886).

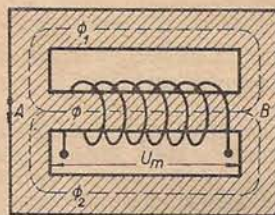
Az (5b) értelmében „soros kapcsolás” esetén a mágneses ellenállások összegeződnek, viszont a szintén gyakran előforduló elágazó vasmagra vonatkozólag könnyen kimutatható ($\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = U_m/R_{m,1} + U_m/R_{m,2}$ alapján), hogy „párhuzamos kapcsolásnál” a mágneses ellenállások reciprokai összegeződnek: $1/R_m = 1/R_{m,1} + 1/R_{m,2}$. A közelítő érvényű (5a) Ohm-törvényt és a fenti szabályokat az elektrotechnikában igen sokszor alkalmazzák arra, hogy pl. elektromágneseknél és elektromos gépeknél a megadott Φ fluxus létesítéséhez szükséges U_m mágneses körfeszültséget (gerjesztést), vagy pedig az ismert gerjesztés által keltett fluxust meghatározzák.

2. Az előzők alkalmazására egyszerű példa a gerjesztőtekerccsel körülvett és „légréssel” megszakított lágyvas gyűrű, a légréses toroid (217,3. ábra), amely lényegében az elektromágnes egyik típusa. Legyen a gyűrű keresztmetszete q , középvonalának hosszúsága l , a légrés szélessége pedig $b \ll l$. A légrés B -vonalakkal kitöltött részének keresztmetszete a B -vonalak szóródása (mágneses szórás) miatt nagyobb ugyan a q -nál, de elég keskeny légrés esetén szintén q -nak vehető. Így a rendszernek mint soros mágneses körnek R_m ellenállása — (2) szerint, pl. az MKSA-rendszerben — a vasgyűrű $l/\mu\mu_0q$ és a légrés b/μ_0q ellenállásának az összege. (4) és (5a) alkalmazásával tehát a légréses toroidban a fluxus:

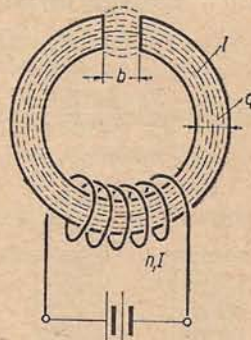
$$\Phi = Bq = \frac{nI}{(l/\mu\mu_0q) + (b/\mu_0q)} = \mu\mu_0q \frac{nI}{l + \mu b} \quad (\text{MKSA}). \quad (6)$$

Légrés nélkül ($b=0$), az $l' = l + b \approx l$ középvonal-hosszúságú zárt toroidban a fluxus $\Phi_0 = \mu\mu_0qnI/l$ lenne. Mint látható, a légrés szélességének növelésével a fluxus rohamosan csökken: ha pl. $l=50$ cm, és az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a vas μ permeabilitása a megfelelő H -tartományban állandóan 500, akkor a Φ fluxus $b=1$ mm-es légrés esetén 2-szer, $b=1$ cm esetén pedig már 11-szer kisebb a Φ_0 -nál.

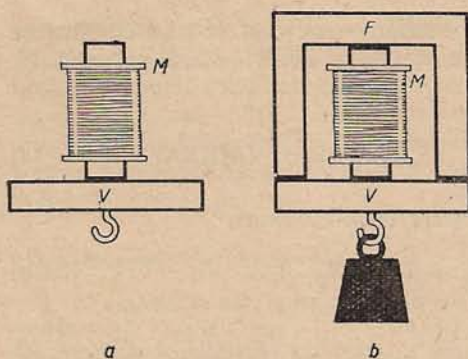
Az előzőkből következik, hogy nagy mágneses fluxus létesítéséhez a légrésnek



217,2. ábra



217,3. ábra



217.4. ábra

lehetőleg minél keskenyebbnek, azaz a mágneses körnek minél „zártabbnak” kell lennie. Ezt a követelményt így kezezik megvalósítani pl. a forgótekerces galvanométerek, az elektromos gépek és az emelésre szolgáló elektromágnesek tervezésénél is. Az utóbbiak esetében a „mágneses zárás” meglepően nagy fluxusnövelő hatása pl. a 217.4a–b ábrán vázolt kísérlettel illusztrálható: a hasáb alakú M elektromágnes csak a kb. 0,1 kp súlyú V vaslemez képes fenntartani, a Π alakú F lágyvas fedő ráhelyezése után viszont kb. 5 kp súlyú terhet is elbír ugyanakkora nI gerjesztés mellett, a fazék alakú fedővel ellátott „fazékmágnes” pedig még sokkal nagyobb terhet is.

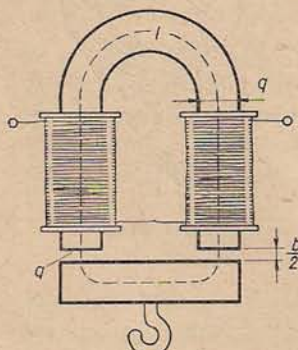
A 217.3. ábra szerinti elektromágnesre vonatkozó példa: A dinamóöntvényből (mágnesezési görbéje a 214.2. ábrán) készült, $l=50$ cm hosszú és mindenütt ugyanakkora q keresztmetszetű gyűrűnek $b=1$ cm széles légrésében $B=\Phi/q=10\,000$ gauss $=1$ Vs/m² indukciót kívánunk létrehozni; mekkora az ehhez szükséges nI gerjesztés? A dinamóöntvény mágnesezési görbéje szerint $B=10\,000$ gaussnál $\mu\approx 3000$, és így a (6)-ból nyert $\Phi/q=B=\mu\mu_0 nI(l+\mu b)$ egyenletből az említett adatok és $\mu_0=1,26\cdot 10^{-6}$ Vs/Am felhasználásával: $nI=8000$ ampermetet.

Mivel a fenti mágneses körben a B indukció — a mindenütt ugyanakkorának vett keresztmetszet miatt — mindenhol ugyanaz, a térerősség a légrésben és a vasmagban más, nevezetesen (6) alapján

$$H_{\text{lég}} = \frac{B}{\mu_0} = \mu \frac{nI}{l+\mu b}, \quad H_{\text{vas}} = \frac{B}{\mu\mu_0} = \frac{nI}{l+\mu b} \quad (\text{MKSA}); \quad (7a-b)$$

zárt vasmagban a térerősség $H_0 = nI/(l+b) \approx nI/l$ lenne. (Az előző példában $H_{\text{lég}} = 10^4$ Oe $\approx 8\cdot 10^5$ A/m, $H_{\text{vas}} \approx 3,3$ Oe ≈ 260 A/m, $H_0 \approx 200$ Oe $\approx 16\,000$ A/m.) Az a körülmény, hogy $H_{\text{vas}} < H_0$, nevezetesen

$$H_{\text{vas}} = H_0 \frac{l+b}{l+\mu b} = H_0 \frac{1}{1 + \frac{b}{l+b}(\mu-1)}, \quad (8)$$



217.5. ábra

a légrés kialakításával keletkező pólusok lemágnesező hatásának a következménye, amellyel már — más szempontból — a 170. § 4.-ben foglalkoztunk. A (8) és (170,16) egyenletek összehasonlításából a mostani esetben az (MKSA-rendszerbeli) lemágnesezési tényező: $N = b/(l+b) \approx b/l$, a példában $\approx 1/50$.

A légréses toroidnál a két pólus közti vonzóerő (F_v) könnyen kiszámítható annak a (170,12) alatti tételnek az alapján, hogy az erővonalak mentén $\sigma = HB/2$ (MKSA) húzófeszültség áll fenn. Ezért pl. az \hat{E} pólusnak q keresztmetszetű felületét a $qH_{\text{lég}}B/2$ erő a D pólus felé, a $qH_{\text{vas}}B/2$ erő pedig az ellentétes irányba húzza, úgyhogy (7a-b) felhasználásával a keresett vonzóerő:

$$F_v = \frac{1}{2} q(H_{\text{lég}} - H_{\text{vas}})B = \frac{1}{2} \mu_0 \mu (\mu - 1) \left(\frac{nI}{l+\mu b} \right)^2 q \quad (\text{MKSA}). \quad (9)$$

A 217.5. ábrán vázolt patkó alakú elektromágnes emelőereje — ha a teljes középvonal hosszúsága l , a vasmag keresztmetszete mindenütt q , és a két légrés együttes szélessége, ill. keresztmetszete b ,

ill. $2q$ — jó megközelítéssel $2F_v$. Ezért (9)-ből, a $b \rightarrow 0$ határesetben és a nagy μ mellett az 1-et elhanyagolva, kapjuk, hogy az elektromágnes maximális tartóereje (teherbírása):

$$F = \mu_0 \mu^2 \left(\frac{nI}{l} \right)^2 q \quad (\text{MKSA}). \quad (10)$$

Legyen pl. $l = 25$ cm, $q = 4$ cm², $nI = 100$ ampermenet, úgyhogy $nI/l = H = 400$ A/m ≈ 5 Oe; ennél a térerősségnél az említett mágneselési görbe alapján $\mu \approx 2500$, és így (10)-ből: $F \approx 500$ newton ≈ 50 kp. Ha az nI gerjesztést az előzőnek 100-szorosára növeljük, akkor μ az előbbi értékének kb. 60-ad részére csökken, tehát a teherbírás csak $(100/60)^2 \approx 2,8$ -szor lesz nagyobb.

3. *Vasmagos tekercsek induktivitása.* Az nI ampermenetű tekercs legyen a 217,1. ábrán vázolt, R_m ellenállású mágneses kör gerjesztőtekercse. Mindegyik menet keresztmetszetét (4) és (5a) szerint a (Φ helyett most Φ_1 -gyel jelölendő) $\Phi_1 = nI/R_m$ fluxus szeli át, az n menet felületén átmenő fluxus tehát: $\Phi = n\Phi_1 = (n^2/R_m)I = LI$, lásd (211,5). Így az említett tekercs induktivitása:

$$L = \frac{n^2}{R_m} \quad (\text{MKSA}). \quad (11)$$

Speciálisan — mivel (6) alapján $R_m = nI/\Phi = (l + \mu b)/\mu_0 q$ — a légréses toroid tekercsének induktivitása:

$$L = \mu_0 \mu \frac{n^2 q}{l + \mu b} \quad (\text{MKSA}). \quad (12)$$

Mint látható, L a b ($\ll l$) légrésszélesség növelésével erősen csökken, azonkívül a μ -nek a H_{vas} térerősséggel és ennek az I áramerősséggel való változása miatt az l -től is függ (l. a 211. § 2. lábjegyzetét).

C) VÁLTAKOZÓ ÁRAMOK (KVÁZISTACIONÁRIUS ÁRAMOK)

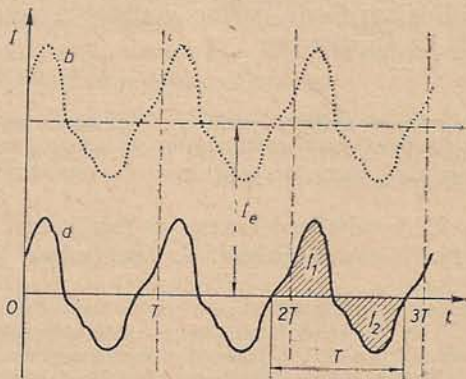
218. §. A váltakozó áram fogalma; effektív áramerősség és feszültség

1. *A váltakozó áram* (kevésbé helyes, de rövidebb és elterjedt elnevezéssel *váltóáram*) olyan áram, amelynek iránya és I intenzitása a t idővel periodikusan változik. Így pl. a 218,1. ábra a görbéje, amelynek a $(0, T)$, $(T, 2T)$, ... időközökhöz tartozó szakaszai azonosak, vagyis az áram lefutása a T periódus(idő) elteltével ugyanúgy megismétlődik, váltakozó áramot jelent. A *tiszta váltakozó áram* esetében az egy

periódus alatt egy irányban átfolyó töltés zérus: $Q = \int_0^T I dt = f_1 - f_2 = 0$, vagyis az időtengely feletti és alatti f_1 és f_2 területek egyenlők. A nem tiszta váltóáram, pl. az a görbének I_e -vel való „feltolásával” keletkező b görbe, ill. áram — amelynek erőssége szintén periodikus függvénye az időnek, de iránya mindig ugyanaz marad — az I_e egyenáram és az a görbével ábrázolt tiszta váltóáram superpozíciójának tekinthető.

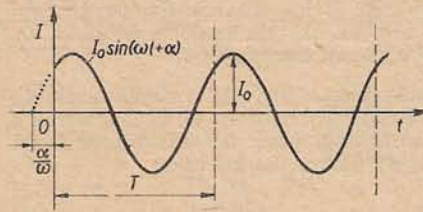
A váltakozó áram legegyszerűbb fajtája a tiszta harmonikus vagy *szinuszos váltakozó áram*, amelynek intenzitása az idő szinusz- (vagy koszinusz-) függvénye:

$$I = I_0 \sin(\omega t + \alpha) \quad (1)$$



218,1. ábra

(218,2. ábra). A 209. § 4. szerint ilyen áram folyik pl. egy zárt drótkeretben, ha ezt homogén mágneses térben a síkján átmenő és a tér irányára merőleges tengely körül állandó ω szögsebességgel forgatjuk. I az áram pillanatnyi értéke, I_0 a maximális érték vagy csúcserték, $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ a körfrekvencia (egysége: s^{-1}), ν a frekvencia [periódusszám, rezgésszám; egysége: s^{-1} vagy hertz (Hz), vagy ciklus/s (c/s)], T a periódus (idő) vagy rezgésidő, $\omega t + \alpha$ a fázis, végül α a fázisállandó vagy kezdőfázis. Az utóbbi értéke az időmérés kezdetének megválasztásától függ, alkalmas választás esetén zérus; ekkor $I = I_0 \sin \omega t$.



218,2. ábra

A rezgésstanban megismert (87,17) *Fourier-tétel* értelmében bármilyen váltakozó áram szinuszos váltakozó áramok szuperpozíciójaként állítható elő. Nevezetesen, ha a kérdéses $I = I(t)$ váltakozó áram periódusideje $T = 2\pi/\omega$ (218,1. ábra), akkor

$$I(t) = I_{00} + I_{10} \sin(\omega t + \alpha_1) + I_{20} \sin(2\omega t + \alpha_2) + \dots; \quad (2)$$

az I_{00} egyenáramú komponens az említett „tiszta váltóáram” esetén zérus. A fenti tételből is kivilágító fontosságára való tekintettel a következőkben általában csak szinuszos váltakozó árammal foglalkozunk, és váltakozó áramon ezt a szűkebb értelemben vett, (1) típusú áramot értjük.

A ν frekvencia értéke szerint szokásos megkülönböztetni *kisfrekvenciájú* ($\nu < 1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$), *közepes* (10 kHz-ig) és *nagyfrekvenciájú* ($\nu > 10 \text{ kHz}$) váltóáramokat. A világításra és ipari célokra használt váltakozó áram frekvenciája nálunk és általában Európában 50 Hz ($T = 1/\nu = 0,02 \text{ s}$, $\omega = 2\pi\nu = 314 \text{ s}^{-1}$); ennél a frekvenciánál az izzólámpák „villogása” már nem vehető észre.

Később kivilágító okokból egyelőre — az E fejezet végéig — feltételezzük, hogy *vagy a frekvencia, vagy a számításba jövő vezeték hossza nem túlságosan nagy; e feltétel¹ mellett ugyanabban az időpontban az áramerősség egy nem elágazó vezeték minden helyén gyakorlatilag ugyanaz, más szóval a váltakozó áram „kvázistacionárius”.*

Ha egy vezetékben, fogyasztóban, ill. áramkörben $I = I_0 \sin(\omega t + \alpha)$ erősségű váltóáram folyik, akkor általában a vezető vagy fogyasztó két végpontja között, ill. az áramkörben

$$U = U_0 \sin(\omega t + \beta) \quad (3)$$

váltakozó feszültségnek, ill. elektromotoros erőnek kell lennie. Általános esetben, mint később látni fogjuk, $\beta \neq \alpha$, azaz a feszültség és az intenzitás között $\beta - \alpha = \varphi$ fáziskülönbség áll fenn.

2. A váltakozó áramot és feszültséget az I_0 , U_0 csúcsertékek helyett inkább az *effektív áramerősséggel és feszültséggel* jellemzik. Általánosan, bármilyen $I = I(t)$

¹ Ha l a vezeték hossza és c a fénysebesség, ez a feltétel: $l \ll cT$, vagy $l \ll c/\nu$, ami pl. $\nu = 50 \text{ Hz}$ esetén ($c/\nu = 6000 \text{ km}$) még több kilométeres vezetékszakszon is jól teljesül, de pl. 50 MHz mellett — kercken ekkora a budapesti televízióadó képtovábbítási frekvenciája, és itt $c/\nu = 6 \text{ m}$ — már 1 m hosszú szakaszon sem áll fenn (l. az F fejezetet).

váltakozó áram effektív erősségén (I_{eff}) annak az egyenáramnak az erősségét értjük, amely a T periódusidő alatt ugyanabban az R ellenállású vezetőkben ugyanakkora munkát végez — ugyanakkora hőmennyiséget hoz létre —, mint a kérdéses váltóáram. Az utóbbi tudvalevően egy igen kis dt idő alatt $I^2 R dt$ munkát, T idő alatt tehát $\int_0^T I^2 R dt$ munkát végez, az említett egyenáram T idő alatt végzett munkája pedig $I_{\text{eff}}^2 RT$. A két kifejezés egyenlőségéből az áramerősség és (hasonlóan) a feszültség effektív értékére vagy négyzetes középértékére nézve:

$$I_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I^2 dt, \quad U_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T U^2 dt. \quad (4)$$

Speciálisan a szinuszos váltóáramnál $I = I_0 \sin \omega t$ miatt

$$\int_0^T I^2 dt = \int_0^T I_0^2 \sin^2 \omega t dt = I_0^2 \int_0^T \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{1}{2} T I_0^2,$$

és így szinuszos váltóáram esetén az effektív áramerősség és feszültség:

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707 I_0, \quad U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0,707 U_0. \quad (5)$$

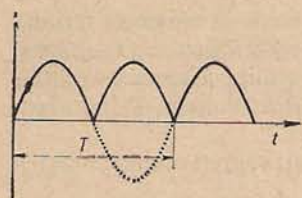
A csúcserősségek tehát: $I_0 = \sqrt{2} I_{\text{eff}} = 1,41 I_{\text{eff}}$, $U_0 = \sqrt{2} U_{\text{eff}} = 1,41 U_{\text{eff}}$. Ha röviden csak a váltóáram intenzitásáról vagy feszültségéről beszélünk, ezeken az effektív értékeket értjük, tehát pl. a „220 V-os hálózati feszültség” csúcserőssége: $U_0 = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ V} = 311 \text{ V}$.

A váltakozó áram mérésére alkalmas műszerek közül a hődrótos, a lágyvasas és az elektrodinamikus műszerek (185. §) az effektív áramerősséget, ill. feszültséget mérik, és erre hitelesítik az egyenirányítóval ellátott forgótekercses műszereket is. Az áram és a feszültség pillanatnyi értékei vagy időbeli változásai a különböző oszcillográfokkal vizsgálhatók (185. és 199. §). A frekvencia mérésére — kis frekvenciáknál — a már említett nyelvess frekvenciamérők (89,7. ábra) használatosak.

A váltakozó áram tipikus rezgésjelenség, az elektromágneses rezgések egyik fajtája. Az $I = I_0 \sin \omega t$ váltóárammal átjárt vezetőkben a töltéshordozók — eltekintve a rendszertelen hőmozgástól — ω körfrekvenciájú harmonikus rezgő mozgást végeznek.

Ha pl. 1 mm^2 keresztmetszetű rézdrótban $I_{\text{eff}} = 1 \text{ A}$ erősségű, 50 hertzes váltóáram folyik, akkor az elektronok maximális sebessége (174,12) szerint: $v_0 \approx \sqrt{2} \cdot 0,007 \text{ cm s}^{-1}$, és így az elektronok rezgési amplitúdója (közelítőleg a $v_0/2$ átlagos sebességű elektronnak az első negyed periódusban, azaz $T/4 = 1/200 \text{ s}$ alatt megtett útja) kb. $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$.

A (4)-gyel értelmezett I_{eff} effektív értéken vagy négyzetes középértéken kívül — és a közönséges aritmetikai középértéken kívül, amely minden tiszta váltóáramnál zérus — használatos még az abszolút értékek aritmetikai középértéke (más néven galvanométeres, elektrolitikus vagy egyenirányí-



218,3. ábra

tási középérték) is: $I_a = \frac{1}{T} \int_0^T |I| dt$. Szinuszos váltóáram esetén ez nem más, mint a „kétoldalas egyenirányítás” (225. §) után létrejövő „lűktető egyenáram” (218,3. ábra) átlagértéke:

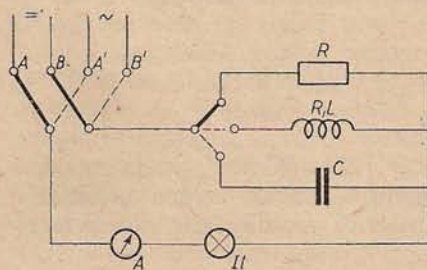
$$I_a = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} I_0 \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi} I_0 = 0,636 I_0 = 0,897 I_{\text{eff}}. \quad (6)$$

Az $I_0/I_{\text{eff}} = k_{cs}$ hányados az ún. *csúcstényező*, $I_{\text{eff}}/I_a = k_a$ pedig az *alaktényező*. A szinuszos váltóáramnál $k_{cs} = \sqrt{2} = 1,41$, $k_a = \pi/2 \sqrt{2} = 1,11$.

Megjegyezzük, hogy az *elektrotechnikában használatos jelölések*: az áram és a feszültség pillanatnyi értékei i, u (I, U helyett), a csúcserőértékek I_m, U_m vagy I, U (I_0, U_0 helyett), az effektív értékek I, U ($I_{\text{eff}}, U_{\text{eff}}$ helyett), a frekvencia f (ν helyett). E jelölésekkel pl. $i = I_m \sin \omega t = I_m \sin 2\pi ft$, és $I = I_m/\sqrt{2}$.

219. §. Váltakozó áramú ellenállások (ohmos ellenállás, önindukciós tekercs és kondenzátor váltakozó áramú körben). Feszültség- és áramrezonancia

1. *Kvalitatív kísérletek.* Az U feszültségű egyenáramú forrás A és B sarkai közé, majd az U -val egyenlő effektív feszültségű váltóáramú forrás A' és B' sarkai közé (219,1. ábra) iktassuk be — az A hődrótos árammérő és esetleg még az II izzólámpán keresztül — rendre a következő három fogyasztót:



219,1. ábra

a) *ohmos ellenállást*, azaz egy R ellenállású, elhanyagolható induktivitású és kapacitású fogyasztót, pl. reosztátot vagy bifilárisan csévelt tekercset; b) *önindukciós tekercset*, amelynek ellenállása legyen szintén R , induktivitása L ; c) *kondenzátort*, amelynek kapacitása C .

a) Ha az ohmos ellenállás van az áramkörben, az A hődrótos műszer ugyanakkora áramot jelez, az II lámpa ugyanúgy világít, akár az egyenáram, akár az (50 hertzes) váltakozó áram halad át az

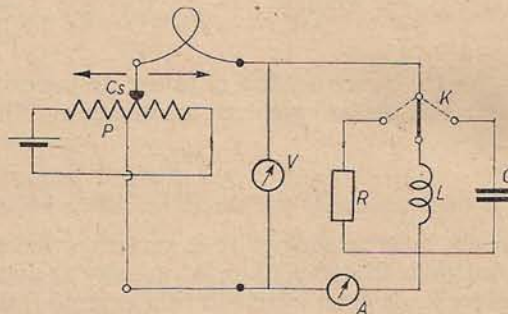
ellenálláson. Ebből arra következtethetünk, hogy az *ohmos ellenállás a (nem nagyon nagy frekvenciájú) váltakozó árammal szemben ugyanakkora ellenállást képvisel, mint egyenárammal szemben.*¹

b) Az említett önindukciós tekercset kapcsolva be az egyenáramú körbe, A az előbbivel egyenlő áramot mutat, a váltóáram áthaladása esetén azonban kisebbet (a lámpa gyengébben világít), különösen akkor, ha a tekercs induktivitását vasmag betolásával megnöveljük. Még gyengébbnek mutatkozik az áram, ha ugyanezt a kísérletet nagyobb frekvenciájú, pl. 500 hertzes váltóárammal végezzük el. Következésképpen — az „ellenállás = feszültség/áramerősség” definícióra gondolva — azt mondhatjuk, hogy az *önindukciós tekercs váltakozó árammal szemben nagyobb ellenállást jelent, mint egyenárammal szemben, és pedig annál nagyobb, minél nagyobb*

¹ Igen nagy frekvenciájú váltóárammal szemben azonban sokkal nagyobb a *skin-effektus* miatt (230. §).

a tekercs L induktivitása és a váltakozó áram ν frekvenciája. Ez könnyen belátható, ha visszaemlékezünk az önindukciónak az áramforrás be- és kikapcsolásakor betöltött szerepére (211. §). A feszültség folytonos növekedését vagy csökkentését — amely közelítőleg kis feszültségek szakaszonként való újabb és újabb be-, ill. kikapcsolásának felel meg — az áram „tehetetlensége” miatt nem képes momentán követni. Így az áram egyrészt átlagban kisebb lesz a tekercs ohmos ellenállásának megfelelő értékénél, azaz a tekercs ellenállása látszólag megnő, másrészt az önindukciós tekercsen átmenő váltakozó áram fázisban elmarad a feszültséghez képest (fáziskésés; kísérleti kimutatását 1. alább).

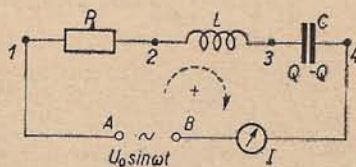
c) Ha a kondenzátort iktatjuk be az egyenáramú körbe, a bekapcsoláskor igen rövid ideig tartó „töltőáram” észlelhető, amely a kondenzátort feltölti az U feszültségre, de ezután a kör árammentes: a kondenzátoron az egyenáram — természetesen — nem megy át. A kísérletnek váltakozó árammal való megismétlése viszont azt mutatja, hogy a kondenzátor a váltakozó áramot átengedi, nevezetesen annál kisebb ellenállást képvisel, minél nagyobb a kapacitás és a frekvencia. Ez azzal magyarázható, hogy a váltakozó feszültség folytonos növekedése, ill. csökkenése miatt az előbb említett töltőáram, ill. az ellentétes kisütőáram is folytonosan változik. Ha még figyelembe vesszük, hogy az U egyenfeszültségnek a töltetlen kondenzátorra való rákapcsolásakor a töltőáram azonnal megindul, de a kondenzátor feszültsége csak a töltőáram megszűntekor éri el a maximális (U) értéket, beláthatjuk, hogy a kondenzátoron átmenő váltakozó áram fázisban megelőzi a feszültséget (fázisietés).



219,2. ábra

A fáziskülönbség szemléletesen kimutatható a 219,2. ábrán vázolt módon. A P potenciométer C_s csúszókontaktusának periodikus mozgásával olyan, kb. 1 Hz frekvenciájú váltófeszültséget állítunk elő, amelynek változását a forgótekercses, középállású V voltmérő még követheti. Az R ohmos ellenálláson, ill. az önindukciós tekercsen vagy a kondenzátoron átmenő váltóáramot a hasonló szerkezetű A ampermérő jelzi. A két mutató mozgásából látható, hogy az ohmos ellenállás esetében nincsen fáziskülönbség, a nagy induktivitású (vasmagos) tekercsen, ill. a kondenzátoron átmenő áram viszont közel 90° -kal késik, ill. siet a feszültséghez képest.

2. A kvantitatív összefüggések megállapításánál mindjárt a sorba kapcsolt ohmos ellenállás, önindukciós tekercs és kondenzátor esetét tekintjük, mert az erre adódó eredményekből majd a különféle speciális esetekre vonatkozó összefüggéseket is könnyen megkaphatjuk. A kérdés az, hogy a 219,3. ábrán vázolt rendszer A és B végpontjaira ismert $U = U_0 \sin \omega t$ váltakozó feszültséget („forrásfeszültséget” vagy e. m. e.-t) kapcsolva, a körben mekkora I áram folyik. Az ábrán feltüntetett R -be beleértjük az önindukciós tekercs ohmos ellenállását is — pontosabban: R az egész zárt kör ohmos ellenállását jelenti —, és ennek megfelelően feltesszük, hogy a te-



219,3. ábra

keres csak L induktivitással, a kondenzátor pedig csak C kapacitással rendelkezik. Ez a *három idealizált kapcsolási elem: ohmos ellenállás, induktivitás, kapacitás* a fenti esetben, a szokásos rövid elnevezéssel élve, *soros RLC-kört* alkot.²

Ha az intenzitás a t időpontban $I=I(t)$, akkor az áramforrás $U_0 \sin \omega t$ feszültségéhez hozzájárul a tekercs két vége közötti $-LdI/dt$ önindukciós feszültség, továbbá a kondenzátor pillanatnyi Q töltéséből származó $-Q/C$ feszültség (az előjelre nézve l. alább), és így Kirchhoff második törvénye alapján:

$$U_0 \sin \omega t - L \frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C} = RI, \quad \text{vagy} \quad RI + L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = U_0 \sin \omega t. \quad (1a-b)$$

A feszültségek előjelére vonatkozólag: (1a)-ban az önindukciós tekercshez hasonlóan a kondenzátort is *feszültségforrásként* tekintettük, és így a Kirchhoff-törvénynek megfelelően (a feszültségeket és az áramot pl. az ábrán megjelölt körjárási irányban véve pozitívnak, és a kondenzátor bal oldali fegyverzetének töltését jelölve Q -val) a kondenzátor feszültségét $-Q/C$ -nek kell vennünk, mert a Q/C feszültség pozitív Q esetén egymagában a választott körjárási iránnyal ellentétes irányú áramot hozna létre. Az (1a) átrendezéséből kapott (1b) egyenlet jelentése viszont úgy fogható fel, hogy az R, L, C elemek mindegyikét mint *fogyasztót* tekintve, az $U_0 \sin \omega t$ külső feszültség az ezeken fellépő feszültségekre oszlik el. Eszerint az R, L, C kapcsolási elemeken mint *jógyasztókon fellépő feszültségek (feszültségesékek)*:

$$U_R = RI, \quad U_L = L \frac{dI}{dt}, \quad U_C = \frac{Q}{C}. \quad (2a-c)$$

Az (1a-b)-ben fellépő Q töltést az intenzitás $I=dQ/dt$ definíciója alapján eliminálhatjuk, ha az egyenletet az idő szerint differenciáljuk. Így rendezés után kapjuk:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = U_0 \omega \cos \omega t, \quad (3)$$

amely differenciálegyenlet a keresett I áramerősség számára. Abból a fizikailag plauzibilis feltevésből kiindulva, hogy az áram az $U_0 \sin \omega t$ feszültséghez hasonlóan változik, de ezzel általában nem egyenlő fázisú, megkíséreljük (3)-at az

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi) \quad (4)$$

kifejezéssel kielégíteni, azaz (4)-nek (3)-ba való helyettesítése útján az ismeretlen I_0 -t és φ -t meghatározni.

A behelyettesítéssel, majd $I_0 \omega$ -val való osztással adódik:

$$-L\omega \sin(\omega t - \varphi) + R \cos(\omega t - \varphi) + \frac{1}{C\omega} \sin(\omega t - \varphi) = \frac{U_0}{I_0} \cos \omega t;$$

$\sin \omega t$ és $\cos \omega t$ szerint rendezve:

$$\left[-\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \cos \varphi + R \sin \varphi \right] \sin \omega t + \left[\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \sin \varphi + R \cos \varphi \right] \cos \omega t = \frac{U_0}{I_0} \cos \omega t.$$

² A következőkben azt is feltételezzük, hogy R, L, C állandó értékű és az áramerősségtől független, ún. *lineáris kapcsolási elemek*; az ilyenekből álló áramkörök *állandó paraméterű lineáris áramkörök*. Nemlineáris kapcsolási elemek — pl. az áram hőhatására változó ellenállás, vasmagos tekercs, báriumtitanát szigetelésű kondenzátor — esetén az alább megállapítandó összefüggések csak kisebb-nagyobb megközelítéssel érvényesek. (Általánosan, egy kapcsolási elem lineáris, ha a ráadott feszültség és az átfolyó áramerősség közti összefüggést lineáris egyenlet vagy differenciálegyenlet fejezi ki.)

Ez az egyenlet minden időpontban csak úgy állhat fenn, ha a bal oldalon $\sin \omega t$ együtthatója zérus, a $\cos \omega t$ -é pedig U_0/I_0 -val egyenlő:

$$R \sin \varphi - \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \cos \varphi = 0, \quad R \cos \varphi + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \sin \varphi = \frac{U_0}{I_0}.$$

Az első egyenletből $\operatorname{tg} \varphi = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) / R$, továbbá a két egyenletből négyzetre emeléssel és összeadással: $R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 = U_0^2/I_0^2$, azaz $I_0 = U_0 / \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$.

Az egyszerű számítás a következő fontos eredményre vezetett: *Soros RLC-körben az $U = U_0 \sin \omega t$ forrásfeszültség hatására (a bekapcsolás után rövidesen kialakuló „állandósult állapotban”³) olyan $I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$ váltakozó áram folyik, amelynek csúcserőértéke, ill. effektív értéke:*

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}, \quad \text{ill.} \quad I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}, \quad (5)$$

a φ fáziskésésre nézve pedig

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}. \quad (6)$$

(5) értelmében az Ohm-törvény a szinuszos váltakozó áramra is érvényes, csak R szerepét a soros RLC-kör esetében a

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \quad (7)$$

„váltakozó áramú ellenállás”, más néven látszólagos ellenállás vagy impedancia veszi át: $U_{\text{eff}} = Z I_{\text{eff}}$. Külön kiemeljük, hogy az impedancia az R , L , C paramétereken kívül függ a váltakozó áram ω körfrekvenciájától is.

Az eredmények taglalása előtt célszerű az (5)–(7)-ből megállapítható speciális esetekkel foglalkoznunk, amikor is megjegyzendő, hogy ha kondenzátor nincs az áramkörben, akkor $C = \infty$ helyettesítendő, ti. (1a-b)-ből a C -t tartalmazó tag ebben az esetben marad el.

3. Induktív ellenállás, kapacitív ellenállás és más speciális esetek. Azokban az ideális határesetekben, amelyekben az áramkör az R , L , C elemek közül csak egyet

³ A bekapcsolástól az állandósult állapot kialakulásáig tartó átmeneti vagy *tranzien*s folyamat bonyolultabb, mert ennél az áram $I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$ kifejezéséhez egy, az idővel általában gyorsan csökkenő függvény is járul, miként (89,6)-ban. [$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$ ugyanis a (3) differenciálegyenletnek csak partikuláris megoldása; az általános megoldást úgy kapjuk, hogy ehhez hozzáadjuk a (3)-hoz tartozó homogén differenciálegyenlet általános megoldását, amely két, a kezdeti feltételekből meghatározandó állandót tartalmaz; l. 227–228. §.]

tartalmaz, a Z impedancia és a φ fáziskülönbség (7), ill. (6) kifejezése jelentősen egyszerűsödik. Nevezetesen, ha az áramkörben egyedül jelenlevő kapcsolási elem

a) R , akkor $Z=R$ az *ohmos ellenállás*, $\varphi=0$; (8)

b) L , akkor $Z=L\omega \equiv X_L$ az *induktív ellenállás*, $\varphi=\frac{\pi}{2}$ (90°-os fáziskésés); (9)

c) C , akkor $Z=\frac{1}{C\omega} \equiv X_C$ a *kapacitív ellenállás*, $\varphi=-\frac{\pi}{2}$ (90°-os fáziseltérés).⁴ (10)

Pl. az 50 hertzes váltakozó árammal szemben egy $L=1$ H induktivitású tekercs induktív ellenállása 314Ω , egy $C=1 \mu\text{F} = 10^{-6}$ F kapacitású kondenzátor kapacitív ellenállása 3183Ω ($\approx 3200 \Omega$).

További speciális esetek a két kapcsolási elemet tartalmazó áramkörök, nevezetesen

d) *soros RL-kör*: $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$, $\text{tg } \varphi = \frac{L\omega}{R}$; (11)

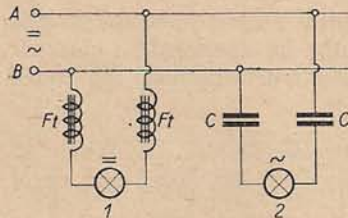
e) *soros RC-kör*: $Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$, $\text{tg } \varphi = -\frac{1}{RC\omega}$; (12)

f) *soros LC-kör*: $Z = \left| L\omega - \frac{1}{C\omega} \right|$, $\text{tg } \varphi = \pm \infty$, $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$. (13)

A (11) és (12) formulákon alapszik az *induktivitás és kapacitás mérésének* egyik módszere: a tekercsen, ill. a kondenzátoron átbocsátott, ismert frekvenciájú váltóáram I_{eff} erősségét és az U_{eff} feszültséget amper-, ill. voltmérővel megmérve, a $Z = U_{\text{eff}}/I_{\text{eff}}$ impedanciának és az áramkör R ohmos ellenállásának ismeretében (11)-ből az L , (12)-ből a C kiszámítható.

(11) értelmében az olyan, kisméretűnél általában vasmaggal ellátott tekercs, amelyre $L\omega \gg R$, a váltakozó árammal szemben sokkal nagyobb ellenállást jelent, mint egyenárammal szemben (pl. $R=10 \Omega$, $L=100$ H és $\nu=50$ Hz esetén $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} \approx L\omega \approx 31400 \Omega$). Ezért az ilyen *fojtótekercs* alkalmas arra, hogy

attól az áramkörtől, amelybe beiktatjuk, a váltóáramot — az egyenáram átengedése mellett — gyakorlatilag távol tartsa. A kondenzátor viszont az egyenáramot nem bocsátja át, váltakozó áramú ellenállása ($1/C\omega$) elegendő nagy kapacitás esetén kicsiny. Ily módon *fojtótekercs és kondenzátor alkalmazásával az egyenáram és a váltakozó áram szétválasztható egymástól*: ha pl. a 219,4. ábrán az A és B pontok közti feszültség egyen- és váltakozó feszültség keveréke, akkor az I



219,4. ábra

⁴ A váltakozó áram teljesítményével kapcsolatos okokból (221. §) a következő elnevezések is használatosak: R a *hatásos ellenállás* vagy *rezisztencia*; $L\omega$ is és $1/C\omega$ is *meddő ellenállás* vagy *reaktancia*, úgyhogy $L\omega$ az *induktív reaktancia*, $1/C\omega$ a *kapacitív reaktancia*. $L\omega$ -ra az *induktancia*, $1/C\omega$ -ra a *kapacitancia* elnevezés is előfordul.

fogyasztóban gyakorlatilag csak egyenáram, a 2-ben pedig csak váltakozó áram folyik.

4. *Soros RLC-kör; feszültségrezonancia.* A soros RLC-kör Z impedanciája és a φ fáziskülönbség — l. (7) és (6) — egyszerű *geometriai szerkesztéssel* is meghatározható. Ha a 219,5. ábrán az R ohmos, az $L\omega$ induktív és az $1/C\omega$ kapacitív ellenállást úgy mérjük fel, mintha $L\omega$ és $1/C\omega$ az R -rel 90° , ill. -90° szöget alkotó vektorok lennének (ennek megalapozását l. a 220. §-ban), akkor az ábráról láthatóan a három „vektor” eredőjének nagysága éppen Z , az R -rel bezárt szöge pedig φ :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}. \quad (14a-b)$$

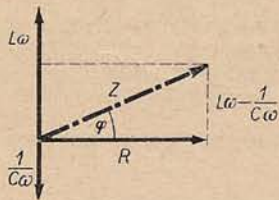
A Z impedancia is és a φ fáziskülönbség is az R , L , C , ω mennyiségektől függ. Megadott R mellett Z -nek minimuma van az

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \text{ „rezonanciaesetben”}; \text{ ekkor } Z=R \text{ és } \varphi=0. \quad (15)$$

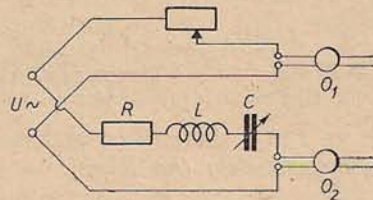
Ha tehát pl.

$$\omega = 314 \text{ s}^{-1}, \quad R=10 \Omega, \quad L=0,5 \text{ H}, \quad \text{akkor } C=C_r=20,3 \mu\text{F} \quad (16)$$

kapacitásnál következnek be a rezonancia: amint C -t pl. $10 \mu\text{F}$ -ről $20,3 \mu\text{F}$ -ra, majd $30 \mu\text{F}$ -ra növeljük, Z 161Ω -ról a 10Ω minimumra csökken, majd 52Ω -ra nő, φ pedig -86° -ról 0 -ra, majd innen $+79^\circ$ -ra nő. Kísérletileg a $Z = U_{\text{eff}}/I_{\text{eff}}$ impedanciát váltakozó áramú volt- és ampermérővel (219,3. ábra), a φ fáziskülönbséget pedig pl. két hurkos oszcillográffal tanulmányozhatjuk: a 219,6. ábrán O_1 az U feszültségnek, O_2 az I áramerősségnek az időbeli változását jelzi.



219,5. ábra



219,6. ábra

Az $U = U_0 \sin \omega t$ forrásfeszültség hatására $I = (U_0/Z) \sin (\omega t - \varphi)$ árammal átjárt soros RLC-körben — (2a-c) alapján — az R , L , C kapcsolási elemeken mint fogyasztókon fellépő feszültségek:

$$U_R = RI = \frac{R}{Z} U_0 \sin (\omega t - \varphi), \quad (17)$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = \frac{L\omega}{Z} U_0 \cos (\omega t - \varphi) = \frac{L\omega}{Z} U_0 \sin \left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2} \right), \quad (18)$$

$$U_C = \frac{1}{C} \int I dt = -\frac{1}{C\omega Z} U_0 \cos (\omega t - \varphi) = \frac{1}{C\omega Z} U_0 \sin \left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2} \right). \quad (19)$$

Mint látható, U_L $\pi/2$ -vel siet, U_C pedig $\pi/2$ -vel késik az U_R -hez vagy az I áramhoz képest.

Speciálisan a (15) alatti ($L\omega = 1/C\omega$, $Z = R$, $\varphi = 0$) rezonanciaesetben:

$$U_R = U_0 \sin \omega t = U, \quad U_L = \frac{L\omega}{R} U_0 \cos \omega t, \quad U_C = -\frac{L\omega}{R} U_0 \cos \omega t; \quad (20)$$

az U_L és az U_C összege minden időpontban zérus, ezért egyenlő az U forrásfeszültség az U_R feszültséggel. (20)-ból következik, hogy az önindukciós tekercsen és a kondenzátoron fellépő U_L , U_C feszültségek sokszorososan ($L\omega/R$ -szer) felülmúlhatják az U forrásfeszültséget:

$$U_{L,\text{eff}} = U_{C,\text{eff}} = \frac{L\omega}{R} U_{\text{eff}}. \quad (21)$$

Pl. a (16) alatti értékeknek megfelelően összeállított soros RLC -kör esetében $L\omega/R = 15,7$, úgyhogy pl. $U_{\text{eff}} = 10$ V forrásfeszültséget alkalmazva, a tekercs végei között is és a kondenzátor sarkai között is (a 219,3. ábrán a 2 és 3, valamint a 3 és 4 pontok között) kb. 150 V feszültséget mérhetünk. A fentiek miatt a szóban forgó soros rezonanciát más néven feszültségrezonanciának hívják. Az olyan berendezésekben, amelyekben a rezonancia folytán nagy feszültségek léphetnek fel, a tekercsek és a kondenzátorok megfelelő szigetelésére különösen gondot kell fordítani.

5. Párhuzamos LC-kör; áramrezonancia. A 219,7. ábrán vázolt kör A , B pontjaira kapcsoljunk ismert $U = U_0 \sin \omega t$ forrásfeszültséget, és határozzuk meg az osztatlan ágban folyó I és a tekercsen, ill. kondenzátoron átmenő I_L , I_C áramokat! Egyelőre feltételezve, hogy R elhanyagolható, (9) és (10) értelmében

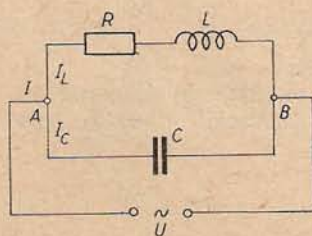
$$I_L = \frac{U_0}{L\omega} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad I_C = U_0 C \omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (22)$$

és így

$$I = I_L + I_C = U_0 \left| C\omega - \frac{1}{L\omega} \right| \sin \left(\omega t \pm \frac{\pi}{2} \right) \quad \left(\pm \frac{\pi}{2}, \text{ ha } C\omega \gtrless \frac{1}{L\omega} \right). \quad (23)$$

A (23)-at az $I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$ alakban írva, látható, hogy a párhuzamos LC-kör $Z = U_0/I_0$ impedanciája (ha $R=0$):

$$Z = \frac{1}{\left| C\omega - \frac{1}{L\omega} \right|}; \quad \text{a fáziskülönbség: } \varphi = \mp \frac{\pi}{2}. \quad (24a-b)$$



219,7. ábra

Az $L\omega = 1/C\omega$ rezonanciaesetben $Z = \infty$, $I = 0$ lenne. Ezt a gyakorlatban pontosan meg nem valósítható eredményt egy $R \ll L\omega$ ohmos ellenállás — mint alább kimutatjuk — a következőképpen módosítja: Ha $R \ll L\omega$, akkor a párhuzamos LC-körben az $L\omega \approx 1/C\omega$ feltétel mellett létrejövő „áramrezonancia” esetén a kör

Z impedanciája igen nagy; a főágban folyó igen kicsiny I áramot a tekercsen, ill. a kondenzátoron átmenő I_L , I_C áramok sokszorososan ($\approx L\omega/R$ -szer) felülmúlják. Nagy

impedanciája miatt az ilyen kör — a fojtótekercshez hasonlóan — váltakozó áramok távoltartására alkalmazható (zárókör).

Ha a 219.7. ábrán vázolt párhuzamos körben a (tetszőleges) R -et figyelembe vesszük, akkor (11) felhasználásával (22) helyett kapjuk:

$$I_L = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \sin(\omega t - \varphi') \quad \left(\text{itt } \operatorname{tg} \varphi' = \frac{L\omega}{R} \right), \quad I_C = U_0 C \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (25)$$

Az $I = I_L + I_C$ összeg az $I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$ alakra hozható, amelyben I_0 és φ a harmonikus rezgések összetevésénél megismert (87,5a-b) formulából adódik. Az olvasóra bizható számítás eredményeként a párhuzamos LC-kör $Z = U_0/I_0$ impedanciája:

$$Z = \frac{1}{C\omega} \sqrt{\frac{R^2 + L^2 \omega^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}, \quad \text{és} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - C\omega(R^2 + L^2 \omega^2)}{R}. \quad (26)$$

Ha $R \ll L\omega$, akkor az $L\omega = 1/C\omega$ rezonanciaesetben az impedancia:

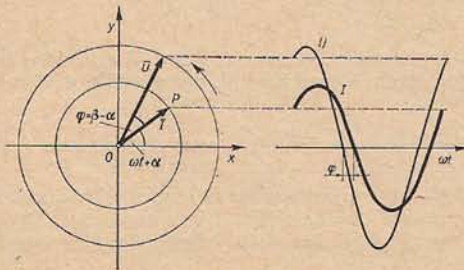
$$Z = \frac{L}{CR}, \quad (27)$$

és így a főágban folyó áram effektív értéke: $I_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} CR/L$. Mivel pedig ekkor (25) szerint $I_{L,\text{eff}} = I_{C,\text{eff}} = U_{\text{eff}} C\omega$, valóban fennáll:

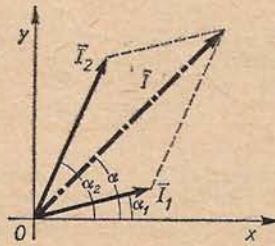
$$I_{L,\text{eff}} = I_{C,\text{eff}} = \frac{L\omega}{R} I_{\text{eff}}. \quad (28)$$

220. §. Számítások váltakozó áramú mennyiségekkel (vektordiagram és komplex számításmód). A váltakozó áramú Wheatstone-híd

1. **Vektordiagram.** Az $I = I_0 \sin(\omega t + \alpha)$ áramot a szinuszgörbe helyett gyakran előnyösebb olyan, az I_0 -val arányos hosszúságú $OP = I$ egyenesszakasszal szemléltetni, amely az xy sík x tengelyével $\omega t + \alpha$ szöget zár be, azaz a síkban ω szögsebességgel forog (az óramutató járásával ellentétes irányban; 220,1. ábra). Ezt az I -t, amelynek az y tengelyre való vetülete, $I = I_0 \sin(\omega t + \alpha)$, megadja az áramerősség pillanatnyi értékét, az elektrotechnikában vektornak, az ábrázolási módot pedig **vektordiagramnak** (vektorábrának) nevezik. Hasonlóan ábrázolható az $U = U_0 \sin(\omega t + \beta)$ feszültség is az \vec{U} „forgó vektorral”; az \vec{U} és az I közti állandó $\beta - \alpha = \varphi$ szög a fáziskülönbséget jelenti. \vec{U} és I egyébként a megfelelő szinuszgörbék megszerkesztésére is felhasználhatók (l. az ábra jobb oldalán).



220,1. ábra



220,2. ábra

A vektordiagramok alkalmazására példa két egyenlő frekvenciájú szinuszos váltóáram összetevése: az $I_1 = I_{10} \sin(\omega t + \alpha_1)$ és $I_2 = I_{20} \sin(\omega t + \alpha_2)$ áramok összege olyan $I = I_0 \sin(\omega t + \alpha)$ váltakozó áram, amelynek I_0 csúcserőértékét a 220,2. ábrán feltüntetett I_1 és I_2 vektorok eredőjének nagysága, α fázisállandóját pedig az eredőnek az x tengellyel bezárt szöge adja meg. (E kérdéssel már a harmoni-

kus rezgések összetevésénél részletesen foglalkoztunk, l. 87,4. ábra). Bár ezek szerint az I -k és az \bar{U} -k is vektorokként adódnak össze, I és \bar{U} mégsem a (térbeli) vektoroknak felelnek meg — az, utóbbiakat ugyanis 3 számadat határozza meg —, hanem a komplex számoknak.

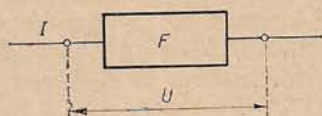
2. *A komplex számítás mód vagy szimbolikus módszer.* Ha a 220,1. ábra xy síkját a komplex szám-síknak fogjuk fel, akkor az I vektorhoz vagy ennek P végpontjához egyértelműen hozzárendelhető egy komplex mennyiség, nevezetesen (az elektrotechnikában használatos $j = \sqrt{-1}$ jelölést alkalmazva) az

$$I = I_0 [\cos(\omega t + \alpha) + j \sin(\omega t + \alpha)] = I_0 e^{j(\omega t + \alpha)} = I_0 e^{j\alpha} \cdot e^{j\omega t} \quad (1)$$

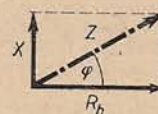
komplex áramerősség. Közvetlen fizikai jelentést vagy csak a valós, vagy csak a képzetes résznek tulajdonítunk, de a számításoknál célszerűbb magával az I komplex mennyiséggel dolgozni. Pl. $I_1 = I_{10} e^{j(\omega t + \alpha_1)}$ és $I_2 = I_{20} e^{j(\omega t + \alpha_2)}$ összege tudvalevően az az $I = (I_{10} e^{j\alpha_1} + I_{20} e^{j\alpha_2}) e^{j\omega t}$ komplex mennyiség, amelyet geometriailag a 220,2. ábrán megszerkesztett I vektor reprezentál a $t=0$ időpontban. Az I -hez hasonlóan a *komplex feszültség*:

$$U = U_0 [\cos(\omega t + \beta) + j \sin(\omega t + \beta)] = U_0 e^{j(\omega t + \beta)} = U_0 e^{j\beta} \cdot e^{j\omega t} \quad (2)$$

Legyen a két kivezetéssel bíró, egyébként az R, L, C kapcsolási elemekből tetszőlegesen összeállított F fogyasztó (kétpólus, 220,3. ábra) sarkai közti feszültség $U_0 \sin(\omega t + \beta)$, a fogyasztón átmenő áram $I_0 \sin(\omega t + \alpha)$, úgyhogy $\varphi = \beta - \alpha$ a kettő közti fáziskülönbség. A megfelelő komplex feszültség



220,3. ábra



220,4. ábra

és áramerősség a (2)-ben és (1)-ben álló U , ill. I . A komplex számok ismert műveleti szabályai szerint képezhető U/I hányados¹ a két pólus közti *komplex ellenállás* vagy *komplex impedancia*:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_0}{I_0} e^{j\varphi}, \quad \text{vagy} \quad Z = Z e^{j\varphi}; \quad (3)$$

ennek abszolút értéke, $Z = U_0/I_0 = U_{\text{eff}}/I_{\text{eff}}$ a fogyasztó impedanciáját (váltakozó áramú vagy látszólagos ellenállását), a φ argumentum pedig a fogyasztó okozta fáziskülönbséget jelenti, tehát Z magában foglalja Z -t és φ -t egyaránt! Mint bármely komplex mennyiség, Z is valós és képzetes részre bontható, és ennek megfelelően gyakran a következő alakban fordul elő:

$$Z = R_h + jX. \quad (4)$$

R_h neve — a 221. §-ban említendő okokból — *hatásos ellenállás* (rezisztencia), X a *meddő ellenállás* (reaktancia). A (3) és (4) alak az ismert módon átvihető egymásba, ti. egyrészt (220,4. ábra)

$$Z = \sqrt{R_h^2 + X^2}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{X}{R_h}, \quad \text{másképpen} \quad R_h = Z \cos \varphi, \quad X = Z \sin \varphi. \quad (5a-b)$$

Speciálisan az R, L, C elemekre nézve (219,8–10) szerint fennáll: az ohmos ellenállásra ($Z=R$ $\varphi=0$) $Z = R e^{j0} = R$; az induktivitásra ($Z=L\omega$, $\varphi=\pi/2$) $Z = L\omega e^{j\pi/2} = jL\omega$; a kapacitásra ($Z=1/C\omega$ $\varphi=-\pi/2$) $Z = -j/C\omega = 1/jC\omega$. Összefoglalva, az R, L, C kapcsolási elemek komplex impedanciá rendre:

$$R, \quad jL\omega, \quad \frac{j}{C\omega}. \quad (6)$$

¹ Mivel a hányadosból az $e^{j\omega t}$ faktor kiesik, U és I (2) és (1) helyett az $U = U_0 e^{j\beta}$, $I = I_0 e^{j\alpha}$ komplex feszültség-, ill. áramerősség-amplitúdót is jelentheti.

A (3) egyenlet alapján mondhatjuk, hogy az U , I , Z komplex mennyiségekre az

$$U = ZI \quad (7)$$

Ohm-törvény és a Kirchhoff-törvények, valamint az ezekből adódó szabályok az egyenáramnál megismert alakban érvényesek. Így az egyenáramú hálózatokra vonatkozó tételek átvihetők a (szinuszos) váltakozó áramú hálózatokra, tehát pl. a Z_1, Z_2, \dots komplex impedanciájú fogyasztók soros, ill. párhuzamos kapcsolása esetén az eredő Z komplex impedanciára nézve

$$Z = Z_1 + Z_2 + \dots, \quad \text{ill.} \quad \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots^2 \quad (8a-b)$$

Ezen egyenletek és (6) alkalmazásával az R, L, C elemekből tetszőlegesen összeállított „kétpólus” Z komplex impedanciáját, ill. a Z látszólagos ellenállást és a φ fáziskülönbséget elvileg igen egyszerűen kiszámíthatjuk.

Példák. a) Soros RLC-kör (219,3. ábra):

$$Z = R + jL\omega - j/C\omega = R + j(L\omega - 1/C\omega), \quad (9)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}, \quad (10)$$

ami a (219,6–7)-ből már jól ismert eredmény.

b) Párhuzamos LC-kör, amely az L -lel sorba kapcsolt R -et is tartalmaz (219,7. ábra):

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z} &= \frac{1}{R + jL\omega} + \frac{1}{-j/C\omega}, \quad \text{tehát} \quad Z = \frac{(R + jL\omega)(-j/C\omega)}{R + j(L\omega - 1/C\omega)} = \\ &= \frac{L/C - jR/C\omega}{R + j(L\omega - 1/C\omega)} \cdot \frac{R - j(L\omega - 1/C\omega)}{R - j(L\omega - 1/C\omega)}, \end{aligned}$$

vagy

$$Z = \frac{R/C^2\omega^2 + j(L/C - R^2 - L^2\omega^2)/C\omega}{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}. \quad (11)$$

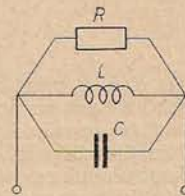
Ebből a (4) szerinti $R_n + jX$ alakból — amelyből az R_n hatásos és az X meddő ellenállás értéke leolvasható — (5a) alapján egyszerű számítással adódik Z és $\text{tg } \varphi$ (219,26) alatti értéke.

c) Párhuzamos RLC-kör (220,5. ábra):

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + \frac{1}{-j/C\omega} = \frac{1}{R} + j\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right), \quad (12)$$

$$Z = \frac{R}{1 + jR(C\omega - 1/L\omega)} = \frac{R + jR^2(1/L\omega - C\omega)}{1 + R^2(1/L\omega - C\omega)^2}, \quad (13)$$

$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2(1/L\omega - C\omega)^2}}, \quad \text{tg } \varphi = R(1/L\omega - C\omega). \quad (14)$$



220,5. ábra

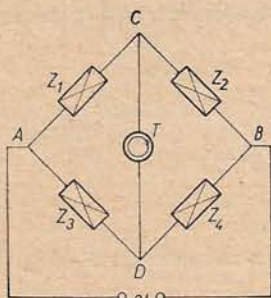
Az $L\omega = 1/C\omega$ esetben hasonló áramrezonancia lép fel, mint az előző b) körben (l. 219. § 5.).

² Z reciproka, $Y = 1/Z = (1/Z)e^{-j\varphi}$ a komplex admittancia; $Y = 1/Z$ a látszólagos vezetőképesség vagy admittancia. Az Y -t valós és képzetes részre bontva, $Y = G + jB$ -ben G a (hatásos) vezetőképesség vagy konduktancia, B a meddő vezetőképesség vagy szuszceptancia. (8a-b) úgy is kifejezhető, hogy soros kapcsolásnál a komplex impedanciák, párhuzamos kapcsolásnál a komplex admittanciák összegeződnek.

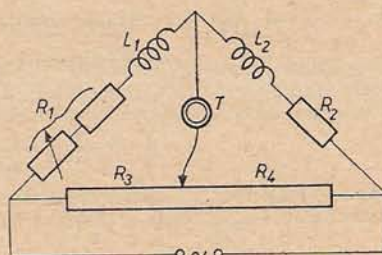
3. A váltakozó áramú Wheatstone-híd; induktivitás- és kapacitásmérés. A „váltóáramú hidban” (220.6. ábra), amelyben feszültségforrásként váltakozó feszültséget, áramjelző műszerként pedig pl. telefonhallgatót (T) vagy oszcillográfot alkalmazunk, akár mind a négy ág az R, L, C elemek valamilyen kombinációját tartalmazhatja. Ha a négy ág komplex impedanciája Z_1, \dots, Z_4 , akkor a 2. pont alapján a CD híd árammentességének feltétele formailag ugyanaz, mint az egyenáramú híd esetében (177. §), azaz

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4} \quad (15)$$

A komplex mennyiségek közti egyenlőség azonban két közönséges egyenletnek felel meg, tehát a váltóáramú híd „kiegyenlítésénél” általában két feltételt kell kielégíteni. Ennek a fizikai magyarázata



220.6. ábra



220.7. ábra

az, hogy a C és D pontok A -hoz (és B -hez) viszonyított feszültségének minden pillanatban ugyanannak kell lennie, vagyis e két feszültségnek nemcsak a csúcs- vagy az effektív értékben, hanem fázisban is meg kell egyeznie.

Induktivitások összehasonlítására pl. a 220.7. ábrán vázolt hidkapcsolás (Maxwell-híd) alkalmazható. (15) alapján és az ábra jelöléseivel a híd árammentességének a feltétele:

$$\frac{R_1 + jL_1\omega}{R_2 + jL_2\omega} = \frac{R_3}{R_4}, \quad \text{vagy} \quad R_1 R_4 + jL_1 R_4 \omega = R_2 R_3 + jL_2 R_3 \omega,$$

tehát $R_1 R_4 = R_2 R_3$ és $L_1 R_4 = L_2 R_3$. Más alakban ez a két feltétel:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{és} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (16a-b)$$

Ha R_1 és R_2 pusztán az összehasonlítandó két tekercs ohmos ellenállását jelentené, akkor a két feltételt az R_3/R_4 viszony változtatásával nem lehetne kielégíteni, mert a (16a-b)-ből következő $L_1/L_2 = R_1/R_2$ egyenlet általában nem teljesül, a tekercsek induktivitásainak aránya általában nem ugyanaz, mint ellenállásaiké. Ezért az egyik tekercssel — hogy melyikkel, az a mérésnél derül ki — sorba kell kapcsolnunk egy változtatható segédellenállást, és az árammentesség megkeresésénél ezt is felhasználjuk. Az ábra esetében R_1 az 1 tekercs ohmos ellenállásának és a megfelelően beállított segédellenállásnak az összegét jelenti. (6a)-ból az R_3/R_4 ellenállásviszonynak és pl. L_2 -nek ismeretében az L_1 induktivitás kiszámítható.

Kapacitások összehasonlítása céljából pl. a 220.7. ábrán feltüntetett híd 1 és 2 ágába a tekercsek helyett a C_1 és C_2 kapacitású kondenzátorokat kapcsoljuk. Abban az esetben, amelyben a kondenzátorok dielektrikumainak vezetőképessége elhanyagolható, vagyis tiszta kapacitív ellenállásokkal számíthatunk, a híd árammentességének feltétele $Z_1:Z_2 = -j/C_1\omega: -j/C_2\omega = R_3/R_4$, azaz

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_4}{R_3} \quad (17)$$

Ha a kondenzátorok dielektrikuma észrevehető vezetőképességgel rendelkezik, akkor a híd teljes

árammentessége az előzőkhöz hasonlóan úgy érhető el, hogy az egyik kondenzátorral sorba kapcsolunk egy változtatható ellenállást (*Wien-híd*). Bár ekkor (17)-hez még egy feltétel járul ($R_1/R_2 = R_3/R_4$), az ismeretlen kapacitás ebben az esetben is (17)-ből számítható ki.

Mind az induktivitások, mind a kapacitások összehasonlításánál úgy is eljárhatunk, hogy az R_3/R_4 viszony változtatása helyett az ismert (L_2) induktivitást, ill. kapacitást (C_2) változtatjuk. A mérési módszer akkor a legérzékenyebb, ha mind a négy ág impedanciája közelítőleg ugyanaz.

221. §. A váltakozó áram teljesítménye. Tekercsek és kondenzátorok energiavesztései

1. Ha egy vezetón vagy bármilyen F kétpólusú fogyasztón át (220,3. ábra) a t időpontban tetszőleges $I = I(t)$ áram folyik, és a fogyasztó pólusai közti feszültség $U = U(t)$, akkor az áram munkája az igen kicsiny dt idő alatt (179. §): $dW = UI dt$. Az áram pillanatnyi teljesítménye, pontosabban a fogyasztó által felvett teljesítmény a t időpontban: $P_t = dW/dt = UI$. Színuszosan váltakozó áram esetében, amikor U és I között általában φ fáziskülönbség áll fenn:

$$U = U_0 \sin \omega t = \sqrt{2} U_{\text{eff}} \sin \omega t, \quad I = I_0 \sin(\omega t - \varphi) = \sqrt{2} I_{\text{eff}} \sin(\omega t - \varphi), \quad (1)$$

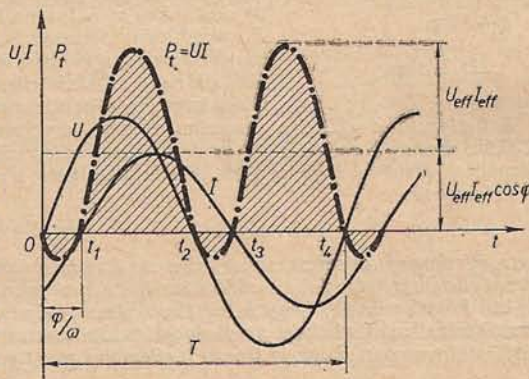
$P_t = UI = 2U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi)$. Ebből a $2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ típusú átalakítással kapjuk, hogy a *színuszos váltakozó áram pillanatnyi teljesítménye*:

$$P_t = UI = U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos \varphi - U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos(2\omega t - \varphi). \quad (2)$$

A P_t tehát egy állandó és egy periodikusan, 2ω körfrekvenciával változó részből tevődik össze. Ezt az eredményt a 221,1. ábra szemlélteti, amely az U , I és a $P_t = UI$ görbék időbeli lefutását tünteti fel. Az áramnak a $(0, t_1)$, (t_1, t_2) , ... időközökben

végzett munkáját $\left(\int_0^{t_1} P_t dt, \int_{t_1}^{t_2} P_t dt, \dots \right)$ grafikusan a sávozott, az időtengely feletti

pozitív, ill. a tengely alatti negatív területek adják meg. Azokban az időközökben, amelyekben P_t pozitív, a generátor energiát ad át a fogyasztónak: az áram munkája a fogyasztóban részben hővé és (pl. motorban) mechanikai munkává alakul át, részben pedig a fogyasztó kondenzátorainak és önindukciós tekercseinek elektromos, ill. mágneses térében potenciális energiaként halmozódik fel. A negatív P_t -jú szakaszokban az utóbb említett energia csökken, tehát ekkor a fogyasztó energiát szolgáltat vissza a generátornak.



221,1. ábra

A T periódusidő alatt végzett munka időbeli átlagértékét, $(1/T) \int_0^T P_t dt$ -t képezve,

(2) jobb oldalának első tagjából nyilván $U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos \varphi$, a második tagból pedig zérus adódik. Eszerint a *színuszos váltakozó áram (átlagos vagy hatásos) teljesítménye*:

$$P = U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos \varphi, \quad (3)$$

az $U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$ „látszólagos teljesítménynek” és a $\cos \varphi$ „teljesítménytényezőnek” a szorzata.¹ Megadott U_{eff} és I_{eff} mellett P akkor a legnagyobb, ha $\cos \varphi = 1$, azaz a φ fáziskülönbség zérus. Ha viszont $\varphi = \pm 90^\circ$, akkor bármilyen nagy $U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$ -nél is $P=0$. Az ilyen teljesítmény nélküli („watt nélküli”) áram esete pontosan nem valósítható meg, de (219,9–10) alapján jól megközelíthető nagy induktív ellenállású tekercsrel ($L\omega \gg R$), vagy pedig kondenzátorral. Ha pl. a fogyasztó ideális kondenzátor, akkor az első negyed periódus (ti. a feltöltés) alatt az áramforrásból a kondenzátorba szállított energia a második negyed periódus (kisütés) alatt teljes egészében visszajut az áramforrásba, majd ez a folyamat ismétlődik, tehát az átlagos vagy hatásos teljesítmény zérus.

A hatásos teljesítmény mérésére a 185. §-ban megismert elektrodinamikuss wattmérő alkalmas: a rögzített tekercsen átfolyó $I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$ áram és a mozgó tekercsen átmenő, az $U = U_0 \sin \omega t$ feszültséggel arányos áram kölcsönhatása folytán a mozgó tekercsre UI -vel arányos forgatónyomaték hat. A mutató — tehetlensége miatt — ennek az átlagértékét, azaz éppen a P hatásos teljesítményt jelzi. A $\cos \varphi$ teljesítménytényező meghatározása: P -n kívül U_{eff} -et és I_{eff} -et is mérve, $\cos \varphi = P / U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$.

Az elektrotechnikában szokásos I_{eff} -et mint az U_{eff} -fel φ szöget bezáró vektort ábrázolni (221,2. ábra), és az $I_n = I_{\text{eff}} \cos \varphi$ -t hatásos áramnak, az $I_m = I_{\text{eff}} \sin \varphi$ -t pedig meddő áramnak nevezni. Ennek megfelelően $P = U_{\text{eff}} I_n = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$ a hatásos teljesítmény, $P_m = U_{\text{eff}} I_m = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi$ a meddő teljesítmény, amely a generátor és a fogyasztó között periodikusan ingadozó, de középértékben zérussal egyenlő energia nagyságáról tájékoztat. A látszólagos teljesítmény: $P_1 = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = \sqrt{P^2 + P_m^2}$, mivel $P = P_1 \cos \varphi$ és $P_m = P_1 \sin \varphi$.

Bár a fogyasztó átlagosan csak $P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$ teljesítményt használ fel, a generátor és az ezt a fogyasztóval összekötő vezeték mégis a $P_1 = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$ látszólagos teljesítményre méretezendők, ti. a generátornak U_{eff} feszültséget kell szolgáltatnia, és a vezetéknek az I_{eff} áram okozta melegedést ki kell bírniok. Ezért gazdaságossági okokból törekedni kell arra, hogy a fogyasztóban felhasznált P és a látszólagos P_1 teljesítmény viszonya, a $P/P_1 = \cos \varphi$ teljesítménytényező lehetőleg minél nagyobb, a φ fáziskülönbség minél kisebb legyen. A „fázisjavítás” pl. nagy induktív ellenállású fogyasztók (motorok) esetében megfelelő kapacitású kondenzátorok bekapcsolásával érhető el.

A fogyasztó $Z = U_{\text{eff}} / I_{\text{eff}}$ impedanciájának bevezetésével (3) így írható: $P = I_{\text{eff}}^2 Z \cos \varphi$. Mivel (220,5b) szerint $Z \cos \varphi = R_n$ a hatásos ellenállás (speciálisan pl. a soros RLC-körnél az R ohmos ellenállás), $Z \sin \varphi = X$ pedig a meddő ellenállás, azért a szinuszos váltóáram hatásos teljesítménye így is kifejezhető:

$$P = I_{\text{eff}}^2 R_n, \quad (4)$$

azaz teljesítményt átlagban csak a fogyasztó R_n hatásos ellenállása (pl. a soros RLC-körben csak az R ohmos ellenállás) vesz fel, a meddő ellenállás nem; éppen innen származik e két ellenállás elnevezése. (4)-ből következik pl., hogy a váltakozó áram erősségének szabályozására az ohmos ellenállást jelentő toléllenállás helyett gazdaságosabb fojtótekercset alkalmazni, mert fogyasztása, ill. melegedése a túlnyomóan induktív (meddő) ellenállás miatt sokkal kisebb.

2. Az önindukciós tekercsek és a kondenzátorok energiaveszteségei; veszteségi tényező. Ideális vagy veszteségmentes önindukciós tekercs és kondenzátor esetében a φ fáziskülönbség nagysága 90° , és a P hatásos teljesítmény zérus, a valóságban azonban $P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi \neq 0$ és $\varphi \neq 90^\circ$ a hőfejlődésben megnyilvánuló különféle energiaveszteségek miatt. A veszteségek mértékéül a $\delta = 90^\circ - \varphi$ veszteségi szög, vagy pedig a hatásos és a meddő teljesítmény hányadosa, a $\cos \varphi / \sin \varphi = \sin \delta / \cos \delta = \text{tg } \delta$ veszteségi tényező szolgálhat, de gyakran használatos az ún. veszteségi ellenállás is.

¹ Ennek megfelelően a szinuszos váltóáram (hatásos) munkája $\tau \gg T$ idő alatt: $U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \tau \cos \varphi$

Pl. *vasmagos tekercs* esetében a mért $P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi = I_{\text{eff}}^2 R_h$ teljesítményből meghatározva a $\text{tg } \delta$ ($= \text{ctg } \varphi$) veszteségi tényezőt vagy az R_h hatásos ellenállást, $\text{tg } \delta$ nagyobbak adódik a (219,11) szerinti $R/L\omega$ -nál, és $R_h > R$, mert az $I_{\text{eff}}^2 R$ -rel arányos Joule-féle hőn vagy *ohmos veszteségeken* kívül még fellépnek *örvényáramú és hiszterézisveszteségek* is (212. és 214. §). Az $R_h - R$ különbség a két utóbbi veszteséget figyelembe vevő „veszteségi ellenállás”, amely a vasmag méreteinek, minőségének, a váltakozó áram frekvenciájának és egyéb tényezőknek a függvénye.

A *kondenzátorok* esetében a $\text{tg } \delta$ veszteségi tényező a dielektrikum anyagi minőségétől és a frekvenciától függ, a technikában használatos szigetelőanyagoknál általában $10^{-3} - 10^{-2}$ körüli érték. Ha a valóságos kondenzátort C kapacitású ideális kondenzátorral és ezzel sorba kapcsolt R_s „veszteségi ellenállással” helyettesítjük, akkor (219,12) értelmében $\text{ctg } \varphi = \text{tg } \delta = R_s C \omega$, azaz $\text{tg } \delta$ ismeretében a veszteségi ellenállás: $R_s = \text{tg } \delta / C \omega$. A kondenzátorban fellépő veszteségek egyik részét a dielektrikum zérustól különböző vezetőképességéből származó *ohmos veszteségek*, másik részét a *dielektromos veszteségek* képezik. Az utóbbi, különösen a nagyfrekvenciákon jelentékeny veszteségek a *Debye-féle dipóluselmélet* szerint arra vezethetők vissza, hogy a váltakozó elektromos tér hatására a dielektrikum dipólusmolekulái (166. §) periodikus forgó mozgást végeznek, és az ezzel kapcsolatos „súrlódás” miatt hő keletkezik. Ezt a jelenséget felhasználják szigetelőanyagoknak nagyfrekvenciás rezgésekkel való melegítésére.

Itt említjük meg, hogy a technikai szigetelőanyagoknak az ε dielektromos állandó és a $\text{tg } \delta$ veszteségi tényező mellett a legfontosabb jellemzője az *átütési szilárdság*, vagyis az a legnagyobb elektromos térerősség, amelyet a dielektrikum még átütés nélkül kibír. Pl. a csillám és a különböző üveg-fajták átütési szilárdsága 400–600 kV/cm.

D) AZ INDUKCIÓ ÉS AZ ELEKTROMÁGNESÉG FŐBB TECHNIKAI ALKALMAZÁSAI (ELEKTROMOS GÉPEK; ELEKTROAKUSZTIKAI ESZKÖZÖK)

Az indukció jelenségének és az áram mágneses hatásának sokféle technikai alkalmazása közül még ma is első helyre sorolhatók az *elektromos gépek* (generátorok, motorok, transzformátorok, egyenirányítók), de mindinkább fokozódik az *elektroakusztikai eszközök* (telefon, mikrofon, hangszóró, mágneses hang- és képrögzítők) jelentősége is.

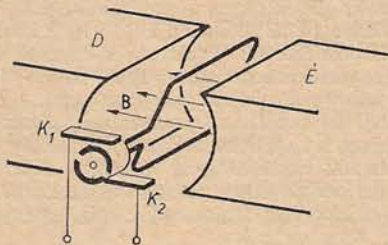
Az elektromos gépek működésének fizikai alapelveit az előzőkben lényegileg már megismertük, konstrukciójuk azonban sokféle és bonyolult, s a működésükkel kapcsolatos kérdések részletesebb vizsgálata az elektrotechnika körébe tartozik. Hasonló vonatkozik az elektroakusztikai eszközökre is. Mindezekre való tekintettel a következőkben csak a főbb típusok vázlatos ismertetésére szorítkozunk.

222. §. Egyenáramú generátorok (dinamók) és motorok

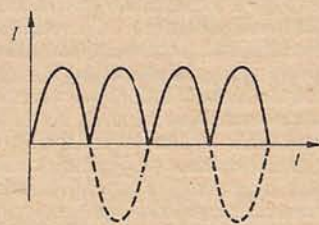
1. Egyenáramú generátorok. A 209. §-ban láttuk, hogy homogén mágneses térben forgó zárt drótkeretben (lapos tekercsben) váltakozó áram keletkezik, amelyet felhasználhatunk, ha a keretet egy helyen felmetsszük, és két végét egy-egy fémgyűrű és kefe közvetítésével a fogyasztóba vezetjük (209,7. ábra). Ez a váltakozó áramú generátorok működésének alapelve. A váltakozó áram jelentőségét azonban csak később, a 19. század végén ismerték fel, és ezért időrendben először az egyenáramú generátorokat fejlesztették ki, bár ezek szerkezete bonyolultabb, ti. a fenti módon kapott váltakozó áram „egyenirányításáról” is gondoskodni kell.

Egyenirányításra a mágneses térben forgatott lapos tekercs forgástengelyére szerelt, egymástól elszigetelt két félhenger szolgálhat, a *kommutátor* (222,1. ábra). A K_1 és K_2 keféket úgy állítják be, hogy azok, amikor az áram iránya megfordulna — tehát a keret síkjának a \mathbf{B} indukcióvonalakra merőleges helyzetében (*semleges*:

zóna) —, a kommutátor egyik szeletéről a másikra jussanak. Ily módon ún. lüktető egyenáramot kapunk (222,2. ábra), de ez az erős lüktetés jelentősen csökkenthető több, megfelelően elhelyezett tekercsnek és több szegmensből álló kommutátornak az alkalmazásával (l. alább).

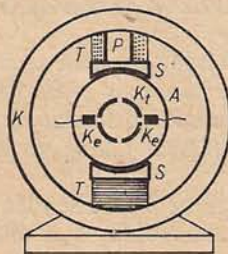


222,1. ábra

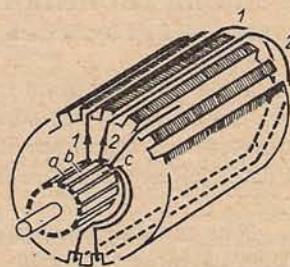


222,2. ábra

Az előbbieknél megfelelően az egyenáramú generátor fő részei (222,3. ábra): 1. a mágneses teret keltő mezőmágnes (a K koszorúból nyúlnak ki a T gerjesztőtekercseket tartó és az S pólussaruban végződő P pólustörzsek); 2. a mágneses térben forgatott tekercsrendszer, amelyben az áram indukálódik, az armatúra (A);



222,3. ábra



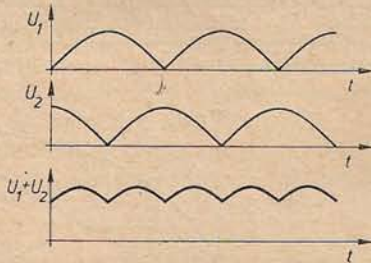
222,4. ábra

3. az egyenirányítást végző kommutátor (kollektor, irányváltó, K_t); 4. a kommutátor szegmenseivel érintkező kefék (szénkefék, K_e). A mezőmágnes az egyenáramú gép állórésze (sztátor), az armatúra a forgórész (rotor).

Az armatúra tekercsrendszerén áthaladó indukciófluxus növelése érdekében a lehető legjobban meg kell közelíteni a zárt mágneses kört (217. §), és ezért a tekercseket megfelelő vasmagon kell elhelyezni. A ma csaknem kizárólag használatos dobarmatúra vasmagja henger alakú test, amelyet az örvényáramok csökkentése végett (212. §) egymástól pl. lakkréteggel elszigetelt, vékony dinamóvas-korongokból állítanak össze. A tekercseket a henger alkotói mentén kiképezett vajatokba, hornyokba ágyazzák, a gyakran alkalmazott „hurkos tekercselés” esetében a 222,4. ábra szerint, amely az áttekinthetőség kedvéért csupán két tekercset — mindegyiket csak egy vonallal — tüntet fel. A kiindulásul választott 1 tekercs egyik vége az a kommutátorszegmenshez, másik vége a szomszédos b szegmenshez csatlakozik; ebből indul ki a 2 tekercs, amely a c szegmensben végződik stb., tehát a tekercseket sorba kapcsolják. Emiatt az armatúra forgásakor az 1, 2, ... tekercsekben indukált

feszültségek összegeződnek, és így, ha egyszerűség okából csak két, egymással 90° szöget bezáró lapos tekercset tekintünk, a 90° -os fáziskülönbségű két feszültség összege már lényegesen kevésbé lüktető feszültséget eredményez (222,5. ábra), nagyobb számú tekercssel pedig szinte teljesen „sima” feszültség is megvalósítható.

A *mezőmágnes* nagyobb teljesítményű generátorokban mindig elektromágnes, amelynek tekercseit kezdetben külön áramforrásból táplálták. Ilyen *külső gerjesztésű generátorokat* ma már csak ritkán alkalmaznak (ott, ahol nagymértékű feszültségváltoztatás lehetőségét kell biztosítani). Az *öngerjesztésű generátorok* vagy *dinamógépek* a mágnesező áramot saját maguk állítják elő a következő elv alapján (*öngerjesztés elve* vagy *dinamóelv*, JEDLIK ÁNYOS, 1861; SIEMENS, 1867). Az elektromágnes vasmagjának mindig van csekély remanens mágneses indukciója (B_0), amelynek folytán a forgásba hozott armatúra tekercsében kis feszültség, ill. (zárt áramkör esetén) áram indukálódik. Ha ezt a gyenge áramot a megfelelő irányban átvezetjük a mezőmágnes tekercsein is, a mezőmágnesnek így megnövekedett indukciója már erősebb áramot kelt, amely tovább növeli az indukciót stb.: a mezőmágnes B indukciója és a keletkezett I áram kölcsönösen erősítik egymást bizonyos határig. Ez a határ — még a vasmag mágneses telítettsége előtt — azért alakul ki, mert I növekedésével B egyre lassabban nő (l. a 214,2. ábra mágnesezési görbáját).

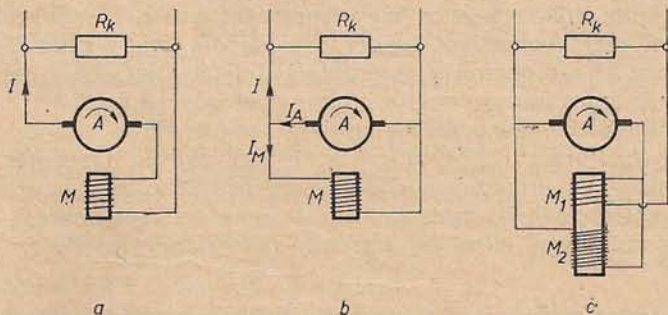


222,5. ábra

A mezőmágnezt gerjesztő tekercs és az armatúra kapcsolása szerint háromféle dinamógépet különböztethetünk meg. A *főáramkörű (soros gerjesztésű) dinamó* esetében (222,6a ábra) az A armatúra, a kis ellenállású M gerjesztőtekercs és az R_k ellenállású fogyasztó sorba vannak kapcsolva, úgyhogy a fogyasztón átmenő I „terhelő áram” egyúttal a gerjesztő áram is. Ha tehát pl. több fogyasztó beiktatása következtében I növekszik, a nagyobb indukciófluxus miatt — állandó fordulatszámot feltételezve — nő az armatúrában indukált \mathcal{E} e. m. e. is, és változik az U_k kapocsfeszültség is, ti.

$$U_k = IR_k = \mathcal{E} - IR_b \quad (1)$$

ahol $R_b = R_A + R_M$ a gép belső ellenállása. Az \mathcal{E} -nek, ill. az U_k -nak az I -vel való változását feltüntető görbe a gép belső, ill. külső *terhelési* vagy *feszültségkarakteristikája* (222,7. ábra). A terheléstől erősen függő feszültség miatt a főáramkörű gépet csak ritkán, állandó terhelést jelentő fogyasztó rendszer táplálására használják. A *mellékáramkörű (párhuzamos gerjesztésű vagy sönt-) dinamó*

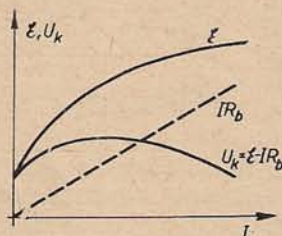


222,6. ábra

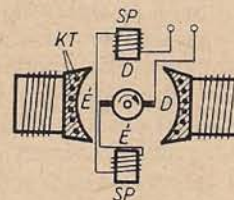
armatúrája és nagy ellenállású gerjesztőtekerce párhuzamos kapcsolásúak (222,6b ábra), és így a Kirchoff-törvények szerint az armatúrán átmenő I_A áram az I_M gerjesztő és az I terhelő áramnak az összege:

$$I_A = I_M + I, \text{ továbbá } U_k = IR_k = I_M R_M = \mathcal{E} - I_A R_A. \quad (2)$$

Ezekből az egyenletekből kimutatható, hogy \mathcal{E} üresjáráskor ($R_k = \infty, I = 0$) a legnagyobb, növekvő terheléssel pedig az I_M mágnesező áram s ezzel \mathcal{E} is és U_k is csökken, de a feszültségváltozás bizonyos terhelési határig sokkal kisebb, mint a főáramkörű gép esetében. A mellékáramkörű gépet gyakran alkalmazzák, pl. akkumulátorok töltésére és vasúti kocsik világítására. A vegyes vagy *kettős gerjesztésű (kompaund) dinamóban* a kevés menetű M_1 gerjesztőtekerceset az armatúrával sorba, a sok menetű M_2 -t párhuzamosan kapcsolják (222,6c ábra). Az ilyen gép, amelynek kapocsfeszültsége tág határok között csaknem független a terheléstől, pl. hegesztésre és olvasztóművekben használatos.



222,7. ábra



222,8. ábra

Az egyenáramú generátorok működését károsan befolyásolja az ún. *armatúra-visszahatás*: A forgó armatúratekercesen átfolyó áram mágneses tere szuperponálódik a mezőmágnes terére, és az így létrejövő eredő térben — mint kimutatható — egyrészt kisebb a fluxus, másrészt a semleges zóna a terheléstől függő mértékben elfordul. Így azok a helyek, amelyekben a kefék egy pillanatra két szomszédos kommutátorszegmással érintkezve, az armatúratekeres megfelelő részét rövidre zárják, általában nincsenek pontosan a semleges zónában, és ezért (valahányszor az erősárammal átjárt kör hirtelen megszakad, 211. §) a keféknél igen káros szikrázás lép fel. Az armatúra-visszahatás hátrányos következményei a semleges zóna környékén elhelyezett, az armatúrával sorba kapcsolt tekerceslésű *segédpólusokkal*, továbbá a főpólusokba vajt hornyokban elhelyezett *kompenzálótekerccsel* küszöbölhetők ki (222,8. ábra, SP és KT).

2. Egyenáramú motorok. Az egyenáramú generátorok nyugalomban levő armatúrája forgásba jön, ha a gép két sarkára — a fogyasztó helyett — megfelelő feszültségű áramforrást kapcsolunk. Ekkor a gép elektromos energiát alakít át mechanikai munkává, tehát mint *elektromotor* működik (JAKOBI, 1834). A legegyszerűbb esetben a forgás létrejötté könnyen belátható a 222,1. ábra és a (183,6a-b)-nél mondottak alapján. Az áram átjárta keretre vagy lapos tekerésre a \mathbf{B} indukciójú homogén mágneses tér forgatónyomatékokat gyakorol mindaddig, míg a keret \mathbf{B} -re merőleges nem lesz;¹ ezen a „holtponton” tehetetlensége folytán átjut, majd, mivel közben a kommutátor az áram irányát megfordította, az előzővel egyező értelmű nyomaték hatására továbbfordul. Lényegében ugyanez vonatkozik a sok lapos tekercsből összetett dobarmatúrára (222,4. ábra) is. Ennek nyilván nincsenek holtpontjai, a forgatónyomaték az armatúra minden helyzetében közelítőleg ugyanaz.

A mágneses térben forgó armatúrában — Lenz szabálya szerint — a motorra kapcsolt U feszültséggel ellentétes értelmű U_i feszültség (e. m. e.) indukálódik.

¹ Amikor az I erősségű árammal átjárta, nf menettelű lapos tekercs síkja a \mathbf{B} -vel φ szöget zár be, (183,6b) szerint a forgatónyomaték nagysága: $M = InfB \sin \varphi$ (MKSA).

Ezért — ha az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a mezőmágnes permanens mágnes, és az armatúra R ellenállása mellett az áramkör többi részének ellenállása elhanyagolható — az armatúrán átmenő áram intenzitása:

$$I = \frac{U - U_i}{R}. \quad (3)$$

Mivel U_i értéke a fordulatszámmal nő, nagyobb fordulatszám, azaz kisebb terhelés mellett I kisebb lesz, vagyis a motor áramfelvétele automatikusan alkalmazkodik a külső terheléshez. Erre egyszerű kísérlet: a fordulatszámnak terheléssel — fékezéssel — való csökkentésekor a motorral sorba kapcsolt ampermérő nagyobb áramot jelez. (3)-ból láthatóan I akkor a legnagyobb, ha az armatúra áll ($U_i = 0$). Ezért a bekapcsoláskor fellépő nagy áramerősség kialakulásának megakadályozására a motorhoz általában előtét-ellenállást, ún. *indító ellenállást* kell kapcsolni, amely azután fokozatosan kiiktatható.

A (3) egyenletnek $U = U_i + RI$ alakjából következik, hogy (a feltételezett esetben) a motor általa felvett teljesítmény:

$$P = UI = U_i I + I^2 R. \quad (4)$$

Az $I^2 R$ tag nyilván a Joule-hővé alakult résznek, $U_i I$ pedig a motor végezte mechanikai munkának felel meg. Ezért a motor hatásfoka:

$$\eta = \frac{U_i I}{P} = \frac{U_i}{U_i + IR} \quad \left(= \frac{U_i}{U} \right) \quad (5)$$

annál nagyobb, minél kisebb a motor R ohmos ellenállása.

Az egyenáramú motorok között, a permanens mágnesű játékmotorokon és a (pl. az ún. Ward—Leonard-gépcsoportban alkalmazott) külső gerjesztésű motorokon kívül, a dinamóknak megfelelő három típus különböztethető meg (222,6a—c ábra, csak most a gép sarkai az áramforráshoz csatlakoznak a fogyasztó helyett). A *főáramkörű motor* armatúra- és gerjesztőtekercsében a soros kapcsolás miatt ugyanaz az I áram folyik, és így a motor forgatónyomatéka — amely BI -vel, a B indukció pedig, ha a vasmag még nem telített, közelítőleg I -vel arányos — megközelítőleg I^2 -tel arányos. Mivel az előzők szerint I álló armatúra esetén a maximális, a motor a legnagyobb nyomatékot indítás-kor fejti ki. A terhelés csökkentésekor I -vel együtt B is csökken, és ezért az armatúrának gyorsabban kell forognia, hogy benne a (3)-nak megfelelő U_i feszültség indukálódhassék: a fordulatszám erősen függ a terheléstől, üresjárásban a motor épségét is veszélyeztethetően nagy lehet. A főáramkörű motorokat nagy indítónyomatékuk miatt főleg vontatásra használják, pl. városi villamoskocsikban (rendszerint $U = 500$ V, $P \approx 80$ LE) és Diesel-elektromos mozdonyokban ($P \approx 1000$ LE). Fordulatszámuk előtét-ellenállással és a gerjesztőtekercs söntölésével szabályozható. A *mellékáramkörű motor* vagy *söntmotor* mezőmágnesében állandó U kapcsolófeszültség mellett az áramerősség (I_A) állandó, és így, ha az armatúra-visszahatástól eltekintünk, az indukciófluxus is változatlan. A mechanikai terhelés növekedésével a fordulatszám és ezzel az indukált U_i „ellenfeszültség” kisebb, az I_A armatúra-áram nagyobb lesz — a (3)-nak most megfelelő $I_A = (U - U_i)/R_A$ összefüggés szerint —, következésképpen nő a forgatónyomaték is, alkalmazkodik a megváltozott terheléshez. A mellékáramkörű motort az aránylag tág terhelési határok közt csak alig változó fordulatszám miatt főleg szerszám-gépek hajtására használják. A fordulatszámot a kapcsolófeszültséggel, a fluxus változtatásával (a gerjesztőkörbe iktatott ellenállással), vagy pedig az armatúrákörbe iktatott ellenállással lehet szabályozni. A vegyes vagy *kettős gerjesztésű motor* bizonyos mértékig egyesíti az előző két típus előnyeit, ti. a nagy indítónyomatékot és a közelítőleg állandó fordulatszámot.

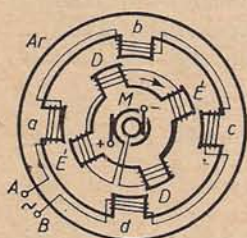
Az egyenáramú motorok forgási irányának megváltoztatásához vagy csak az armatúrában, vagy csak a mezőmágnesben kell az áram irányát megfordítani.

A modern egyenáramú gépek — generátorok és motorok — hatásfoka igen jó, a nagy gépeké elérheti a 95%-ot is.

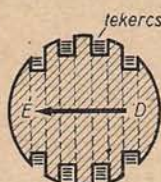
223. §. Váltakozó áramú generátorok és motorok; a háromfázisú áram

1. A váltakozó áramú generátorok, ill. ezek közül az egyfázisú generátor működésének alapelvét már a 209. és 222. §-ban, a 209,7. ábrán megismertük. Az ábrának megfelelő felépítésű, vagyis az áramot permanens mágnes pólusai közt levő vasmagos tekercs forgatásával fejlesztő kis generátor pl. a telefonhívás jelzésére helyenként még ma is használatos „telefoninduktor”, a kerékpárdinamóban és a „csipogó” zseblámpában viszont a tekercs helyett a permanens mágnes forog.

A nagy teljesítményű generátorokban — 1. a vázlatos 223,1. ábrát — a mágneses teret keltő M elektromágnes vagy mezőmágnes a forgórész (rotor), az ezt körülvevő, lemezelt vastestre csévélt tekercsekből álló Ar armatúra az állórész (sztátor). Az ábra esetében két póluspárt tartalmazó mezőmágnes tekercsei a gerjesztő egyenáramot



223,1. ábra



223,2. ábra

külső áramforrásból, ill. a rotor tengelyéhez kapcsolt dinamóból kapják a két csúszógyűrűvel érintkező keféken át. A sorba kapcsolt a, b, c, d armatúratekercsek közül két szomszédosnak a csévélési iránya ellentétes lévén, egy adott pillanatban mindegyik tekercsben azonos fázisú feszültség indukálódik (mert ha pl. a előtt egy északi, ugyanakkor b előtt egy déli pólus halad el), és így a fogyasztóval összekötendő A, B végek közti feszültség az egyes feszültségek összege. A váltakozó feszültségnek vagy áramnak egy teljes periódusa 2 póluspár esetén nyilván $1/2, p$ póluspár esetén pedig $1/p$ fordulat alatt jön létre. Mivel a váltakozó áramú generátorban nincsen „kefeszikrázás”, több tízezer volt feszültségű és több száz megawatt teljesítményű gépek is készíthetők.

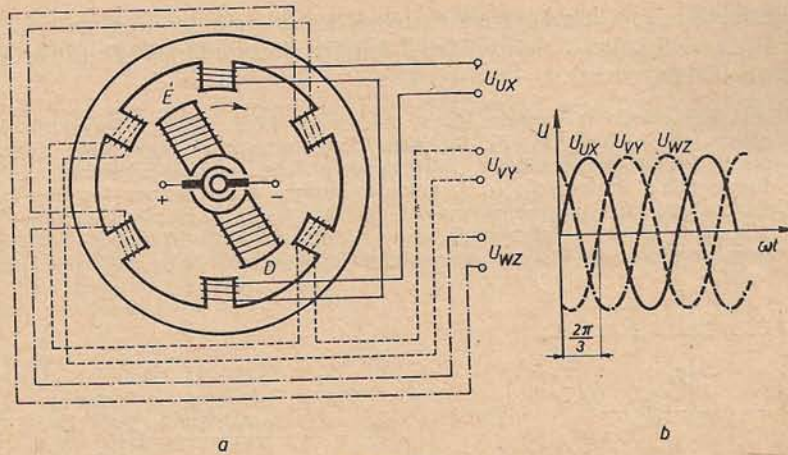
Előírt v frekvenciájú váltóáram előállítására a rotort szigorúan rögzített „szinkron fordulatszámmal” ($n = v/p$) kell járatni. Ilyen szinkrongenerátorok a közös hálózatra dolgozó generátorok az erőművekben.

A nálunk is használatos $v = 50$ Hz-es áramot előállító generátorok forgórészén — a póluskeréken — a póluspárok száma (p) a meghajtó erőgép fordulatszáma (n) szerint különböző. Lassú forgású gépek — dugattyús gép, vízturbina — esetében a nagy átmérőjű (4–8 m) keréken sok póluspár van (pl. $p = 36$, amikor is $n = v/p = 50/36 \text{ s}^{-1} = 83,3 \text{ min}^{-1}$), a nagy fordulatsámú ($n = 3000 \text{ min}^{-1}$) gőz- vagy gázturbinával meghajtott turbógenerátor kis átmérőjű (≈ 1 m) póluskeréken viszont csak 1 póluspárt alakítanak ki a hengeres vasmag hornyaiban elhelyezett tekercsek segítségével (223,2. ábra).

2. A háromfázisú generátor modelljét a 223,3. ábra szemlélteti, az egyszerűség kedvéért csak 1 póluspárral. Az állórészen úgy helyeznek el három, egyelőre egymástól független tekercset (tekercsrendszert), hogy a rotor forgatásakor mindegyiknek a két vége között egyenlő csúcsértékű, de egymástól páronként 120° -kal különböző fázisú váltakozó feszültség indukálódik:

$$U_{vX} = U_0 \sin \omega t, \quad U_{vY} = U_0 \sin (\omega t - 120^\circ), \quad U_{vZ} = U_0 \sin (\omega t - 240^\circ). \quad (1)$$

A generátor három armatúra- vagy fázistekercsének alkalmas összekapcsolása esetén háromfázisú áramrendszerről beszélünk (rövidebb neve háromfázisú áram vagy forgóáram).



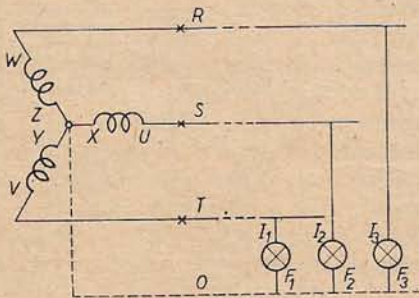
223,3. ábra

Az összekapcsolás egyik módja — a generátorban — a *csillag- vagy Y-kapcsolás* (223,4. ábra), amely a tekercsek X, Y, Z végeit a közös „csillagpontban” egyesíti. Így az energiát a fogyasztóhoz négy vezeték továbbítja: a szabad végekhez csatlakozó három *fázisvezeték* (R, S, T) és a rendszerint földelt, vékonyabb *nullvezeték* (0). A három tekercs másik összekapcsolási módja a soros, más néven *háromszög- vagy deltakapcsolás* (223,5. ábra), amikor is az energiát három fázisvezeték viszi a fogyasztóhoz. A generátor zárt áramkörében — ha nincs külső terhelés — nem folyik áram, mert az (1) alatti három feszültség összege minden pillanatban zérus.

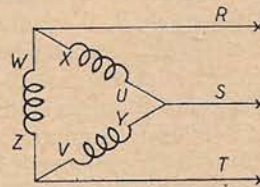
A generátor csillagkapcsolásának megfelelő, általánosan elterjedt *négyvezetékes háromfázisú rendszer* esetében a *fogyasztó számára kétféle feszültség áll rendelkezésre*: a valamelyik fázisvezeték és a nullvezeték közti *fázisfeszültség* (U_f , pl. U_{RO}) és a bármely két fázisvezeték közti *vonalfeszültség* (U_v , pl. U_{RS}). Könnyen kimutatható, hogy a *vonalfeszültség effektív értéke $\sqrt{3}$ -szor nagyobb a fázisfeszültségénél*:

$$U_{v, \text{eff}} = \sqrt{3} U_{f, \text{eff}}. \quad (2)$$

[A 223,4. ábra és (1) figyelembevételével ugyanis $U_{RS} = R_{RO} - U_{SO} = U_0 \sin \omega t - U_0 \sin(\omega t - 120^\circ) = 2U_0 \sin 60^\circ \cos(\omega t - 60^\circ) = \sqrt{3}U_0 \cdot \cos(\omega t - 60^\circ)$.] Ha pl. $U_{f, \text{eff}} = 220 \text{ V}$ — a szokásos világítási feszültség —, akkor $U_{v, \text{eff}} = 380 \text{ V}$; rendszerint erre a feszültségre méretezik az alább említendő háromfázisú motorokat.



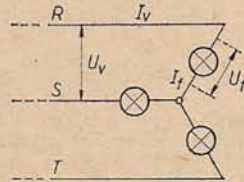
223,4. ábra



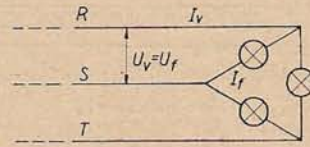
223,5. ábra

A kétféle feszültség, a háromfázisú motorok kiváló tulajdonságai és más előnyök (224. §) tették indokolttá a háromfázisú áramrendszer elterjedését (úttörői: TESLA és DOLIVO—DOBROVOLSZKIJ, 1890 körül).

A három fázisvezeték mindegyike és a nullvezeték közé egy-egy fogyasztót kapcsolva (a 223,4. ábra jobb oldalán F_1, F_2, F_3 , amelyek jelenthetik pl. egy város fogyasztóinak $1/3-1/3$ részét is), a nullvezetékben folyó áram a csomóponttörvény szerint minden pillanatban a fogyasztókon átmenő I_1, I_2, I_3 áramok összege. Ha a három fogyasztó váltakozó áramú ellenállása egyenlő, e szimmetrikus terhelés mellett I_1, I_2, I_3 csúcsértékei egyenlők, és így a nullvezetékben folyó áram erőssége $[I_0 \sin \omega t + I_0 \sin (\omega t - 120^\circ) + I_0 \sin (\omega t - 240^\circ) = 0$ miatt] minden pillanatban zérus. (Nem teljesen szimmetrikus terhelés esetén pedig viszonylag kicsiny, ezért



223,6. ábra



223,7. ábra

vékonyabb a nullvezeték a többinél.) Szimmetrikus terhelésnél tehát a nullvezeték fölösleges, természetesen a három fogyasztó megfelelő sarkai egyesítendők, ill. földelendők. Ez a *fogyasztók csillagkapcsolása* (223,6. ábra), amelynél (2) értelmében az egy-egy fogyasztóra eső $U_{f,eff}$ fázisfeszültség $\sqrt{3}$ -ad része az $U_{v,eff}$ vonalfeszültségnek, a fogyasztón átmenő $I_{f,eff}$ fázisáram pedig egyenlő az $I_{v,eff}$ vonalárammal:

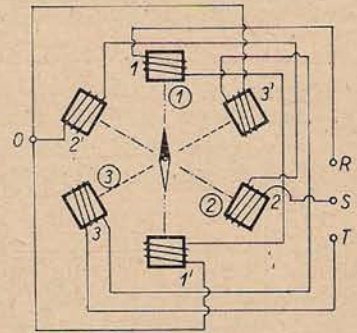
$$U_{f,eff} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{v,eff}, \quad I_{f,eff} = I_{v,eff}, \quad (3)$$

viszont a *fogyasztók háromszöghkapcsolása* (223,7. ábra) esetén

$$U_{f,eff} = U_{v,eff}, \quad I_{f,eff} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{v,eff}. \quad (4)$$

Mindkét ábrán R, S, T akár csillag-, akár háromszöghkapcsolású generátorból jövő fázisvezetéseket jelenthet.

3. Forgó mágneses tér (FERRARIS, 1885). Helyezzünk el a 223,8. ábra szerint három egyforma elektromágnes-póluspárt úgy, hogy tengelyeik (1, 2, 3) 120° szöggel következzenek egymás után, és bocsássunk a tekercsekbe háromfázisú áramot (pl. csillagkapcsolásban: a tekercsek 1', 2', 3' végeit egyesítjük, az 1, 2, 3 végeket pedig a háromfázisú hálózat R, S, T vezetékéhez kapcsoljuk). Ha a mágnespólusok közé mágnesűt — iránytűt — helyezünk, a tú gyors forgásba jön, ti. az ω körfrekvenciájú háromfázisú árammal táplált tekercsek együttesen olyan mágneses mezőt létesítenek, amelynek állandó nagyságú \mathbf{H} térerősség- vagy \mathbf{B} indukcióvektora ω szögsebességgel forog az ábra síkjára



223,8. ábra

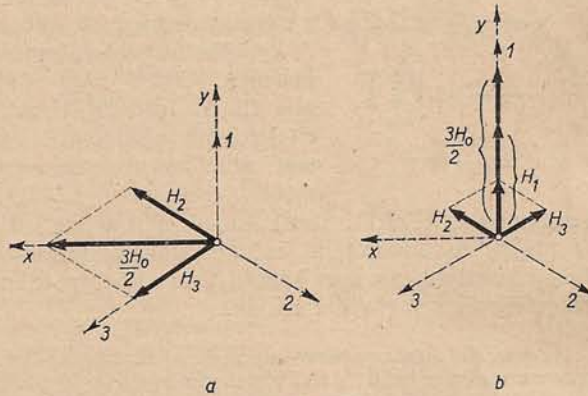
merőleges tengely körül. Ezt könnyen beláthatjuk, pl. úgy, hogy a három egyforma tekercspár által rendre az 1, 2, 3 irányban létesített

$$H_1 = H_0 \sin \omega t, \quad H_2 = H_0 \sin (\omega t - 120^\circ), \quad H_3 = H_0 \sin (\omega t - 240^\circ) \quad (5)$$

térerősségek eredőjét különböző t időpontokra megszerkesztjük.

Pl. $t=0$ -ra $(H_1, H_2, H_3) = (0, -H_0\sqrt{3}/2, +H_0\sqrt{3}/2)$, az eredő a 223,9a ábra szerint a balra irányuló, $3H_0/2$ nagyságú vektor; $\omega t=90^\circ$ -ra, azaz $t=T/4$ -re a $(H_0, -H_0/2, -H_0/2)$ értékhármast a b ábra szerint a felfelé mutató, $3H_0/2$ nagyságú vektort adja stb. Analitikai kimutatás: az eredő H térerősségnek az a ábrán megjelölt, egymásra merőleges x, y tengelyek menti komponensei, $H_x = H_0 \cos 150^\circ + H_3 \cdot \cos 30^\circ$ és $H_y = H_1 + H_2 \cos 240^\circ + H_3 \cos 120^\circ$, egyszerű számítás után: $H_x = (3/2)H_0 \cos \omega t$ és $H_y = (3/2)H_0 \sin \omega t$, ezek eredője pedig a jól ismert rezgésösszetevés szerint (87. § 2.) egy $(3/2)H_0$ nagyságú, ω szögsebességgel forgó vektor.

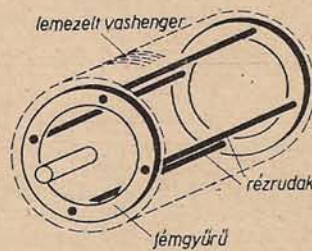
Az utóbbi bizonyítás arra utal, hogy forgó mágneses tér keletkezik akkor is, ha csak két egyforma, egymásra merőleges x és y tengelyű póluspárt alkalmazunk, és ezek tekercseibe egyenlő effektív erősségű, de 90° -kal különböző fázisú váltóáramot — kétfázisú áramot — bocsátunk. (A kísérletet megvalósíthatjuk közönséges egyfázisú váltóárammal is, ha az egyik tekercs elé ohmos ellenállást, a másik elé megfelelő fojtótekercset kapcsolunk.) A két tekercs $H_x = H_0 \cos \omega t$ és $H_y = H_0 \sin \omega t$ mezőjének eredője nyilván a forgó H_0 vektor. — A forgó mágneses térben megfelelően elhelyezett katódsugárcső ernyőjén kör alakú görbe látható, jelöljük annak, hogy az eltérített katódsugár okozta fényfolt kör mentén mozog.



223,9. ábra

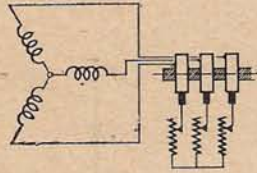
4. Váltakozó áramú motorok. a) Az aszinkron vagy indukciós motorok működése a forgó mágneses tér következő indukciós hatásán alapszik. Ha tengelyre szerelt fémhengert (vagy zárt keretet, ill. tekercset) forgó mágneses térbe helyezünk, a henger forgásba jön, mert a benne indukálódott (örvény)áramok Lenz törvénye szerint a henger és a forgó mágneses tér kölcsönös helyzetének változását akadályozni igyekeznek, vagyis a hengert a mágneses tér forgásának irányában elforgatják.

A háromfázisú aszinkron motorok állórészének tekercselése megegyezik a háromfázisú generátoréval (l. a vázlatos 223,3. ábrát). Az ebbe a tekercsrendszerbe pl. a 223,8. ábrának megfelelően bevezetett háromfázisú áram hozza létre a forgó mágneses teret. A forgórész kivitele szerint két fő típus különböztethető meg. A rövidre zárt vagy kalitkás forgórészű motor (DOLIVO—DOBROVOLSZKIJ, 1889) forgórésze lemezelt vashengerbe ágyazott rézrudakból áll, amelyeket a henger két homlokfelületén egy-egy fémgyűrű rövidre zár (223,10. ábra). A háromfázisú áram bekap-



223,10. ábra

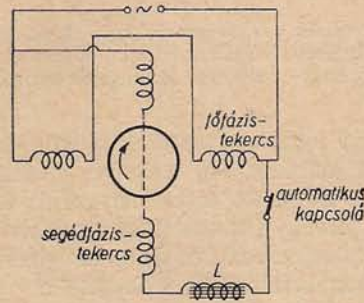
csolásakor a rotor az említett okból forgásba jön, és fokozatosan felgyorsul, de fordulatszáma a forgó mágneses mezőt nem érheti el. Ha ugyanis a rotor ezt a „szinkron fordulatszámot” elérné — azaz a forgó mágneses térhez képest nyugalomban lenne —, benne áram nem indukálódna, és így a motor még a legcsekélyebb súrlódás legyőzéséhez szükséges forgatónyomatékot sem tudná kifejteni. A súrlódás és a külső terhelés folytán tehát a rotor fordulatszáma kisebb a szinkron fordulatszámánál, innen van az aszinkron elnevezés. Növekvő terheléssel a fordulatszám csökken, az indukált áramok nőnek, mindaddig, míg az emiatt megnövekedett forgatónyomaték a munkavégzésre elegendő nem lesz. A



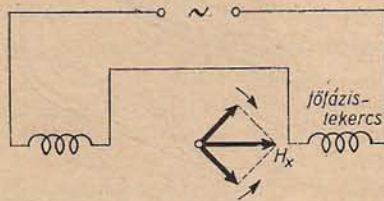
223,11. ábra

mágneses tér és a rotor fordulatszámának relatív különbsége, $s = (n - n')/n$ az ún. *csuszamlás (szlip)*, amely még a megengedett legnagyobb terhelés esetén is csak kb. 3–6%. A kalitkás forgórésű motor igen egyszerű szerkezete (nem kellnek kefék), nagy indítónyomatéka és a terheléstől alig függő fordulatszáma miatt a legököltebb és legelterjedtebb elektromos gépek egyike. A „lágyabb indítást” lehetővé tevő *csúszógyűrűs forgórésű motor* forgórésének vasmagján csillagkapcsolású háromfázisú tekercsrendszer van (223,11. ábra). Ennek három szabad végét a tengelyre szerelt három fémgyűrűhöz kapcsolják, és szénkeféken át csillagkapcsolású indító ellenálláshoz csatlakoztatják, amelyet azután üzem közben fokozatosan kiiktatnak, és ezáltal a rotortekercseket rövidre zárják.

Az egyfázisú indukciós motor forgórésze a háromfázisú motoréhoz hasonló, azaz vagy háromfázisú tekercselésű, vagy kalitkás, az állórész vasmagján pedig általában két tekercs van: az egyfázisú hálózatról táplált főfázis-tekercs és az indításhoz használt *segédfázis-tekercs* (223,12. ábra). A főfázis-tekercs tengelye irányában időbelileg változó $H_x = H_0 \sin \omega t$ mágneses teret hoz létre, amely két, egymással szemben forgó mágneses térre bontható fel (223,13. ábra). E két mágneses tér által létesített forgatónyomaték egyenlő nagyságú és ellentétes értelmű, ha a rotor áll — tehát a motornak nincs indítónyomatéka —, de ha a rotort külső erővel kellő sebességű forgásba hozzuk, az előbbi szimmetria megszűnik, a két forgatónyomaték már nem egyenlő, és így a rotor tovább foroghat. Az indítást rendszerint elektromos úton valósítják meg úgy, hogy a segédfázis-tekercsben fojtótekercs vagy kondenzátor segítségével a főfázis-tekercs áramához képest fázisban csaknem 90° -kal eltolt áramot hoznak létre. Az így kialakult kétfázisú áram forgó mágneses térében a rotor forgásba jön, a megfelelő fordulatszám elérésekor pedig a segédfázis automatikusan lekapcsolódik. Az egyfázisú motor távolról sem rendelkezik olyan kedvező tulajdonságokkal, mint a háromfázisú, de ott, ahol háromfázisú hálózat nem áll rendelkezésre, gyakori alkalmazást nyer, pl. háztartási hűtőszekrényekben és mosógépekben.



223,12. ábra



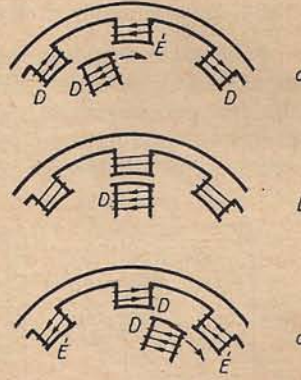
223,13. ábra

b) A *szinkronmotorok* fő jellemzője, hogy fordulatszámukat (n) a hálózati frekvencia (ν) és a gép póluspárjainak száma (p) határozza meg: $n = \nu/p$ (l. az 1. pontot). Felépítésük megfelel a szinkrongenerátorokénak — minden, akár egyfázisú, akár háromfázisú generátor motorként is használható —, tehát a nagyobb motorok a mezőmágnes gerjesztésére külön egyenáram-forrást igényelnek. A szink-

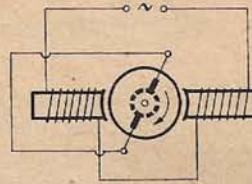
ronmotor az áram bekapcsolásakor nem indul meg, hanem „felpörgetéssel” megfelelő szögsebességű forgásba kell hozni, a méretezettnél nagyobb terhelés esetében pedig kiesik a szinkronfordulatból, és megáll. Az egyfázisú szinkronmotor működését a 223,14. ábra vázolja. Ha egy pillanatban a rotornak pl. az egyik déli pólusa az állórészhez képest az *a*) helyzetben van, akkor a rotor nyilván a nyíl irányában fordul el. A *b*) helyzetben azonban állva maradna, ha éppen akkor a váltakozó áram irányváltása miatt az állórész előbbi *E* pólusa *D*-vé nem változnék; e változás miatt a rotor *c*)-nek megfelelően továbbfordul. Kisméretű szinkronmotorokat használnak pl. elektromos szinkronórákban, gramofonokban, regisztráló készülékekben a papírszalag mozgatására. Az indításhoz gyakran „segédfázist” alkalmaznak.

c) A váltakozó áramú motorok egyéb fajtái közé tartozó *kommutátoros motorok* szerkezete lényegében megegyezik a 222. §-ban megismert egyenáramú motorokéval (amelyek forgásiránya tudvalevően az áram irányától független), de a forgórészén kívül az állórész vasmagja is lemezelt a folytonos átmágneseződéssel kapcsolatos örvényáramú veszteségek elkerülése végett. A *repulziós motor* szintén az egyenáramúhoz hasonló szerkezetű, de más — a 223,15. ábrán vázolt — kapcsolású motor. Az egyfázisú váltóáramot csak az állórész tekercsein vezetik át, a keféken keresztül rövidre zárt forgórészben csupán az állórész által indukált áram folyik. A gép fordulatszámja és forgásiránya a kefék állításával kényelmesen változtatható.

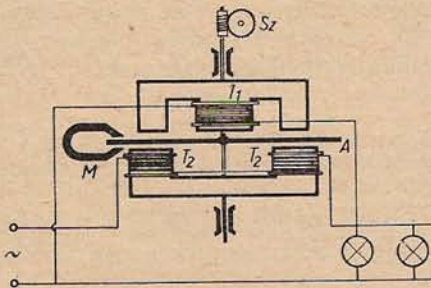
Az *indukciós fogyasztásmérő* (energiaszámláló vagy „villanyóra”, 223,16. ábra) sokmenetű T_1 feszültségi tekercse és a fogyasztókkal sorosan kapcsolt T_2 áramtekercse olyan mágneses teret létesít, amely a két vasmag közötti *A* alumínium tárcsát a benne keletkező örvényáramok révén forgásba hozza. A tárcsa felgyorsulását a permanens *M* „fém-mágnes” akadályozza meg örvényáramú csillapítás útján (212. §). Kimutatható, hogy a tárcsa fordulatainak száma arányos a fogyasztott elektromos energiával, s így ez az energia a forgó tárcsához kapcsolt *Sz* számlálószerkezeten közvetlenül leolvasható.



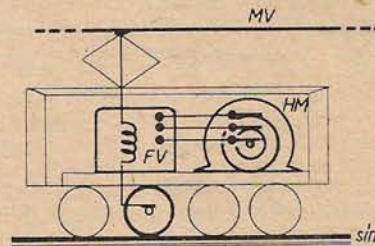
223,14. ábra



223,15. ábra



223,16. ábra

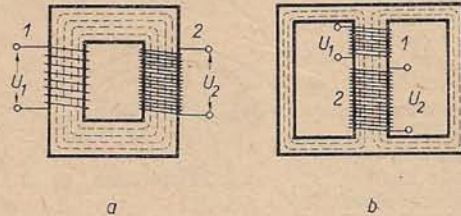


223,17. ábra

Az elektromos gépek egyes felhasználási területein, pl. a nagyvasúti villamos vontatásban többféle gépből álló *gépcsoportot* alkalmaznak. Így pl. a *Kandó-féle fázisváltós mozdonyban* (KANDÓ KÁLMÁN, 1917) az első gépcsoportot egyfázisú váltóáram táplálja — úgyhogy elegendő a sínek középvonalában kifeszített egyetlen „munkavezeték” (a vázlatos 223, 17. ábrán *MV*) —, a mozdonyt hajtó motor (*HM*) viszont többfázisú indukciós motor, amelynek alkalmazása e motortípus kiváló tulajdonságai miatt gazdaságos. A hajtómotort tápláló többfázisú áramot a mozdonyon állítja elő a *szinkron fázisváltó* (*FV*); ez lényegében az egyfázisú szinkronmotor és a többfázisú szinkrongenerátor kombinációja.

224. §. Transzformátor. Az elektromos energia átvitele. Szikrainduktor

1. A transzformátor általában közös vasmagra szerelt két tekercsből (az 1 primer és a 2 szekunder tekercsből) álló berendezés, amellyel a váltakozó áram feszültsége, ill. erőssége egyszerűen és csaknem tetszőleges arányban átalakítható. Éppen ez a transzformálhatóság jelenti a váltakozó áram nagy előnyét az egyenárammal szemben. A két tekercs közti induktív kapcsolat minél szorosabbá tétele érdekében



224.1. ábra

a vasmag — amelyet az örvényáramokra és a hiszterézisre való tekintettel szilícium tartalmú vaslemezekből állítanak össze — zárt mágneses kört alkot a 224.1a vagy b ábra szerint (mag-, ill. köpenytranszformátor). Így a tekercsek áramai által keltett mágneses indukcióvonalak gyakorlatilag teljesen a vasban haladnak, a „mágneses szórás” igen csekély (217. §). A tekercseket gyakran — megfelelően elszigetelve — egymásra csévélik. A transzformátor

főbb tulajdonságait célszerű két lépésben megvizsgálni.

a) A nyitott szekunder tekercsű terheletlen (üresjárású) transzformátor primer tekercsére $U_1 = U_{10} \sin \omega t$ feszültséget kapcsolva, az n_1 menetszámú primer tekercsben időben váltakozó I_m mágnesezési vagy üresjárási áram folyik, amely az R_m mágneses ellenállású vasmagban [(217,4–5) szerint, pl. az MKSA-rendszert véve alapul]

$$\Phi = \frac{n_1 I_m}{R_m} \quad (1)$$

indukciófluxust hoz létre. Az R_1 ohmos ellenállású 1 zárt körben az $n_1 \Phi$ fluxus időbeli változása miatt $U_i = -n_1 d\Phi/dt$ indukált feszültség keletkezik, úgyhogy a huroktörvény értelmében $U_1 + U_i = R_1 I_m$. Ez az egyenlet, mivel a primer kör ohmos ellenállása általában elhanyagolható az induktív ellenálláshoz képest, $U_1 + U_i = 0$ -ra egyszerűsödik, vagyis

$$U_{10} \sin \omega t = n_1 \frac{d\Phi}{dt}; \quad \text{innen} \quad \Phi = -\frac{U_{10}}{\omega n_1} \cos \omega t = \frac{U_{10}}{\omega n_1} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (2a-b)$$

Ez a primer feszültség által teljesen meghatározott Φ fluxus átmegy a 2 tekercs mind az n_2 számú menetének felületén, úgyhogy a szekunder tekercsben indukált feszültség:

$$U_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{n_2}{n_1} U_{10} \sin \omega t = -\frac{n_2}{n_1} U_1, \quad (3)$$

a menetszámok arányában nagyobb vagy kisebb a külső primer feszültségnél, és ezzel ellentétes fázisú.

Az I_m üresjárási áramot (1) értelmében a (2b) szerinti fluxus és a vasmag R_m mágneses ellenállása szabja meg. Mivel R_m a vasmag méretein kívül a μ permeabilitástól, μ pedig az áramerősségtől és az előzetes mágnesezéstől is függ, az I_m nem is szinuszos áram, pontos kifejezése igen bonyolult. Közelítőleg azonban, állandónak

vett μ , ill. R_m esetén (1) és (2b) szerint I_m fázisban $\pi/2$ -vel elmarad az U_1 feszültséghez képest, vagyis az I_m üresjárási áram közelítőleg teljesítmény nélküli áram (221. §).¹ Ez a kísérletileg is könnyen kimutatható tény az oka pl. annak, hogy a villanycsengek működtető kis transzformátorok, az ún. csengőreduktorok primer tekercse állandóan a hálózatra kapcsolva tartható, a fogyasztást a „villanyóra” nem jelzi.

b) A megterhelt transzformátor szekunder körében az e körbe iktatott fogyasztó impedanciájától függő, I_2 pillanatnyi intenzitású áram kering, amely a vasmagban $\Phi_2 = n_2 I_2 / R_m$ fluxust hoz létre. Ezáltal azonban megváltoznék az előbbi Φ fluxus, márpedig Φ -t a primer feszültség, ill. a terhelés esetén is fennálló (2a) vagy (2b) egyenlet teljesen meghatározza. Következésképpen most a külső áramforrásnak az I_m üresjárási áramon kívül olyan I_1 terhelési primer áramot is kell szolgáltatnia, hogy az I_1 létrehozta Φ_1 fluxus éppen kompenzálja a Φ_2 fluxust: $\Phi_1 + \Phi_2 = n_1 I_1 / R_m + n_2 I_2 / R_m = 0$. Ebből

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{n_2}{n_1}, \quad (4)$$

a két körben a terhelési áramok a megfelelő menetszámokkal fordítva arányosak, és ellentétes fázisúak.

A pillanatnyi teljesítmény a primer körben $U_1 I_m + U_1 I_1$, a szekunder körben pedig $U_2 I_2$, vagy (3) és (4) miatt $U_1 I_1$. Az időbeli átlagértéket képezve, az I_m áram említett wattnélkülisége miatt $\overline{U_1 I_m} \approx 0$, és így $U_{1,\text{eff}} I_{1,\text{eff}} \cos \varphi_1 \approx U_{2,\text{eff}} I_{2,\text{eff}} \cos \varphi_2$, vagy $P_1 \approx P_2$, az átlagos teljesítmény a primer és a szekunder oldalon közelítőleg egyenlő. A különböző veszteségek — az örvényáramú és a hiszterézisveszteségekből összetevődő vasveszteségek, továbbá a tekercsek ohmos ellenállásából származó réz- vagy tekercsveszteségek — viszonylag kicsinyek, úgyhogy a jól szerkesztett nagy transzformátorok hatásfoka ($\eta = P_2/P_1$) a 98–99%-ot is elérheti.

Aszerint, amint az n_2/n_1 áttételi viszony vagy áttétel 1-nél nagyobb vagy kisebb, fel-, ill. letranszformálásról beszélünk. Az előbbivel igen nagy feszültségek, az utóbbival igen nagy áramerősségek állíthatók elő.

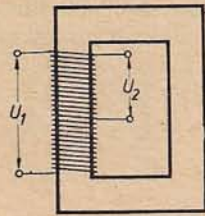
A transzformátor elvét először JABLOCSKOV alkalmazta (1876), a nagymértékű tökéletesítés és a gazdaságos energiaátvitelre való felhasználás BLÁTHY OTTÓ TITUSZ, DÉRI MIKSA, ZIPERNOVSZKY KÁROLY és a budapesti GANZ-gyár érdeme (1885).

A különleges szerkezetű vagy rendeltetésű transzformátorokra példák: a *takarék- vagy auto-transzformátor* vasmagján csak egy, megcsapolásokkal ellátott tekercs van (224,2. ábra); a szintén ilyen típusú *toroid transzformátornak* — induktív feszültségosztónak — gyűrűszerű vasmagon levő tekercséről a kívánt szekunder feszültség forgatható érintkezőkarral vehető le (224,3. ábra); a *feszültség-szabályozó transzformátorokban* az n_2/n_1 áttétel alkalmas kapcsolószerkezettel változtatható; a *mérőtranszformátorok* a mérendő nagy vagy kis feszültséget, ill. áramot a szokásos mérőműszereknek megfelelő értékűre alakítják át; az *ihégesztő transzformátorok* mágneses körét úgy tervezik, ill. szabályozzák, hogy az erős rövidzárási áramok ne okozzanak károsodást; a *kisfrekvenciás indukciós kemencék* vasmagján hőálló szigetelőkből készült vályút helyeznek el, az ebben levő olvadt fém képezi az 1 menetű szekunder tekercset (224,4. ábra); a nagyfrekvenciás kivitelben nem alkalmaznak vasma-

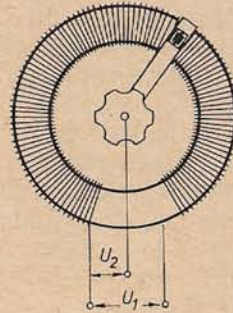
¹ Másképpen: A primer tekercs induktív ellenállása (szinuszosnak feltételezett üresjárási áram esetében $L_1 \omega$) igen nagy az R_1 ohmos ellenálláshoz képest, és így $\tan \varphi = L_1 \omega / R_1 \gg 1$ miatt $\varphi \approx \pi/2$, $P_1 = U_{1,\text{eff}} I_{m,\text{eff}} \cos \varphi \approx 0$.

² A szekunder körben indukált feszültséget (e.m.e.-t) terhelés esetén is (3) adja meg: $U_2 = (n_2/n_1) U_{10} \sin(\omega t - \pi)$, a fogyasztó sarkai közt fellépő *kapocsfeszültség* azonban lényegesen függ a fogyasztó váltakozó áramú ellenállásától is.

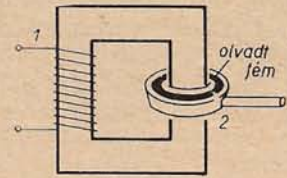
got. A rádiótechnikában használt *hangfrekvenciás transzformátorokkal* szemben a fő követelmény, hogy azok az egész hangfrekvenciasávot ($\nu \approx 20-20\,000$ Hz) lehetőleg egyenletesen vigyék át; a *közép- és nagyfrekvenciás transzformátorok* közül az előbbiek a vasvesztés csökkentése céljából nyitott vasmagot vagy „porvasmagot” tartalmaznak, az utóbbiak rendszerint vasmag nélküliek.



224,2. ábra



224,3. ábra



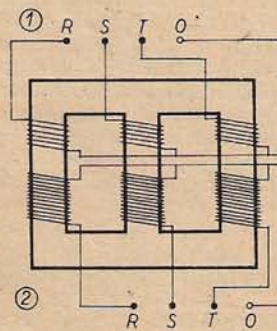
224,4. ábra

2. Az *elektromos energia átvitelével* kapcsolatban tegyük fel, hogy az erőmű U pillanatnyi feszültséget szolgáltató generátorát a fogyasztóval R ellenállású távvezeték köti össze, és az áram erőssége I . A generátor pillanatnyi teljesítménye UI , ebből a távvezetékben kárba vész I^2R , követelmény tehát

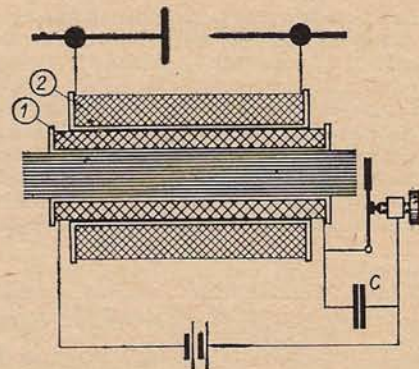
$$\frac{I^2R}{UI} \text{ csökkentése adott } UI \text{ mellett.} \quad (5)$$

Az R ellenállás csökkentése a vastag vezetékek és megfelelő tartószerkezetek alkalmazása miatt nagyon költséges lenne, ezért sokkal célszerűbb I -t csökkenteni és U -t növelni: az *energiaátvitel csak megfelelően nagy feszültség mellett gazdaságos.*

Az erőművek váltakozó áramú generátorainak 6–12 kV feszültségét feltranszformálják úgy, hogy az országrészek vagy országok közti távvezetékek többnyire 120 kV, ill. 220 kV vagy még nagyobb feszültségűek. Ezt a nagy feszültséget a fogyasztókba való vezetés előtt — több fokozatban — letranszformálják. A nagy-



224,5. ábra

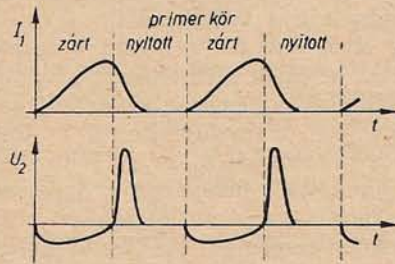


224,6. ábra

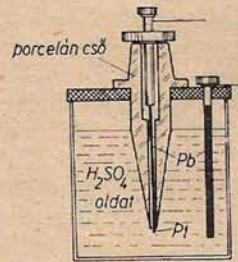
feszültségű transzformátorok olajszigetelésűek. Az elektromos energia előállítását, továbbítását és felhasználását jelenleg csaknem kizárólag *háromfázisú rendszerben* valósítják meg, a feszültség-átalakításra vagy három egyfázisú transzformátort, vagy közös vasmagra épített *háromfázisú transzformátort* alkalmaznak (224,5. ábra).

3. A *szikrainduktor* (induktor; RUHMORFF, 1850) kis egyenfeszültséget nagy váltakozó feszültséggé alakít át. Szerkezete és működése a transzformátoréhoz hasonló (224,6. ábra). A vasmagos, viszonylag kevés menetű primer tekercsbe vezetett áramot pl. az elektromos csengőnél megismert „kalapácsos szaggató” periodikusan megszakítja, ezáltal a sokmenetű szekunder tekercsben nagy (de nem szinuszos) váltakozó feszültség indukálódik.

Az induktor vasmagja azért nem zárt, mert a zárt vasmaggal járó sokkal nagyobb induktivitás már gátolná a primer áram megfelelően gyors változását. A C kondenzátorral elérhető, hogy az áram megszakításakor a két kontaktus közt képződő ív hamarabb kialszik. Ily módon a primer áram $I_1 = I_1(t)$



224,7. ábra



224,8. ábra

görbéjének nyitási szakasza jóval meredekebb a zárásnál, következésképpen a nyitáskor indukált szekunder feszültség sokkal nagyobb (224,7. ábra). A leírt fajtájú áramszaggatás esetében nyert szekunder feszültség tehát — megközelítőleg — szaggatott egyenfeszültségnek tekinthető, és így pl. egyenfeszültséget igénylő kisülési csövek táplálására is alkalmazható. Induktor állítja elő az Ottomotorokban a gyújtást létesítő szikrát is.

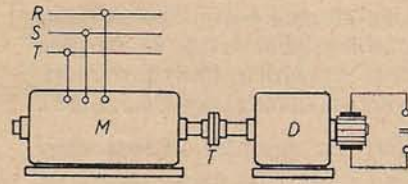
A kalapácsos szaggatónál sokkal hatásosabb pl. a 224,8. ábrán feltüntetett *elektrolitikus szaggató* (WEHNELT, 1899): a platinacsúcsnál elektrolízis és Joule-hő következtében gőzbuborék képződik, ezáltal az áram megszakad, majd a buborék gyors megszűnése után újból megindul. Megfelelő áramszaggatókkal ellátott nagy induktorokkal 100 000 V-ot meghaladó feszültségek és 1 m-nél nagyobb szikrák is előállíthatók.

Az induktorhoz hasonló, de kisebb *indukciós készülékeket* olykor pl. váltóáramú hidak áramforrásaként („zűmmögők”) és egyes fiziológiai vizsgálatokban alkalmazzák.

225. §. Áramátalakítók, egyenirányítók

Az *áramátalakítók* valamely — rendelkezésre álló — áramnemet más áramnemé változtató elektromos gépek vagy készülékek. Egyik csoportjukat képezik a *forgó áramátalakítók*, a másikat pedig a főleg az elektromos szelephatáson alapuló *áramirányítók*, speciálisan a váltakozó áramot egyirányú árammá, ill. egyenárammá alakító *egyenirányítók*.

1. A *forgó áramátalakítók* közül gyakrabban használatosak a következők: a) A *motorgenerátor* a rendelkezésre álló áramnemnek megfelelő elektromotorból és a kívánt áramnem előállító generátorból álló, rendszerint tengelykapcsolóval összekötött gépcsoport. Pl. a 225,1. ábrán vázolt *motor-*

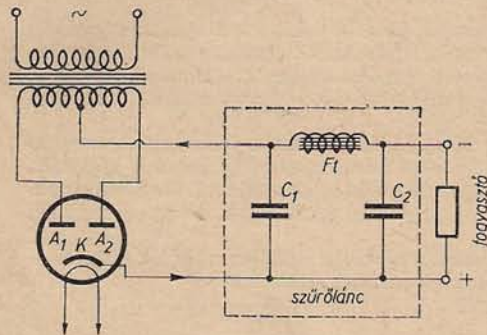


225.1. ábra

szinkrongép, amely adott periódusú háromfázisú árammal való meghajtás esetén a kívánt periódusú áramot állítja elő. Rendszerint aszinkron motorok fordulatszámának szabályozására használatos, pl. az új Ganz—Kandó-rendszerű mozdonyokban.

2. Egyenirányítók. Erős áramok egyenirányítására az előbb említett motor-dinamón és konverteren kívül *mechanikus egyenirányítók* is alkalmazhatók, amelyek a váltakozó áram frekvenciájával szinkron forgó vagy rezgő kapcsolószerkezetek. A szelephatáson alapuló fontosabb egyenirányítók a következők.

A *vákuumdiódás egyenirányító* működési elvét már a 199. §-ban megismertük. A közönséges dióda a váltakozó áramnak csak az egyik „félhullámát” hasznosítja; a mindkét félhullámot értékesítő *kétutas (kétoldalas) egyenirányítás* két anóddal rendelkező *kettős dióddával* és középleágazású transzformátorral valósítható meg a 225.2. ábra szerint. A C_1 , C_2 kondenzátorokból és az Ft fojtótekercsből (vagy ohmos ellenállásból) álló *szűrőlánc*, amelynek hiányában a fogyasztón a 222.2 ábrán vázolt „lüktető egyenáram” menne át, az áram lüktetését csökkenti, ill. megfelelő méretezés esetén szinte teljesen megszünteti. A lüktető egyenáram ugyanis egy tiszta egyenáram és egy (nem szinuszos) váltakozó áram szuperpozíciójának tekinthető, és a váltakozó áramú komponens C_1 , C_2 rövidre zárják, emellett



225.2. ábra

részére Ft is nagy ellenállást jelent. A fenti készülék általánosan használatos pl. rádió- és televíziókészülékek működtetéséhez (*anódpótló*).

A *higanygőzös egyenirányító* működése azon alapszik, hogy „higanykatódos elektroncsövön” is csak akkor halad át áram, ha a higany a negatív elektród, mert az ívkisüléshez szükséges elektronokat a higanyon képződő „izzókatód-folt” bocsátja ki (201. § 3.). A 225.3. ábrán vázolt berendezés működésbe hozásához a csövet megbilentik, visszabilenéskor a higany és az SA segédanód (szintén higany) közt

ív keletkezik, amely azután SA-ról a nagyobb pozitív feszültségű főanódokra (A_1 , A_2) ugrik át. A higanygőzös egyenirányító csövek — több ezer amperesek is vannak — szabályozás céljából vezérlőrácot is tartalmazhatnak (*tiratron*, 201. § 4.).

A *félvezető egyenirányítókkal* a 207. §-ban már foglalkoztunk. A szelén- és kuprox (rézoxidul)-egyenirányítókkal általában $0,1 \text{ A/cm}^2$, a germániumdiódákkal kereken 1 A/cm^2 , a modern *szilíciumdiódákkal* pedig 50 A/cm^2 áramsűrűség érhető el, úgyhogy az utóbbiak az erősáramú elektrotechnikában egyre inkább kiszorítják

dinamó esetében M háromfázisú motor, D pedig egyenáramú dinamó, T a tengelykapcsoló. *b)* A *konverter* egyetlen forgórészrel rendelkező gép, amely a kapcsolás módjának megfelelően vagy egyenáramot alakít át többfázisú árammá, vagy megfordítva. *c)* A *fázisváltó* segítségével az egyfázisú váltóáram három- vagy többfázisú váltóárammá alakítható. A Ferraris—Arno-féle aszinkron fázisváltó felépítése szerint lényegében egyfázisú hálózatról táplált, rövidre zárt forgórészű háromfázisú motor; a Kandó-féle szinkron fázisváltóra nézve l. 223. § 4. *d)* A *periódus-átalakító* két, egymással tengelykapcsolóval egybekötött

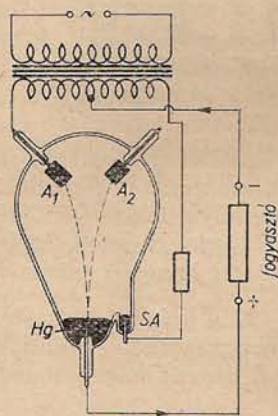
az egyéb egyenirányítókat. Egy-egy dióda (cella) csak a fajtájától függő feszültségig használható, nagyobb feszültségek esetén több cellát kell sorba kapcsolni. Félvezető diódákkal kétutas egyenirányítás pl. a *Graetz-kapcsolással* valósítható meg (225,4. ábra): az egyik félperiódusban az 1, a másikban a 2 jelzésű diódák engedik át az áramot.

A tiratronhoz hasonló rendeltetésű, különféle szabályozási célokra alkalmas félvezető egyenirányító a *tirisztor*, amely rendszerint szilíciumból készült, egymáshoz csatlakozó *p, n, p, n* típusú rétegből áll; az első *p*, a második *n* és a második *p* réteg rendre a tiratron katódjának, anódjának és rácsának felel meg.

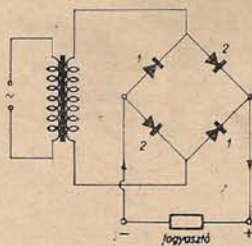
226. §. Elektroakusztikai eszközök (mikrofon, telefonhallgató, hangszóró, magnetofon)

1. A *mikrofonok* a hangrezgéseket elektromos rezgésekké alakítják át. A *szénmikrofonban* (REISZ, 1861; BERLINER, 1887; 226,1. ábra) az *M* vékony fémlemez vagy membrán és az *Sz* széntömb közötti teret egymással lazán érintkező grafit szemcsék töltik ki. A hanghullámok által rezgésbe hozott membrán többé-kevésbé összenyomja a grafit szemcséket, s így a mikrofon ellenállása és a *T* telep árama a hangrezgéseknek megfelelően változik. Ezt a hang által *modulált* vagy hangfrekvenciás áramot rendszerint az *Mt* mikrofontranszformátor (és erősítő) közbekutatásával juttatják a felhasználás helyére. Az érzékeny, de meglehetősen torzítást létesítő szénmikrofon ma kizárólag telefonkészülékekben használatos.

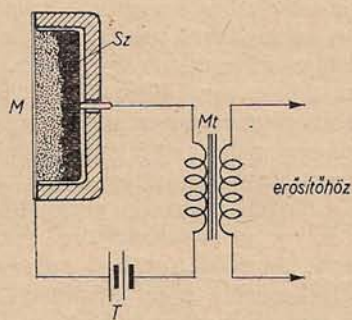
A sokkal tökéletesebb *dinamikus mikrofon* azon alapszik, hogy a mágneses térben elhelyezett és a hanghullámok által rezgésbe hozott tekercsben vagy fémszalagban (*lengőtekercses*, ill. *szalagmikrofon*) megfelelően változó feszültség indukálódik (183. §). A *kondenzátormikrofon* (226,2. ábra) egyik „fegy-



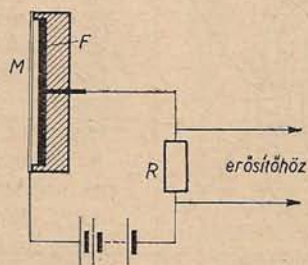
225,3. ábra



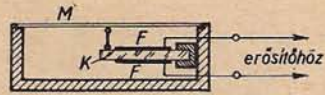
225,4. ábra



226,1. ábra



226,2. ábra

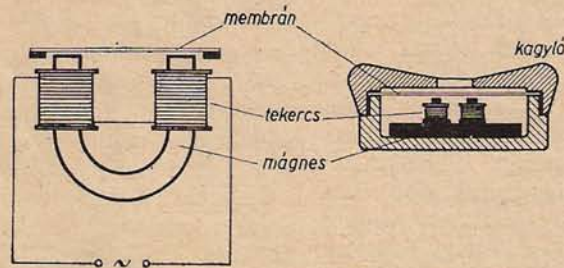


226,3. ábra

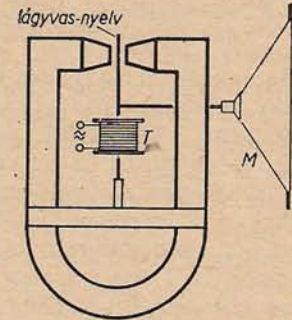
verete” a vastagabb F fémlap, a másik az ettől kb. 10μ távolságban levő, igen vékony alumínium membrán (M). A hanghullámok a membránt rezgésbe hozzák, és az így bekövetkező kapacitásváltozások folytán a töltő és kisütő áramok erőssége, ill. az R munka-

ellenálláson jelentkező feszültség a hangfrekvenciának megfelelően változik. A *kristálmikrofon* a piezoelektromos hatáson (167. §) alapszik. Az egyik végén befogott kristálylemezket (K , 226,3. ábra) a hang által rezgetett membrán (M) hajlítási rezgésekre készíti, ezáltal a lemez két oldalára párologtatott F — F fémelektrodok között hangfrekvenciás feszültség jön létre.

2. A *telefonhallgatók* (*fejhallgatók*) és *hangszórók* a hangfrekvenciás áramot hangrezgésekké alakítják vissza. A *telefonhallgatóban* (BELL, 1876; 226,4. ábra) permanens mágnesű maggal készített elektromágnes előtt lágyvas membrán helyez-



226,4. ábra

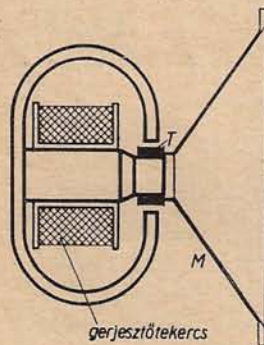


226,5. ábra

kedik el. A permanens mágnes erőssége a tekercsen átvezetett hangfrekvenciás áramnak megfelelően változik, és így a membrán a megfelelő hangrezgéseket végzi. (Permanens mágnes helyett lágyvas mag alkalmazása esetén a membrán kétszer akkora frekvenciával rezegne. — A *Bell-féle telefonban* mikrofonként is fejhallgatót használtak; ebben az esetben a hang által rezgésbe hozott membrán mozgása

folytán a tekercsben hangfrekvenciás áram indukálódik.)

A hangot nagyobb térrészbe kisugárzó *hangszórók* membránja rendszerint nagy felületű, pereme mentén befogott papírkúp. A régebben használatos *lengőnyelves hangszórónál* (226,5. ábra) tökéletesebb *dinamikus hangszóró* (226,6. ábra) M membránját a végére erősített, permanens mágnes vagy elektromágnes gyűrű alakú légrésében levő T tekercsen átvezetett hangfrekvenciás áram hozza rezgésbe. A kondenzátor-, ill. a kristálmikrofon elvén működik az *elektrosztatikus*, ill. a *kristályhangszóró*. Az igen nagy hangteljesítményű, de erős torzítású *pneumatikus hangszóróban* a hangfrekvenciás áram alkalmas szelep működtetésével — az emberi gégehez hasonlóan — levegőáram erősségét változtatja a kellő ütemben.



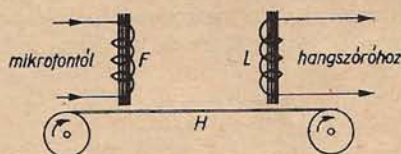
gerjesztőtekerccs

226,6. ábra

3. A hangrögzítés terén a *mechanikai hangrögzítésről* (fonográf, gramfon) már a 107. § 2.-ben említés történt. A lemezre rögzített hang visszajátszása a *hangszedő* (*pick-up*) segítségével valósítható meg: a hangszedőnek a lemezjátszóval forgatott hanglemeze helyezett tűjét a lemez hangbarázdái rezgésbe hozzák, e mechanikai rezgéseket a hangszedő átalakítja elektromos feszültség- vagy áramingadozásokká, amelyekkel erősítés után hangszórót működtetnek. Az átalakítás módja szerint pl. elektromágneses, dinamikus és kristályhangszedők különböztethetők meg.

A *mágneses hangrögzítés* (POULSEN, 1898) mai készüléke a *magnetofon*. A hang felvételekor a felerősített mikrofonáram egy keskeny légrésű elektromágnesnek (a vázlatos 226.7. ábrán az F „felvevőfejnek”) a tekercsbe jut, és így a felvevőfej a mikrofonáram ingadozásainak megfelelően mágnesezi a légrés előtt állandó sebességgel haladó, mágnesezhető anyaggal (vasoxid) bevont műanyag szalagot, a H „hangszalagot”. Visszajátszáskor a mágnesezett szalag az L „lejátszófej” vasmagos tekercsében a hangfrekvenciának megfelelő áramot indukál, amely erősítés után hangszórót működtet. A szalagról a felvétel nagyfrekvenciás árammal táplált „törlőfej” segítségével eltüntethető.

Az *optikai hangrögzítésre* a későbbi részekben térünk vissza.

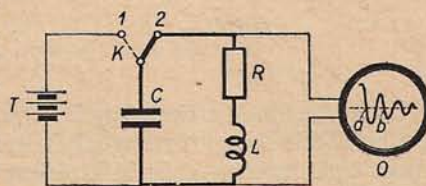


226.7. ábra

E) ELEKTROMÁGNESES REZGÉSEK

227. §. Szabad rezgések zárt rezgőkörben

1. *Kondenzátor kisülése önindukciós tekercsen át.* Az L inductivitású, R ohmos ellenállású önindukciós tekercsből és a C kapacitású kondenzátorból állítsuk össze a K kapcsolóval zárható kört (227.1. ábra). A K 1 állásában a T telep feltölti a kondenzátort; K 2 állásában a kondenzátor kisül, és ekkor az O (katódsugaras) oszcillográf ernyőjén megfigyelhetjük, hogy a kisülés alatt a kondenzátor feszültségének időbeli változása a mechanikában megismert csillapodó rezgésnek (88. §) felel meg.¹ A feszültséghez hasonlóan változik a fenti RLC -körben, a *zárt rezgőkörben* folyó áram erőssége is. Ez szintén oszcillográffal mutatható ki, vagy közvetlenebbül úgy, hogy L és C értékét igen nagyra választva (vasmagos tekercs, $L \approx 100$ H, $C \approx 200 \mu\text{F}$), magába a rezgőkörbe kis beállási idejű forgótekercses galvanométert iktatunk be: a kisütésnél a műszer mutatója egyre csökkenő amplitúdójú lengéseket végez. Ezek szerint *kondenzátornak önindukciós tekercsen át való kisülésénél általában csillapodó elektromos (pontosabban: elektromágneses) rezgések ke-*

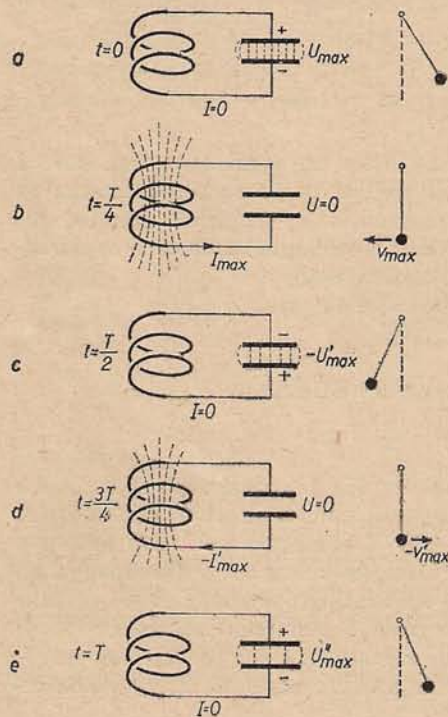


227.1. ábra

¹ Ha a K kapcsolónak a töltésről kisütésre való átállítását pl. motor felhasználásával periodikusan megismételjük, akkor a katódsugar-oszcillográf „időeltérítési frekvenciájának” alkalmas megválasztásával elérhetjük, hogy az egymásra következő kisüléseknél felrajzolt görbék összessége az ernyőn mint álló kép jelenik meg.

letkeznek. L , C és R értékeinek a változtatásával azt találjuk, hogy a rezgésidő (a 227,1. ábra oszcillogrammján az a és b pontok közti „időtávolság”) annál nagyobb, minél nagyobb az L és a C , és a rezgések annál erősebben csillapodnak, minél nagyobb az R . Bizonyos „határellenállás” túllépése esetén már nem is mutatkoznak rezgések, a kisülés ekkor aperiodikus.

2. Az elektromos rezgések keletkezése és a mechanikai rezgésekkel, pl. egy inga lengéseivel való szoros analógiája a 227,2a–e ábrákkal szemléltethető; a kondenzátor U feszültségének az inga kitérése, az I áramerősségnek az inga sebessége felel meg. A kisülés kezdetekor ($t=0$) az



227,2. ábra

U maximális ($U=U_{\max}$), az I még zérus, a teljes energia a kondenzátorlemezek közti elektromos térben halmozódik fel. Ezután U folytonosan csökken, az I kisütési áram növekszik, és a $t=T/4$ időpontban $U=0$, $I=I_{\max}$, az egész energiát az önindukciós tekercs mágneses tere képviseli. Bár ekkor a kondenzátor teljesen kisült — feszültsége zérus —, az áram az önindukcióval kapcsolatos „tehetetlenség” miatt (211. § 4.) mégis tovább folyik, míg a kondenzátor az előbbi U_{\max} -mal ellentétes feszültségre fel nem töltődik: a $t=T/2$ időpontban $U=-U'_{\max}$, $I=0$. Ezután a jelenség a megfordított irányban ismétlődik, amint azt a d és e ábrák jelzik. Mint látható, a fenti elektromágneses rezgéseknél az elektromos tér energiája periodikusan átalakul a mágneses tér energiájává és megfordítva, de az ohmos ellenállásban fejlődő hő (és egyéb veszteségek) miatt nem teljes mértékben. Ezért az elektromos és a mágneses tér energiája az idővel csökken, a rezgések az inga lengéseivel hasonlóan csillapodnak: az egymásra következő feszültség- és intenzitásmaximumok (az ábrán U_{\max} , U'_{\max} , ..., I_{\max} , I'_{\max} , ...) egyre kisebbek.

3. A kvantitatív összefüggések megállapításánál a zárt RLC -körre vonatkozó Kirchhoff-féle huroktörvényből indulunk ki. E törvényt már (219,1a-b)-ben felírtuk, csak most — külső forrásfeszültség hiányában — az ottani $U_0 \sin \omega t$ tag elmarad:

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = 0, \quad \text{vagy} \quad \left(I = \frac{dQ}{dt} \text{ miatt} \right) \quad L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = 0. \quad (1a-b)$$

A kondenzátor Q töltése helyett inkább a kondenzátor U feszültségét vezetve be,

(1b)-ből $Q = CU$ -val (és L -lel való osztás után) U -ra a következő differenciálegyenletet kapjuk:²

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = 0, \quad \text{vagy} \quad \frac{d^2 U}{dt^2} + 2\beta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0, \quad (2)$$

ahol

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3)$$

A (2) differenciálegyenlet alakja azonos a mechanikában megismert (88,7) egyenletével. Mint arról behelyettesítéssel meggyőződhetünk, (2) megoldása az $\omega_0 > \beta$ esetben:

$$U = Ae^{-\beta t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi) = Ae^{-\beta t} \sin(\omega' t + \varphi), \quad (4)$$

amely csillapodó elektromos rezgést jelent. $\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \equiv \omega'$ a rezgések körfrekvenciája ($\omega' = \omega'/2\pi$ a rezgőkör sajátfrekvenciája), $\beta = R/2L$ a csillapítási tényező, A és φ pedig tetszőleges, ill. a kezdeti feltételekből meghatározható állandók.

A (4) alatti U feszültségből az áramerősség:

$$I = C \frac{dU}{dt} = ACe^{-\beta t} [\omega' \cos(\omega' t + \varphi) - \beta \sin(\omega' t + \varphi)]. \quad (5)$$

Legyen pl. a $t=0$ időpontban $U=U_0$ és $I=0$; ekkor a (4)–(5)-ből következő $A \sin \varphi = U_0$ és $\omega' \cos \varphi - \beta \sin \varphi = 0$ egyenletekből $\operatorname{tg} \varphi = \omega'/\beta$, $A = U_0/\sin \varphi = U_0 \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi} = U_0 \sqrt{1 + \beta^2/\omega'^2} = U_0 \omega_0/\omega'$. Az A és φ értékeit (4)-be és (5)-be helyettesítve, egyszerű számítással adódik, hogy az $U(0)=U_0$ és $I(0)=0$ kezdeti feltételek mellett a feszültség és az áramerősség:

$$U = U_0 \frac{\omega_0}{\omega'} e^{-\beta t} \sin(\omega' t + \varphi), \quad (6)$$

$$I = -U_0 C \frac{\omega_0^2}{\omega'} e^{-\beta t} \sin \omega' t, \quad \text{ahol} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega'}{\beta}.$$

Mint (4)-ből látható, az $R=0$ ($\beta=0$) határesetben a rezgőkörben csillapítatlan rezgések jönnek létre, amelyeknek körfrekvenciáját, frekvenciáját, ill. rezgésidőjét az

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad \text{ill.} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad (7)$$

Thomson-formula adja meg; ν_0 a csillapodás nélküli rezgőkör sajátfrekvenciája. Ha pl. $L=1$ H és $C=1 \mu\text{F} = 10^{-6}$ F, akkor $\omega_0 = 1000 \text{ s}^{-1}$, $\nu_0 = 159 \text{ Hz}$, $T_0 = 6,28 \cdot 10^{-3}$ s. Csillapodás hiányában a feszültség és az áramerősség (6) kifejezése ($\beta=0$, $\omega'=\omega_0$ és $\varphi=90^\circ$ miatt) a következőre egyszerűsödik:

$$U = U_0 \cos \omega_0 t, \quad I = -U_0 C \omega_0 \sin \omega_0 t = -U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \omega_0 t. \quad (8)$$

² Ugyanez a differenciálegyenlet érvényes az I áramerősségre is, ti. (1a) differenciálásából $d^2 I/dt^2 + (R/L)dI/dt + (1/LC)I = 0$.

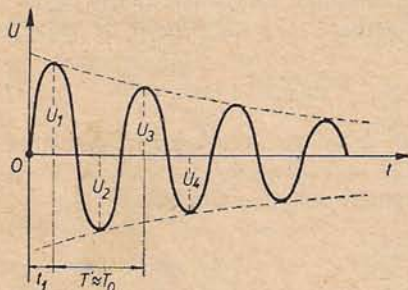
Így a kondenzátorban, ill. az önindukciós tekercsben felhalmozódott elektromos, ill. mágneses energia:

$$W_C = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} CU_0^2 \cos^2 \omega_0 t, \quad W_L = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} CU_0^2 \sin^2 \omega_0 t. \quad (9)$$

Csillapodás hiányában tehát a rezgőkör energiája állandó: $W_C + W_L = CU_0^2/2$. Ez az energia a $t=0, T/2, \dots$ időpontokban teljes egészében elektromos, a $t=T/4, 3T/4, \dots$ időpontokban pedig mágneses energia.

Visszatérve a (4) általános esetre, a csillapított rezgések körfrekvenciája:

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (10)$$



227,3. ábra

kiseb az ω_0 -nál, de a gyakorlatban sokszor előforduló *kis csillapodás* esetében — amikor β^2 az ω_0^2 mellett elhanyagolható — az ω' , ν' ($=\omega'/2\pi$) és T' ($=1/\nu'$) értékek helyett jó megközelítéssel a (7) Thomson-formulából adódó ω_0 , ν_0 , T_0 értékek vehetők. Kis csillapodásnál a (6) egyenletek helyett írhatjuk:

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos \omega_0 t, \quad I = -U_0 e^{-\beta t} \sqrt{C/L} \sin \omega_0 t.$$

A csillapodás jellemzésére a $\beta = R/2L$ csillapodási tényezőn kívül több más, részben már a 88. §-ban megismert mennyiség is használatos. Az egymás utáni egy irányú amplitúdók hányadosa, $K = U_1/U_3 = U_2/U_4 = \dots$ (227,3. ábra) a *csillapodási hányados*, amely (4) alapján:

$$K = \frac{U_1}{U_3} = \frac{e^{-\beta t_1}}{e^{-\beta(t_1+T')}} = e^{\beta T'} \approx (\text{ha } T' \approx T_0) e^{\beta T_0}. \quad (10a)$$

K természetes logaritmus a *logaritmikus dekrementum*:

$$A = \ln K \approx \beta T_0 = \frac{R}{2L} T_0 = \frac{\pi R}{L \cdot 2\pi \nu_0} = \pi \frac{R}{L\omega_0}; \quad (11)$$

$$d = \frac{A}{\pi} \approx \frac{R}{L\omega_0} \text{ a csillapítás, } Q = \frac{1}{d} = \frac{L\omega_0}{R} \text{ a jósági tényező, } \quad (12a-b)$$

ti. a jelen esetben a rezgőkör jósági tényezője.

Pl. az $L=1 \text{ H}$, $C=1 \mu\text{F}=10^{-6} \text{ F}$, $R=20 \Omega$ esetben $\omega_0=1/\sqrt{LC}=1000 \text{ s}^{-1}$, $T_0=6,3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$, $\beta=R/2L=10 \text{ s}^{-1}$, $K=e^{\beta T_0}=e^{0,063}=1,065$, $A=\beta T_0=0,063$, $d=R/L\omega_0=0,020$, $Q=L\omega_0/R=50$.

Megjegyzendő, hogy a rezgések általában nemcsak az ohmos ellenállásban fejlődő Joule-féle hő vagy „ohmos veszteségek” miatt csillapodnak, hanem egyéb energiaveszteségek miatt is. Ilyenek pl. a vasmagos tekercsek vasmagjában létrejövő örvényáramú és hiszterézisveszteségek (212. és 214. §), továbbá a kondenzátorokban a dielektrikumnak a vezetőképességgel járó hőfejlődésen felüli felmelegedését előidéző dielektrikus veszteségek (221. §). A rezgőkörben fellépő nem ohmos veszteségek alkalmas „veszteségi ellenállással” vehetők figyelembe, úgyhogy R -en az ohmos ellenállás és a veszteségi ellenállás összege értendő.

A csillapított rezgéseket vagy *oszcilláló kisülést* jelentő (4) megoldás érvényét veszti, ha $\beta^2 \cong \omega_0^2$, vagyis ha R eléri vagy meghaladja az $R^2/4L^2 = 1/LC$ egyenletből adódó

$$R_h = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (13)$$

határellenállást (pl. $L=1$ H és $C=1$ μ F mellett $R_h=2000$ Ω). Az ilyenkor fellépő *aperiodikus kisülés* időbeli lefolyását a (2) differenciálegyenletnek a $\beta \cong \omega_0$ esetre érvényes, itt nem részletezendő megoldása írja le.

4. *Kondenzátor feltöltése és kisülése ohmos ellenálláson át* — azaz induktivitás nélkül — nem vezet rezgésekre, de szintén fontos, az önindukciós tekercsek be- és kikapcsolásakor fellépő jelenségekhez hasonló folyamat. A C kapacitású kondenzátort az R ohmos ellenálláson át az U_0 feszültségű telepre kapcsolva (227,4. ábra, K az 1 állásban), a kondenzátor feltöltődik, és pillanatnyi $Q=Q(t)$ töltésére nézve a sokszor alkalmazott huroktörvény szerint [pl. (219,1b) alapján, $L=0$ -val] fennáll:

$$RI + \frac{Q}{C} = U_0, \quad \text{vagy} \quad R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = U_0. \quad (14)$$

Ha a bekapcsolás pillanatában a kondenzátor töltetlen volt ($t=0$ -nál $Q=0$), akkor (14) megoldása: $Q = CU_0(1 - e^{-t/RC})$. Ebből kapjuk, hogy a feltöltés folyamán a kondenzátor U_c feszültsége és az áramerősség:

$$U_c = \frac{Q}{C} = U_0(1 - e^{-t/RC}), \quad I = \frac{dQ}{dt} = \frac{U_0}{R} e^{-t/RC}. \quad (15a-b)$$

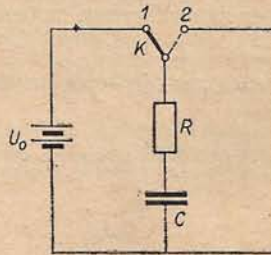
A kisülésre, ha $t=0$ -nál a kapcsolót a 2 állásba hozzuk, az $R \frac{dQ}{dt} + Q/C = 0$ egyenlet érvényes. Ennek megoldása a „ $t=0$ -nál $Q=CU_0$ ” kezdeti feltétel mellett: $Q = CU_0 e^{-t/RC}$, tehát a kisülés alatt a kondenzátor feszültsége és az áramerősség exponenciálisan csökken:

$$U_c = \frac{Q}{C} = U_0 e^{-t/RC}, \quad I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{U_0}{R} e^{-t/RC}. \quad (16a-b)$$

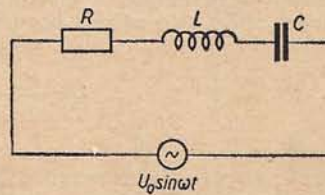
A $\tau=RC$ mennyiség a fenti soros RC -kör időállandója (a 11. § 3. szerint a soros RL -kör időállandója R/L). Pl. $C=1$ μ F = 10^{-6} F és $R=1$ Ω esetén $\tau=10^{-6}$ s, $R=10^7$ Ω -nál viszont már $\tau=10$ s. Ezek szerint a kondenzátor feltöltése vagy kisülése felhasználható igen nagy ellenállások mérésére oly módon, hogy elektrométerrel meghatározzuk az U_c feszültség időbeli változását, ill. az erre jellemző τ időállandót.

228. §. Kényszerrezgések; rezonancia

Az előzőekben vizsgált *szabad rezgésekkel* szemben *kényszerrezgések* keletkeznek az elektromos rezgőkörben akkor, ha a rezgőkört periodikusan változó, a legegyszerűbb esetben $U = U_0 \sin \omega t$ feszültségű áramforráshoz kapcsoljuk; ennek belső ellenállásától a következőkben eltekintünk. A kapcsolás módja szerint megkülönböztethető két legfontosabb eset, a soros rezgőkörrel (219,3. ábra) és a párhuzamos rezgőkörrel (219,7. ábra) már foglalkoztunk, most csak a *soros rezgőkörre* (228,1. ábra) kapott eredményeket foglaljuk össze kissé más szempontból.



227,4. ábra



228,1. ábra

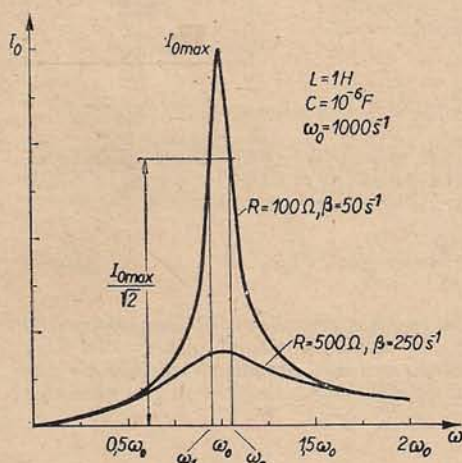
A rezgőkörben folyó I áramra vonatkozó (219,3) inhomogén differenciálegyenlet általános megoldása az ismert $I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$ partikuláris megoldásnak és a (219,3)-hoz tartozó homogén differenciálegyenlet általános megoldásának, azaz (a 227. § 3. szerint, az $\omega_0 > \beta$ esetben) egy $Be^{-\beta t} \sin(\omega' t - \psi)$ alakú kifejezésnek az összege:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi) + Be^{-\beta t} \sin(\omega' t - \psi); \quad (1)$$

itt B és ψ a kezdeti feltételekből meghatározható állandók. Az áram tehát az ω körfrekvenciájú csillapítatlan rezgésből és egy csillapodó, a rezgőkör $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ saját-körfrekvenciájával végbemenő rezgésből tevődik össze, úgyhogy a külső feszültség bekapcsolásától ($t=0$) a csillapodó rész „lecsengésig” tartó „berezés” vagy átmeneti (tranzien) folyamat eléggé bonyolult. Az ez utáni állandósult állapotban a rezgőkör állandó amplitúdóval és az $U_0 \sin \omega t$ gerjesztő feszültség ω körfrekvenciájával rezeg, nevezetesen e kényszerrezgésnél az áramerősség:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \quad \text{ahol} \quad I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}. \quad (2a-c)$$

Mint (2b)-ből látható, az I_0 amplitúdó az U_0 -on és a rezgőkör R, L, C paraméterein kívül az ω gerjesztési körfrekvenciától függ, és adott U_0, R, L, C mellett legnagyobb az



228,2. ábra

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}, \quad \text{vagy} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \quad (3)$$

„rezonanciaesetben”, azaz ha ω egyenlő a csillapodás nélküli rezgőkör ω_0 saját-körfrekvenciájával (a rezonancia-körfrekvenciával). Az I_0 -t mint az ω függvényét feltüntetve $I_0 = I_0(\omega)$ rezonanciagörbét R, L, C különböző értékei mellett ábrázolva, azt kapjuk, hogy a maximum annál kifejezettebb, vagy a rezonancia annál élesebb, minél kisebb a rezgőkör csillapodása, azaz pl. a $\beta = R/2L$ csillapítási tényező vagy a $A = \beta T_0 = \pi R/L\omega_0$ logaritmikus dekrementum (228,2. ábra).

Ez az eredmény világosabban kitűnik, ha a rezonanciagörbe (2b) egyenletét — és $\text{tg } \varphi$ (2c) kifejezését — átalakítjuk. A (3)-ból következő $C = 1/L\omega_0^2$, ill. $1/C\omega = L\omega_0^2/\omega$ értéknek (2b-c)-be való helyettesítése után adódik, hogy a rezonanciagörbe egyenlete és $\text{tg } \varphi$ kifejezése:

$$I_0 = \frac{U_0}{L} \frac{\omega}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\beta\omega}. \quad (4a-b)$$

Azok az ω_1 és ω_2 körfrekvenciák, amelyekre I_0 értéke az $I_0(\omega_0) = U_0/2\beta L = U_0/R$ maximumnak a $\sqrt{2}$ -ed része (vagyis az I_0^2 -tel arányos energia a maximális energiának a fele), a (4a) alapján végzett egyszerű számítás szerint, kis csillapodás esetén ($\beta^2 \ll \omega_0^2$) a következők: $\omega_1 = \omega_0 + \beta$, $\omega_2 = \omega_0 - \beta$. Az

$(\omega_1 - \omega_2)/2\pi \equiv \Delta\nu$ frekvenciakülönbség a félérték- vagy rezonanciaszélesség (sávszélesség):

$$\Delta\nu = \frac{\beta}{\pi} = \frac{A}{\pi} \nu_0 = d \cdot \nu_0 = \frac{\nu_0}{Q}. \quad (5)$$

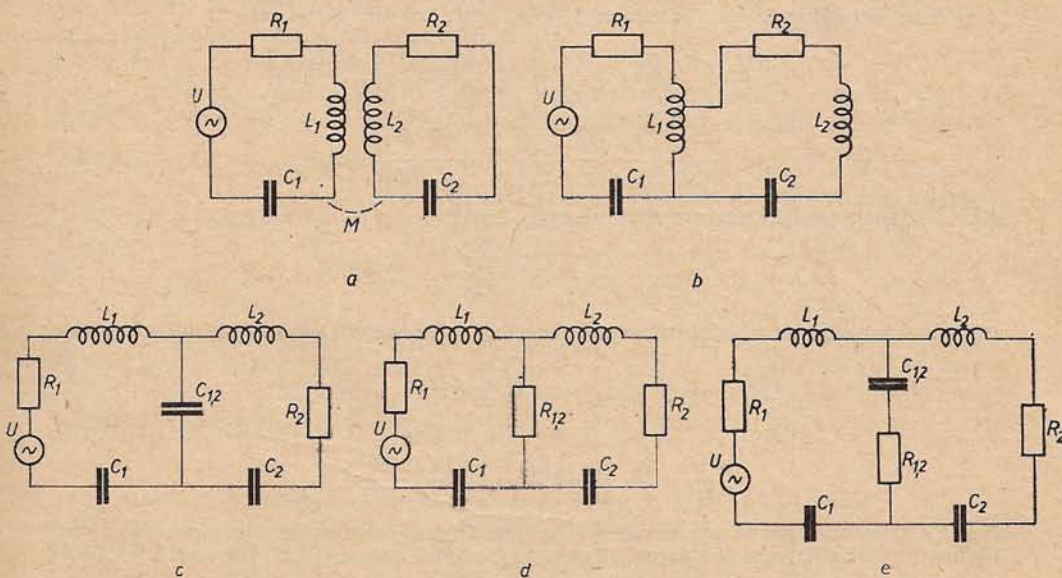
A $\Delta\nu$ tehát egyszerű kapcsolatban van a rezgőkör csillapodását jellemző β , A , d , Q mennyiségekkel [l. (227,11 és 12a-b)], s így ezek a rezonanciagörbe felvételével adódó $\Delta\nu$ -ból meghatározhatók. A $\Delta\nu/\nu_0 = d$ mennyiséget rezonanciaélességnek is hívják.

A (3) rezonanciaesetet a 219. § 4.-ben úgy tanulmányoztuk, hogy a rezgőkör $\omega_0/2\pi = \nu_0$ sajátfrekvenciáját a C kapacitás változtatása útján az adott $\omega/2\pi = \nu$ gerjesztési vagy kényszerfrekvenciával egyenlővé tettük, más szóval a rezgőkört az utóbbi frekvenciára „ráhangoltuk”; ilyen hangolást valósítunk meg a rádióvevőkben forgókondenzátor segítségével. A 228,2. ábra rezonanciagörbéi viszont közvetlenül arra az esetre vonatkoznak, amikor egy meghatározott ν_0 sajátfrekvenciájú rezgőkörben az (állandó U_0 amplitúdójú) gerjesztő feszültség ν frekvenciáját változtatjuk, pl. a generátor fordulatszámának változtatásával vagy megfelelő elektroncsöves rezgékeltővel. A rezonanciagörbék közül kiemeljük pl., hogy a rádióvevő rezgőköre a különböző adóállomásoktól származó ν_1, ν_2, \dots frekvenciájú áramok közül viszonylag legerősebben azt emeli vagy választja ki, amelynek frekvenciájára ráhangoltuk, és a rezgőkörnek ez a szelektivitása annál nagyobb, minél kisebb a kör csillapítása, vagy minél nagyobb a Q jósági tényezője. (Túlságosan nagy Q -érték azonban nem kívánatos, mert ekkor a rezgőkör a szomszédos frekvenciájú állomások kirekesztésén túlmenően a venni kívánt állomás hangfrekvenciasávjának egy részét is „levágja”, l. később.)

Mint azt már a 219. §-ban említettük, a szóban forgó „soros rezonanciát” feszültségrezonanciának is hívják, mert (219,21) szerint az $\omega = \omega_0$ esetben az önindukciós tekercsen és a kondenzátoron levő U_L , ill. U_C feszültség az U gerjesztő feszültség sokszorosa lehet, ti. $U_C/U = L\omega_0/R = Q$. Ennek alapján a rezgőkör Q jósági tényezője feszültségméréssel is meghatározható.

229. §. Csatolt rezgések

1. Csatolt rezgőkörökről, ill. csatolt rezgésekről beszélünk akkor, ha két vagy több rezgőkör olyan kapcsolatban van egymással, hogy energiaátadás folytán egymás rezgéseit befolyásolhatják. A két rezgőkör, az 1 primer kör és a 2 szekunder kör közti csatolás alaptípusai a 229,1a–d ábráknak megfelelően rendre: a az induktív



229,1. ábra

(mágneses vagy transzformátoros, b az autotranszformátoros), c a kapacitív (vagy elektromos) és d a galvanikus (ohmos vagy ellenállásos) csatolás, az e ábra pedig a *vegyes csatolás* egyik példája. Aszerint, amint a kölcsönhatás a két kör között erős vagy gyenge, a csatolást *szoros*, ill. *laza csatolásnak* nevezzük. Gyakran az egyik kör (az ábrákon az I gerjesztő kör) egy $U = U_0 \sin \omega t$ feszültségű áramforrást is tartalmaz a rezgések állandó fenntartása céljából. Ez utóbbi áramforrás hiánya vagy jelenléte szerint *szabad*, ill. *kényszerített csatolt rezgések* különböztethetők meg.

A következőkben alapul veendő induktív csatolás erősségét az M kölcsönös induktivitás és az L_1, L_2 induktivitások szabják meg. A lehető legszorosabb csatolásnak (211,1. ábra) megfelelő M_{\max} kölcsönös induktivitás, mint az (211,4) és (211,8) egybevetéséből látható, az L_1 és L_2 geometriai középarányosa: $M_{\max} = \sqrt{L_1 L_2}$. Az M/M_{\max} hányados a csatolási tényező:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (0 \leq k \leq 1). \quad (1)$$

Az 1 és 2 rezgőkörben folyó I_1 és I_2 áram meghatározása céljából mindkét körre a már többször alkalmazott Kirchhoff-féle huroktörvényt kellene felírunk, figyelembe véve azt, hogy a kölcsönös indukció folytán az 1, ill. a 2 körben a $-M dI_2/dt$, ill. $-M dI_1/dt$ e. m. e. is fellép. Az ily módon nyert két másodrendű differenciálegyenletből álló rendszer megoldása adja az I_1, I_2 áramokat mint az idő függvényeit.

A két körre vonatkozó huroktörvény, ha az 1 kör $U_0 \sin \omega t$ feszültségű áramforrást is tartalmaz, a fentiek és (219,1a) alapján:

$$U_0 \sin \omega t - L_1 \frac{dI_1}{dt} - M \frac{dI_2}{dt} - \frac{Q_1}{C_1} = R_1 I_1, \quad -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M \frac{dI_1}{dt} - \frac{Q_2}{C_2} = R_2 I_2. \quad (2a-b)$$

Az idő szerinti differenciálás, rendezés és L_1 -gyel, ill. L_2 -vel való osztás után:

$$\frac{d^2 I_1}{dt^2} + \frac{R_1}{L_1} \frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{L_1 C_1} I_1 + \frac{M}{L_1} \frac{d^2 I_2}{dt^2} = U_0 \frac{\omega}{L_1} \cos \omega t, \quad (3a-b)$$

$$\frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{R_2}{L_2} \frac{dI_2}{dt} + \frac{1}{L_2 C_2} I_2 + \frac{M}{L_2} \frac{d^2 I_1}{dt^2} = 0.$$

Ha (227,3)-nak megfelelően bevezetjük az egyes körök

$$\beta_i = \frac{R_i}{2L_i} \quad \text{és} \quad \omega_{0i} = \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}} \quad (i = 1, 2) \quad (4)$$

csillapítási tényezőjét és saját-körfrekvenciáját, továbbá az (1) csatolási tényezőt, akkor (3) így alakul:

$$\frac{d^2 I_1}{dt^2} + 2\beta_1 \frac{dI_1}{dt} + \omega_{01}^2 I_1 + k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{d^2 I_2}{dt^2} = U_0 \frac{\omega}{L_1} \cos \omega t, \quad (5a-b)$$

$$\frac{d^2 I_2}{dt^2} + 2\beta_2 \frac{dI_2}{dt} + \omega_{02}^2 I_2 + k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \frac{d^2 I_1}{dt^2} = 0.$$

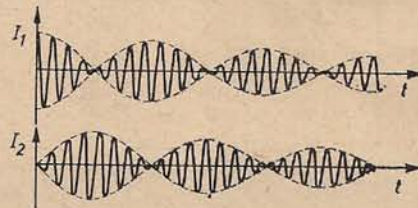
Ennek a differenciálegyenlet-rendszernek a megoldása általános esetben bonyolult formulákra vezet, úgyhogy itt csak a következőket jegyezzük meg. Az (5a-b)-ből láthatóan a két kör közti kölcsönhatás nagyságára a k csatolási tényezőn kívül mérvadó a $\sqrt{L_1/L_2}$ *áttételi viszony* is (amely a két tekercs menetszámainak n_1/n_2 arányával egyenlő). Ha pl. ez a viszony igen nagy, akkor (5a) bal oldalán az

utolsó tag elhanyagolható, (5b)-ben viszont a megfelelő tag jelentős lehet, más szóval a 2 kör az 1-et gyakorlatilag nem, az 1 viszont a 2-t erősen befolyásolja. Ekkor tehát az 1 kör aszerint, amint $U_0=0$ vagy $U_0 \neq 0$, a 227., ill. 228. §-ban megismert szabad, ill. kényszerrezgéseket végzi, a 2-ben pedig mindkét esetben *kényszerrezgések* mennek végbe az (5a) megoldásából ismert I_1 áram hatására. További speciális esetekre nézve l. alább.

2. *Szabad csatolt rezgések* akkor keletkeznek, ha a külső áramforrást nem tartalmazó rezgőkörök egyikét pl. kondenzátorkisüléssel (feszültségimpulzussal, *lökésgerjesztés* útján) hozzuk rezgésbe. Az általában bonyolult folyamat lényegesen egyszerűbb *két teljesen egyforma rezgőkör esetén* ($R_1=R_2=R$, $L_1=L_2=L$, $C_1=C_2=C$). Ekkor a számítás szerint az I_1 áram is és az I_2 áram is két olyan csillapodó szinuszrezgés szuperpozíciója,¹ amely rezgések körfrekvenciái, az ún. *csatolási körfrekvenciák*:

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}} = \frac{1}{\sqrt{(L+M)C}}, \quad \omega_2 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}} = \frac{1}{\sqrt{(L-M)C}}. \quad (6)$$

Ezek a két kör közös $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ saját-körfrekvenciájától és egymástól annál kevésbé különböznek, minél lazább a csatolás. Eléggé *laza csatolás* ($k \ll 1$) és kis csillapodás esetén a most csak kissé különböző frekvenciájú két szinuszrezgés összetevődésének eredményeként *mindkét rezgőkörben a lebegés jelensége lép fel*: az I_1 és az I_2 áramok az idővel pl. a 229,2. ábrán vázolt módon változnak, éppen úgy, mint azt a kettős ingánál a 90. §-ban megismertük. A görbék lefutása fizikailag nyilván azzal magyarázható,



229,2. ábra

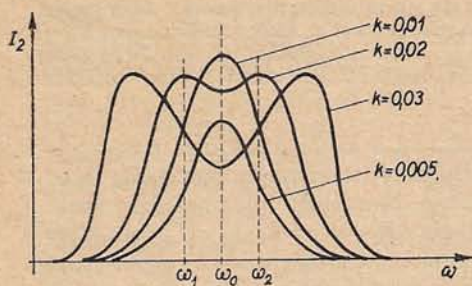
hogy az 1 kör maximális amplitúdóval kezdődő rezgéseinek energiáját nagy részben a 2 kör veszi át, és ezért az 1 kör rezgéseinek amplitúdói hamarosan — az ábrán kb. 4 teljes rezgés után — közelítőleg zérusra csökkennek, a 2 kör rezgésamplitúdói viszont maximális értékre növekednek, majd ezt követően a két kör az energiaátadás szempontjából periodikusan szerepet cserél.

3. *Kényszerített csatolt rezgések* esetében az I_1 és I_2 áramok a két rezgőkör R_1, L_1, \dots, C_2 paraméterein és a k csatolási tényezőn kívül nagymértékben függenek az $U_0 \sin \omega t$ gerjesztő feszültség ω körfrekvenciájától is. Az ω -tól való függést feltüntetve $I_1=I_1(\omega)$ és $I_2=I_2(\omega)$ *csatolási rezonanciagörbék* — amelyek az alapul vett induktív csatolásnál (5a-b) megoldása útján állapíthatók meg — az R_1, L_1, \dots, C_2, k értékei szerint igen különbözők lehetnek. Példaként a 229,3. ábra *két teljesen egyforma rezgőkör esetében* az $I_2=I_2(\omega)$ görbékét mutatja a k csatolási tényező különböző értékei mellett; az $I_1=I_1(\omega)$ görbék hasonló menetűek. Mint látható, igen laza csatolásnál a görbe egy maximummal bír az egyes körök közös $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ saját-körfrekvenciájánál, viszont *szorosabb csatolásnál a rezonancia-*

¹ Behelyettesítéssel meggyőződhetünk arról, hogy az (5a-b) egyenletrendszernek — amelyben most $U_0=0$, $\omega_{01}=\omega_{02}=\omega_0$, $\beta_1=\beta_2=\beta$ — általános megoldása:

$$I_{1,2} = A_1 e^{-\beta t/(1+k)} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \pm A_2 e^{-\beta t/(1-k)} \sin(\omega_2 t + \alpha_2), \quad (7)$$

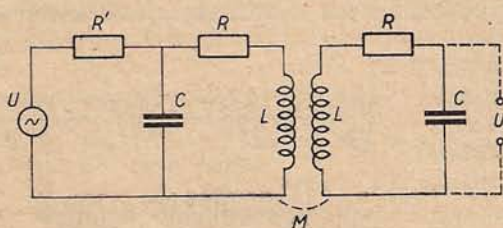
ahol $A_1, A_2, \alpha_1, \alpha_2$ a kezdeti feltételekből meghatározható állandók.



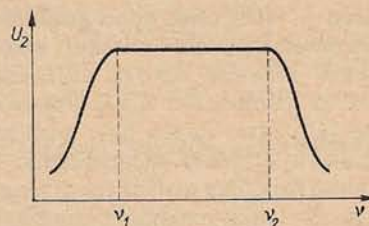
229,3. ábra

görbének két maximuma van, és pedig a (6) alatti ω_1 és ω_2 csatolási körfrekvenciáknál. A két maximum a csatolás szorosságának növelésével egyre jobban szétválik egymástól.

Hasonló jellegű frekvenciafüggést mutat a szekunder kör kondenzátorán levő $U_2 = U_2(\omega)$ feszültség is. Ez arra a szintén gyakori esetre is vonatkozik, amikor az $U = U_0 \sin \omega t$ feszültséget a 229,1a ábra szerinti soros kapcsolás helyett párhuzamosan kapcsoljuk a primer körre (egy R' ohmos ellenálláson keresztül, 229,4. ábra). A csatolás alkalmas megválasztásával elérhető, hogy az $U_2 = U_2(\omega)$ görbe durva megközelítéssel — egy további rezgőkörrel való kombináció útján pedig csaknem pontosan — a 229,5. ábrán vázolt, trapéz alakú görbe legyen. Az ilyen frekvencia-karak-



229,4. ábra



229,5. ábra

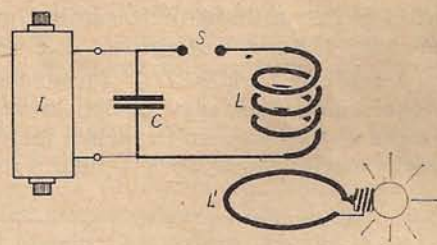
terisztikájú rendszert, amely egy elég széles $(\nu_2 - \nu_1)$ frekvenciasávot közelítőleg egyenletesen „visz át”, *sávszűrőnek* nevezzük.

A csatolt rezgőkörök alkalmazására a későbbiekben fogunk látni konkrét példákat.

230. §. Nagyfrekvenciájú rezgések előállítása régebbi módszerekkel; a rezgések néhány tulajdonsága

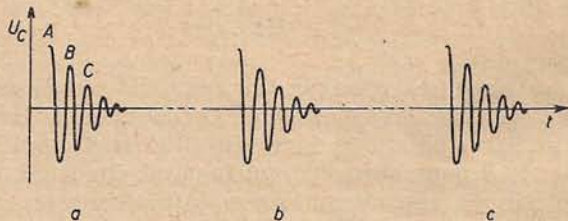
1. *Rezgéskeltés szikrakisüléssel.* Ha egy rezgőkörben a 227. §-ban megismert módon nagyfrekvenciájú rezgéseket ($\nu \approx 10^5 - 10^7$ Hz) kívánunk előállítani, a $\nu = 1/2\pi\sqrt{LC}$ Thomson-formula értelmében az L induktitásnak és a C kapacitásnak kicsinynek kell lennie. Ebben a esetben, hogy a kondenzátor feltöltésekor a rezgőkörbe vitt energia $(CU_0^2/2)$ ne legyen kicsiny, nagy feszültséget kell alkalmaznunk, amikor is a töltésről kisülésre való periodikus átkapcsolás automatikusan megvalósítható szikra segítségével, a 230,1. ábra szerint. A rezgőkört a C kondenzátor (leideni palack), a néhány menetű L önindukciós tekercs és a két fémgömb által képezett S szikraköz alkotja. Az I szikrainduktor (vagy nagyfeszültségű transzformátor, esetleg influenciagép) a kondenzátort addig tölti fel, amíg az utóbbi U_C feszültsége a szikraköz átütési feszültségét el nem éri. Ekkor a kondenzátor a tekercsen és a szikraközön át kisül, és mivel a szikraköz a keletkezett elektronok és ionok jelenléte folytán egy ideig vezető marad, *oszcilláló kisülés* alakulhat ki: az U_C feszült-

ség és az áramerősség változása rezgéseknek, és pedig a szikraköz nagy ellenállása miatt erősen csillapított rezgéseknek felel meg (230,2. ábra, a). Amikor a csillapodás miatt a feszültség már nem elég nagy a szikraköz áthidalásához, a szikra kialszik, de ezután az induktor újra feltölti a kondenzátort, s így az előbbi folyamat szakaszosan ismétlődik (b és c görbék).¹ A nagyfrekvenciájú rezgések az induktorkörbe nem juthatnak, mert a szekunder tekercs induktív ellenállása igen nagy.



230,1. ábra

A szikrakisülés oszcilláló jellegét először FEDDERSEN mutatta ki 1862-ben úgy, hogy a szikrát gyorsan forgó tükrök közvetítésével lefényképezte. Az ilyen fénykép (230,3. ábra) tanúsága szerint a szabad szemmel egységesnek látszó szikra valójában több részszikrából áll, amelynek felváltva a felső, ill. alsó vége a világosabb; a világosabb vég felel meg a negatív pólusnak.



230,2. ábra

2. Kísérletek nagyfrekvenciájú rezgésekkel. a) Indukció nagy frekvenciákon. A rezgőkör tekercsének közelébe kis izzólámpán át záródó drótkeretet helyezve (a 230,1. ábrán L'), a lámpa világít. A nagy frekvencia miatt ugyanis a keret felületén átmenő fluxus változása ($d\Phi/dt$) olyan nagy, hogy már az egyetlen menetben indukált feszültség is elegendő a lámpa izzításához. Egyébként egyenlő feltételek mellett az 50 hertzes váltakozó áram indukációs hatása több nagyságrenddel kisebb. Ha az L' tekercset távolítjuk, vagy az L -l párhuzamos helyzetéből elfordítjuk, a világítás gyengül.

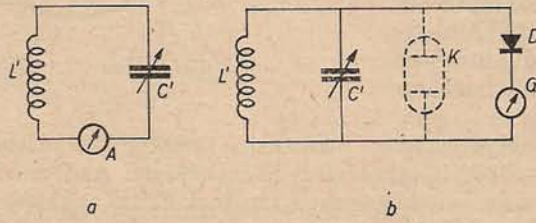


230,3. ábra

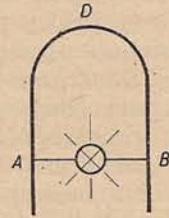
b) A rezgések kimutatása az előbbinél nagyobb távolságban is lehetséges a csatolt rezgőköröknél (229. §) megismert rezonancia felhasználásával. A 230,1. ábra (L, C) rezgőköréhez inductíve csatoljuk a hangolható (L', C') rezgőkört, amelyben vagy az áramerősség mérhető az A hődrótos műszerrel, vagy pedig a kondenzátor feszültsége a D kristálydetektorral (félvezető diódával) való egyenirányítás után az érzékeny G galvanométerrel (230,4a—b ábra; demonstrációs célokra A helyett kis izzólámpa, D és G helyett a K ködfénylámpa is alkalmazható). Ha eléggé laza csa-

¹ Ha pl. $\nu = 10^6$ Hz, és az induktor 0,01 s időközönként tölti fel a kondenzátort, akkor a 230,2. ábrán az „időtávolság” az A és B amplitúdók között 10^{-6} s, az a és b között pedig 10^{-2} s, az előbbinek tízezerszerese! — A fenti rezgések A, B, C, \dots amplitúdóinak nem exponenciális, hanem közelítőleg lineáris csökkenése a szikraköznek az áramerősséggel változó ellenállására vezethető vissza.

tolás mellett a forgókondenzátorral megkeressük az áram vagy a feszültség maximumát,² akkor a megfelelő L' és C' értékek ismeretében a rezgések frekvenciája a $\nu (=1/2\pi\sqrt{LC})=1/2\pi\sqrt{L'C'}$ formulából meghatározható. Ezért a fenti $L'C'$ -kört *frekvenciamérőnek* vagy később kivilágító okból *hullámmérőnek* hívják. A kísérlet szerint a szikragerjesztéssel keltett rezgéseknél a rezonancia nem éles — a rezonancia-görbe meglehetősen lapos —, ami a rezgések erős csillapodásával függ össze.³



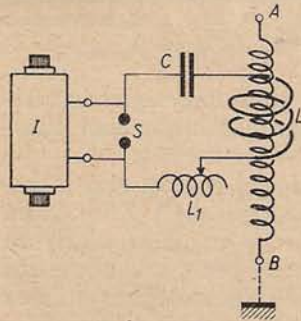
230,4. ábra



230,5. ábra

c) Nagy frekvenciákon már egy rövid vezeték *induktív ellenállása* ($L\omega$) is számottevő lehet, amint azt az alábbi kísérlet mutatja. Ha a 230,1. ábrán vázolt rezgőkörbe kb. 50 cm hosszú és 5 mm átmérőjű rézdrótból készült kengyelt iktatunk, és ezt az A, B pontokban kis izzólámpával áthidaljuk (230,5. ábra), akkor a lámpa jól világít. Ez egyenáramnál nem lenne lehetséges, mert a kereken $20\ \Omega$ ellenállású lámpát a kb. $1/2400\ \Omega$ ellenállású ADB drótszakasz gyakorlatilag rövidre zárja. A $\nu \approx 10^6$ hertzes váltóárammal szemben viszont az ADB szakasz ($L \approx 2 \cdot 10^{-7}$ H) induktív ellenállása kereken $1\ \Omega$, és így, ha a rezgőkörben 4 A erősségű áram folyik, a lámpán kb. 0,2 A intenzitású, erős izzást létesítő áram halad át.

d) A *Tesla-transzformátor* (1892) primer tekerese a nagyfrekvenciájú rezgőkör néhány menetű tekerese — a 230,1. ábrán L —, a szekunder tekeres pedig az ennek belsejébe helyezett hosszú, több száz menetből álló tekeres (230,6. ábra; amelyen a primer kör kapcsolásának egy másik, a 230,1. ábráéval egyenértékű változata látható). Az indukció folytán, és különösen akkor, ha a primer körbe iktatott L_1 tekeres induktivitásának változtatásával a két csatolt kör között rezonanciát létesítünk, a szekunder tekeres A és B végei közt igen nagy, több százezer voltos feszültség keletkezik. Ennek hatására az A -hoz és B -hez kapcsolt elektródok között hosszú szikrák ugorhatnak át, B földelése esetén pedig az A végről akár méteres hosszúságú szikranyalábok indulhatnak ki. Ritkított neon-gázzal töltött, elektród nélküli csövek még a tekerestől



230,6. ábra

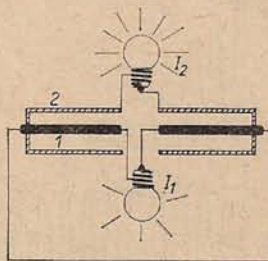
² Szorosabb csatolás esetén két maximum jelentkezhetik (l. a 229,3. ábrát)!

³ A ν frekvenciájú csillapodó rezgés nem periodikus folyamat, és így a 87. § végén mondottak alapján folytonos spektrummal rendelkezik: olyan szinuszrezgésekre bontható, amelyek közül a ν frekvenciájúnak az amplitúdója a legnagyobb, a kisebb amplitúdójú rezgések frekvenciái pedig folytonosan töltnek be egy, a ν -t környező sávot.

nagyobb távolságban is élénken világítanak, a 210. § 2.-ben említett okokból. Ha izzólámpa egyik kivezető drótját kezünkben tartva, a másik kivezetést A -hoz érintjük, a lámpa világít; a világítást a lámpán át a testünkbe váltakozva be- és kifolyó töltő és kisütési áramok okozzák.

e) *A fiziológiai hatás* tekintetében, amint azt az utóbbi kísérlet is mutatja, az igen nagy frekvenciájú váltóáramok még jelentékeny áramerősség mellett sem veszélyesek, viszont az egyenáram vagy a kisfrekvenciájú váltóáram már sokkal kisebb intenzitásnál is végzetes hatású lehet. Ez azzal magyarázható, hogy az igen nagy frekvenciájú áramok a sejtek folyadékának ionjait csak nagyon kis amplitúdójú rezgésekre kényszeríthetik, és így a sejtanyag összetétele nem változik meg. A nagyfrekvenciájú áramok hőhatását az orvosi gyakorlatban széleskörűen alkalmazzák (*diatermia*, rövid- és ultrarövid hullámú terápia; a megfelelő, kb. 10^5 Hz-től 10^9 Hz-ig terjedő rezgéseket ma már elektronsöves generátorokkal állítják elő).

f) *A skin-effektus.* Az *a)* alatti kísérletet módosítsuk úgy, hogy a nagyfrekvenciájú rezgőkör tekercsének közelében a 230,7. ábrán vázolt, elágazással bíró drótkeretet helyezzük el: a keret *1* ágát tömör rézdróttal, a *2* ágat pedig ugyanakkora falkeresztmetszetű rézcső alkotja, a közbeiktatott I_1 és I_2 egyforma izzólámpákkal. Ha először — ellenőrzésként — az *A* helyen szétnyitott körbe egyenáramot vagy kisfrekvenciájú váltóáramot bocsátunk, a két lámpa egyformán ég; ha viszont a zárt kört induktíve a nagyfrekvenciájú rezgőkörhöz csatoljuk, az I_2 lámpa lényegesen jobban világít. Ebből arra következtethetünk, hogy a nagyfrekvenciájú áramok túlnyomó részben a vezető felületén, ill. egy vékony felületi rétegben haladnak. Ez a skin-effektus (bőrhátás, áramkiszorítás; MAXWELL, 1873; HUGHES, 1885), mint alább kimutatjuk, a vezetékben fellépő önindukcióval magyarázható. Az effektus egyik fontos következménye, hogy a vezetékek „nagyfrekvenciájú ohmos ellenállása” egyenáramú ellenállásuknál lényegesen nagyobb. Továbbá: a nagyfrekvenciás technikában a vezetékeket, mivel belső részükben nem folyik áram, gazdaságosabb tömör drótok helyett vékony falú (esetleg ezüstréteggel bevont) csövekből készíteni, vagy pedig sok vékony, szigetelt drótból összesodort vezetékeket alkalmazni, ti. vékony drótokban a skin-effektus viszonylag kisebb. A tömör vezetékben haladó nagyfrekvenciás áramoknak a felületen kifejtett hőhatását az acél felületi edzésére (kéregedzés) használják fel.

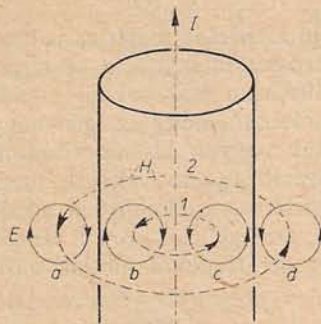


230,7. ábra

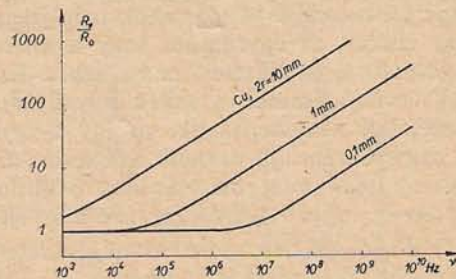
A skin-effektus vázlatos értelmezése céljából tegyük fel, hogy egy hengeres tömör vezetőben (230,8. ábra) az áram a tekintetbe vett időpontban alulról felfelé folyik, és növekszik. Az áram mágneses erővonalai a vezetőn kívül is és a vezető belsejében is koncentrikus körök (182. § 2), amelyek közül az ábra kettőt tüntet fel, szaggatott vonallal (*1* és *2*). Ezeket az áram időbeli változása miatt szintén változó mágneses erővonalakat az indukciós törvény értelmében (210. § 2.) zárt elektromos erővonalak veszik körül: az ábrán *a*, *b*, *c*, *d*. Mint látható, a vezető felületén az indukált elektromos térerősségek (pl. *a* és *b*) ellentétes irányúak, és így nagy részben kompenzálják egymást, a vezető tengelyében viszont az indukált térerősségek (*b* és *c*) egymással megegyező és az *I* árammal ellenkező irányúak, úgyhogy az áram növekedését akadályozzák. Következésképpen az áramsűrűség a vezetőben nem egyenletes, hanem a felülettől a tengely felé haladva csökken, és lényegében éppen ebben áll a skin-effektus.

Az effektus nagyságáról — a kvantitatív elmélet meglehetősen bonyolult formuláit mellőzve — a 230,9. ábra tájékoztathat, amely a ν frekvenciára és az egyenáramra vonatkozó ohmos ellenállások

R_w/R_0 viszonyát tünteti fel különböző r sugarú rézdrótok esetében. Az R_w/R_0 viszony függ a σ vezetőképtől és a μ permeabilitástól is, pl. vasdrótnál a hatás sokkal nagyobb, mint ugyanakkora sugarú rézdrótnál.

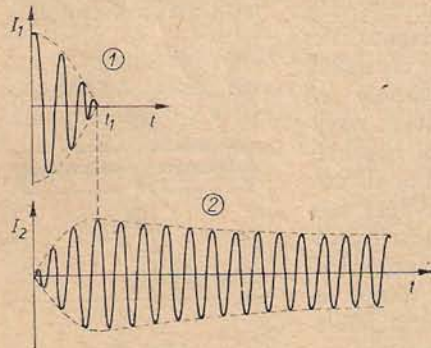


230,8. ábra

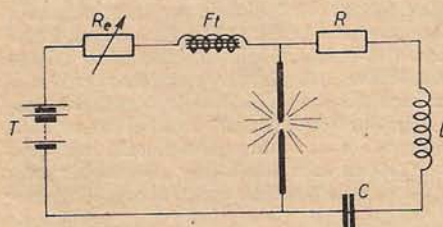


230,9. ábra

3. A nagyfrekvenciájú rezgések előállításának egyéb régebbi módszerei arra irányultak (főként a drótnélküli táviróra való tekintettel), hogy a rezgések minél kisebb csillapításúak legyenek. Az egyik eljárás a *lökésgerjesztés* (M. WIEN, 1908), amelynek elve a csatolt rezgéseknél megismert 229,2. ábra és a 230,10. ábra alapján a következő. Ha a szikrakisüléssel rezgésbe hozott 1 primer kört megszakítjuk abban a t_1 időpontban, amelyben 1 először adta át egész energiáját a 2 szekunder körnek, akkor az 1 kör nem von el energiát a 2-től, tehát a 2 kör kis csillapítással rezeghet tovább. A primer kör megfelelő időközökben való automatikus megszakítását az ún. *kialvó szikraköz*zel sikerült megvalósítani: a jó hővezető fémkorongok (sorba kapcsolt több korong) közt átütő apró szikrák a t_1 időpontban kialszanak, és mivel a szikraközben a levegő gyorsan lehül, a 2 kör visszahatása nem képes azokat ismét „begyűjteni”; a szikrákat újból csak az induktor következő feszültséglökése hozza létre.



230,10. ábra



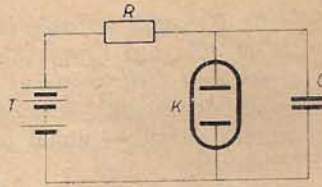
230,11. ábra

Egy másik, *csillapítatlan rezgések* keltésére alkalmas berendezés az *ívlámpa- vagy ívfény-generátor* (DUDELL, POULSEN, SIMON, 1900—06): az R_e előtét-ellenállás és az F fojtótekercs közbeiktatásával táplált ívlámpa az RLC soros rezgőkörrel áll összeköttetésben (230,11. ábra). A rezgések fenntartását az ívfény „süllyedő karakterisztikája” (201. §) teszi lehetővé, itt nem részletezendő módon. Csillapítatlan rezgések előállítására sok póluspárral rendelkező és nagy fordulatszámú, valamint speciális szerkezetű *nagyfrekvenciás váltóáramú generátorokat* is szerkesztettek, és a rezgésszámot alkalmas eljárásokkal, *frekvenciasokszorozás* útján növelték.

A mechanikában megismert *fűrészfog-rezgések* (*relaxációs rezgések*, 86. 5. ábra) elektromos változata, amelyre pl. a katódsugár-oscillográfban van szükség, igen egyszerűen előállítható ködfénylappal a 230,12. ábra szerint. A T telep a néhány megohmos R ellenálláson át addig tölti fel (arány-

lag lassan, l. 227. § 4.) a K ködfénylámpával párhuzamosan kapcsolt C kondenzátort, amíg ennek feszültsége a lámpa gyújtási feszültségét el nem éri. Ekkor a kondenzátor az R -nél sokkal kisebb ellenállású lámpán át viszonylag gyorsan kisül, és amikor feszültsége a kisülés folyamán a lámpa kialvási feszültsége alá süllyedt, a kondenzátor újból feltöltődik, és a jelenség ismétlődik. A rezgésidő, amely RC -vel arányos, kb. 10^{-4} s-tól néhány percig terjedhet.

A régebbi rezgékeltési eljárásokat csak vázlatosan ismertettük, mert azokat csaknem teljesen kiszorították az *elektroncsöves generátorok* (232. §).

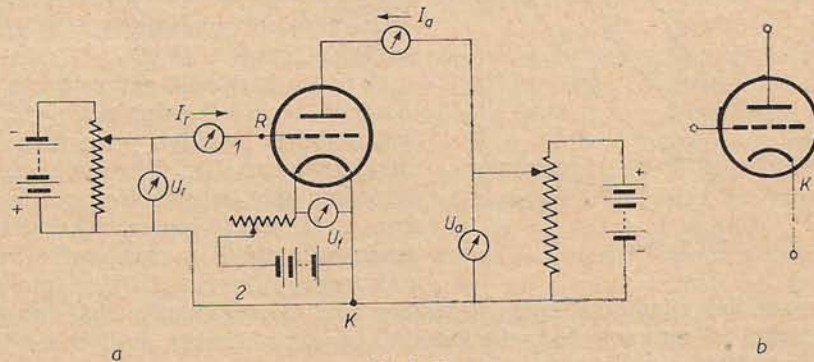


230,12. ábra

231. §. Az elektroncső (trióda és többbrácsos csövek). Erősítés elektroncsővel és tranzisztorral

Az *elektroncsövek* legegyszerűbb fajtáját, a (*vákuum*)*diódát* és egyenirányításra való felhasználását a 199. és 225. §-ban már megismertük. A 199. §-ban szóba került a háromelektrodás vagy egybrácsos cső, a *trióda* is, amelynek anódárama a *rács* (*vezérlőrács*) és a katód közti feszültségnek vagy röviden rácsfeszültségnek a változtatásával „vezérelhető”. A következőkben a triódával és a többbrácsos csövekkel kissé részletesebben kell foglalkoznunk, hogy sokoldalú alkalmazásukat jobban megérthessük.

1. *A trióda karakterisztikái és paramétereit.* A trióda tulajdonságai a 231,1a ábrán vázolt kapcsolással vizsgálhatók. Ebben három áramkör különböztethető meg: a *fűtőkör*, az *anódkör* és a *rácskör*. A fűtőkörben az U_f fűtőfeszültséget az előírt állandó értéken tartjuk.¹ Az anódkör a potenciométerrel változtatható U_a anódfeszültség és az I_a anódáram mérése céljából volt-, ill. milliamppermérőt is tartalmaz, hasonlóan



231,1. ábra

a rácskör is az U_r rácsfeszültség és az esetleges I_r rácsáram mérésére. Észrevehető rácsáram csak pozitív rácsfeszültség mellett folyik (amikor az ábrán az 1 vezetékét K -hoz, 2-t az R -hez kapcsoljuk): a pozitív töltésű rács az elektronok egy részét felfogja, és ezek az elektronok a rácsstelepen át a K katódra jutnak.

¹ A fűtőkört a kapcsolási vázlatokon a legtöbbször elhagyják; ebben az esetben (231,1b ábra) aszerint, amint a cső közvetlen vagy közvetett fűtésű (199. §), K a fűtőszál negatív sarkát vagy a közvetett fűtésű katódot jelenti. K potenciálját zérusnak vesszük, az összes feszültségeket erre a K pontra vonatkoztatjuk.

Az U_a anódfeszültség állandó értékei mellett megvizsgálva és ábrázolva az I_a -nak az U_r -től való függését, a trióda (I_a, U_r)- vagy anódáram—rácsfeszültség-karakterisztikáit (jelleggörbéit) kapjuk (231,2. ábra, amely az AC2 jelzésű, oxidkatódos csőre vonatkozik). Minél nagyobb az anódfeszültség, a karakterisztikák — könnyen érthető okból — annál inkább balra, a negatívabb rácsfeszültségek területére tolódnak el.

A trióda egyik jellemzője vagy paramétere a valamely állandó U_a értékhez tartozó (I_a, U_r)-karakterisztika közelítőleg lineáris részének az iránytangense, a *meredekség*:

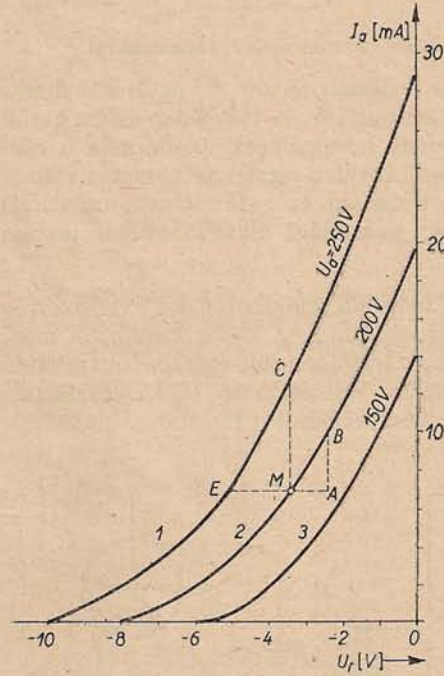
$$S = \left(\frac{\Delta I_a}{\Delta U_r} \right)_{U_a = \text{const}}; \quad (1)$$

pl. a 231,2. ábra alapján a választott M „munkapontban” $S = \overline{AB}/\overline{MA} \approx 3 \text{ mA/V}$. Ha állandó rácsfeszültség mellett az anódfeszültséget ΔU_a -val megváltoztatjuk, bizonyos ΔI_a anódáram-változást észlelünk. E két mennyiség hányadosa a *belső ellenállás*:

$$R_b = \left(\frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} \right)_{U_r = \text{const}}; \quad (2)$$

pl. az ábra esetében az 1 és 2 karakterisztikából leolvashatóan $R_b = 50 \text{ V/MC} = 50 \text{ V}/4,5 \text{ mA} \approx 11 \text{ k}\Omega$.

A trióda harmadik paramétere a D áthatás, ill. a $\mu = 1/D$ erősítési tényező. Ezzel kapcsolatban utalunk arra, hogy az I_a anódáramot az U_r rácsfeszültség is és az U_a anódfeszültség is befolyásolja; míg azonban az U_r vezérlő hatása teljes mértékben érvényesül, ebből a szempontból az U_a -nak csak egy törtrésze, DU_a jön számításba,



231,2. ábra

mert az anódból kiinduló erővonalak részben a rácson végződnek, tehát csupán egy részük „hatol át” a rácson, és ér el a katódra. Így azt a szerepet, amelyet a diódánál az anódfeszültség játszik, a triódánál az

$$U_v = U_r + DU_a \quad (3)$$

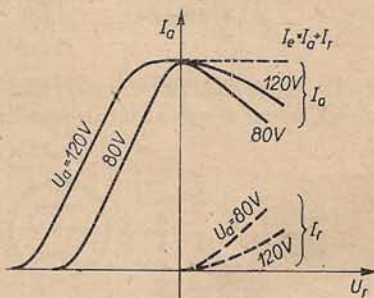
vezérlőfeszültség veszi át, tehát (199,1) alapján az anódáram a tértöltési tartományban, megközelítőleg: $I_a = K(U_r + DU_a)^{3/2}$. Ebből következik, hogy ha U_a -t és U_r -et olyan ΔU_a és ΔU_r értékekkel változtatjuk meg, amelyekre nézve $\Delta U_r + D\Delta U_a = 0$, akkor az U_v vezérlőfeszültség és ezzel az I_a anódáram is változatlan marad. Az utóbbi egyenletből tehát a D áthatás, ill. μ erősítési tényező:

$$D = - \left(\frac{\Delta U_r}{\Delta U_a} \right)_{I_a = \text{const}}, \quad \mu = \frac{1}{D} = - \left(\frac{\Delta U_a}{\Delta U_r} \right)_{I_a = \text{const}} \quad (4a-b)$$

Pl. a 231,2. ábra esetében, amikor az M munkapontból kiindulva, a $\Delta U_a = 50$ V anódfeszültség-növekedésnek az anódáramra gyakorolt hatását a $-\Delta U_r = \bar{E}M \approx \approx 1,5$ V rácfszfeszültség-csökkenés egyenlíti ki, $D \approx 1,5/50 = 0,03 = 3\%$, $\mu \approx 33$. A trióda három paramétere nem független egymástól, hanem — az (1), (2) és (4a) definíciókból² láthatóan — fennáll a *Barkhausen-féle egyenlet*:

$$SR_b D = 1, \text{ vagy } \mu = SR_b. \quad (5a-b)$$

A gyakorlatilag csak pozitív rácfszfeszültség mellett mutatkozó I_r rácáramot, ill. az (I_r, U_r) rácáram—rácfszfeszültség-karakterisztikákat egy wolframkatódos cső esetében a 231,3. ábra szaggatott görbéi tüntetik fel. Pozitív rácfszfeszültségeknél a katódból kiinduló teljes elektronáramnak megfelelő *emissziós áram* (vagy „katódáram”) nyilván az anódáramnak és a rácáramnak az összege: $I_a = I_n + I_r$. Ez a magyarázata annak, hogy a pozitív rácfszfeszültség növelésével I_n csökken, ti. a telítési áramot az $I_n + I_r$ emissziós áram jelenti. Nagy pozitív rácfszfeszültségek esetén az elektronok által az anódlemezről kiváltott *szekunder elektronok* — különösen, ha $U_r > U_a$ — részben a rácson és a rácstelepen át, részben pedig magában a csőben a katódra jutnak, és így a rácáramot növelik, az anódáramot pedig csökkentik (az utóbbi még negatív értéket is felvehet). Hatásuk legtöbbször nagyon zavaró, másrészt viszont az *elektron-sokszorozókban* éppen a szekunder elektronokat használják fel igen nagy mértékű erősítésre (l. később).



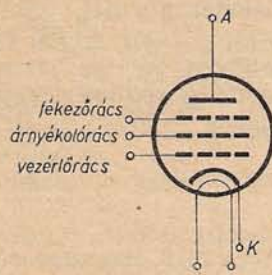
231,3. ábra

Az említett (I_n, U_r) - és (I_r, U_r) -karakterisztikákon kívül a trióda további karakterisztikái: az állandó U_r -ek mellett felvett (I_n, U_a) - vagy anódáram—anódfeszültség- és (I_r, U_a) - vagy rácáram—anódfeszültség-karakterisztikák.

2. Többrácsos csövek. Az alkalmazásokban — amint azt csakhamar látni fogjuk — gyakran kívánatos, hogy a meredekség lehetőleg nagy, az áthatás pedig kicsiny legyen. Ez úgy valósítható meg, hogy a csőbe a triódaiban is meglévő fő- vagy *vezérlőrács*on kívül egy vagy több *segédrácsot* építenek be. A kétrácsos, azaz négyelektródás cső vagy *tetróda* egyik régebbi fajtájában a katód és a vezérlőrács között volt a segédrács, és erre az ún. *tértöltés-rácsra* pozitív feszültséget adtak. Ezáltal a katód körüli *tértöltésnek* (elektronfelhőnek) az anódáramot akadályozó hatása csökken, úgyhogy már kis anódfeszültség mellett is megfelelő meredekséget lehetett elérni, ami a telepes rádiókészülékekben fontos volt. A ma használatos tetródákban a vezérlőrács és az anód között van a segédrács, amelynek szintén pozitív feszültséget adnak. Ez a *védő- vagy árnyékolórács* hasonló értelemben hat az anódáramra, mint az anód, tehát az utóbbi feszültségváltozásának az anódáramra gyakorolt befolyása s ezzel az áthatás kisebb lesz, azonkívül védi az árnyékolórács a vezérlőrácsot az anód kapacitív úton (az „anód—vezérlőrács-kapacitáson” át) végbemenő káros visszahatásától.

Az árnyékolt rácú csöveknél zavarokat okoz, hogy a nagy pozitív feszültségen levő árnyékolórács az anódlemezről kiváltott szekunder elektronok nagy részét felveszi. Ennek megakadályozására az árnyékolórács és az anód közé egy harmadik rácst, ún. *fékezőrácsot* építenek be, amelyet általában — sokszor már a csővön

² A csőparaméterek pontosabb definíciója: $S = \partial I_n / \partial U_r$, $R_b = \partial U_a / \partial I_n$, $D = -\partial U_r / \partial U_a$, ahol a differenciálhányadosok a tekintetbe vett M munkaponthoz tartozó (U_{a0}, U_{r0}, I_{a0}) helyen veendő.

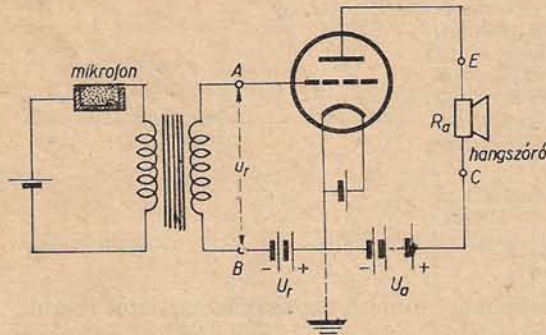


231,4. ábra

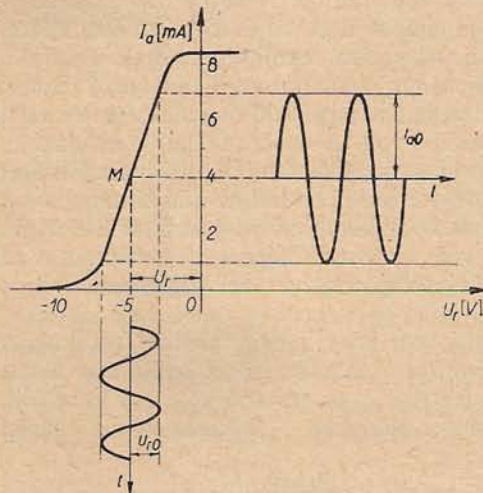
belül — a katóddal kötnek össze; a fékezőrács az anódhoz képest nagy negatív feszültségénél fogva az anódból kiváltott szekunder elektronokat visszahajtja az anódra. Az ilyen ötelektrodás cső, a korszerű *pentóda* (231,4. ábra) áthatása igen kicsiny, erősítési tényezője tehát igen nagy (pl. az *AF7* csőnél $\mu \approx 4000$; $S = 2 \text{ mA/V}$, $R_b = 2 \text{ M}\Omega$), és több más előnnyel is rendelkezik a triódával szemben.

Főleg a rádiótechnika igényei szükségessé tették számos más csőtípus kialakítását is (pl. hexóda, heptóda, októda, különböző kombinált és speciális csövek, l. később).

3. Az elektroncsővel való erősítés elve a következő. Ha az erősíteni kívánt váltakozó feszültséget a cső vezérlőrácsa és katódja közé visszük, akkor az anódáram ugyanolyan ütemben ingadozik, és ez a váltakozó anódáram az anódkörben levő R_a munkaellenállás sarkain az eredetnél sokkal nagyobb váltakozó feszültséget hozhat létre, vagy a vezérlés során felhasznált teljesítménynél sokkal nagyobb teljesítményt adhat le.



231,5. ábra

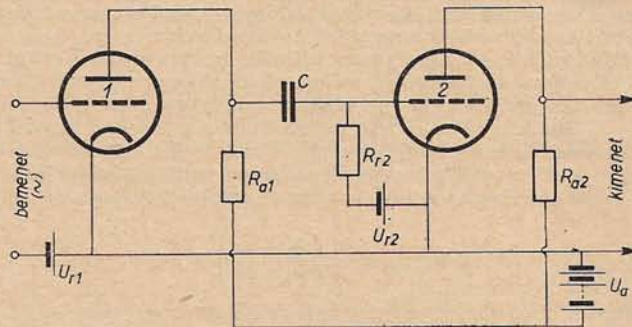


231,6. ábra

Egy könnyen összeállítható egycsőes vagy egyfokozatú erősítő (hangerősítő) kapcsolási rajzát a 231,5. ábra, az erősítés elvét pedig az (I_a, U_r) -karakterisztika alapján a 231,6. ábra mutatja. Példánkban az erősítendő feszültség (a „jel”) a mikrofontranszformátor szekunder tekercsének *A, B* sarkain jelentkező váltófeszültség, $U_r (= -5 \text{ V})$ a helyes *M munkapont* beállításához szükséges rács-előfeszültség, az R_a munkaellenállás szerepét pedig a hangszóró tölti be. Az U_r rács-előfeszültségtől és az I_a anód-egyenáramtól (az *M* pontban $I_a = 4 \text{ mA}$) nyomatékosan megkülönböztetendő az erősíteni kívánt, szinuszosnak feltételezett $u_r = u_{r0} \sin \omega t$ rács-váltófeszültség, ill. az $i_a = i_{a0} \sin \omega t$ anód-váltóáram. Pl. a 231,6. ábra esetében $u_{r0} = 2 \text{ V}$ és $i_{a0} = 3 \text{ mA}$, úgyhogy a rácsfeszültség -7 V és -3 V között, az anódáram pedig 1 mA és 7 mA közt ingadozik, és ezért pl.

egy $R_a = 10 \text{ k}\Omega$ (ohmos) munkaellenállás sarkain $u_{a0} = 3 \text{ V}$ amplitúdójú *anód-váltófeszültség* keletkezik.

A 231,6. ábráról láthatóan a *torzításmentes erősítéshez* vagy alakhű jelátvitelhez szükséges, hogy az $U_r - u_{r0}$ és $U_r + u_{r0}$ határok között változó rácsfeszültség a karakterisztika lineárisnak tekinthető szakaszán belül maradjon (ellenkező esetben a csövet „túlvezéreljük”). Fontos továbbá, hogy az erősítendő rezgés energiájából a vezérlés minél kevesebbet vonjon el. Az ilyen kis teljesítményű vagy gyakorlatilag *teljesítmény nélküli vezérlés* megvalósítása céljából az M munkapontot (az U_r és U_a egyenfeszültségeket) úgy választjuk meg, hogy a karakterisztika lineárisnak



231,7. ábra

vehető szakasza — miként az ábrán — a negatív rácsfeszültségek tartományába essék; ekkor, nem lévén rácsáram, a rácskörben a teljesítmény zérus.

Az anódköri R_a munkaellenállás sarkain jelentkező, immár felerősített váltófeszültséget alkalmas módon egy következő cső rácsa és katódja közé vihetjük, és ezt az eljárást folytathatjuk. Az ilyen *többszorosított erősítők* (a 231,7. ábra egy két-fokozatú erősítő kapcsolását tünteti fel³), amelyekkel — különösen pentódák alkalmazásával — rendkívül nagy erősítést lehet elérni, szinte felsorolhatatlanul sokrétű alkalmazást nyernek a tudomány és a technika legkülönbözőbb területein.

Az *erősítés mértékének* megállapítása céljából jelöljük — a 231,5. ábrán vázolt *egyfokozatú erősítő* esetében — a rácsra vitt erősítendő váltófeszültség, ill. az anód-váltóáram komplex amplitúdóját (220. §) U_r -rel, ill. I_a -val. Ha az anódkörben a munkaellenállás zérus lenne, akkor a meredekség (1) definíciója szerint $I_a = S U_r$ volna. Valójában azonban I_a az R_a munkaellenállás mentén

$$U_a = -R_a I_a \quad (6)$$

feszültségesést létesít,⁴ és így (3) értelmében az anódáramot U_r helyett az $U_r + D U_a = U_r - D R_a I_a$

³ Az ábrán vázolt *ellenállásos erősítőben* a C csatolókapacitás — amely az erősítendő váltófeszültséget átengedi — azért szükséges, hogy az 1 cső anód-egyenfeszültsége ne juthasson a 2 cső rácsára. Az R_{r2} *rácslevezető ellenállás* pedig azért alkalmazandó, mert e nélkül az előfeszültséget adó rácstelep a cső rácsára jutó váltófeszültséget rövidre zárná.

⁴ A mínuszjel azért szükséges, mert ha pl. az ábrán a C -től E felé haladó anódáram növekszik, akkor E még inkább negatív lesz C -hez képest, vagyis az anódfeszültség csökken. — A munkaellenállást egyszerűség kedvéért ohmosnak tételeztük fel, maguk a (6)–(7) formulák azonban akkor is érvényesek, ha ezekben R_a helyett bármilyen Z_a komplex impedancia áll.

feszültség vezérli. Következésképpen $I_a = S(U_r - DR_a I_a)$, innen pedig

$$I_a = \frac{SU_r}{1 + SDR_a} = [(5a) \text{ miatt}] \frac{SU_r}{1 + (R_a/R_b)} = \frac{SR_b}{R_b + R_a} U_r.$$

Az (5b) alatti $SR_b = \mu$ összefüggés figyelembevételével tehát az egyfokozatú erősítéssel nyert I_a anód-áram és U_a anód-váltófeszültség:

$$I_a = \frac{SR_b}{R_b + R_a} U_r = \frac{\mu U_r}{R_b + R_a}, \quad U_a = -\mu U_r \frac{R_a}{R_b + R_a}. \quad (7a-b)$$

(7a) azt jelenti, hogy az erősítésnél az I_a és U_r közti összefüggést az S mereedség helyett az ennél kisebb $SR_b/(R_b + R_a)$ „munkamereedség” szabja meg, vagy grafikus ábrázolásban: a cső hasznos működése során az eddig alapul vett, $R_a=0$ -nál érvényes *sztatikus karakterisztika* helyébe az $R_b/(R_b + R_a)$ arányban laposabb *munka- vagy dinamikus karakterisztika* lép.

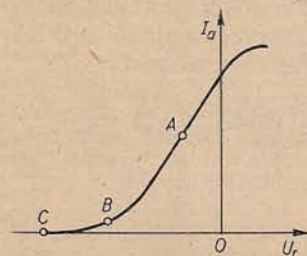
A (7a-b) formulákból kitűnik, hogy az R_a munkaellenállás szempontjából a cső μU_r elektromotoros erejű és R_b belső ellenállású áramforrásnak tekinthető. Ebből vagy (7b)-ből következik, hogy a $K = U_a/U_r$ feszültségerősítés annál nagyobb, minél nagyobb az R_a munkaellenállás: K maximális értéke az $R_a \rightarrow \infty$, ill. $R_a \gg R_b$ esetben: $|K| = \mu = 1/D$, ez indokolja a μ erősítési tényező elnevezését. (7a) értelmében az I_a/U_r áramerősítés annál nagyobb, minél kisebb az R_a ; maximális értéke ($R_a=0$ -nál) S . A cső tehát „átlagban véve” annál alkalmasabb az erősítésre, minél nagyobb a μS szorzat, a cső ún. *jósági tényezője*. (7a)-ból következik továbbá, hogy az R_a munkaellenálláson leadott váltakozó áramú teljesítmény:

$$P = I_{a, \text{eff}}^2 R_a = \left(\frac{\mu U_{r, \text{eff}}}{R_b + R_a} \right)^2 R_a. \quad (8)$$

A 179. § 3. értelmében ez a teljesítmény akkor a legnagyobb, ha R_a egyenlő a cső R_b belső ellenállásával. Az R_a fogyasztónak és a csőnek tehát igazodniok kell egymáshoz („illesztés”).

Az erősítők (erősítőfokozatok) osztályozása sokirányú rendeltetésüknek és felépítésüknek megfelelően több szempontból lehetséges. Így pl. aszerint, amint az anódkörben nagy váltófeszültséget, váltóáramot, ill. váltóáramú teljesítményt kívánunk elérni, *feszültség-, áram-, ill. teljesítményerősítő* alkalmazunk. A feszültségerősítőt gyakran *előerősítőnek*, a teljesítményerősítőt *végerősítőnek* is hívják, mert az utóbbi csővének „kivezéréséhez” szükséges nagy váltófeszültséget rendszerint az előző feszültségerősítő fokozat szolgáltatja. Az erősítendő rezgések frekvenciája szerint *nagyfrekvenciás (rádiófrekvenciás), közép- és kisfrekvenciás (hangfrekvenciás) erősítők* különböztethetők meg, továbbá zérus frekvenciának megfelelő *egyenáramú erősítők*.⁵ Egy meghatározott frekvencia, ill.

keskeny frekvenciasáv erősítésére szolgálnak a *keskenysávú (rezonanciás, szelektív, hangolt körös) erősítők*, egy széles frekvenciasáv, pl. az összes hangfrekvenciák lehetőleg egyenletes erősítésére pedig a *szélessávú (aperiodikus) erősítők*. Attól függően, hogy a cső anódkörében milyen az a munkaellenállás, amelyről a váltakozó feszültséget a következő cső rácsára visszük, az említett hangolt körös erősítőknél kívül *ellenállásos vagy RC-csatolású* (231.7. ábra), *fojtótekerces és transzformátoros erősítők* különböztethetők meg. Az M munkapontot sokszor célszerű a karakterisztika egyenes szakaszának közepén kijelölni (a 231.2. ábrán az M , a 231.8. ábrán az A pont), bizonyos esetekben viszont — főleg a teljesítményerősítőknél — előnyösebb azt a karakterisztika alsó könyökébe (B) vagy még inkább balra, a nagy negatív rácsfeszültségek területére (C) tolni; e három helyzetnek megfelelően A , B és C osztályú erősítőkről beszélünk. Az em-



231.8. ábra

⁵ Speciális egyenáramú erősítők, a *csőelektrométerek* lehetővé teszik igen gyenge, még 10^{-14} — 10^{-15} amperes áramoknak közönséges galvanométerrel való mérését is (különlegesen jó szigetelésű csövek, un. *elektrométercsövek* felhasználása esetén). Az elektroncsöves vagy tranzistoros *cső-voltmérők* ellenállása — bemeneti ellenállása — sokkal nagyobb az egyszerű voltmérőkénél; fajtájuktól függően egyenfeszültség vagy kis- és nagyfrekvenciájú váltófeszültség mérésére alkalmasak. Vannak olyan típusok is, amelyekben a feszültséget mutató műszer helyett kis ablakok mögött megjelenő számjegyek jelzik (*digitális műszerek*).

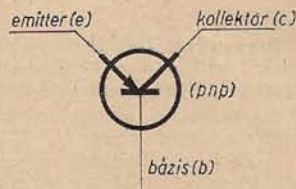
lített típusokon kívül még sok másfajta erősítő, ill. erősítőkapcsolás is használatos (pl. ellenütemű, visszacsatolt és katódterhelésű erősítők).

Az erősítővel kapcsolatban sok fontos, de itt nem részletezhető kérdés merül fel. Ilyenek pl. az erősítés frekvenciafüggése, az erősítőn átmenő jel nem kívánatos megváltozásában jelentkező torzítás, a „begerjedés” veszélyével szemben tanúsított stabilitás, valamint a különféle zajok, amelyek pl. hangerősítőkben az ismert sístergésben nyilvánulnak meg. A zajok egyrészt a csövek emissziós áramának statisztikus ingadozásaiból (főleg a söréthatásból, 205. §) eredő *csőzajok*, másrészt a kapcsolási elemekben az elektronok rendezetlen hőmozgásából származó *termikus zajok*, továbbá olyan zajok, amelyeket külső vagy belső zavarok okoznak (pl. váltakozó elektromos és mágneses terek, a tápfeszültség ingadozásai, nem elég jó érintkezések, mechanikai rezgések stb.). Az utóbbi fajta zajok megfelelő felépítéssel, árnyékolással stb. kiküszöbölhetők, a csőzajok és a termikus zajok azonban nem szüntethetők meg, és éppen ezek szabják meg a *hasznos erősítés határát*: ha az erősítendő jelnek és a zajnak megfelelő jel- és zajfeszültség hányadosa, az ún. *jel/zaj viszony* nem eléggé nagy ahhoz, hogy a jel a zajtól mint zavaró „háttértől” megkülönböztethető legyen, akkor további erősítésnek nincs értelme.

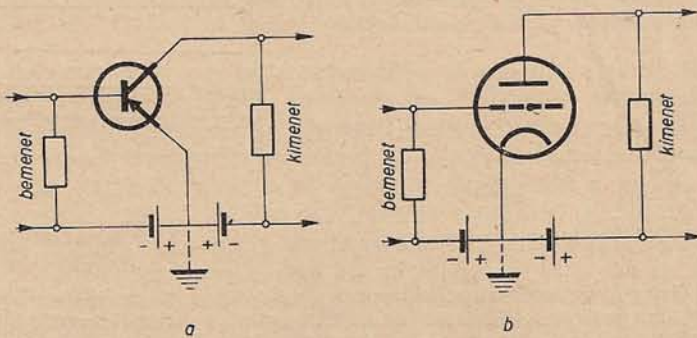
4. A tranzisztorral való erősítés lehetőségét és mechanizmusát a 207. §-ban vázoltuk, a következőkben a tranzisztor néhány jellemzőjével és kapcsolási módjával foglalkozunk. Konkrét esetekben és az ábrákon a jelenleg leggyakrabban használatos *pnp típusú rétegtranzisztort* vesszük alapul, amelyet a kapcsolási vázlatokon általában a 231,9. ábra szerint jelölnek (az *nnp*-tranzisztornál az emitteráram irányát jelző nyíl kifelé irányul).

Mint hogy az emitter tudvalevően a bázison át töltéshordozókat juttat a kollektorba, az emitter, a bázis és a kollektor rendre a vákuumtrióda katódjának, rácsának és anódjának felel meg. A gyakorlatban alkalmazott áramkörökben a tranzisztor — a triódához hasonlóan — két bemeneti és két kimeneti pólusa van, tehát a tranzisztor olyan *négypólusnak* tekinthető, amelyben egy bemeneti és egy kimeneti pólus közös. Ha ez a pólus, mint legtöbbször, az emitter, akkor a kapcsolás *közös vagy földelt emitteres kapcsolás*. A 231,10a ábrán egy ilyen kapcsolású erősítő (fokozat) egyszerűsített váz lata látható, a b ábra pedig összehasonlításként az ennek megfelelő „földelt katódos triódaerősítőt” (lényegében a 231,5. ábrán megismert erősítőt) tünteti fel.

A földelt emitteres kapcsolásban a tranzisztor tulajdonságai a 231,1. ábrához teljesen hasonló 231,11. ábra szerint tanulmányozhatók. A négy mérhető mennyiség:

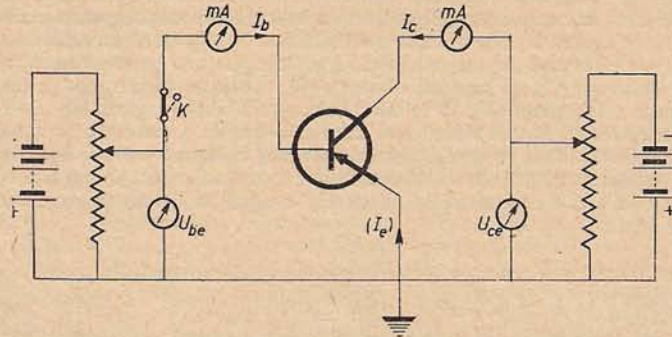


231,9. ábra



231,10. ábra

az I_b bázisáram, az emitterhez viszonyított U_{be} bázisfeszültség, az I_c kollektoráram és az U_{ce} kollektorfeszültség; az első kettő a bemeneti, az utóbbi kettő a kimeneti áram és feszültség.⁶ A tranzisztor jellemezhető oly módon, hogy e négy mennyiség



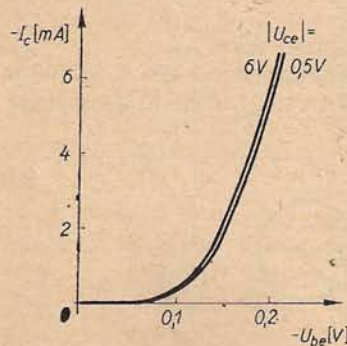
231,11. ábra

közül megadjuk bármelyik kettőt mint a másik kettőnek a függvényét; ilyen függvénypárok lehetnek tehát pl.

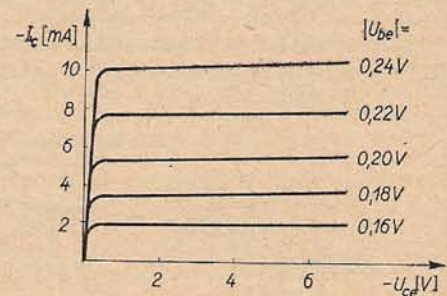
$$I_b = I_b(U_{be}, U_{ce}) \quad \text{és} \quad I_c = I_c(U_{be}, U_{ce}). \quad (9a-b)$$

Ezeket vagy más kapcsolatokat — két mennyiség közti összefüggést egy harmadiknak állandó értékei mellett — grafikusán a *tranzisztorkarakterisztikák* szemléltetik. Bár a teljes jellemzéshez két karakterisztikasereg elegendő, több is használatos, leggyakrabban az (I_c, U_{be}) - vagy *vezérlési* (231,12. ábra), az (I_b, U_{be}) - vagy *bemeneti* és az (I_c, U_{ce}) - vagy *kimeneti karakterisztikák* (231,13. ábra). Ezek rendre a vákuumtrióda (I_a, U_r) -, (I_r, U_r) -, (I_a, U_a) -karakterisztikáinak felelnek meg.

A karakterisztikákból vagy közvetlen mérésekkel meghatározható *tranzisztorjellemzők* közül az erősítés szempontjából a *váltakozó áramú jellemzők* a legfontosabbak, amelyek két kicsiny áram-, ill.



231,12. ábra

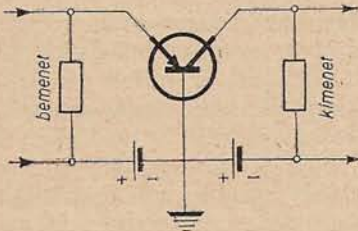


231,13. ábra

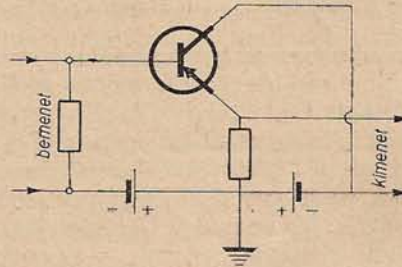
⁶ Az I_b , I_c (és az I_e emitteráram) megállapodás szerint választott „pozitív mérőirányát” nyilak jelzik. Mivel az ábra esetében a bázisáram és a kollektoráram a nyilakkal ellentétes irányban folyik, I_b és I_c számértékei negatívak, ugyanígy U_{be} és U_{ce} számértékei is. Egyedül I_e értéke pozitív, nevezetesen a csomóponttörvény értelmében $I_e = -(I_b + I_c)$.

feszültségváltozás hányadosaként (vagy két „jeláram”, ill. „jelfeszültség” hányadosaként) értelmezhetők. A főbb ilyen jellemzők: a $\Delta I_c / \Delta U_{be}$ meredekség (pl. a 231,12. ábra felső görbéjének a közepén $\approx 60 \text{ mA/V}$); a rövidre zárt kimenet esetén mért áramerősítési tényező: $\beta = \Delta I_c / \Delta I_b$ ($\approx 20-150$); a szintén rövidre zárt kimenet esetén mért bemeneti ellenállás, ill. vezetőképesség ($R_1 = \Delta U_{be} / \Delta I_b$, ill. $Y_1 = 1/R_1$, pl. $R_1 \approx 1 \text{ k}\Omega$); a jel számára nyitott vagy rövidre zárt bemenetnél mért — a két esetben különböző értékű — kimeneti ellenállás, ill. vezetőképesség ($R_2 = \Delta U_{ce} / \Delta I_c$, ill. $Y_2 = 1/R_2$, pl. $R_2 \approx 30 \text{ k}\Omega$). A meredekség és a kimeneti ellenállás az elektroncső meredekségének, ill. belső ellenállásának felel meg. Az áramerősítési tényező és a bemeneti ellenállás analogonja az elektroncsőnél ritkán fordul elő, mivel a rendszerint alkalmazott negatív rácsfeszültségek mellett a rácsáram zérus.

Az eddig alapul vett földelt emitteres kapcsoláson kívül használatos — ritkábban — a másik két alapkioscsolást jelentő földelt bázisú kapcsolás (231,14. ábra) és földelt kollektorú kapcsolás (231,15. ábra) is. A bemenő (I_1, U_1) és a kimenő (I_2, U_2) áram, ill. feszültség az előbbi esetben $I_e, U_{eb}, I_c,$



231,14. ábra



231,15. ábra

U_{eb} , az utóbbiban pedig I_b, U_{bc}, I_e, U_{ec} . A tranzisztor jellemzői a három alapkioscsolásban általában különböznek, formailag azonban egységesen értelmezhetők, ha abból indulunk ki, hogy a *be- és kimenő áramok és feszültségek között* mindenképpen két független egyenletnek, pl. a (9a-b)-nek megfelelő

$$I_1 = I_1(U_1, U_2) \quad \text{és} \quad I_2 = I_2(U_1, U_2) \quad (10a-b)$$

relációnak kell fennállnia. (10a-b)-ből következik, hogy ha U_1 -nek és U_2 -nek a választott munkaponthoz tartozó U_{10}, U_{20} értékeit kis ΔU_1 -gyel és ΔU_2 -vel megváltoztatjuk, akkor a megfelelő áramváltozások:

$$\Delta I_1 = \frac{\partial I_1}{\partial U_1} \Delta U_1 + \frac{\partial I_1}{\partial U_2} \Delta U_2, \quad \Delta I_2 = \frac{\partial I_2}{\partial U_1} \Delta U_1 + \frac{\partial I_2}{\partial U_2} \Delta U_2. \quad (11a-b)$$

A munkapontban veendő $\partial I_1 / \partial U_2 \equiv Y_{12}, \dots, \partial I_2 / \partial U_1 \equiv Y_{21}$ differenciálhányadosok a *tranzisztor négyfókus-paraméterei*; pl. Y_{11} a már említett bemeneti vezetőképességet jelenti rövidre zárt kimenet esetén [ti. ekkor $\Delta U_2 = 0$, és így (11a)-ból $Y_{11} = \Delta I_1 / \Delta U_1$]. További részletekre és a tranzisztor sok más jellemzőjére (a különféle egyenáramú, termikus, frekvencia- és zajjellemzőkre) nem térhetünk ki, annál kevésbé, mert a viszonyok sokkal bonyolultabbak, mint az elektroncsőnél.

A *tranzisztoros erősítők* egy-egy fokozatában, a sok tekintetben legelőnyösebb földelt emitteres kapcsolás esetén, általában 10–200-szoros *áramerősítés*, néhány százszorostól néhány ezerszeresig terjedhető *feszültségerősítés*, ill. 10^3-10^5 -szeres (30–50 decibel) *teljesítményerősítés* érhető el. Az erősítőtípusok és -kapcsolások számossága még nagyobb, mint az elektroncsöveknél, mert a *pnp* és *npn* típusú „kiegészítő tranzisztorok” együttes alkalmazása csövekkel meg nem valósítható kapcsolásokra is lehetőséget nyújt. Az elektroncsöves erősítőkkel szemben a tranzisztoros erősítők előnyei: elsősorban a kis méret (amely pl. a „nagyothalló-készüléknek” elengedhetetlen), a kisebb fogyasztás, a nagyobb élettartam, határfok és mechanikai ellenállóképesség. Hátrányai viszont — attól eltekintve, hogy a leadható teljesítmény sokkal kisebb — a nagy hőmérsékleti érzékenység, az általában nagyobb

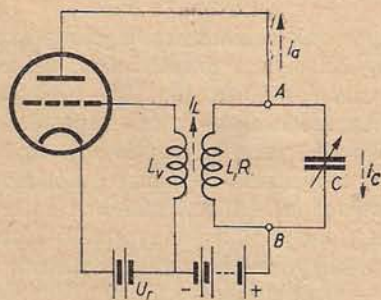
„zaj” és az erősíthető frekvenciasáv szűkebb volta. Az utóbbit illetően újabban a különböző típusú rétegeknek vákuumban való egymásra párologtatásával készített *mesa-* és *planártranzisztorokkal* lényeges előrehaladást sikerült elérni.

Itt jegyezzük meg, hogy az egészen kis méretű kristálydiódák és tranzisztorok előállításával kezdetét vette az elektronikus készülékek „*miniatürizálása*” és az ún. *mikroelektronika* kialakulása. E téren újabban nagy haladást jelentettek a főleg az elektronikus számológépekben alkalmazott *integrált áramkörök*. Egy ilyen, különleges „*vékonyréteg-technológiával*” készült, vagy pedig parányi kristálydarabkákból összeállított áramkör igen kis helyen sok kapcsolási elemet — ellenállást, tekercset, kondenzátort, kristálydiódát, tranzisztort — tartalmazhat (köbcentiméterenként több százat is).

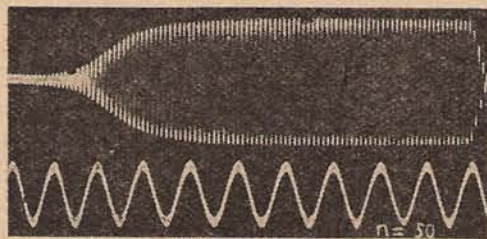
232. §. Rezgések és impulzusok előállítása elektroncsővel vagy tranzisztorral

1. *Színuszos rezgések előállítása visszacsatolás útján.* Az elektroncsöves erősítőben a cső rácsára adott U_r váltakozó feszültség az anódköri munkaellenállás sarkain felerősített U_a váltakozó feszültséget hoz létre (231. § 3.). Ha az utóbbi „*kimenő feszültség*” egy részét alkalmas módon a rács és a katód mint „*bemeneti kapcsok*” közé visszük, akkor a cső e *visszacsatolás* révén kapott váltakozó feszültséget is erősíti, mert az erősítés szempontjából közömbös, hogy a rácsfeszültség honnan származik. Ha az eredeti U_r idegen feszültség helyett ezzel éppen egyenlő feszültséget viszünk — csatolunk vissza — az anódkörből a rácsra, akkor az anódköri U_a váltakozó feszültség, ill. az ennek megfelelő rezgések külső gerjesztés nélkül is fennmaradhatnak. Ezt a visszacsatoláson alapuló *önvezérlést* vagy *öngerjesztést* (amelyre a 86. §-ban említett mechanikai rendszereken kívül további példa a dugattyús-tolattyús gőzgép, az elektromos csengő és a dinamóelv) elektromos rezgések előállítására először MEISSNER alkalmazta 1913-ban.

A *Meissner-féle visszacsatolás* esetében (232,1. ábra) a fizikai folyamat a következőképpen vázolható. Az anódkör zárásakor a C kondenzátor feltöltődése és az L tekercsen át való kisülése folytán az RLC rezgőkörben rezgések jönnek létre, amelyek az L_v tekercs hiányában csakhamar lecsillapodnának, az anódáram hamarosan állandó értékű lenne. Az L tekercs áramingadozásai azonban az L_v visszacsatoló tekercsben váltakozó feszültséget indukálnak, és — ha az L_v tekercs csévélési irányát és a csatolás mértékét helyesen választjuk meg — az így létrejövő váltakozó rácsfeszültség az anódáramot a megfelelő ütemben úgy vezérli, hogy a rezgések csillapodás helyett éppen „*felhintázódnak*” bizonyos határig, amint az a 232,2. ábra oszcillogramján látható. Ettől kezdve a rezgőkörben *csillapítatlan szinusz-*



232,1. ábra



232,2. ábra

rezgések mennek végbe, amelyeknek frekvenciáját lényegében (egy rendszerint 1%-nál kisebb eltérést jelentő korrekciós tagtól eltekintve) a jól ismert $\nu = 1/2\pi\sqrt{LC}$ Thomson-formula adja meg. A rezgések energiáját az anódtelep szolgáltatja, ez fedezi a rezgőkör veszteségeit.

A rezgéskeltés folyamatának pontosabb vizsgálatánál az RLC rezgőkörre mint zárt áramkörre vonatkozó Kirchhoff-féle huroktörvényből indulunk ki. A rezgőkör induktív, ill. kapacitív ágában folyó (a 232.1. ábrán szaggatott nyilakkal jelzett) áram időben változó részét $i_L = i$ -vel, ill. i_C -vel, az anóddáram változó részét pedig i_a -val jelölve, a huroktörvény pl. (219,3) mintájára így fejezhető ki:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i_C = 0, \quad \text{ahol } i_C = i - i_a \quad (1a-b)$$

a csomóponttörvény szerint. Az i_a anóddáramot (231,3) értelmében az $u_r + Du_a$ feszültség vezérli, és ezért, a csőkarakterisztika lineárisnak tekinthető részére szorítkozva, és az ott állandó meredekséget S -sel jelölve:

$$i_a = S(u_r + Du_a). \quad (2)$$

Itt u_a a rezgőkör A, B sarkain fellépő váltakozó feszültség, u_r pedig a visszacsatolásból származó rácsfeszültség, és így, ha M jelenti a két tekercs kölcsönös induktivitásának abszolút értékét, fennáll:

$$u_a = -Ri - L \frac{di}{dt}, \quad u_r = \pm M \frac{di}{dt}. \quad (3a-b)$$

A két tekercs csévélési iránya legyen ellentétes; ebben az esetben (3b)-ben a + előjelet kell választani, azaz $u_a \approx -L di/dt$ és $u_r = +M di/dt$ lényegében ellenkező fázisúak (ha pl. az i áram a 232.1. ábrán „felfelé” haladva nő, akkor u_a negatív, u_r pozitív). A fentiek alapján nyert

$$i_C = i - i_a = i - S \left[(M - DL) \frac{di}{dt} - DRi \right] \quad (4)$$

kifejezést (1a)-ba helyettesítve, L -lel való osztás után és az $SDR_b = 1$ Barkhausen-reláció figyelembevételével az i -re a következő differenciálegyenletet kapjuk:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \left[\frac{R}{L} - \frac{S(M - DL)}{LC} \right] \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} \left(1 + \frac{R}{R_b} \right) i = 0. \quad (5)$$

A (227,2–4)-gyel való egybevetésből látható, hogy (5) olyan szabad rezgések differenciálegyenlete, amelyeknek (csillapodás nélküli) ω_0^* saját-körfrekvenciája és β^* csillapítási tényezője:

$$\omega_0^* = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 + \frac{R}{R_b}}, \quad \beta^* = \frac{1}{2} \left[\frac{R}{L} - \frac{S(M - DL)}{LC} \right], \quad (6a-b)$$

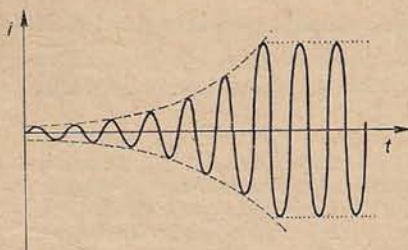
a rezgéseket pedig az (5) általános megoldását jelentő

$$i = i_0 e^{-\beta^* t} \sin(\sqrt{\omega_0^{*2} - \beta^{*2}} t + \varphi) \quad (7)$$

kifejezés írja le (az $\omega_0^* > \beta^*$ esetben; i_0 és φ a kezdeti feltételekből meghatározható állandók). Az R rendszerint igen kicsiny lévén a cső R_b belső ellenállásához képest, $\omega_0^* \approx 1/\sqrt{LC} = \omega_0$. Mint (6b)-ből kitűnik, a visszacsatolás hatása csillapításcsökkentésben nyilvánul meg: úgy foghatjuk fel a dolgot, mintha a rezgőkör R ohmos ellenállásához az $R_- = -S(M - DL)/C$ (kis D áthatásnál $\approx -SM/C$) negatív ellenállás járulna. Ha M -et úgy választjuk meg, hogy $|R_-| = R$, vagyis

$$\beta^* = 0, \quad \text{azaz } \frac{S(M - DL)}{C} = R \quad (8)$$

legyen, akkor (7) értelmében csillapítatlan rezgések jönnek létre. Ha pedig M a (8)-ból adódó „kritikus M -értéknél” nagyobb, akkor ebben a $\beta^* < 0$ esetben (7) szerint a rezgések amplitúdója a bekap-



232.3. ábra

csolás után az idővel exponenciálisan nő (232.3. ábra). A valóságban ez a növekedés csak bizonyos határig tart, ti. a (7) megoldás csupán kis amplitúdójú rezgésekre érvényes, mert nagyobb amplitúdók esetén a karakterisztika linearitására ($S = \text{const}$) alapozott (2) egyenlet már nem helytálló. Valójában az amplitúdót sok esetben a karakterisztika nemlineáris volta korlátozza, arra az értékre, amelynél a karakterisztika megfelelő részének átlagos meredeksége — adott R, L, C, D, M értékek mellett — éppen a (8) feltételt kielégítő S értékre csökken le. Ha ez már megtörtént, a rezgések csillapodás nélkül folytatódhatnak (bár megjegyzendő, hogy az amplitúdó és a frekvencia kielégítő stabilizálása számos további kérdést vet fel).

Az (5) differenciálegyenlet a bekapcsolástól az állandósult állapot kialakulásáig tartó átmeneti (tranzien) folyamatot is magában foglalja. Az állandósult állapotban, szinuszos váltóáramok és feszültségek esetében, az öngerjesztés feltétele igen egyszerű és általános alakban megfogalmazható. Legyen U_r az erősítésnél vagy idegen gerjesztésnél a rácsra vitt külső váltófeszültség (komplex alakban), U_a az anódköri Z_a munkaellenálláson jelentkező váltófeszültség, U_r' pedig az öngerjesztés esetében az anódkörből a rácsra visszacsatolt váltófeszültség; ekkor definíció szerint:

$$K = -\frac{U_a}{U_r} \text{ az erősítési fok, } V = -\frac{U_r'}{U_a} \text{ a visszacsatolási tényező.} \quad (9a-b)$$

Nyilvánvaló, és tárgyalásunk elején már említettük is, hogy az öngerjesztésnél a rezgések fennmaradásának szükséges feltétele: $U_r' = U_r$, vagy (9a-b) alapján

$$KV = 1 \quad (\text{Barkhausen-féle öngerjesztési formula}). \quad (10)$$

Eszerint pl. $K = 10$ -szeres erősítésnél $V = 0,1 = 10\%$ -os, 100-szoros erősítésnél pedig csak 1%-os visszacsatolás szükséges. Igen nagy erősítés esetén az erősítőben már igen kis mértékű, nem szándékos visszacsatolás is rezgéseket kelthet, más szóval az erősítő könnyen „begerjed”.

Az általában komplex (10) egyenlet két valós egyenletre bontható, amelyek egyike a rezgések amplitúdójára, a másik a rezgések fázisára vagy frekvenciájára ró ki feltételt. Egycsöves erősítésnél K (231,7b)-ből ismeretes: $K = \mu Z_a / (R_b + Z_a)$ — ahol Z_a a 232,1. ábra esetében az anódköri párhuzamos rezgőkörnek a (220,11) alatti komplex impedanciája —, V pedig a Meissner-féle visszacsatolásnál az alábbiak szerint adódik. Ha a rezgőkör induktív ágában a B -től A felé folyó áram I , akkor $U_a = -(R + jL\omega)I$, és $U_r' = M dI/dt = M d(I_0 e^{j\omega t})/dt = jM\omega I$, tehát $V = -U_r'/U_a = jM\omega / (R + jL\omega)$. A K és V fenti kifejezéseivel a (10) formula, nehézség nélküli számítások után, a frekvenciára vonatkozó (6a) és az amplitúdót megszabó (8) feltételre vezet.

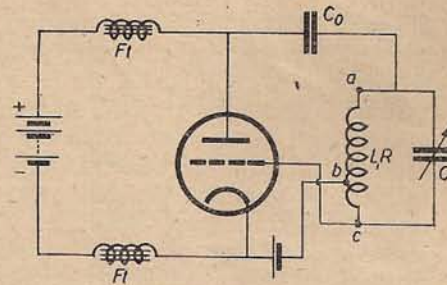
Szándékos visszacsatolást nemcsak a rezgékeltőkben, hanem erősítőben is alkalmaznak. Aszerint, amint a bemenő U_r és a visszacsatolt U_r' feszültség lényegében megegyező vagy ellentétes fázisúak, pozitív vagy negatív visszacsatolásról beszélünk. Az előbbi növeli az erősítést, az utóbbi csökkenti azt, de egyúttal kisebbíti a torzítást, és még más előnyökkel is jár.

Elektroncsöves rezgékeltők (generátorok vagy oszcillátorok) a Meissner-féle induktív (transzformátoros) visszacsatoláson kívül autotranszformátoros és kapacitív visszacsatolás alkalmazásával is szerkeszthetők. Az igen sok használatos kapcsolás közül pl. az autotranszformátoros visszacsatolású hárompontkapcsolás a 232,4. ábrán látható. Az anódköri tekercs c és b pontjairól visszacsatolt U_r rácsfeszültség — amint annak lennie kell — a tekercs a és b pontjai közötti U_a anód-váltófeszültséggel ellentétes fázisú.¹

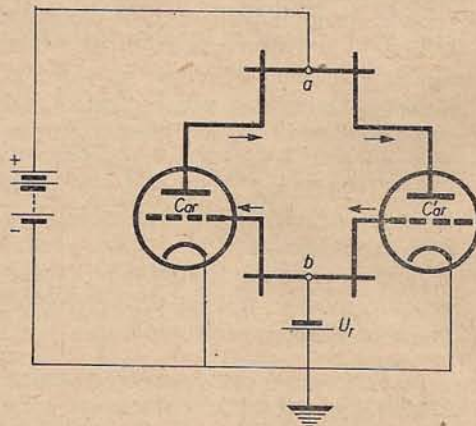
¹ Az ábra egyúttal példa arra is, hogy az anódtelap a rezgőkörrel nemcsak sorba, mint a 232,1. ábrán, hanem párhuzamosan is kapcsolható. E kapcsolatban a nagyfrekvenciájú rezgéseket szinte gyengítetlenül átengedő C_0 kondenzátor a nagy anód-egyenfeszültséget távol tartja a rezgőkörtől, ami biztonsági okokból kívánatos; a két Ft fojtótekercs viszont azt akadályozza meg, hogy a nagyfrekvenciás váltóáram a rezgőkör táplálása helyett az anódtelapen át záródjék.

Igen nagy frekvenciájú rezgések előállításánál, kb. $3 \cdot 10^7$ Hz-en túl ($\lambda = 10$ m-nél rövidebb hullámoknál, l. alább) a rezgőkör L induktivitásának és C kapacitásának oly kicsinynek kell lennie, hogy tekercs helyett rövid drótkengyelt alkalmaznak, a kondenzátor szerepét pedig a belső csőkapacitások (a C_{ak} anód—katód-, a C_{ar} anód—rács- és a C_{rk} rács—katód-kapacitás) veszik át, és legtöbbször a visszacsatolást is ezek egyike közvetíti. Egy ilyen, a nagyfrekvenciáknál különösen előnyös kapcsolást, a két egyforma csőből felépített *ellenütemű generátor* kapcsolását a 232,5. ábra tünteti fel. A nagyfrekvenciás áram legnagyobb része a vastagon kihúzott vezetőkörben — a C_{ar} és C'_{ar} kapacitásokon át — folyik, az egyik félperiódusban a nyíl irányában, a másik félperiódusban az ellenkező irányban. Amikor az egyik cső anódráma nő, a másiké csökken; innen ered az „ellenütemű” elnevezés. A frekvencia az a és b áthidaló drótok eltolásával változtatható. — Közöséges elektroncsövekkel az említett módon kerekken 10^8 Hz-ig ($\lambda \approx 3$ m) lehet eljutni, nagyon kis csövekkel kb. 10^9 Hz-ig is, de ekkor a rezgések energiája már igen kicsiny. A még nagyobb rezgésszámú, ún. *ultra-nagyfrekvenciájú rezgések* (mikrohullámok) előállítását l. a 239. §-ban.

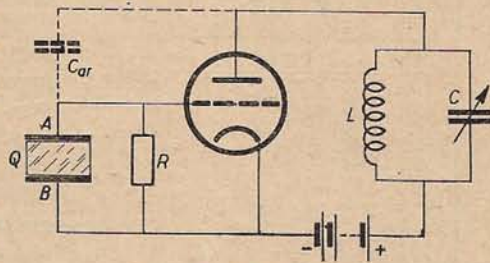
A *frekvencia stabilizálása*, amely különösen fontos pl. a rádió-adóállomásokban, a legeredményesebben a piezoelektromos hatás (110. és 167. §) alapján valósítható meg. Az ilyen *kvarevezérlésű oszcillátorok* egyik szokásos kapcsolását (PIERCE, 1923) a 232,6. ábra tünteti fel. Az A és B fémlapok között elhelyezett, állandó hőmérsékleten tartott Q piezokvarc vagy turmalin lemez, amely a méreteitől függő mechanikai sajátfrekvenciával rendelkezik, az elektroncső rácskörében van (a nagy R rácsvezető ellenállással együtt). Az LC anódrezgőkör megfelelő hangolása esetén a kvarclemez ama feszültség hatására, amelyet az A és B lapok közt a C_{ar} anód—rács-kapacitás által közvetített visszacsatolás létesít, rezgésbe jön. A rezgő kvarc a piezoeffektus folytán A és B között váltakozó feszültséget hoz létre, és ez a rácsfeszültség vezérli az anódrámat úgy, hogy az állandósult állapotban a rezgőkörben



232,4. ábra



232,5. ábra



232,6. ábra

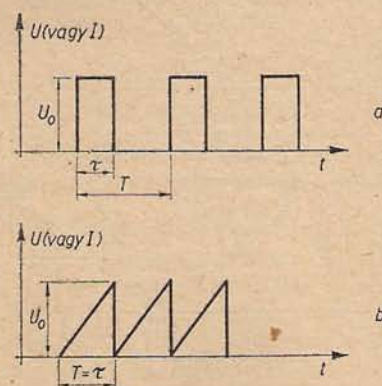
a kvarc sajátfrekvenciájával egyenlő, pontosan állandó frekvenciájú csillapítatlan rezgések mennek végbe. A kvarc- vagy turmalinvezérlésű oszcillátorok frekvenciatartománya kb. 10^3 Hz-től 10^8 Hz-ig terjedhet.

Rendkívüli körülményekkel sikerült — nagy laboratóriumokban — a frekvencia állandóságát 10^{-8} relatív eltérésen belül biztosítani, és ennek megfelelően olyan *kvarcórákat* (3. §) szerkeszteni, amelyekkel az idő napi 0,001 s-nél kisebb hibával mérhető. A kvarcóra fő részei a kvarcvezérlésű oszcillátor és az elektronikus *frekvenciaosztó berendezés*, amely az oszcillátornak rendszerint 100 kHz-es rezgésszámát pl. két tízes osztású fokozatban 1000 Hz-re, vagy egy újabb tízes és kettes osztással 50 Hz-re csökkenti; az így kapott váltakozó áram szinkronmotort, ill. szinkronórát működtet.

Az eddig ismertetett rezgőkörös vagy *LC-oszcillátorok*on kívül szerkeszthetők önindukciós tekercset nem tartalmazó, ún. *RC-oszcillátorok* is. Ezek a hangfrekvenciák tartományában több szempontból előnyösebbek a rezgőkörös oszcillátoroknál — a frekvencia 0 és kb. 20 000 Hz között könnyebben változtatható —, úgyhogy a *hangfrekvenciás generátorok* (*hanggenerátorok*) egy része ilyen típusú. A hanggenerátorok másik csoportját képező *lebegtető oszcillátorok* eredetileg két nagyfrekvenciás rezgést állítanak elő; az egyik, pl. a $\nu_1 = 200$ kHz frekvencia, állandó, ν_2 pedig egy rezgőkör hangolásával pl. 200 és 220 kHz között változtatható. A két rezgés megfelelő „keverése” és erősítése, majd egyenirányítás útján a $\nu_2 - \nu_1$ ($= 0-20$ kHz) lebegési frekvencia kiszűrhető (hasonlóan, mint a szuperheterodin rádióvevőkben, 238. §).

A rezgéskeltésre használatos kapcsolások elektroncsövek helyett — lényegében hasonló módon, miként azt az erősítők esetében a 231. § 4-ben láttuk — *tranzisztorokkal* is megvalósíthatók.

2. Periodikus impulzusok (relaxációs rezgések) előállítása. A szinuszos vagy közelítőleg szinuszos elektromos rezgések mellett nagy jelentőségűek a szinusz-



232,7. ábra

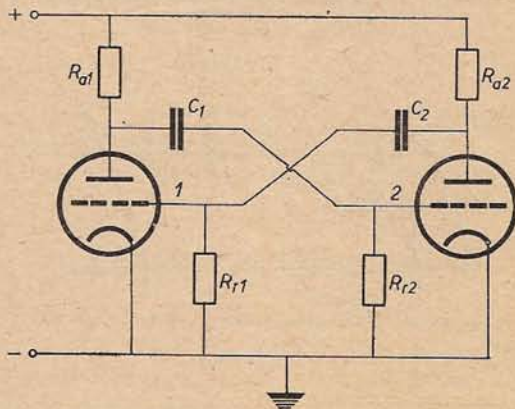
alaktól erősen eltérő, ún. *relaxációs rezgések* is, amelyek *periodikusan ismétlődő impulzusok sorozatának* tekinthetők. Itt az *impulzus* (tágabb érteleme: rövid ideig tartó állapotváltozás) általában rövid időtartamú, lökészerű feszültség- vagy áramváltozást, azaz *feszültség- vagy áramimpulzust* jelent. Az időbeli lefolyás vagy az *impulzus alakja* szerint megkülönböztethetünk négyyszög, háromszög, trapéz, szinuszos, harang stb. alakú impulzusokat. A megmondásoknál leggyakrabban a *négyyszögű impulzus* (232,7a ábra) szolgál alapul; U_0 az impulzus amplitúdója (csúcsértéke), τ az impulzus időtartama (*szélessége* vagy *hosszúsága*).² Ha — mint legtöbbször — nem egyszeri impulzusról vagy szabálytalanul egymásra következő

² Nem négyyszögű impulzus szélességén többnyire azt a τ' időtartamot értik, amelynek folyamán $U > 0,1U_0$. Az impulzus *feljutási ideje* az az időtartam, amely alatt U a $0,1U_0$ értékről $0,9U_0$ -ra nő; ez az idő az ideális négyyszögimpulzusnál zérus, a b ábra szerinti ideális fűrészfog-impulzusnál pedig $0,8\tau$.

impulzusokról, hanem *periodikus impulzusokról* van szó, akkor az ábrán megjelölt T idő a *periódus(tartam)*, $1/T$ az *ismétlődési frekvencia*. A periodikus impulzusok vagy relaxációs rezgések, speciálisan pl. a 232,7a és b ábrán vázolt *négyszögrezgések* és *fűrészfogerzések* is Fourier tétele (87. § 3.) értelmében harmonikus részrezgésekre bonthatók. A $\nu = 1/T$ frekvenciájú alprezgezés mellett a $2\nu, 3\nu, \dots$ frekvenciájú „felharmonikusok” közül általában annál több jön számításba, minél élesebb töréseket tartalmaz az impulzusgörbe.

Periodikus feszültség- vagy áramimpulzusok előállíthatók mechanikai vagy higanyos kapcsolókkal, továbbá — a fűrészfogerzések — tiratronnal vagy ködfénylámpával is (230. § 3.), a ma használatos *impulzusgenerátorok* legnagyobb része azonban *vákuumcsövekből* vagy *tranzisztorokból* épül fel. Az ilyen generátorok egyik fő csoportjában szinuszos rezgéseket alakítanak át impulzusokká, pl. a legyszerűbb esetben úgy, hogy egy megfelelő karakterisztikájú cső a rácsára vitt szinuszos feszültség erősítésekor a szinuszgörbe felső és alsó csúcsait „levágja”. A másik fő csoportot az öngerjesztésű impulzusgenerátorok képezik; e csoport legfontosabb képviselői a *multivibrátorok*.

A *multivibrátor* a 232,8. ábra szerinti alapkioscsolásban olyan kétfokozatú ellenállás-erősítőnek (231, 7. ábra) tekinthető, amelyben a 2. cső anódja és az 1. cső rácsa között a C_2 kondenzátor visszacsatolást létesít. A berendezés működése főbb vonásaiban a következő. Tegyük fel, hogy a kezdetben szimmetrikus állapot — amelyben a két egyforma cső elektródjainak feszültsége és a csövek anódárama egyenlő — megbomlik úgy, hogy egy kis ingadozás folytán az 1. cső anódárama valamivel nagyobb lesz. Ekkor, az R_{a1} munkaellenálláson fellépő nagyobb feszültséges miatt, az 1. cső anódfeszültsége és egyúttal — C_1 közvetítésével — a 2. cső rácsfeszültsége is csökken, ami a 2. cső anódáramának csökkenését és anódfeszültségének növekedését vonja maga után. Az utóbbi növekedés azonban a C_2 közvetítésével az 1. rács feszültségére is kihat, tehát az 1. cső anódárama tovább nő, anódfeszültsége s ezzel a 2. cső rácsfeszültsége pedig még inkább csökken stb. A folyamat addig halad tovább, míg a 2. cső anódárama megszűnik (ti. a nagy negatív rácsfeszültség a csövet „lezárja”), az 1. csőten pedig nagy anódáram folyik; más szóval: az 1. cső vezet, a 2. cső nem. Ez az állapot azonban nem marad meg, mert — amit eddig nem vettünk figyelembe — mindkét rács össze van kötve a leföldelt katóddal a nagy R_{r1} , ill. R_{r2} ellenálláson át, következésképpen a rácsfeszültségek abszolút értéke csökkenni kezd. Pl. a nagy negatív feszültségű 2. rácsot tekintve, ez a rács a vele összekapcsolt C_1 kondenzátornak az R_{a2} -n át való feltöltődése folytán bizonyos idő múlva akkora feszültségű (pl. a kiindulási -10 V helyett -5 V) lesz, hogy a 2. csőben megindul az anódáram. Ez az áram csökkenti a 2. cső anódfeszültségét és az 1. cső rácsfeszültségét, tehát az 1. cső anódárama csökken, anódfeszültsége nő, így a 2. cső rácsfeszültsége tovább növekszik, és ennek az előbb tárgyalttal éppen ellentétes irányú folyamatnak végeredményeképpen a rendszer „átbillen” abba az állapotba, amelyben a 2. cső vezet, az 1. cső nem. Ez az utóbbi állapot sem stabilis, hanem a két állapot közti átbillenések periodikusan ismétlődnek. A kioscsolás paramétereinek (elsősorban a C_1 és C_2 kondenzátorok feltöltődésének sebességére mérvadó $R_{a2}C_1$ és $R_{a1}C_2$ időállandóknak, l. 227. § 4.) alkalmas megválasztása esetén pl. az 1. cső anódárama vagy anódfeszültsége megközelítőleg a 232,7a ábra szerinti négyszög-rezgéseknek felel meg. A paraméterek más megválasztásával a 232,7b ábrához hasonló rezgésalak is elérhető, tehát a multivibrátor nemcsak mint „négyszöggenerátor”, hanem mint „fűrészfogerzeter” is működtethető. Az előállított impulzusok alakja — szükség esetén — megfelelő áramkörökkel ja-



232,8. ábra

vítható, és az impulzusok további elektroncsöves fokozatok alkalmazásával felerősíthetők.

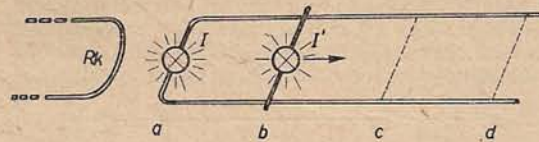
Az impulzusok előállításával, erősítésével, átvitelével és felhasználásával foglalkozó *impulzus-technika* az elektronikának egyik legfontosabb része, amelynek rendkívül sok alkalmazása van, egyebek közt a mérés-technika, a *híradás-technika* (távíró, távbeszélő, rádió, radar, televízió), az atomfizika, az elektronikus számlálás és automatizálás területén.

F) ELEKTROMÁGNESES HULLÁMOK

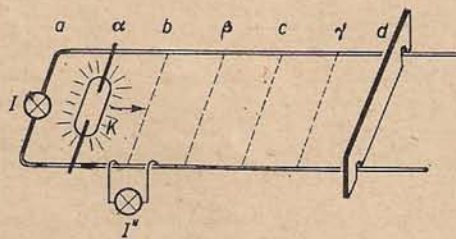
233. §. Elektromágneses hullámok vezetékek mentén (dróthullámok)

1. Közismert jelenségek és alkalmazások tanúsítják, hogy az elektromos és mágneses energia, pl. az elektromágneses rezgések energiája, akár vezetékek mentén, akár a szabad térben tovaterjedhet. Annak a kérdéskörnek a tanulmányozására, hogy az energia vagy az energiát hordozó elektromágneses tér tovaterjedése miképpen és — ha a terjedésnek egyáltalában időre van szüksége — mekkora sebességgel megy végbe, a vezetékekben, ill. az ezek mentén fellépő jelenségekből indulunk ki. A *C)* és *E)* fejezetben vizsgált, nem nagyon hosszú vezetékekben folyó vagy nem nagyon nagy frekvenciájú váltakozó áramokról (rezgésekről) feltételezhettük, hogy azok *kvázistacionárius állapotnak* felelnek meg, amelyben az áramerősség ugyanabban az időpontban a vezeték minden helyén gyakorlatilag ugyanakkora (218. §). A most következőkben kimutatjuk, hogy *igen nagy frekvencia esetén a kvázistacionárius állapot már aránylag kis méretű vezetékben sem valósul meg*, és ebből a terjedés véges sebességére kell következtetnünk.

2. *Hullámok a Lecher-drótpár mentén.* A két párhuzamos drótból álló *kettős vezeték* (*Lecher-drótpár* vagy *Lecher-rendszer*, 1890; 233,1. ábra) bal oldali, kis izzólámpán (*I*) át zárt végét hozzuk induktív csatolásba nagyfrekvenciájú ($\nu \approx 10^8$ Hz) csőgenerátor *R_k* rezgőkörével.¹ Ha most a kettős vezetéket áthidaljuk szintén kis



233,1. ábra



233,2. ábra

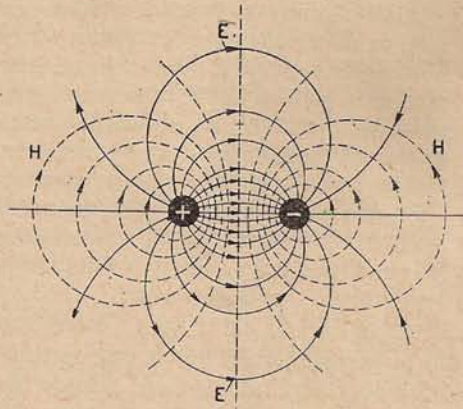
izzólámpát (*I'*) tartalmazó drótdarabbal, és ezt a drótpár mentén eltoljuk, azt tapasztaljuk, hogy az *I'* lámpa csak bizonyos, egymástól egyenlő távolságban levő *b, c, d, ...* helyeken villan fel, ill. világít a legerősebben, és ugyanekkor világít legjobban az *a* végen levő *I* lámpa is. Még kifejezettebben mutatkoznak a jelenségek, ha a drótpárt pl. a *d* helyen kis ellenállású fémdróttal vagy fémlappal áthidaljuk (233,2. ábra), ti. a fémlap a rezgéseket gyakorlatilag nem engedi a drótpár további, jobb oldali részébe jutni. Ebben az esetben az egyik drótra függesztett kis *I'* izzólámpa eltolásával is

¹ Feltételezzük, hogy a drót átmérője kicsiny a két drót egymáshoz való távolságához, ez pedig kicsiny a rendszer hosszúságához képest, és hogy a drót igen jó vezető.

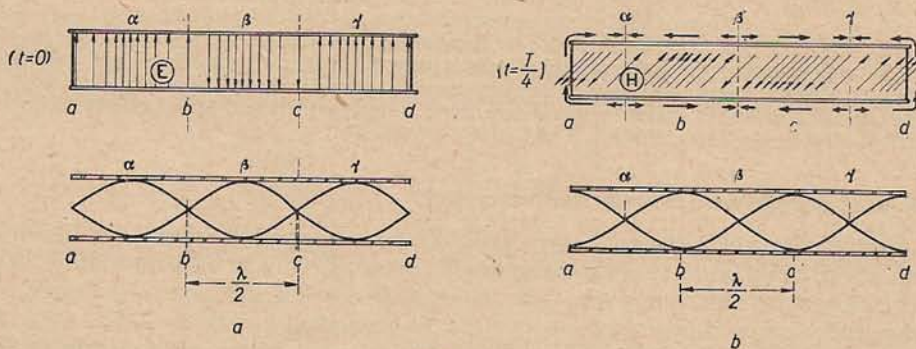
az előbbi eredményre jutunk: a drótrendszerben legnagyobb az áramerősség az a , b , c , d helyeken, amelyeket az *áram duzzadóhelyeinek* hívhatunk. Egy kis ködfénylámpa (K) viszont — megfelelő energiájú csőgenerátor esetén — csak az a , b , c , d helyek közt pontosan középen levő α , β , γ helyeken világít, tehát α , β , γ a *feszültség duzzadóhelyei* (és egyúttal az *áram csomóhelyei*, a , b , c , d pedig egyúttal a *feszültség csomóhelyei*).

A fenti feszültség- és árameloszlás tipikus *állóhullám-jelenség*, teljesen hasonló azokhoz, amelyeket pl. a kötélhullámoknál (92. § 3.), a húrnál és a Kundt-csőnél megismertünk. Tehát a *drótpár mentén elektromágneses állóhullámok alakulnak ki*,

ennek megfelelően változik a hellyel és az idővel a *feszültség*, az *áramerősség*, továbbá az *elektromos és mágneses térerősség* is. A 233,3. ábrán láthatók az E - és a H -vonalak a drótokra merőleges metszeten és egy olyan időpontban, amikor a metszet helyén pozitív töltésű drótban az áram a rajz síkjára merőlegesen befelé folyik. A drótpár síkját tekintve, E ebben a síkban van, és a drótokra merőleges, H pedig a drótpár síkjára merőleges, és nyilvánvalóan E a maximális feszültségű α , β , γ helyeken, H pedig a maximális áramerősségű a , b , c , d helyeken a legnagyobb. Így E és H eloszlása a drótpár síkjában a 233,4a—b ábra szerint szemléltethető, felül az E - és a H -vonalak sűrűségével, alul a szokásos állóhullám-ábrázolással. Ha az a ábra felső része arra a $t=0$ időpontra vonatkozik, amikor E (és a feszültség) maximális, akkor ebben az időpontban H (és az áram) mindenütt zérus; hasonlóan, ha a b ábra felső része a $t=T/4$ időpontban a H időbeli maximumát jelenti, ugyanakkor E mindenütt zérus. A b ábra felső részén a drótban folyó áramot közvetítő *töltéshordozók (elektronok) pillanatnyi sebességét* is feltüntettük a sebességgel arányos hosszúságú nyilakkal. Fél rezgésidő múlva az ábrákon valamennyi nyíl iránya ellentétessé válik.



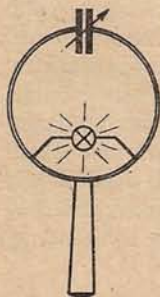
233,3. ábra



233,4. ábra

Állóhullámok tudvalevően akkor keletkeznek, ha egy haladó hullám visszaverődik, és a két ellentétes irányban terjedő hullám találkozik; ezenkívül a rendszer hosszának a negyed hullámhossz egész számú többszörösének kell lennie. A jelen esetben a jobbra haladó hullámok a zárt d végről verődnek vissza, amely az áram számára duzzadóhely, a feszültség számára csomópont. A fenti kísérletben megfigyelt állóhullámok tehát közvetve azt az igen fontos tényt bizonyítják, hogy a kettős vezeték mentén elektromágneses haladó hullámok („dróthullámok”) jönnek létre, és ezeknek az a , d végekről történő visszaverődése és interferenciája eredményezi az állóhullámokat. Az állóhullám két szomszédos csomópontjának vagy duzzadóhelyének távolsága, amely a λ hullámhossz fele, pontosan megmérhető — pl. kísérletünkben, $\nu \approx 10^8$ Hz esetén, $\lambda \approx 3$ m —, és így a minden periodikus hullámra érvényes, (91,1) alatti $v = \nu\lambda$ összefüggésből a v terjedési sebesség meghatározható, ha a gerjesztő rezgőkör ν frekvenciája ismeretes (ill. a $\nu = 1/2\pi\sqrt{LC}$ Thomson-formulából kiszámítható). A pontos mérések eredményeképpen az adódott, hogy a dróthullámok terjedési sebessége vákuumban — igen nagy frekvenciák esetén — egyenlő a vákuumbeli c fénysebességgel. A terjedés mechanizmusában lényeges szerepe van az ún. eltolódási áramnak (234. §), úgyhogy ennek megismerése után a dróthullámokra még visszatérünk.

Az a és d végein vezetővel áthidalt Lecher-rendszer teljesen megfelel egy olyan, mindkét végén nyitott gázoszlopnak (nyitott sípnek, l. a 102,4a és a 233,4b ábrákat), amelynek hosszúsága egy adott hullámhossz $3/2$ -szerese: a levegőrészecskék mozgásának az áramerősség, a nyomásnak a feszültség felel meg, a két végén az előbbieknél duzzadóhelyük, az utóbbiaknak csomópontjuk van. Ezért (102,2) alapján mondhatjuk, hogy az l hosszúságú, mindkét végén zárt Lecher-drótpár olyan rezgő rendszer (rezgőkör), amelynek sajátfrekvenciái:



233,5. ábra

$$\nu_n = n \frac{c}{2l} = n\nu_1 \quad \left(\nu_1 = \frac{c}{2l}, n = 1, 2, \dots \right). \quad (1)$$

Pl. a 233,4. ábrán vázolt, $l=4,5$ m hosszú drótpár alulfrekvenciája: $\nu_1 = (1/3) \cdot 10^8$ Hz, de a drótpár rezonál a $2\nu_1, 3\nu_1, \dots$ frekvenciákra, tehát ezek közt az adott $\nu = 3\nu_1 = 10^8$ Hz frekvenciára is. A mindkét végén nyitott, ill. csak egyik végén nyitott Lecher-rendszer sajátfrekvenciái (102,1), ill. (102,3) értelmében: $\nu_n = nc/2l$, ill. $\nu_n = (2n-1)c/4l$.

A drótpár mentén az áram, a feszültség, valamint az elektromos és mágneses terek eloszlását a 233,5. ábrán vázolt, kis izzólámpát tartalmazó és a ν frekvenciára hangolt rezgőkörrel is kimutathatjuk. Ha ezt úgy vesszük végig a drótpár fölött, hogy síkja párhuzamos a drótpáréval, akkor az izzólámpa az áram és a mágneses tér duzzadóhelyeinél világít a legjobban, mert — amint az a 233,4. ábra szerinti erővonal-eloszlásból látható — a rezgőkörben az időben változó mágneses tér indukció útján létesít áramot; ha viszont a rezgőkör síkja merőleges a drótokra, akkor a lámpa a feszültség és az elektromos tér duzzadóhelyeinél villan fel, mert most az áramot az elektromos tér influencia útján hozza létre. A drótpárt ritkított gázzal töltött csőbe forrasztva, a feszültség duzzadóhelyein a gáz világít (Aron-cső).

234. §. Az eltolódási áram és az első Maxwell-egyenlet

Kondenzátor feltöltésekor (vagy kisütésekor) a fegyverzetekhez kapcsolt drótban rövid ideig áram, vezetési áram folyik, ugyanakkor a kondenzátorlapok közti szigetelőben az elektromos tér — az E - és a D -vonalak sűrűsége — változik. Az áram tudvalevően mágneses teret létesít, a H -vonalakat a vázlatos 234,1. ábrán az 1—6 körök jelzik. Mármost MAXWELL feltevése szerint nemcsak az áram átjárta

vezetőt veszik körül zárt mágneses erővonalak, hanem a kondenzátor időben változó elektromos terét is. (Szemléletesen: az 1–6 H -vonalakból alkotott „cső” nem végződik a kondenzátorlapoknál, hanem azt a lapok közti térben fellepő 7 H -vonal „zárt csővé” egészíti ki.) Ehhez az időben változó elektromos térhez rendelte hozzá Maxwell — egy ma már túlhaladott, részecskék eltolódásával kapcsolatos mechanikai „étermodellt” alkalmazva — az ún. *eltolódási áramot*, amely rendelkezik az áramnak azzal a legfontosabb ismertetőjével, hogy mágneses tere van, egyébként azonban az „áram” szó közönséges jelentésének, a töltésmozgásnak nem felel meg. Az eltolódási áram erősségét alkalmasan (az alábbiak szerint) értelmezve, mondhatjuk, hogy *kondenzátor feltöltésekor vagy kisütésekor a drótban folyó, időben változó vezetési áramot a szigetelőben folytatódó eltolódási áram zárt árammá egészíti ki.* Általánosabban, ha áramon a vezetési és az eltolódási áramból összetett teljes áramot értjük, akkor ebben a tágabb értelemben csak zárt áramok léteznek.

A kondenzátor feltöltése esetében az eltolódási áram I_e erősségét úgy definiáljuk, hogy az egyenlő a vezetési áram I erősségével:

$$I_e = I = \frac{dQ}{dt}, \quad (1)$$

ahol Q a kondenzátor (ill. az ábrán a bal oldali lemez) pillanatnyi töltése. Lapos síkkondenzátort feltételezve, az f felületű lemezekben a felületi töltéssűrűség: $\eta = Q/f$, és így (164,11) alapján a lemezek közti szigetelőben az eltolódási vektor nagysága:

$$D = 4\pi \frac{Q}{f} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad D = \frac{Q}{f} \quad (\text{MKSA}). \quad (2)$$

Ebből Q -t (1)-be helyettesítve, az eltolódási áram erőssége:

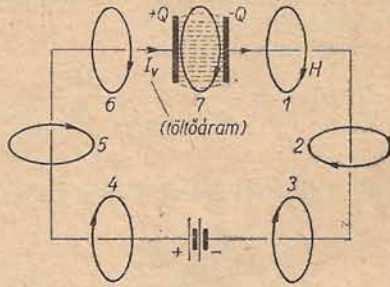
$$I_e = \frac{f}{4\pi} \frac{dD}{dt} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad I_e = f \frac{dD}{dt} \quad (\text{MKSA}), \quad (3)$$

a megfelelő áramsűrűség pedig I_e/f . Az áramsűrűséget vektornak tekintve (174. §), eredményünk így általánosítható: *Ha a tér valamely helyén a \mathbf{D} eltolódási vektor időben változik, akkor ezen a helyen az eltolódási áram sűrűsége:*¹

$$\mathbf{J}_e = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{J}_e = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{MKSA}). \quad (4)$$

Egy f felület df elemén nyilván $J_{e,n} df \sim (\partial D_n / \partial t) df$ erősségű eltolódási áram „folyik

¹ Mivel \mathbf{D} általában a helytől (az x, y, z helykoordinátáktól) is függ, (4)-ben az idő szerinti parciális differenciáhányados veendő $(\partial \mathbf{D} / \partial t)$ a $d\mathbf{D} / dt$ helyett).



234,1. ábra

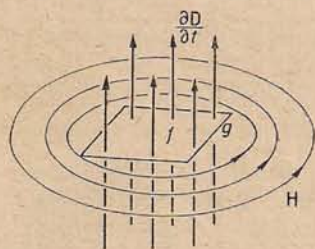
át", tehát általánosan, egy nyugvó f felületen „átmenő” eltolódási áram erőssége:²

$$I_e = \frac{1}{4\pi} \int_{(f)} \frac{\partial D_n}{\partial t} df \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad I_e = \int_{(f)} \frac{\partial D_n}{\partial t} df \quad (\text{MKSA}). \quad (5)$$

Ha a zárt g görbe határolta f felületen még $I = \int J_n df$ erősségű vezetési áram is áthalad, akkor az $I + I_e$ teljes áram \mathbf{H} mágneses terére a (182,2–3) gerjesztési törvénynek megfelelően fennáll, hogy a mágneses körfeszültség: $\oint H_s ds = (4\pi/c)(I + I_e)$, ill. $I + I_e$. Innen (5) helyettesítésével adódik az első Maxwell-egyenlet (integrálalakban):

$$\oint_{(g)} H_s ds = \frac{4\pi}{c} I + \frac{1}{c} \int_{(f)} \frac{\partial D_n}{\partial t} df \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \oint_{(g)} H_s ds = I + \int_{(f)} \frac{\partial D_n}{\partial t} df \quad (\text{MKSA}). \quad (6)$$

Az I vezetési áramtól és a jobb oldal második tagjának előjelétől eltekintve, (6) a (210,7) alatti második Maxwell-egyenlet [$\oint E_s ds = -\int (\partial B_n / \partial t) df$ az MKSA-rendszerben] tökéletes analogonja,³ és — mint említettük — szemléletesen azt jelenti, hogy időben változó elektromos tér maga körül mágneses örvényteret létesít, vagy az időben változó D -vonalakat zárt H -vonalak veszik gyűrűszerűen körül (234,2. ábra). A Maxwell-egyenletekre a 241. §-ban még visszatérünk.



234,2. ábra

Kísérletileg az eltolódási áram mágneses terét nem lehet a vezetési áraméhoz hasonlóan közvetlenül, tehát pl. a 234,1. ábra 7 görbéjének helyére tett vasreszeléssel vagy mágnesűvel kimutatni, mert az így módon az egymástól kis távolságra levő kondenzátorlapok közt esetleg észlelt mágneses tér a lapokhoz kapcsolt drótokban folyó vezetési áramnak is tulajdonítható, nagy távolságú kondenzátorlapok közt pedig technikai okokból nem lehet eléggé erős eltolódási áramot létesíteni. Az eltolódási áram mágneses terének létezésére a közvetett bizonyítékot az elektromágneses hullámok szolgáltatják (235–236. §).

A 174. § 2. értelmében a *stacionárius* vezetési áram mindig zárt, mert a \mathbf{J} áramsűrűség vektora forrásmentes: $\oint J_n df = 0$. Hasonlóan, az a fent említett tétel, hogy — az áramba az eltolódási áramot

² Nyugvó felület esetében a differenciálás és az integrálás sorrendje felcserélhető: $\int \frac{\partial D_n}{\partial t} df = \frac{\partial}{\partial t} \int D_n df$. Így (5) szerint az eltolódási áram erőssége arányos, ill. egyenlő a $\Psi = \int D_n df$ „eltolódásfluxus” idő szerinti differenciálhányadosával.

³ A második Maxwell-egyenletben az I -nek megfelelő tag a „mágneses vezetési áram” lenne, ilyen azonban nem létezik, mert valódi mágneses töltések nincsenek, ill. a „pozitív és negatív mágneses töltések (pólusok)” egymástól nem választhatók szét (169. §).

is beleértve — a nemstacionárius áramok is mindig zártak, egyértelmű azzal, hogy a teljes áramsűrűség vektora ($\mathbf{J}_t = \mathbf{J} + \mathbf{J}_e$) forrásmentes: $\oint \mathbf{J}_t \cdot d\mathbf{f} = 0$, vagyis

$$\text{(pl. az MKSA-rendszerben)} \quad \oint \left(\mathbf{J}_n + \frac{\partial D_n}{\partial t} \right) d\mathbf{f} = 0. \quad (7)$$

E tétel érvényessége pl. kondenzátornak vagy egy gömbnek a T telepből való feltöltése esetében (234,3. ábra) könnyen belátható. A gömböt körülvevő tetszőleges f zárt felületre integrálva, $\oint \mathbf{J}_n d\mathbf{f} = -Jq = -I$ (azért negatív, mert n a kifelé mutató normális). Így (7) átmegy az $I = \frac{\partial}{\partial t} \oint D_n d\mathbf{f}$ egyenletbe,³ ez pedig a (164,4) alatti $\oint D_n d\mathbf{f} = Q$ Gauss-tétel miatt $I = \partial Q / \partial t$ -be, ami valóban teljesül az I vezetési áram definíciójánál fogva. A gömböt feltöltő vezetési áramot a gömbből kiinduló D -vonalak mentén a levegőben a földig „folyó” eltolódási áram egészíti ki zárt árammá.

Mivel (165,5) szerint $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ (CGS), ill. $\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$ (MKSA), az eltolódási áram (4) sűrűsége két részre bontható:

$$\mathbf{J}_e = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{J}_e = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (\text{MKSA}). \quad (8)$$

A jobb oldalon az első tag a vákuumbeli eltolódási áramnak, a második tag a (dielektromos) polarizációs áramnak felel meg. Az utóbbi, mivel \mathbf{P} a polárizált dielektrikumnak a térfogategységre vonatkoztatott dipólusmomentuma, a molekulák dipólusmomentumainak időbeli változására, a molekulákban levő töltések elmozdulására vezethető vissza, tehát közönséges értelemben is áramnak nevezhető. (Mágneses terét először RÖNTGEN mutatta ki, a 184. §-ban vázoltakhoz hasonló kísérlettel, és ezért a polarizációs áramot Röntgen-áramnak is hívják.) A vákuumbeli eltolódási áram viszont mai felfogásunk szerint semmiféle töltésmozgással sem kapcsolatos, úgyhogy tulajdonképpen ennek az „áramnak” a mágneses tere jelenti az új és alapvető felismerést Maxwell elméletében.

Ha ϵ dielektromos állandójú és σ vezetőképességű anyagban az elektromos térerősség ν frekvenciával szinuszosan változik, $E = E_0 \sin 2\pi\nu t$, akkor az eltolódási és a vezetési áram sűrűsége (pl. CGS-egységekben):

$$J_e = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\epsilon\nu}{2} E_0 \cos 2\pi\nu t, \quad J = \sigma E = \sigma E_0 \sin 2\pi\nu t \quad (\text{CGS}). \quad (9)$$

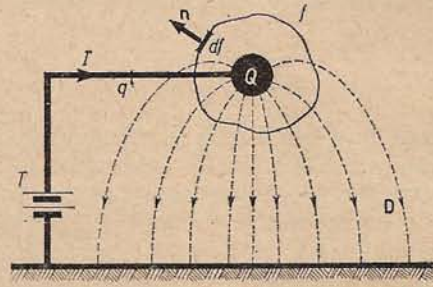
Innen a vezetési és az eltolódási áramsűrűség csúcserőértékeinek viszonya:

$$\frac{J_e^0}{J^0} = \frac{\epsilon}{2\sigma} \nu. \quad (10)$$

Ez a viszony pl. fémek esetében — amelyekre nagyságrend szerint $\sigma \approx 10^{17} \text{ s}^{-1}$ és (közvetett mérések alapján) $\epsilon \approx 10$ — még $\nu = 10^{10} \text{ s}^{-1}$ frekvenciánál is csak 10^{-6} nagyságrendű, azaz fémekben az eltolódási áram gyakorlatilag elhanyagolható a vezetési áramhoz képest.

235. §. A dróthullámok terjedése; telegráfegyenlet, tápvonalak

1. A dróthullámok terjedési sebessége nemcsak az állóhullámok felhasználásával (233. §) mérhető meg, hanem közvetlenül is: pl. katódsugár-oszcillográf segítségével meghatározzák azt az időt, amely alatt egy igen hosszú, a kiindulási helyre visszatérő kettős táviróvezeték egyik végére adott feszültségimpulzus vagy „jel” a vezeték



234,3. ábra

másik végére megérkezik. Az ilyen mérések szerint a terjedési sebesség kis és közepes frekvenciák esetében kisebb a c fénysebességnél (l. a 3. pontot), és csak igen nagy frekvenciák határesetében egyenlő c -vel. Ez azzal magyarázható, hogy igen nagy frekvenciáknál a hullámterjedés szempontjából lényeges folyamat nem a vezető drótban megy végbe, hanem a környező szigetelőben, más szóval a drótban folyó vezetési áram szerepe elhanyagolható a szigetelőben fellépő eltolódási áraméhoz képest. Ha ugyanis a drótpár két átellenes kis szakasza közti térrészben az elektromos térerősség gyorsan változik, ez a gyorsan változó elektromos tér — az erős eltolódási áram — maga körül mágneses örvényteret kelt, az utóbbinak időbeli változása révén viszont már a következő két drótszakasz közötti térrészben is elektromos tér jön létre stb., és így terjed a hullám tovább. A drótpár csak „vezeti” az elektromágneses hullámokat, hasonlóan, mint a hallócső vagy szócső a hanghullámokat.

Nagyfrekvenciák esetében a szigetelő döntő szerepét támasztja alá az a kísérletileg és elméletileg igazolható eredmény is, hogy az ε (relatív) dielektromos állandójú és μ permeabilitású szigetelőbe ágyazott kettős vezeték mentén haladó hullámok sebességét a szigetelő anyagi minősége határozza meg, nevezetesen a szóban forgó esetben a dróthullámok terjedési sebessége:

$$c' = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad (1)$$

azaz $\sqrt{\varepsilon\mu}$ -ször kisebb a vákuumbeli c fénysebességnél. Ez a fontos összefüggés könnyen ellenőrizhető — közvetve — a Lecher-drótpárral. Ha ν frekvenciájú generátorral a 233. §-ban megismert módon állóhullámokat létesítünk először a vákuumban (levegőben) levő, majd pl. a vízben ($\varepsilon \approx 81$, $\mu \approx 1$) elhelyezett drótpárban, és a csomópontok távolságából meghatározzuk a hullámhosszat a levegő (λ), majd a víz (λ') esetében, a λ' -t a λ -nál $\sqrt{\varepsilon} \approx \sqrt{81} = 9$ -szer kisebbnek találjuk, ez pedig $\lambda' = c'/\nu$ és $\lambda = c/\nu$ miatt azt jelenti, hogy c' 9-szer kisebb a c -nél. Általánosan, a nem ferromágneses szigetelők μ permeabilitása jó megközelítéssel 1 lévén, fennáll: $c'/c = \lambda/\lambda' = 1/\sqrt{\varepsilon}$. Ebből

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda}{\lambda'} \right)^2, \quad (2)$$

tehát a vázolt eljárás felhasználható a dielektromos állandó mérésére (Drude módszer).

2. A dróthullámok terjedési folyamatának kissé közelebbi megismerése céljából tegyük fel, hogy a kettős vezeték bal oldali végéhez közel, a drótpár síkjának P helyén (235,1a ábra) pl. egy rezgőkörrel való csatolás folytán időben változó mágneses tér keletkezik. A térerősség a t időpontban legyen H , Δt idő múlva pedig $H + \Delta H$. Ez a változó mágneses tér maga körül elektromos örvényteret létesít; az elektromos térerősség az ábra szerint felvett $ABCD$ téglalap $AD = b$ oldala mentén (a 233,4. ábrán megismert erővonalképnek megfelelően az AD minden pontjában) legyen E , a Δx -szel jobbra fekvő BC oldal mentén pedig $E - \Delta E$. Az x irányban bizonyos c' sebességgel haladó hullám szemléletesen azt jelenti, hogy a 235,1a ábrán a t időpontra vonatkozólag vázolt elektromos és (a még kiegészítésre szoruló) mágneses erőtér $c' = \Delta x / \Delta t$ sebességgel jobbra tolódik; éppen ezt kívánjuk az alábbiakban értelmezni.

A szóban forgó elektromos erőtér valóban örvénytér, mert az E -nek az $ABCD$ zárt görbe menti integrálja nem zérus: $\oint E_s ds = (E - \Delta E)b - Eb = -\Delta E b$. Ez a mennyiség az indukciós törvény vagy a (210,6) második Maxwell-egyenlet szerint egyenlő a $b \Delta x$ területű téglalapon átmenő indukciófluxus

idő szerinti negatív differenciálhányadosának $1/c$ -szeresével (CGS), ill. 1-szeresével (MKSA):
 $-\Delta E b = -(1/c)(\Delta B/\Delta t)b\Delta x$, vagy $\Delta x/\Delta t = c'$
 miatt

$$\Delta E = \frac{c'}{c} \Delta B = \frac{c'}{c} \mu \Delta H \quad (\text{CGS}),$$

ill.

$$\Delta E = c' \mu \mu_0 \Delta H \quad (\text{MKSA});$$

itt a fentiek szerint ΔE az E térbeli, ΔH pedig a H időbeli változását jelenti. Másrészt azonban E időben is változik, és a (234,6) első Maxwell-egyenlet értelmében ez az időbeli változás — az eltolódási áram — mágneses örvényteret, azaz H -ban térbeli változást hoz létre. A két változás közti kapcsolat a (3)-hoz teljesen hasonlóan adódik; nevezetesen a 235,1b ábra szerint felvett, b' szélességű és Δx hosszúságú $RSTU$ téglalpra alkalmazva a második Maxwell-egyenletet: $\oint H_s ds = b'(H + \Delta H) - b'H = b'\Delta H = (1/c)(\Delta D/\Delta t)b'\Delta x$ (CGS), ebből pedig $\Delta x/\Delta t = c'$ miatt

$$\Delta H = \frac{c'}{c} \Delta D = \frac{c'}{c} \varepsilon \Delta E \quad (\text{CGS}),$$

ill.

$$\Delta H = c' \varepsilon \varepsilon_0 \Delta E \quad (\text{MKSA});$$

itt ΔH a H térbeli, ΔE az E időbeli változását jelenti.

Ha mármost a hullám terjedése valóban annak felel meg, hogy az *a* ábrán vázolt elektromos és mágneses erőter Δt idő alatt $\Delta x = c'\Delta t$ -vel eltolódik a *b* ábrába, akkor az ábrákról láthatóan a térbeli és az időbeli változások egyenlők (mert pl. $A'D'$ mentén az elektromos térerősségnek $E = E - \Delta E + \Delta E$ -nek kell lennie). Mivel tehát a (3)-ban és a (4)-ben álló ΔE , ill. ΔH ugyanaz a mennyiség, pl. a ΔH -nak (3)-ból (4)-be való helyettesítésével kapjuk:

$$\left(\frac{c'}{c}\right)^2 \varepsilon \mu = 1 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad c'^2 \varepsilon \mu \cdot \varepsilon_0 \mu_0 = 1 \quad (\text{MKSA}). \quad (5a-b)$$

Az (5a)-ból rögtön következik az az (1) alatti eredmény, hogy az említett feltételek mellett a dróthullámok terjedési sebessége: $c' = c/\sqrt{\varepsilon \mu}$. Ugyanerre vezet (5b) is az ismert

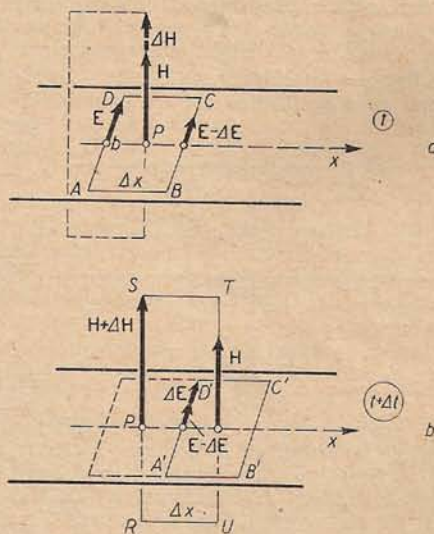
$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad (\text{MKSA}) \quad (6)$$

összefüggés figyelembevételével.¹

3. *A telegráfegyenlet; tápvonalak.* A két párhuzamos drót egymástól való távolságához képest igen hosszú kettős vezetékre, amely a generátor és a fogyasztó között az energia átvitelére szolgáló tápvonalak egyik fajtája, fontos összefüggés állapítható meg. Előkészítésül vegyük figyelembe, hogy a vezeték mentén az ellenállás, induktivitás, kapacitás és a tökéletlen szigetelésből származó „átvezetés” egyenletesen oszlik el, s ezért a vezeték — ellentétben pl. az induktivitást és a kapacitást lényegében az önindukciós tekercsben és a kondenzátorban koncentrált zárt rezgőkörrel — ún. *elosztott paraméterű rendszer*. A jellemzésére alkalmas négy paraméter: a kettős vezeték hosszúságegységére vonatkoztatott ellenállás (R'), induktivitás (L'), kapacitás (C') és átvezetés (G'); a gyakorlatban szokásos egységeik rendre: 1 ohm/km, 1 henry/km, 1 farad/km, 1 siemens/km.

¹ A 153. és 169. § szerint (a $\{c\} = 2,9979 \cdot 10^8$ számértékkel)

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi \{c\}^2} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}. \quad (6a)$$



235,1. ábra

Szemeljük ki a kettős vezetéknek az x helyen levő kis Δx hosszúságú szakaszát (235,2. ábra). Ha a feszültség a vezeték A és D pontja között, az x helyen és a t időpontban $U=U(x, t)$, akkor a feszültség a B és C pontok között (sorbafejtéssel): $U+(\partial U/\partial x)\Delta x$. Írjuk fel most az $ABCD$ zárt görbére az $\oint E_s ds = -(1/c)\partial\Phi/\partial t$ (CGS), ill. $-\partial\Phi/\partial t$ (MKSA) indukciós törvényt, figyelembe véve, hogy mind az A és B , mind a C és D pontok közti feszültség az Ohm-féle $(R'/2)\Delta x I$ feszültségeséssel egyenlő, továbbá (221,5) szerint $\Phi=cL'\Delta x I$, ill. $L'\Delta x I$. Így az alábbi egyenlethez jutunk:



235,2. ábra

$$\frac{R'}{2}\Delta x I + U + \frac{\partial U}{\partial x}\Delta x + \frac{R'}{2}\Delta x I - U = -L'\Delta x \frac{\partial I}{\partial t},$$

vagy rendezés után

$$-\frac{\partial U}{\partial x} = R'I + L' \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (7)$$

Ez az egyenlet lényegében azt fejezi ki, hogy a vezeték mentén a feszültség az ohmos ellenálláson és az induktivitáson fellépő feszültségesés miatt változik meg. A vezeték mentén megváltozik az áramerősség is: értéke az A pontban $I=I(x, t)$, a B pontban $I+(\partial I/\partial x)\Delta x$. Az AB szakasz menti $(\partial I/\partial x)\Delta x$ változás egyrészt abból ered, hogy AB -ről (a $G'\Delta x$ átvezetés és az U feszültség szorzatával megadott) $G'\Delta x U$ áram „szivárog át” DC felé, másrészt az AB szakaszon — amelynek a t időpontban DC -hez viszonyított $C'\Delta x$ kapacitása és U feszültsége miatt $C'\Delta x U$ töltése van — az időegység alatt $C'\Delta x \partial U/\partial t$ töltés halmozódik fel. Következésképpen $(\partial I/\partial x)\Delta x = -G'\Delta x U - C'\Delta x \partial U/\partial t$, vagy

$$-\frac{\partial I}{\partial x} = G'U + C' \frac{\partial U}{\partial t}. \quad (8)$$

A (7) és (8) egyenletekből könnyen eliminálhatjuk pl. az I -t úgy, hogy a (7)-nek x szerinti differenciálásából nyert egyenletben $\partial I/\partial x$ és $\partial^2 I/\partial x \partial t$ helyébe a (8)-ból folyó értékeket helyettesítjük. Így adódik U -ra (és teljesen hasonlóan I -re) a még Maxwell elmélete előtt felállított táviró- vagy telegráfegyenlet:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = L'C' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + (R'C' + G'L') \frac{\partial U}{\partial t} + R'G'U. \quad (9)$$

Az egyenlet alkalmazható arra az esetre is, ha az egyik vezetékét a föld helyettesíti, és érvényes pl. két koaxiális hengerből álló tápvonalra (koaxiális kábelre) is.

A telegráfegyenlet, amely másodrendű parciális differenciálegyenlet a meghatározandó $U(x, t)$ függvény számára, alapját képezi a távvezetékek vagy tápvonalak elméletének. Ideális vagy veszteségmentes vezeték ($R'=0$, $G'=0$) esetében (9) a jóval egyszerűbb, már a 98. § 2.-ből ismert

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = L'C' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (10)$$

egydimenziós hullámeqyenletbe megy át. Eszerint az ideális vezetékben tovaterjedhet pl. bármilyen ω körfrekvenciájú szinuszos feszültség-hullám:

$$U = U_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c'} \right), \quad \text{ahol a } c' = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \quad (11)$$

terjedési sebesség független a frekvenciától. Ez a c' azonosnak adódik az (1) alatti $c' = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ sebességgel, ha a kettős vezeték hosszúságegységére vonatkoztatott L' induktitásnak és C' kapacitásnak itt nem részletezendő kifejezését (11)-be helyettesítjük.

Abban az általánosabb esetben, amelyben R' , L' , C' tetszőlegesen, de a G' átvezetés a jó szigetelés miatt elhanyagolható kicsiny, a (9) telegráfegyenletet kielégíti — mint arról behelyettesítéssel meggyőződhetünk — az

$$U = U_0 e^{-\alpha x} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad (12)$$

függvény.² Ez csillapított amplitúdójú hullámot jelent (94. § 3.); a csillapítási tényező:

$$\alpha = \omega \sqrt{L'C'} \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{R'^2}{L'^2 \omega^2}} - 1 \right) \right]^{1/2} \approx (R' \ll L' \omega - ra) \frac{R'}{2} \sqrt{\frac{C'}{L'}}, \quad (13)$$

és a terjedési sebesség:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{R'^2}{L'^2 \omega^2}} + 1 \right) \right]^{-1/2} \approx (R' \ll L' \omega - ra) \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \left(1 - \frac{1}{8} \frac{R'^2}{L'^2 \omega^2} \right). \quad (14)$$

Mint látható, általában a csillapítási tényező is és a v fázissebesség is függ a frekvenciától,³ tehát a dróthullámoknál — a $v=v(\omega)$ függés folytán — általában diszperzió (99. §) lép fel. Az igen nagy frekvenciák határesetében ($\omega \rightarrow \infty - ra$) $v=1/\sqrt{L'C'}=c/\sqrt{\epsilon\mu}$, az 1. pontban mondottaknak megfelelően. 10^2 – 10^4 Hz frekvencia mellett v a c -nél pl. 3–20-szor kisebb a vezeték vagy kábel tulajdonságaitól függően.

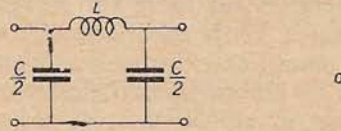
Az utóbbi eredmények igen fontosak a vezetékes híradás (távíratkozás és távbeszélés) szempontjából. A távvezeték elejére ugyanis továbbítás céljából időben változó feszültséget kapcsolunk, és ez a jel tudvalevően különböző amplitúdójú és frekvenciájú szinuszrezgésekből összetettnek tekinthető; ha mármost e rezgések különböző csillapítással és sebességgel terjednek, akkor a jel a terjedés során torzítást szenved, két okból is (amplitúdó- és fázistorzítás). A csillapítás (13) szerint csökkenthető az L' növelésével; evégett vagy külön tekercseket (Pupin-tekercsek) iktatnak be a vezetékbe, vagy pedig azt vékony vasdróttal vagy szalaggal veszik körül (Krarup-kábel). Újabban a csillapítást erősítők közbeiktatásával kompenzálják, továbbá pl. a távbeszélésnél azáltal, hogy a hangfrekvenciás rezgéssel csak modulálják a vezetékben terjedő, sokkal nagyobb frekvenciájú „hordozó-hullámot”, ugyanazon a vezetéken egyidejűleg több beszélgetést is le lehet bonyolítani (239. § 3.).

A tápvonalakra vonatkozólag még megemlítjük — bizonyítás nélkül — a következőket. A szinuszosnak feltételezett feszültségre és áramerősségre a komplex írásmódot (220. §) alkalmazva, a (7) és (8) alapegyenletekből kimutatható, hogy az x irányban haladó hullámnál az $U(x, t)$ feszültség és az $I(x, t)$ áramerősség hányadosa, a helytől és időtől független hullámenállás:

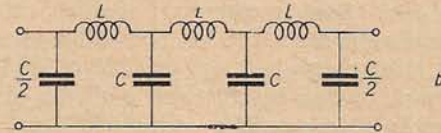
$$Z_0 = \sqrt{\frac{R' + jL'\omega}{G' + jC'\omega}} \quad \left(\text{vesztésmentes vezetéknél } Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \right). \quad (16)$$

A Z_0 -nak általában komplex értéke azt jelenti, hogy a (haladó) feszültség- és áramhullám között általában fáziskülönbség lép fel. Veszteségmentes vezeték esetében a fáziskülönbség zérus.

A vezetéknek a Z komplex ellenállású fogyasztóval lezárt végéről (235,3. ábra) általában a feszültség- és áramhullám egy része bizonyos „fázisugrással” visszaverődik, és a visszaverődés folytán az x és a $-x$ irányban haladó hullámokon kívül álló-hullámok is kialakulnak. Abban a fontos speciális esetben azonban, ha a fogyasztó Z ellenállását a vezeték Z_0 hullámenállásával egyenlőnek választjuk (illesztés), nem keletkezik visszavert hullám, tehát ekkor a vezeték végére jutó energiát teljes egészében a fogyasztó használja fel.



235,3. ábra



235,4. ábra

² Ez a függvény az általános esetben ($G' \neq 0$) is megoldása (9)-nek, de ekkor α és v kifejezései (13)–(14)-nél jóval áttekinthetlenebbek.

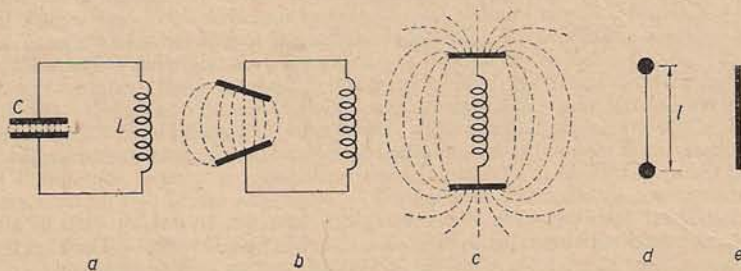
³ Nemcsak az ω -nak a formulákban való explicit előfordulása, hanem az R' frekvenciafüggőségében megnyilvánuló *skin-effektus* miatt is (230. §).

Az eddig tárgyalt *tápvonalakban* végbemenő folyamatokhoz több szempontból hasonló folyamatok játszódnak le a pl. tekercsekben és kondenzátorokból összeállított *művonalakban*, amelyeket a nagyfrekvenciás technikában gyakran alkalmaznak feszültségimpulzusok alakjának vagy áthaladási idejének megváltoztatására (*késleltető vonalak*). Példaként a 235,4a, ill. b ábrán egy tekercsből és két kondenzátorból álló „ Π -tag”, ill. három ilyen tagból összetett művonal látható.

236. §. Szabad elektromágneses hullámok; a dipólus sugárzása

1. *Szabad elektromágneses hullámok előállítása és kimutatása.* Mivel az előzők szerint a dróthullámok terjedésénél (nagyfrekvenciák esetén) a lényeges folyamat a drótok közti térben megy végbe, várható, hogy elektromágneses hullámok a szabad térben is lehetségesek, ha a rezgéseket alkalmas módon állítjuk elő.

Ezzel kapcsolatban emlékeztetünk arra, hogy a C kondenzátorból és L önindukciós tekercsből álló *zárt rezgőkör* (236,1a ábra) ideális esetében az elektromos tér a

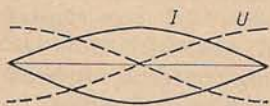
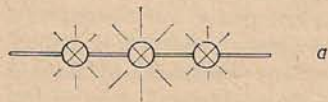


236,1. ábra

C lemezei közti térrészre koncentrálódik. Az elektromos tér energiája a maximumától számított negyed rezgés múlva a tekercs belsejében teljes egészében mágneses energiává alakul, amely újabb negyed rezgés múlva teljesen visszaalakul elektromos energiává, az egész kör energiája tehát változatlan, „kisugárzás” nincsen. Ha viszont a kondenzátorlemezek „szétnyitásával” (b ábra) áttérünk a *nyitott rezgőkörre* (c ábra), az elektromos erővonalak viszonylag messze nyúlnak a környezetbe, ott ez az időben változó elektromos tér — az eltolódási áram — mágneses örvényteret, az utóbbi változása pedig ismét elektromos örvényteret kelt, és így energiájának egy részét a rezgőkör hullámok formájában kisugározza.

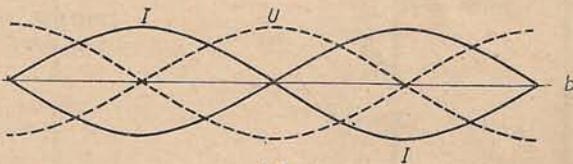
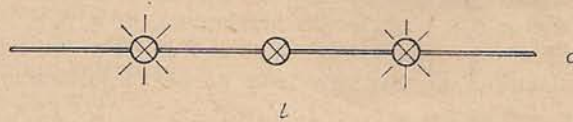
A nyitott rezgőkör egyik fajtája a végein gömbökkel ellátott fémrúd, a *Hertz-féle dipólus* (d ábra), még egyszerűbb a pusztán rúd vagy drótdarab, a *lineáris oszcillátor* (*lineáris antenna*); röviden ezt is *dipólusnak* hívják, mert az elektromos rezgések során a rúd két fele váltakozva ellentétes töltésű. A rúdban a kapacitás és az inuktivitás nem egy-egy helyre lokalizáltak, mint a Thomson-körben, hanem a hosszirányban egyenletesen oszlanak el; mivel C és L viszonylag kicsiny, a *sajátrezgések* frekvenciája várhatóan igen nagy. A dipólus lehetséges sajátrezgéseit könnyen áttekinthetjük, ha a Lecher-drótpárt — először a $\lambda/4$ hosszúságú drótpárt, a 233,2. ábrán az ax szakaszt — gondolatban kiegyenesítjük. Ily módon azt várjuk, hogy a *rúd alakú dipólus alaprezgésénél a rúd hosszúsága a hullámhossz fele* ($l = \lambda/2$). Valóban, elektroncsöves generátor ($\nu \approx 10^8$ Hz, $\lambda \approx 3$ m) közelében kb. $\lambda/2$ hosszúságú, izzólámpákkal ellátott drótot elhelyezve (236,2. ábra), a középső lámpa világít legjobban: a drótban folyó, *nem kvázistacionárius áram* erőssége a drót

középen duzzadóhelye, két végén csomópontja van, a feszültségnek pedig a középén van csomópontja és a két végén duzzadóhelye (*b* ábra). Az első „felrezgés” esetén $l = \lambda$ (236,3a—*b* ábra).¹ Megjegyzendő, hogy egy v frekvenciájú rezgőkörhöz való csatolás révén a dipólusban kvázistacionárius áram, vagyis adott időpontban a helytől gyakorlatilag független, $I = I_0 \sin 2\pi vt$ erősségű váltóáram is létrejöhet abban az esetben, ha $l \ll \lambda = c/v$.



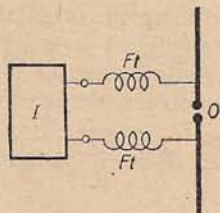
$$l = \frac{\lambda}{2}$$

236,2. ábra

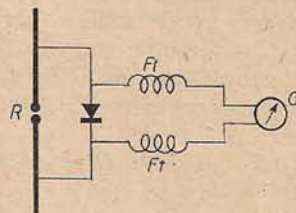


236,3. ábra

A rudat generátorhoz való csatolás helyett úgy is „rezgésbe hozhatjuk”, hogy középen kettéosztjuk, és az így előálló kis szikraközön pl. induktorból szikrákat üttetünk át (236,4. ábra; a kis Ft fojtótekercesek a nagyfrekvenciás áramnak a tápláló vezetékbe való jutását akadályozzák meg). Ilyen dipólus volt HERTZ (1857—94) alapvető jelentőségű kísérleteiben a rezgéskeltő vagy *oszillátor*. A rezgések, ill. hullámok kimutatására hasonló méretű, rezonanciára beállított dipólus szolgált, e rezonátor kis szikraközén átugró szikrákat nagyítóval lehetett megfigyelni. Ez a rezonátor, amelynek modernebb, kristálydetektorral és érzékeny galvanométerrel ellátott változatát a 236,5. ábra tünteti fel, az *elektromos* erővonalakra érzékeny, ti. a gyorsan változó elektromos tér — az eltolódási áram — *influenca* révén a drótban levő töltéshordozókat (szabad elektronokat) ide-oda mozgatja; az így létrejövő áram nyilván akkor a legerősebb, ha a



236,4. ábra



236,5. ábra

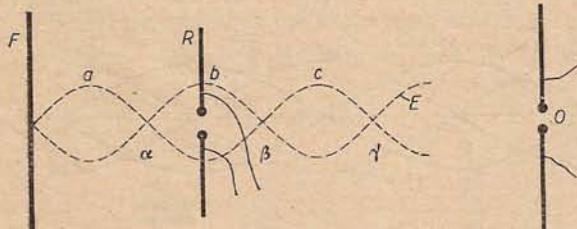
¹ Általánosan, a rúd alakú dipólus lehetséges sajátrezgéseinél

$$l = n \frac{\lambda_n}{2} = n \frac{c}{2\nu_n} \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (1)$$

Ha a dipólust vákuum helyett ϵ dielektromos állandójú közeg veszi körül, λ_n és c helyébe az erre a közegre vonatkozó, a vákuumbelinél $\sqrt{\epsilon}$ -szor kisebb hullámhossz, ill. sebesség irándó (235. § 1.). Pl. a vízben egy $l/9$ hosszúságú dipólus rezeg ugyanakkora alaphfrekvenciával, mint a levegőben egy l hosszúságú dipólus.

rezonátor az elektromos erővonalak irányában helyezkedik el. A *mágneses* erővonalakra érzékeny rezonátor pl. egy kör alakú, szintén kis szikraközzel ellátott dróthurok, amelyben a változó mágneses tér *indukció* útján akkor kelt maximális áramot, amikor a hurok síkja a *H*-vonalakra merőleges.

Ha Hertz nyomán az *O* oszcillátor és az ettől néhány méternyire elhelyezett *F* fémlap között mozgatjuk az *R* rezonátort (l. a vázlatos 236,6. ábrát), az *R* körébe iktatott galvanométer azt mutatja, hogy az áramnak az egymástól egyenlő távolságra levő *a, b, c, ...* helyeken maximuma, az $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ helyeken pedig minimuma van. Ebből következik, hogy az *O* és *F* közti térben *szabad elektromágneses állóhullámok* alakultak ki, nyilvánvalóan az *O*-ból kisugárzott és *F*-ről visszaverődő *haladóhullámok* interferenciája révén.



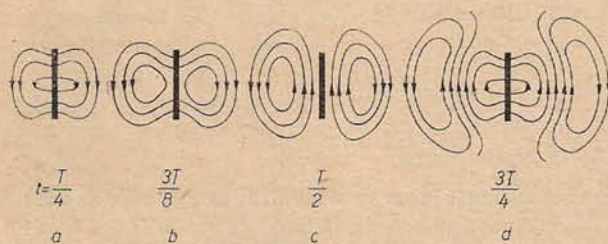
236,6. ábra

Hertz a szomszédos csomópontok megmért $\lambda/2$ távolságából ($\lambda \approx 60$ cm) és az oszcillátor számításokkal meghatározott ν frekvenciájából arra az eredményre jutott, hogy a *szabad elektromágneses hullámok terjedési sebessége vákuumban a fénysebességgel egyenlő* ($c = \nu\lambda$). Ily módon Hertz 1887-ben kísérletileg igazolta

Maxwellnek azt az 1865-ben elméleti úton nyert következtetését, hogy fénysebességgel terjedő elektromágneses hullámoknak kell létezniök. E hullámok kimutatása egyúttal a *közelhatás (erőtérhatás)* elméletének döntő győzelmét jelentette a *távolhatás* elméletével szemben.

2. A *dipólus sugárzási tere*, azaz a rezgő dipólus által kisugárzott elektromágneses hullámokban az *E* és *H* térerősség mint a hely és az idő függvénye, kísérletileg a fent említett (az *E*-, ill. a *H*-vonalakra érzékeny) rezonátorokkal vizsgálható, a Maxwell-egyenletek alapján pedig kiszámítható. A számítás először Hertz végezte el arra az idealizált — de közelítőleg pl. rezgőkörhöz való csatolással megvalósítható — esetre vonatkozólag, amelyben a *hullámhossznál sokkal rövidebb* ($l \ll \lambda$) *Hertz-féle dipólus* (236,1d ábra) gömbjének *Q* töltése s ezzel az $M = Ql$ dipólusmomentum és az $I = dQ/dt$ áramerősség is az idővel periodikusan változik:

$$M = Ql = M_0 \sin \omega t, \quad I = \frac{dQ}{dt} = I_0 \cos \omega t \quad \left(I_0 = \frac{\omega M_0}{l} \right). \quad (2)$$



236,7. ábra

Az ilyen dipólust *elemi dipólusnak* vagy *dipólusantennának*, ill. *elemi antennának* is hívják.

Hertz nyomán az *E*-vonalak kialakulása a dipólus környezetében a 236,7a–d ábrák szerint képzelhető el. A töltés nélküli állapottól ($t=0$) számított negyed rezgésidő múlva (a) a dipólus felső felén a pozitív töltés — az elektron-

hiány — maximális, a kiinduló E -vonalak száma ekkor a legnagyobb. A második negyed rezgés során (b ábra, $t \approx 3T/8$) a töltés és ezzel a kiinduló E -vonalak száma csökken, egyidejűleg a vonalak kezdenek a térben kiterjedni, és zárt E -vonalak képződnek (az időben változó, alább említendő mágneses erővonalak körül). A második negyedrezgés végén (c) a dipóluson ismét nincsen töltés, az E -vonalak leszakadása befejeződött, a keletkezett zárt E -vonalak továbbhaladnak a térben. A harmadik negyedrezgés végén (d) a dipólus alsó felén a pozitív töltés maximális, majd a jelenség hasonlóan folytatódik tovább.

A következőkben a dipólus közelében levő térrészt, a gyakorlatilag kevésbé fontos „közele zónát” mellőzve, a *távoli vagy hullámzónában* ($r \gg \lambda$) az E - és H -vonalak „pillanatképe” a 236,8a–b ábrán látható. Az E -vonalak a dipólus meridiánsíkjaiban fekvő zárt görbék, a H -vonalak a dipólusra merőleges síkokban levő koncentrikus körök, amelyek közül csak a felező síkban levőket tüntettük fel. A két erővonal-rendszert megfelelően egymásba tolva, látjuk, hogy az E - és H -vonalak kölcsönösen áthurkolják egymást. A hullámok terjedését úgy képzelhetjük el, hogy az egész térbeli alakzatot fénysebességgel kiterjedni gondoljuk (táguló ballonhoz hasonlóan).

A fenti erővonalkép, ill. a számítások alapján \mathbf{E} és \mathbf{H} iránya a $P(r, \vartheta)$ megfigyelési pontban egy t pillanatban a 236,9. ábra szerinti, továbbá az ϵ permittivitású és μ permeabilitású szigetelő közegben \mathbf{E} és \mathbf{H} nagyságára vonatkozólag:

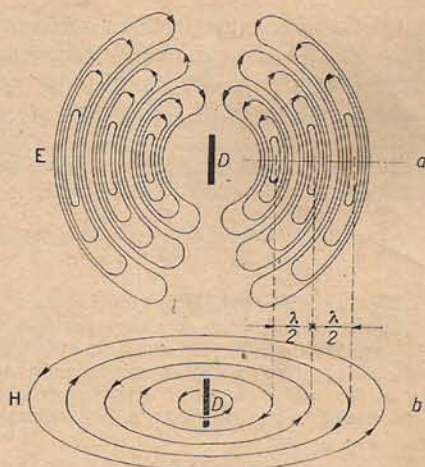
$$\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E = H = \frac{I_0 \omega l \sin \vartheta}{c^2 r} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c'} \right) \quad (\text{CGS}),$$

ill.

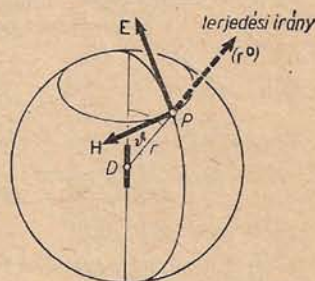
$$\sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} E = H = \frac{I_0 \omega l \sin \vartheta}{4\pi c r} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c'} \right) \quad (\text{MKSA});$$

itt

$$c' = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad (4)$$



236,8. ábra



236,9. ábra

a hullámok terjedési sebessége (miként a dróthullámoknál, 235. §).

Az ábráról láthatóan \mathbf{E} , \mathbf{H} és az \mathbf{r}^0 terjedési irány kölcsönösen merőlegesek egymásra, jobbsodrású triédert alkotva. Következésképpen a dipólus hullámai transzverzális hullámok, és síkban vagy lineárisan polárosak (91. §), mert hiszen pl. az \mathbf{E} vektor mindig egy síkban, a P ponton és a dipóluson átmenő síkban rezeg. A (3) formulából látható továbbá, hogy e hullámok gömbhullámok, amplitúdójuk az r távolsággal fordítva arányos, és függ a terjedési iránynak a dipólussal bezárt ϑ szögétől is: a

$\sin \vartheta$ faktornak megfelelően a kisugárzás maximális a dipólusra merőlegesen irányban ($\vartheta = 90^\circ$), és zérus a dipólus irányában ($\vartheta = 0$). Az amplitúdónak $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$ -val való arányossága azt jelenti, hogy egyébként egyenlő körülmények között a dipólus jobban sugározza ki a rövidebb, nagyobb frekvenciájú hullámokat.

A kisugárzott elektromágneses hullám energiát visz magával. Az elektromágneses tér energiasűrűségének

$$w = w_{\text{el}} + w_{\text{m}} = \frac{1}{8\pi} (\varepsilon E^2 + \mu H^2) \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad w = \frac{1}{2} (\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) \quad (\text{MKSA}) \quad (5)$$

kifejezéséből [l. (164,13) és (170,12)] és a (3)-ból folyó $\varepsilon E^2 = \mu H^2$, ill. $\varepsilon_0 E^2 = \mu_0 H^2$ összefüggésből láthatóan a hullámban az elektromos és a mágneses energiasűrűség egyenlő.

A P megfigyelési pontban a terjedés irányára (\mathbf{r}^0) merőleges f felületen (236,10. ábra) a kis Δt idő alatt nyilván az a W energia halad át, amely az f alapterületű és $c'\Delta t$ magasságú hengerben van, azaz $W = wfc'\Delta t$. Eszerint a felületegységen az időegység alatt átáramló energia, pontosabban a (pl. $\text{erg/cm}^2 \text{ s}$ -ban, ill. watt/m^2 -ben kifejezhető) energiáramlás sűrűsége:

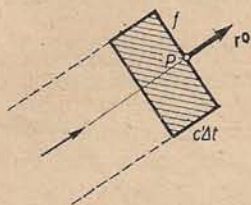
$$S = c'w. \quad (6)$$

A w (5) alakjában $\varepsilon E^2 = \mu H^2$ helyett a $\sqrt{\varepsilon\mu}EH$ geometriai közeparányost írva, ill. hasonlóan, $\varepsilon_0 E^2 = \mu_0 H^2 = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}EH$ miatt:

$$S = \frac{c'\sqrt{\varepsilon\mu}}{4\pi} EH = \frac{c}{4\pi} EH \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad S = c'\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} EH = EH \quad (\text{MKSA}), \quad (7)$$

ti. $c'\sqrt{\varepsilon\mu} = c$, és $\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 1/c$, l. (235,6). Ha az egymásra merőleges E és H térerősségek vektori szorzatát képezzük, az

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}] \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}] \quad (\text{MKSA}) \quad (8)$$



236,10. ábra

sugárzási vagy Poynting-vektor — energiáramlási vagy -sugárzási vektor — iránya megadja az energiáramlás irányát, nagysága az energiáramlás sűrűségét (a most tárgyaltnál általánosabb esetekben is).

Az elektromágneses sugárzás intenzitásán rendszerint (a 106. §-ban definiált hangintenzitáshoz hasonlóan) az S időbeli középértékét, \bar{S} -t értik. Így (3)-ból, $\sin^2 \omega(t-r/c')$ középértéke $1/2$ lévén, adódik, hogy a dipólus sugárzásának intenzitása vákuumban, a $P(r, \vartheta)$ megfigyelési helyen:

$$\bar{S} = \frac{I_0^2 \omega^2 l^2}{8\pi c^3 r^2} \sin^2 \vartheta \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \bar{S} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{I_0^2 \omega^2 l^2}{8\pi c^3 r^2} \sin^2 \vartheta \quad (\text{MKSA}), \quad (9)$$

tehát a távolság négyzetével fordítva arányos, és pl. $\vartheta = 45^\circ$ mellett feleakkora, mint a dipólusra merőleges irányban.

A dipólus által az időegység alatt az egész térbe kisugárzott energia, pontosabban a „kisugárzott teljesítmény” (időátlagban véve) nyilván az \bar{S}_n -nek a dipólust körülvevő zárt felületre kiterjesztett integrálja: $P_{\text{dip}} = \oint \bar{S}_n df$. Célszerűen r sugarú gömböt véve ($df = r^2 \cdot 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$), (8)-ból kapjuk — $\int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta = 4/3$ miatt, majd $I_0 = \sqrt{2} I_{\text{eff}}$ alapján I_{eff} és $\omega = 2\pi c/\lambda$ alapján λ bevezetésével —, hogy a dipólus sugárzási teljesítménye:

$$P_{\text{dip}} = \frac{1}{3c^3} I_0^2 l^2 \omega^3 = \frac{8\pi^2}{3c} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 I_{\text{eff}}^2 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad P_{\text{dip}} = \frac{2\pi}{3\varepsilon_0 c} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 I_{\text{eff}}^2 \quad (\text{MKSA}). \quad (10)$$

Ezt az összefüggést a $P_{\text{dip}} = R_s I^2$ alakban írhatjuk, ahol az

$$R_s = \frac{8\pi^2}{3c} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad R_s = \frac{2\pi}{3\epsilon_0 c} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 790 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \text{ ohm} \quad (11)$$

sugárzási ellenállásnak szemléletes jelentése van: a dipólus által az időegység alatt kisugárzott energia ugyanakkora, mint amekkora munkát végezne (hőt fejlesztene) az időegység alatt a dipólusban folyó áram egy R_s ellenállású vezetében; minél nagyobb R_s , annál nagyobb a kisugárzás. — Ha a kisugárzott energiát nem pótolnánk, a dipólus rezgései csillapodnának, ún. *sugárzási csillapítás* következne be.

A fenti kvantitatív eredmények — mint azt már hangsúlyoztuk — az $l \ll \lambda$ feltevésnek eleget tevő elemi dipólusra vagy dipólusantennára vonatkoznak, de ezek alapján, elemi dipólusokra való bontás útján kiszámítható az általában más árameloszlású vagy alakú *valóságos antennák* sugárzási tere is. Annak illusztrálására, hogy már az egyszerűbb egyenes antennáknál is az E térerősségnek a ϑ szögtől való függése az l/λ viszony értékei szerint mennyire különböző lehet, a 236,11a—c ábrák rendre feltüntetik a megfelelő *sugárzási karakterisztikát* a dipólusantenna ($l \ll \lambda$, $E \sim \sin \vartheta$), valamint a $\lambda/2$ -re és a λ -ra „hangolt antenna” esetében.

Az elemi dipólus sugárzása több más területen is nagyon jelentős, így pl. a fényforrások, ill. atomi rendszerek fénykibocsátása szempontjából. (Az erre vonatkozó formulákban a (2)-ben megadott M_0 dipólusmomentum szerepel az I_0 áramerősség helyett.)

3. Elektromágneses síkhullámok. A dipólus kisugározta gömbhullámok (miként általában a gömbhullámok, l. 94. §) a centrumtól nagyobb távolságban és nem nagy tartományon belül közelítőleg síkhullámoknak tekinthetők. Ha tehát pl. a 236,9. ábrán az \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{r}^0 vektorok irányait x , y , z tengelynek választjuk, akkor (3) alapján kapjuk (a térerősségek most konstansnak vehető amplitúdóit egyszerűen E_0 -val és H_0 -val jelölve), hogy *homogén és izotrop szigetelőben a z irányban $c' = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ sebességgel haladó, szinuszos elektromágneses síkhullám egyenletei:*

$$E_x = E_0 \sin \omega \left(t - \frac{z}{c'}\right), \quad H_y = H_0 \sin \omega \left(t - \frac{z}{c'}\right) \quad (E_y = E_z = H_x = H_z = 0). \quad (12)$$

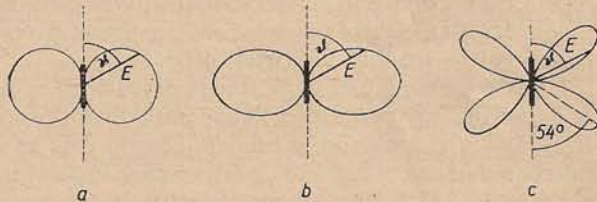
Ez a hullám *transzverzális és lineárisan poláros síkhullám* [az \mathbf{E} vektor síkját (xz) *rezgési síknak*, a \mathbf{H} vektorét (yz) *polarizációs síknak* hívják]; az E_0 és H_0 amplitúdók között a

$$\sqrt{\epsilon} E_0 = \sqrt{\mu} H_0 \quad (\text{CGS}), \quad \text{ill.} \quad \sqrt{\epsilon\epsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu\mu_0} H_0 \quad (\text{MKSA}) \quad (13)$$

összefüggés áll fenn.²

A (12) típusú síkhullámokhoz most csak a következő, a 236,6. ábrán vázolt állóhullám-kísérlet szempontjából is fontos megjegyzést fűzzük. *Fémlepről való visszaverődéskor az \mathbf{E} elektromos térerősség π „fázisugrást szenved” — a \mathbf{H} mágneses térerősség fázisa nem változik —, és ezért a kialakuló állóhullámban a fémlapnál \mathbf{E} -nek csomóhelye, \mathbf{H} -nak duzzadóhelye van, miként a dróthullámok esetében (233. §; l. még a 92. §-t).*

² A vákuumra vonatkozó E_0 és H_0 amplitúdóknak az MKSA-rendszerben kifejezett hányadosát, az $E_0/H_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \Omega$ mennyiséget a *vákuum hullámenellenállásának* nevezik.



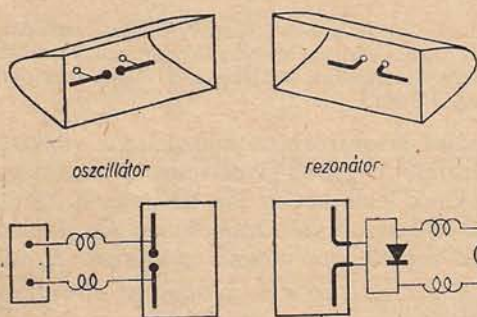
236,11. ábra

237. §. Hertz kísérletei. Az elektromos hullámok (rádióhullámok) terjedése

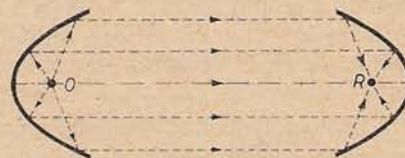
1. *Hertz kísérletei.* Maxwell elmélete (1865) szerint elektromágneses hullámoknak kell létezniük, és a fény is elektromágneses hullám. Ez az elmélet adta az indítékot a Hertz-féle kísérletekre (1887), amelyek közül a legfontosabbikat, a *vákuumban fénysebességgel terjedő elektromágneses hullámok (Hertz-hullámok) létezésének kimutatását* a 236. § 1.-ben megismertük; a kísérlet arra is utalt, hogy az elektromágneses hullámok fémlapról visszaverődnek. Ha mármost az elektromágneses hullámok és a fényhullámok valóban azonos természetűek, akkor a fényhullámok régóta ismert alapvető tulajdonságaival (visszaverődés, törés, interferencia, elhajlás, polarizáció) az elektromágneses hullámoknak is rendelkezniük kell. Ennek a kimutatása volt a további kísérletek célja.

Hertz nyomán a 236. §-ból ismert oszcillátort és rezonátort, más szóval az „adót” és a „vevőt” egy-egy parabolikus fémtükör fókuszvonalába helyezük (237,1. ábra). Ezáltal — a visszaverődést tulajdonképpen már fel is használva — az *O* oszcillátorral síkhullámnak megfelelő „párhuzamos sugárnyalábot” (96. §) állítunk elő, amely a vázlatos 237,2. ábra szerint elhelyezett *R* rezonátor tükrének gyújtóvonalába koncentrálódik, és a rezonátorkörben jól kimutatható áramot kelt. Az *O* és *R* közé

fémleapot téve, a vevő nem jelez hullámokat. Ha a tükröket és az *F* fémleapot a 237,3. ábrának megfelelően állítjuk fel, érvényesnek találjuk a hullámtanból jól ismert *visszaverődés törvényét* ($\alpha = \alpha'$; 96. § 2.).

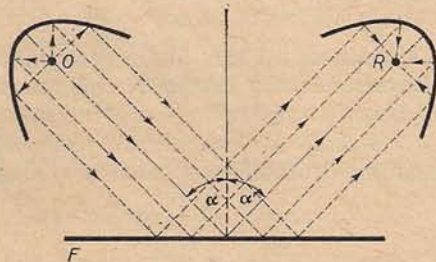


237,1. ábra

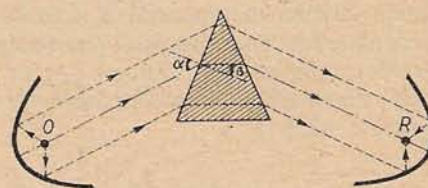


237,2. ábra

Hasonlóan igazolható a *törés törvénye* (96. § 3.) pl. paraffin- vagy szurokprizma felhasználásával a 237,4. ábrán vázolt módon: az α beesési szög és a β törési szög megméréseivel az adódik, hogy $\sin \alpha / \sin \beta = n$ az α -tól független mennyiség, a prizma anyagának a környező levegőre, ill. vákuumra vonatkozó *törésmutatója*. A Maxwell-elmélet értelmében, minthogy az ϵ permittivitású és $\mu \approx 1$ permeabilitású szigetelő-



237,3. ábra



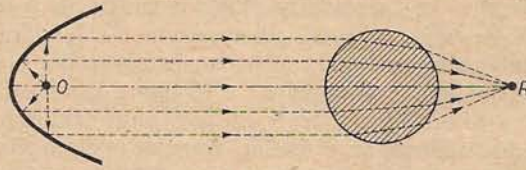
237,4. ábra

ben a hullámok $c' = c/\sqrt{\epsilon\mu} \approx c/\sqrt{\epsilon}$ sebességgel terjednek, az $n = c'/c$ törésmutatóra fennáll az ún. *Maxwell-féle reláció*:

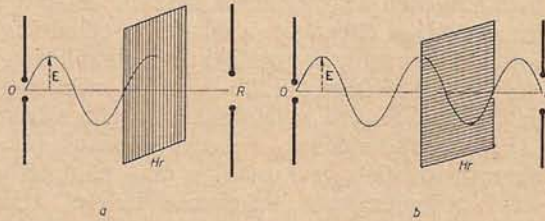
$$n = \sqrt{\epsilon}, \quad (1)$$

és ez a kísérletek szerint az alkalmazott méteres—centiméteres hullámok ($\lambda \approx 1$ m—1 cm) esetében valóban jól teljesül.¹ A törés megnyilvánul pl. egy nagy paraffin lencsének vagy petróleummal telt üvegedénynek mint hengerlencsének „fokuszáló hatásában” is (237,5. ábra).

A hullámoknak a 236. §-ban említett *polarizációja* — és egyúttal *transzverzálitása* — a legegyszerűbben úgy mutatható ki, hogy az *R* rezonátort először az *O* oszcillátorral párhuzamosan állítjuk fel (236,4—5. ábra), majd az *OR* tengely körüli 90°-os elforgatással „kereszttezett állásba” hozzuk. Az *R*-ben fellépő hatás az első esetben maximális, a másodikban zérus, jeléül annak, hogy a kibocsátott hullámokban az *E* elektromos térerősség az *O* oszcillátorral párhuzamos. A polarizációnak egy másik kimutatási módja: a



237,5. ábra



237,6. ábra

égy másik kimutatási módja: a párhuzamos helyzetű oszcillátor és rezonátor közé párhuzamos drótokból összeállított rácst (*Hertz-féle rác*s, *Hr*) teszünk a

237,6a—b ábrák szerint, párhuzamos, majd kereszttezett helyzetben. Az *a* esetben a hullámok nem hatolnak át a rácson, mert elektromos terük az *E* térerősséggel párhuzamos drótokban váltakozó áramokat kelt, és emiatt a hullámok a rácstól visszaverődnek, akár csak egy fémlapról; a *b* helyzetben viszont a rácst hatástalan, azaz átengedi a hullámokat, mert a most *E*-re merőleges drótokban nem jöhetnek létre áramok.

Az *interferenciát* már az első Hertz-kísérletben (236,6. ábra) előállított *állóhullámok* is bizonyítják, de kimutatható az *interferencia*, valamint az *elhajlás* (*diffrakció*) közvetlen kísérletekkel is (különösen jól a modern mikrohullám-technika felhasználásával, 239. §).

2. Hertz-kísérletei igazolták a Maxwell-féle *elektromágneses fényelméletet*, amely szerint a *fény is elektromágneses hullám*, csak hullámhossza sokkal kisebb (*frekvenciája sokkal nagyobb*), mint a *Hertz-féle hullámoké* ($\lambda \approx 1$ m). Az elektromágneses hullámok összességét képező, később részletesebben szóba kerülő *elektromágneses spektrum* terjedelme rendkívül nagy. Az elektromos rezgőkörökkel vagy oszcillátorokkal előállítható, $\lambda \approx 0,1$ mm-nél hosszabb ($\nu \approx 3 \cdot 10^{12}$ Hz-nél kisebb frek-

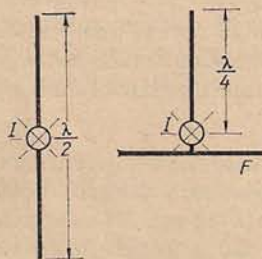
¹ Pl. a víz ($\epsilon \approx 81$) törésmutatója ezekre a $\lambda \approx 1$ m-es hullámokra ≈ 9 , de a $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$ cm-es látható fényre csak $\approx 1,33$, ti. a törésmutató függ a hullámhossztól (*diszperzió*, l. később).

venciájú) elektromágneses hullámokat gyakran *elektromos hullámoknak* vagy inkább *rádióhullámoknak* hívják.² Az elektromágneses spektrum további részeit — a csökkenő hullámhossz sorrendjében — a rádióhullámokhoz csatlakozó infra- vagy ultravörös sugárzás, a látható fény, az ultraibolya, a röntgen- és a radioaktív γ -sugárzás alkotják, amelyekkel későbbi fejezetekben foglalkozunk.

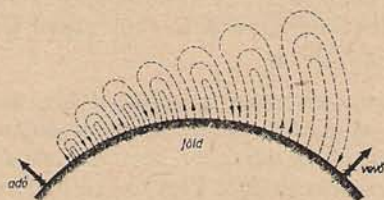
3. Az *elektromos hullámok (rádióhullámok) terjedésére* alapján véve a hullámterjedés általános törvényei érvényesek. Különböző közegek határfelületén — a Huygens—Fresnel-elvnek megfelelően — ezek a hullámok is visszaverődnek, megtörnek, akadályokon elhajlást szenvednek, és így pl. egy dipólusantenna sugárzása esetén a gömbhullámokban való terjedéstől erős eltérések mutatkozhatnak.

A 236. §-ban megismert szabad- vagy *térhullámok* mellett igen fontosak a drótnélküli híradás szempontjából a félig szabad vagy *felületi hullámok*. Ezekkel kapcsolatban először arra a korábbi 236,2. ábrán vázolt kísérletre hivatkozunk, hogy egy rezgőkörhöz csatolt, $l = \lambda/2$ hosszúságú fémrúd közepén az áramerősségnek duzzadóhelye van. A rúdhoz a felezőpontjában és a rúdra merőlegesen egy fémlapot illesztve, az I izzólámpa akkor is világít, ha a rúd alsó részét elhagyjuk, vagyis csak $\lambda/4$ hosszúságú rudat alkalmazunk (237,7. ábra); az F fémlap a rezgéseket és a hullámterjedést csak annyiban befolyásolja, hogy most a 236,8a ábrán feltüntetett E -vonalaknak — amelyek a fémlapra merőlegesek — csak a felső fele marad meg. A gyakorlatban a fenti rúdnak mint féldipólusnak a szerepét a tulajdonképpeni (adó-) *antenna*, az F fémlap szerepét pedig a *föld* veszi át (237,8. ábra): a „*földelés*” révén a hullámokat mintegy a földhöz kötöttük, azok mint „*felületi hullámok*” a földfelszín mentén terjednek. A föld nem lévén ideálisan jó vezető, az E -vonalak nem pontosan merőlegesek a felszínre. Emiatt a felületi hullámok bizonyos mértékben a felszíni rétegekbe, a talajba is behatolnak, és így a felszín menti terjedésük során abszorpciót szenvednek, a hullámhossz növekedésével csökkenő mértékben.

A következőkben földön (nem pl. mesterséges holdakon) elhelyezett antennákat feltételezve, felületi hullámokként, azaz a felszín mentén főleg a hosszúhullámok ($\lambda > 1000$ m) terjednek. A rövidhullámok ($\lambda = 100$ m—10 m) a felszín menti erős abszorpció miatt gyakorlatilag csak mint térhullámok jönnek tekintetbe, és így a Föld görbültségének figyelembevételével arra lehetne gondolni, hogy nagyobb távolságban már nem hatásosak. Hogy rövidhullámokkal mégis meglepően nagy



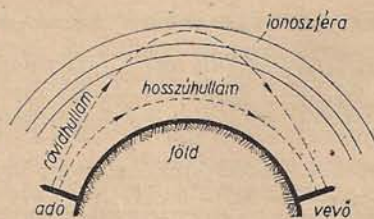
237,7. ábra



237,8. ábra

² A legrövidebb ilyen hullámokat ($\lambda \approx 0,08$ mm) olajban szuszpendált fémrészecskék között szikrakisüléssel állították elő (GLAGOLJEVA—ARKADJEVA, 1924). — A hullámhossz felső határa a végtelenbe nyúlik (ti. $\nu \rightarrow 0$ -ra $\lambda \rightarrow \infty$); a $\nu = 50$ Hz-es váltakozó áramnak $\lambda = 6000$ km felel meg.

távolságra lehet összeköttetést létesíteni (amint azt rádióamatőrök viszonylag egészen kis teljesítményű adó- és vevőberendezéseikkel 1924-ben felismerték), annak magyarázata a következő. A Földet kb. 80 és 400 km magasság között a Nap sugárzásának és a kozmikus sugárzásnak hatására erősen ionizálódott rétegekből álló *ionoszféra* (151. §) veszi körül, amelyben a hullámok fokozatos töréseket szenvednek, és így visszajuthatnak, látszólag visszaverődhetnek a Föld felszínére (l. a vázlatos 237,9. ábrát).



237,9. ábra

Az ionoszféra hatása és egyéb tényezők miatt a különböző hullámhosszú rádióhullámok terjedési tulajdonságai különbözőek, és ennek figyelembevételével a rádióhullámokat általában a következő csoportokra osztják:

| | | | |
|---------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----|
| hosszúhullámok | $\lambda > 1000$ m | $\nu < 300$ kHz; | |
| középhullámok | $\lambda \approx 1000$ m—200 m, | $\nu \approx 300$ kHz —1,5 MHz; | |
| átmeneti hullámok | $\lambda \approx 200$ m—100 m, | $\nu \approx 1,5$ MHz—3 MHz; | |
| rövidhullámok | $\lambda \approx 100$ m—10 m, | $\nu \approx 3$ MHz—30 MHz; | (2) |
| ultrarövid hullámok | $\lambda \approx 10$ m—1 m, | $\nu \approx 30$ MHz—300 MHz; | |
| mikrohullámok | $\lambda < 0,3$ m | $\nu > 1000$ MHz (=1 GHz); | |

az 1 m-nél rövidebb hullámok között *deciméteres* ($\lambda = 1$ m—0,1 m), *centiméteres* ($\lambda = 10$ cm—1 cm) és *milliméteres hullámokat* ($\lambda < 1$ cm) szoktak megkülönböztetni.

A *hosszúhullámok*, mint említettük, túlnyomó részben a Föld felszíne mentén terjednek; ezekkel a hullámokkal a szokásos teljesítményű adók és vevők esetében több ezer km távolságok áthidalhatók. A *középhullámok* terjedésénél mind a (néhány száz km-ig hatásos) felületi hullámok, mind az ionoszféráról visszaverődött térhullámok szerepe jelentős, a *rövidhullámok* terjedésénél csak az utóbbiaké; a közép- és a rövidhullámok hatótávolsága kedvező esetben a Földről és az ionoszféráról való többszöri visszaverődés folytán igen nagy lehet (több ezer km). Az *ultrarövid hullámok* lényegében egyenes vonalban terjednek — az ionoszférán áthalolnak, csak kivételes esetben verődnek arról vissza —, ezért a Földön nagyobb távolságra csak magas helyen elhelyezett antennával sugározhatók. Ultrarövid hullámokkal sikerült a Holdról való visszaverődést kimutatni és pl. a Mars- és a Venusrakétákkal 10^8 km nagyságrendű távolságokból is összeköttetést létesíteni. A *mikrohullámok* terjedése a fényhullámokéhoz hasonló (239. §).

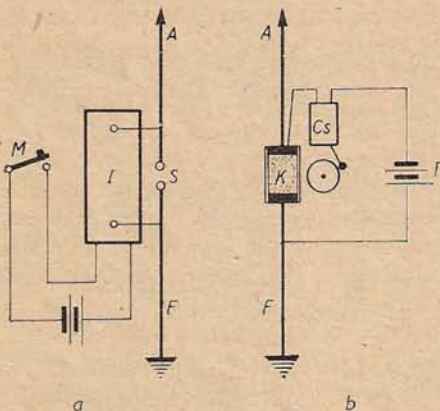
Az ionoszféra szerkezetében bekövetkező változásokkal (pl. nappal főleg ionizáció, éjjel rekombináció) függ össze a nappali és éjszakai rádióvételek különbözősége, valamint a vételi zavarok egy része. Ha a felszín mentén terjedő és az ionoszféráról visszavert hullámok vagy általában ugyanazon hullámforrás különböző utakat megtett hullámai interferencia révén gyengítik egymást, elhalkulás (*fading*) jön létre. Előfordulhat az is, hogy a vevő ugyanazokat a jeleket kétszer veszi (*rádió-visszhang*), pl. először az ionoszféráról való egyszeres, majd pedig többszörös visszaverődés után.

A rádióhullámok terjedését befolyásoló számos tényező szerepére vonatkozólag igen részletes és jelentős kutatásokat végeztek, de már az eredmények pusztá felso-rolása is messze vezetne.

238. §. A drótnélküli távíró. A rádió adó- és vevőállomása

1. A drótnélküli távíró (szikratávíró; POPOV, 1895; MARCONI, 1896) a rádió őse. A 238,1a—b ábrán vázolt, ma már csak történeti jelentőségű berendezés működése az előzők alapján könnyen érthető.

Az adóállomáson (a) az I induktor primer körében van az M Morse-kapcsoló, a szekunder oldalán az S szikraköz egyik elektródja az A antennában, a másik az F földvezetékben folytatódik. Ily módon az adó a Morse-jeleknek megfelelően hosszabb-rövidebb hullámvonulatokat sugároz ki. A vevőállomáson (b) az A antenna által felfogott hullámvonulatok jelzésére kezdetben az A és F közé iktatott, a T teleppel és a Cs csengővel sorba kapcsolt K kohérer szolgált: üvegcsőbe helyezett fémreszelék, amelynek vezetőképessége a hullámok hatására annyira megnő, hogy a csengő megszólal. A kohérer jó vezetőképességét mindaddig megtartja, amíg csak rázás nem éri; ezért a csengő olyan helyzetű, hogy gombja megütögeti a kohérert, miáltal ez elveszti vezetőképességét, és alkalmassá válik újabb jel kimutatására. A kohérer helyett később kristálydetektort alkalmaztak.



238,1. ábra

Az első adókészülékekben az induktor — mi-ként az ábra esetében is — közvetlenül a hullámokat kibocsátó nyitott rezgőkört táplálta. Ennek hátránya egyrészt az, hogy a nyitott rezgőkör csak aránylag kis energiát vehet fel, másrészt a rezgések erősen csillapodnak, márpedig ilyen rezgésekre a vevő nem lehet élesen ráhangolni (228. §). Ezért lényeges haladást jelentett, amikor BRAUN (1900 k.) a rezgéseket a nagyobb energiabefogadó képességű zárt rezgőkörben állította elő, és ehhez csatolta a hullámokat kisugárzó nyitott rezgőkört. Az állomások számának növekedésével különösen fontosá vált a vevőkör éles hangolhatósága, amely csak kis csillapítású vagy csillapítatlan rezgések esetében valósítható meg; ezért volt jelentős a század elején az ívfény-generátor és a kialakuló szikraköz felfedezése (230. §). Ma már a drótnélküli távíratozást elektroncsöves rádióadó és -vevő útján bonyolítják le (rádiótávíró) Morse-jelekkel vagy billentyűs, betűnyomtató távírógépekkel (táv-gépíró vagy telexgép).

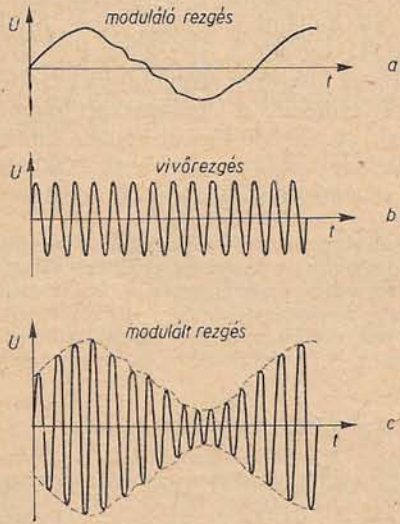
2. A rádió adóállomása; moduláció. A régi, csak Morse-jelek továbbítására használható drótnélküli távíróval szemben a rádió („drótnélküli telefon”) hang továbbítására is alkalmas berendezés. Az adóállomás vagy rádióadó működési elve: elektroncsöves vagy tranzistoros rezgékeltővel nagyfrekvenciájú, csillapítatlan elektromágneses rezgéseket állítunk elő, ezeket a hangrezgéseknek megfelelően módosítjuk — moduláljuk —, majd a modulált rezgéseket antennával kisugároztatjuk.

A modulációnak több fajtája van: annak megfelelően, hogy a nagyfrekvenciájú szinuszos rezgés melyik adatát változtatjuk meg a hangrezgéssel, amplitúdó-, frekvencia- és fázismoduláció különböztethető meg. Az általában a hosszú-, közép- és rövidhullámú adóknál alkalmazott amplitúdómoduláció esetében a 238,2a—c ábrák tüntetik fel a moduláló vagy hangfrekvenciás rezgést, a nagy- vagy rádiófrekvenciás rezgést („vivőrezgést”) és a modulált rezgést. Az ábrák helyes elképzeléséhez: ha pl. a vivőrezgés frekvenciája 500 kHz, a hangrezgésé pedig 500 Hz, akkor a hangrezgés egy periódusára 1000 vivőrezgés jut.

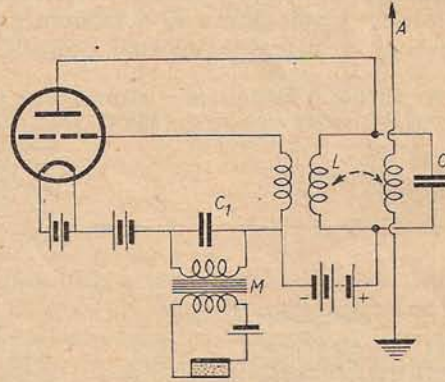
Az amplitúdómoduláció egyik megvalósítási módja (ún. rácsmóduláció) egy „egycsöves adó” elvi kapcsolási rajzán, a 238,3. ábrán látható. Az M mikrofontranszformátor szekunder tekercsének végein jelentkező hangfrekvenciás feszült-

séget a Meissner-féle visszacsatolású oszcillátor (232. §) csövének rácsa és katódja közé visszük a nagyfrekvenciás rezgéseket átengedő, de a hangfrekvenciás rezgések számára nagy ellenállást jelentő C_1 kondenzátor beiktatásával. A hangfrekvenciás feszültség hatását úgy foghatjuk fel, hogy a rács előfeszültsége a hangrezgések ütemében ingadozik, s így érthető, hogy (a munkapont alkalmas megválasztása esetén)

az anódkörben a rádiófrekvenciás rezgések amplitúdója is ebben az ütemben, lényegileg a 238,2c ábra szerint változik. Ezeket a modulált rezgéseket a rezgőkör L tekercsével inductíve csatolt A antenna sugározza ki.



238,2. ábra



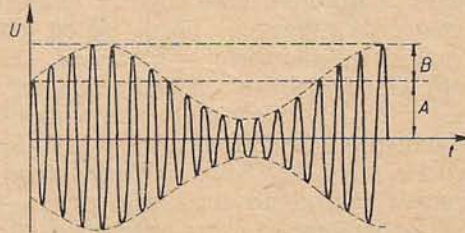
238,3. ábra

A gyakorlatban a modulációt a torzítás elkerülése végett nem magában a rezgésekeltőben, hanem az erre következő erősítő fokozatok egyikében hajtják végre külön „modulátorcső” segítségével. A nagy adóállomásokban az első fokozat rendszerint egy kvarcvezérlésű oszcillátor (a frekvencia stabilizálására való tekintettel, 232. § 1e), ezt követi több teljesítményerősítő fokozat, majd a moduláció után újabb fokozatok, amelyek részben további erősítésre, részben különböző káros visszahatások és a felhullámok elkerülésére valók, úgyhogy az ilyen — esetleg több száz vagy akár ezer kilowatt teljesítményű — adók kapcsolása igen bonyolult.

A modulációnak fontos következménye van. Tegyük fel, hogy a nagyfrekvenciás rezgés alakja $A \sin \omega t$, a moduláló hangfrekvenciás rezgése pedig $B \sin \omega_h t$, ahol $\omega/2\pi = v$ az ún. hordozó vagy *vivőfrekvencia*, $\omega_h/2\pi = v_h$ pedig a *moduláló (hang-)frekvencia*. Ekkor a 238,4. ábráról láthatóan a modulált rezgés amplitúdója $A + B$ és $A - B$ között ingadozik, tehát a modulált rezgés alakja:

$$U = (A + B \sin \omega_h t) \sin \omega t \quad (1)$$

$(\omega_h \ll \omega, B \leq A).$



238,4. ábra

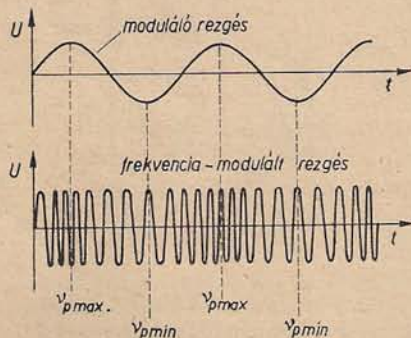
A $B/A \leq 1$ hányados a *moduláció foka (mélysége)*. Az (1) egyenlet a $2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ összefüggés felhasználásával így is írható:

$$U = A \sin \omega t + \frac{B}{2} \cos(\omega - \omega_h)t - \frac{B}{2} \cos(\omega + \omega_h)t. \quad (2)$$

A fenti modulált rezgés vagy hullám tehát úgy is felfogható, hogy az három, ν , $\nu + \nu_h$ és $\nu - \nu_h$ frekvenciájú szinuszos rezgésből, ill. hullámból tevődik össze. Mivel pl. zene átvitelénél a ν_h felső határa kb. 10 000 Hz, az adó a ν frekvenciájú *vivőhullámon* kívül kisugározza a ν -nél kb. 10 000 Hz-cel kisebb és nagyobb frekvenciahatárú két „oldalsávot” is. Ezért ahhoz, hogy két rádióadó a legmagasabb hangok vételekor se zavarja egymást, vivőfrekvenciáiknak kb. 20 000 Hz-cel kellene különbözniök. A valóságban ez a különbség az adók nagy száma miatt csak 9000 Hz, úgyhogy a magas hangoknál „áthallás” jó vevőkészülékekben is előfordulhat.

Az ultrarövid hullámú és a mikrohullámú adókban alkalmazott *frekvenciamoduláció* esetében a modulált rezgés amplitúdója állandó (U_0), pillanatnyi frekvenciája (ν_p) pedig az időben változik (238,5. ábra), nevezetesen a hangrezgés ν_h frekvenciájával periodikusan ingadozik $\nu + \Delta\nu$ és $\nu - \Delta\nu$ között, ahol ν a vivőrezgés frekvenciája, a $\Delta\nu$ „frekvencióket” pedig egy állandó érték. A frekvenciamodulált rezgés egyenlete:

$$U = U_0 \sin \left(\omega t + \frac{\Delta\omega}{\omega_h} \sin \omega_h t \right), \quad (3)$$



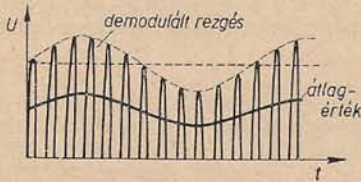
238,5. ábra

ti. a pillanatnyi ω_p körfrekvencia mint a szinuszfüggvény zárójelben levő argumentumának idő szerinti differenciáhányadosa, $\omega_p = \omega + \Delta\omega \cos \omega_h t$, valóban ω_h körfrekvenciával ingadozik $\omega + \Delta\omega$ és $\omega - \Delta\omega$ között. A (3)-nak és $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ -nek egybevetéséből láthatóan a frekvenciamoduláció egyúttal *fázismoduláció* is, és megfordítva. Az itt részletesebben nem tárgyalható frekvenciamoduláció egyik előnye az amplitúdómodulációval szemben az, hogy alkalmazásával jóval kedvezőbb jel/zaj viszony, azaz a különböző zavarokkal szemben sokkal kevésbé érzékeny vétel érhető el.

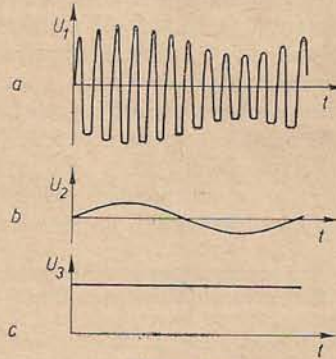
Adóantenna gyanánt a függőleges rúdantennán (236. §) kívül gyakran Γ vagy T alakú antennát alkalmaznak, valamint bonyolultabb rendszereket, amelyekkel bizonyos mértékben *irányított sugárzás* is megvalósítható. Ha az antennába kondenzátort iktatunk be, az antenna kapacitása csökken (a soros kapcsolás folytán); így az antenna saját hullámhossza, ill. „hatásos hosszúsága” kisebb lesz, tekercs bekapcsolása esetén (238,3. ábra) viszont nagyobb a megnövelt induktivitás miatt. A *földelés* helyett más „ellensúly”, pl. drótháló is alkalmazható, ami pl. léghajóknál fontos.

3. A rádió vevőállomása; demoduláció. Az adóállomások által kibocsátott hullámok a *rádióvevő* antennájában rezgéseket hoznak létre, amelyek közül vagy az antennának, vagy egy hozzá csatolt rezgőkörnek a hangolásával kiválasztjuk a venni kívánt állomástól származókat. Ha ezeket a modulált rezgéseket közvetlenül vagy akár felerősítve a fejhallgatóba vagy hangszóróba vezetnénk, az nem szólna meg, mert tehetetlensége folytán a membrán az igen nagy frekvenciájú és teljesen szimmetrikus áramingadozásokat nem képes követni. Ezért a modulált rádiófrekvenciás rezgéseket hangfrekvenciás rezgésekké kell visszaalakítanunk, más szóval *demodulációt* kell alkalmaznunk, amely — egyelőre az „amplitúdómodulált rezgések” (238,2c ábra) esetét véve — *egyenirányítás* útján valósítható meg. Az egyenirányított rádiófrekvenciás rezgések (238,6. ábra) ugyanis már nem szimmetrikusak, az áram-

ingadozások az egyik irányban hiányoznak vagy jóval kisebbek, és így a fejhallgató vagy hangszóró membránja eme ingadozások átlagértékének, a hangrezgéseknek megfelelően mozog. Kissé pontosabban, az egyenirányított rádiófrekvenciás rezgés a 238,7a–c ábrák szerint három összetevőre bontható: egy (nemszínuszos) nagyfrekvenciás, egy hangfrekvenciás és egy egyenáramú összetevőre. A nagyfrekvenciájú komponens pl. a fejhallgatóval párhuzamosan kapcsolt C_f (≈ 100 pF) kondenzátorral a későbbi 238,8. ábra szerint „kiszűrhető”, szükség esetén egy megfelelő kondenzátorral az egyenáramú összetevő is, és így elérhető, hogy a fejhallgatón csak a hangfrekvenciájú komponens menjen át.



238,6. ábra

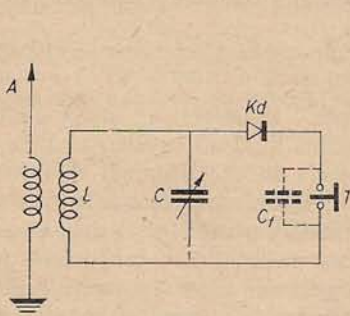


238,7. ábra

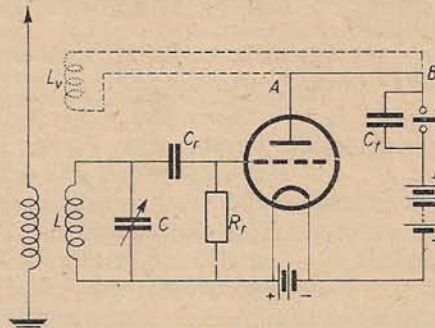
A demodulációra, amely egyetlen vevőkészülékben sem maradhat el, alkalmazhatók: a kristálydetektor vagy ehelyett a modernebb félvezető- vagy kristálydióda (germánium vagy szilícium dióda, 207. §), a vákuumdióda, valamint az egyúttal erősítést is végző trióda (ill. többbrácsos elektroncső) és az ennek megfelelő tranzisztor. A demodulálást az alábbi két igen egyszerű vevőkészüléken mutatjuk be.

A kristálydetektoros vagy kristálydiódás vevő működése a 238,8. ábra és az előzők alapján minden további nélkül érthető. Az ilyen vevő, minthogy egész energiáját az antenna felfogta hullámoktól nyeri, általában csak a közeli nagy adóállomás fejhallgatóval való vételére alkalmas.

Az egycsöves audionvevő (238,9. ábra) a demodulációt a rácskörben, ún. rács-egyenirányítás¹ révén valósítja meg. A rácskörben van a hangolható LC rezgőkörön



238,8. ábra



238,9. ábra

¹ A triódával történő demodulálás másik módja az anódegyenirányítás, amelynek elve teljesen hasonló a 231,6. ábrán vázolt erősítéshez, csak most a rácselőfeszültséget úgy választjuk meg, hogy a munkapont a karakterisztikának az alsó vagy felső könyökénél legyen.

kívül a C_r (≈ 100 pF) kondenzátor, amely a rádiófrekvenciás rezgések számára kicsiny, a hangfrekvenciás rezgések számára viszont nagy ellenállást jelent, továbbá az R_r (≈ 1 M Ω) „rácslevezető ellenállás”; ezen át a rácsnak kis pozitív előfeszültséget adunk (közvetlen fűtésű cső esetén rendszerint elegendő a rácsot az izzószál pozitív végéhez kötni), akkorát, hogy a rácsáram éppen csak beálljon. Az audion működésének elve röviden a következő. Ha a rácsot a nagyfrekvenciás rezgés „pozitív félhulláma” éri, ez a rács pozitív feszültségét növeli, de így nagyobb lesz a rácsáram (a rácsra több elektron jut), amely az R_r ellenálláson alulról felfelé átfolyva, az R_r mentén létrehozott feszültségesés révén a rács pozitív feszültségét mindjárt le is csökkenti vagy megszünteti. A most következő negatív félhullám hatása viszont teljes mértékben érvényre jut, mert ilyenkor rácsáram nincsen, a rács most kapott negatív feszültségét semmi sem kompenzálja. Az ily módon aszimmetrikussá vált, azaz demodulált rácsfeszültség-ingadozások a cső erősítő hatása folytán az anódkörben megfelelő áramingadozásokat, ezek pedig a fejhallgatóban vagy hangszóróban hangot keltenek.

Az audionvevő hangereje és szelektivitása visszacsatolással fokozható. A *visszacsatolt audion* egyik fajtájában az anódkör B pontját nem kötjük össze közvetlenül az anóddal, hanem közbeiktatjuk az L_v visszacsatoló tekercset, amelyet a rácskör L tekercsének közelében helyezünk el (az ábrán a szaggatott vonallal kihúzott rész kerül az AB vezeték helyébe). Így az anódkörben levő nagyfrekvenciás rezgések induktíve hatnak a rácskörre, és ezáltal az anódkör rezgései erősödnek, hasonlóan, mint a Meissner-féle visszacsatolásnál. Fontos a visszacsatolás helyes mértéke: legfeljebb olyan szorosán szabad csatolni, hogy a rácskör energiavesztései pótlódjanak. (A helyes mértékű visszacsatolás tehát egyenértékű a rácsrezgőkör jósági tényezőjének növelésével, amely a 228. § szerint élesebb rezonanciát, nagyobb szelektivitást eredményez.) Ennél szorosabb csatolásnál a rendszer „begerjed”, azaz sajátrezgésbe jön, amelyet, az antennával induktív csatolásban lévén, ki is sugároz, és ezzel a környezetben a vételt zavarja.

A *többsöves rádió-vevőkészülékekben* bő alkalom kínálkozik az erősítésre (231. §). A demoduláció előtt alkalmazott *nagy- vagy rádiófrekvenciás erősítés* feladata az, hogy lehetőleg csak a venni kívánt ν frekvenciájú rezgést — pontosabban a 2. pontban említett, $\nu - \nu_h$ és $\nu + \nu_h$ közti keskeny frekvenciasávot — erősítse (rezonanciaerősítők). A demoduláció után alkalmazott *kis- vagy hangfrekvenciás erősítés* feladata viszont az, hogy az egész hangfrekvenciasáv lehető egyenletes erősítése útján a hangszóró számára elegendő nagy amplitúdójú rezgéseket szolgáltatson (vég-erősítők).

A vevőkészülékek, bár az alkalmazott „kapcsolások” száma rendkívül nagy, két fő típusra oszthatók:

a) Az *egyenes kapcsolású* vagy „*egyenesvevők*” legfeljebb az imént említett két erősítési módot tartalmazzák. Pl. egy $3 + 1$ csöves hálózati egyenesvevőben (amelyben a „ $+1$ ” cső a többi cső számára szükséges anódfeszültséget előállító egyenirányító cső) az első és a harmadik cső nagy-, ill. hangfrekvenciás erősítő, a második cső pedig visszacsatolt audion lehet. Bár a modern pentódákkal már egy $2 + 1$ -es készülék is — az első cső visszacsatolt audion, a második végerősítő — igen sok állomás jó hangszóróvételét teszi lehetővé, az egyenesvevők főleg a rövidhullámokon mutatkozó hátrányok (a „begerjedés” leküzdésének nehézsége, viszonylag kis érzékenység, kis szelektivitás, kényelmetlen kezelés) miatt ma már háttérbe szorultak a „szupervevőkkel” szemben.

b) A *szuperheterodin* vagy „*szupervevőkben*” (*frekvenciaváltós vevőkben*) a beérkező és esetleg felerősített rádiófrekvenciás rezgésekre a magában a készülékben

levő oszcillátor nagyfrekvenciás segédrezgéseit úgy szuperponálják, hogy ún. *középfrekvenciás rezgés* jön létre. Ennek további erősítése után, amely jóval kevésbé kényes, mint a nagyfrekvenciás rezgése, az egyenesvevőkben is meglevő demoduláció és hangfrekvencia-erősítés következik. A szupervevők előnyei közé tartozik a nagy szelektivitás, érzékenység és stabilitás, valamint az egyszerűbb kezelhetőség.

A *tranzisztoros rádióvevők* — az elterjedt *zseb- és táskarádiók* — általában szintén „szuper” rendszerűek. Pl. egy 6 tranzisztoros zsebrádióban 1 tranzisztor a középfrekvenciás rezgések előállításában, 2 ezek erősítésben, 3 pedig — kristálydiódával való demodulálás után — a hangfrekvenciás rezgések erősítésében vesz részt.

A szupervevőkre jellemző *frekvenciaváltás (transzponálás)* elvi alapja a következő. A venni kívánt, ν_k hangfrekvenciával modulált ν vivőfrekvenciás rezgéshez hozzátesszük a vevő oszcillátora által előállított ν_0 frekvenciájú rezgést. Ily módon (amint azt az összetevés matematikai vizsgálatával ki lehet mutatni, egyéb rezgéseken kívül) $\nu_0 - \nu = \nu_k$ középfrekvenciás rezgés keletkezik, amely szintén a ν_k hangfrekvenciával van modulálva. A középfrekvencia (rendszerint ≈ 470 kHz) különböző állomásokra való hangolásnál is mindig ugyanaz marad, mert a bemenő rezgőkör (ill. sávszűrő) és az oszcillátorkör — közös tengelyre szerelt forgókondenzátorokkal, tehát a kényelmes egygombos beállítással — úgy hangolható, hogy $\nu_0 - \nu = \nu_k$ ne változzék. Így a középfrekvencia-erősítő fokozatok rezgőkörei (sávszűrői) egyszer s mindenkorra beállíthatók az állandó ν_k -ra, ami több rezgőkör alkalmazását s ezáltal rendkívüli szelektivitást tesz lehetővé.

A frekvenciaváltással járó feladatokat — rezgéseltetés, rezgésösszetevés — a mai elektroncsöves szupervevőkben az ún. keverőfokozatban egyetlen csővel, a *keverőcsővel* oldják meg. Ez lehet pl. trióda-hexóda. A triódarész az oszcillátorfrekvencia előállítására való, a tulajdonképpeni keverés pedig a hexódarész feladata. A hexóda első rácsára kerül a bemenőkörből a rádiófrekvenciás rezgés, a második és a negyedik rács káros kölcsönhatások megakadályozására való árnyékoló rácsok; a harmadik rács a csövön belül a triódarész rácsával van összeköttetésben, ezáltal valósul meg az oszcillátor rezgésének és a beérkező rezgésnek az összetevése. Ilyen trióda-hexóda (vagy trióda-heptóda) pl. az elterjedt 3+2 csöves „középszuper” első csőve; a második cső a középfrekvenciás rezgést erősítő pentóda, a harmadik cső duódióda-pentóda. Ennek egyik diódája a demodulátor, pentódarésze a végerősítő. A készülék *fadingkiegyenlítést* is végez, ebben vesz részt az első két csővel együtt a másik diódarész. A „+2” cső egyike a hálózati áramot egyenirányítja, a másik a *hangoláskereső (varázsszem)*, amely lényegében kis katódsugárcső.

A demoduláció fent ismertetett módjai csak amplitúdómodulált jelek vételére alkalmasak. A *frekvenciámodulált jeleket* a vételnél előbb amplitúdómodulált jelekké alakítják át ún. *diszkriminátor* segítségével.

Vevőantenna gyanánt az adóállomásoknál ismertetett típusokon kívül alkalmazható *keretantenna* is, amely lapos, nagyobb átmérőjű tekercs. Kis energiát vesz ugyan fel, de ez nem nagy hátrány az erősítés lehetősége miatt. A kerettel iránymeghatározás is lehetséges, ti. a vétel akkor a legerősebb, ha a mágneses erővonalak a keret síkjára merőlegesek, azaz ha a keret normálisa az adóállomás felé mutat. Két különböző helyről beirányított kerettel a keresett adóállomás helye is megállapítható. A keretantennát vagy általában a külső antennát pótolhatja ferritrud manggal ellátott tekercs, a *ferritantenna*, amely egészen kis méretű tranzisztoros vevőkészülékbe is beépíthető.

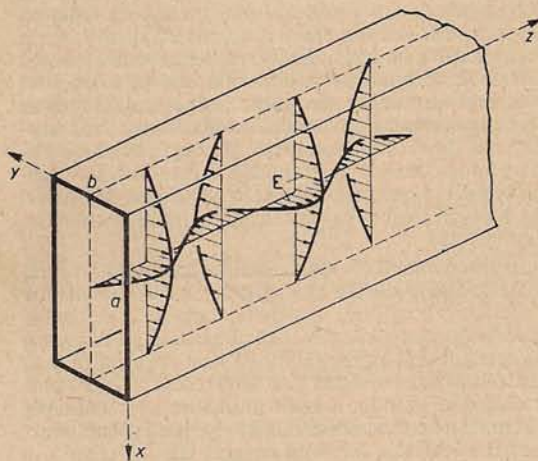
239. §. Mikrohullámok

1. *Áttekintés.* Ha a csillapítatlan elektromágneses rezgések frekvenciáját a „közönséges” nagyfrekvenciájú technikában szokásos eljárásokkal kb. 300—1000 MHz-nél nagyobbra kívánjuk növelni, azaz a megfelelő elektromos hullámok hullámhosszát kb. 1 m—0,3 m-nél kisebbre kívánjuk csökkenteni, több oldalról alapvető nehézségek mutatkoznak. Ezek ellenére az utóbbi néhány évtizedben sikerült ilyen *ultra-nagyfrekvenciájú rezgéseket* ($\nu > 1000$ MHz), ill. *mikrohullámokat* ($\lambda < 30$ cm) — deciméteres, centiméteres és milliméteres hullámokat — nagy intenzitással előállítani és fontos gyakorlati célokra felhasználni, de sok tekintetben az eddig megismertektől lényegesen különböző módszerekkel. A következőkben az említett

nehézségeknek és a leküzdésükre szolgáló módszereknek csak vázlatos áttekintésére szorítkozhatunk.

a) *Mikrohullámok előállítására és erősítésére* a közönséges elektroncsövek főleg azért nem alkalmazhatók, mert az elektronok repülési vagy futási ideje (a katódtól a rácsig vagy az anódig) összemérhető az ultra-nagyfrekvenciás rezgések $1/\nu$ periódustartamával, és így a csövek működése már egyáltalán nem tehetetlenségmentes. Ezen a nehézségen a *mikrohullámú elektroncsövek* egyik régebbi fajtájában úgy segítettek, hogy a trióda szerkezeti változtatása útján az elektródok közti távolságokat a milliméter törtrészeire csökkentették (az ilyen *tárcsás triódával* elérhető alsó határ: $\lambda \approx 10$ cm), a jelenleg legelterjedtebb típusok — *klisztron, magnetron, haladóhullámú cső* — szerkesztésére viszont éppen az elektronok futási idejét felhasználó új elveket alkalmaztak (1. a 2. pontot).

b) Az igen nagy frekvenciájú rezgéseket, ill. az igen rövid hullámokat továbbító vezetékknél különös nehézséget jelent a nagy energiavesztéssel járó erős kisugárzás (236. §). Ezért a hullámok „vezetésére” alkalmas *hullámvezető* gyanánt már a deciméteres hullámok tartományában is előnyösebb a Lecher-féle kettős vezeték-nél (233. §) a fémcsőből és a tengelye mentén húzódó drótból álló *koaxiális kábel* (koncentrikus vonal), a rövidebb mikrohullámok továbbítására pedig legmegfelelőbb



239,1. ábra

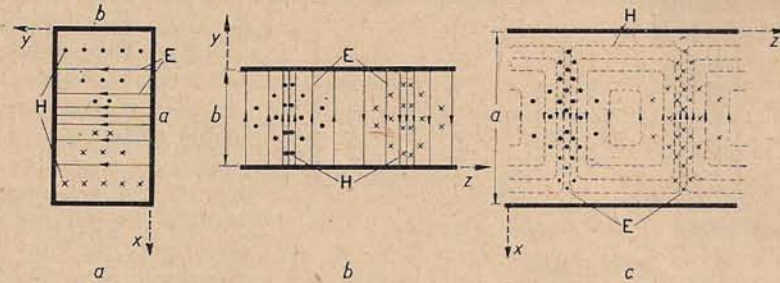
delkezik.¹ Pl. téglalap keresztmetszetű csőtápvonalban terjedő *TE*-hullám elektromos terének eloszlását a 239,1. ábra szemlélteti.

A Maxwell-egyenletekből és abból a határfeltételből, hogy az ideális vezetők feltételezett oldalfalak mentén az *E* elektromos térerősség érintőleges komponense zérus, még az alábbi eredmények is következnek. Mind a *TE*-, mind a *TM*-hullámtípuson belül a *hullámformák* (rezgési módok, *moduszok*) kétdimenziós, azaz két indexszel jellemezhető sokasága lehetséges. Pl. a 239,1. ábrán vázolt hullám a

¹ A *kettős vezeték* mentén (Lecher-drótpáron vagy koaxiális kábelben) terjedő, a 233. §-ban vizsgált hullám transzverzális elektromágneses vagy *TEM*-hullám: *E* is és *H* is merőleges a terjedés irányára.

a belül teljesen üres, többnyire téglalap, ritkábban kör keresztmetszetű fémcső, a szűkebb értelemben vett hullámvezető vagy *csőtápvonal* (hullámcső). Az oldalfalakról való visszaverődések folytán kialakuló, a cső tengelyének irányában terjedő *csőhullámok* — a Maxwell-egyenletekből kimutathatóan — két típusra oszthatók: a transzverzális elektromos vagy *TE*-hullám (más néven *H*-hullám) esetében csak az *E* elektromos térerősség, a transzverzális mágneses vagy *TM*-hullám (más néven *E*-hullám) esetében pedig csak a *H* mágneses térerősség vektora van a terjedés irányára merőleges síkban, vagyis a *TE*-hullámban a *H*, a *TM*-hullámban az *E* a terjedés irányába eső komponenssel is rendelkezik.

— legegyszerűbb és leginkább használatos — TE_{10} hullámforma; a két index a téglalap szélesebb (a) és keskenyebb (b) oldala mentén kialakult állóhullámok félhullámainak a számát jelzi. A TE_{10} módusban az E - és H -vonalak eloszlását a 239,2a—c ábrák mutatják. Mindegyik módushoz tartozik egy meghatározott λ_n *határhullámhossz* — pl. a TE_{10} esetében $\lambda_n = 2a$ —, amelynél nagyobb hullám-

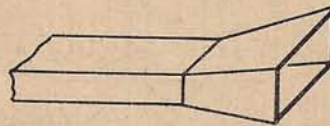


239,2. ábra

hosszon a kérdéses módussal energiát a csőtápvonalon átvinni nem lehet. Megjegyezzük még, hogy a csőhullámok v *fázissebessége* nagyobb a szabad térben érvényes c *fénysebességnél*, az energia vagy a jel terjedési sebességével megegyező u *csoportsebesség* (99. §) viszont kisebb c -nél, és fennáll: $uv = c^2$.

c) Az önindukciós tekercsből és kondenzátorból álló zárt rezgőkör szerepét a mikrohullámú technikában belül üres fémtest, a mikrohullámú rezgőkörnek is nevezhető *üregrezonátor* veszi át. A hullámhosszhoz hasonló méretű üregrezonátor — pl. a két végén fémlappal lezárt, négyzetű vagy hengeres csőtápvonal-darab — annak megfelelően, hogy benne az elektromos és mágneses terek különböző állóhullám-rendszerei alakulhatnak ki, a méretei által meghatározott sajátfrekvenciákkal rendelkeznek (a hangtanban megismert Helmholtz-féle üregrezonátorokhoz hasonlóan). Jóságai tényezője lényegesen felülmúlhatja a közönséges rezgőkörökét.

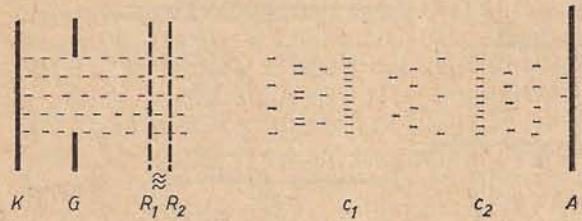
d) A mikrohullámok esetében a *kisugárzás* a kis hullámhosszak miatt könnyen bekövetkezik; a hullámvezetők és üregrezonátorok egyik előnye éppen a káros kisugárzás elkerülése. A szándékos kisugárzást megvalósító *antennák* lehetnek pl. a csőtápvonal végéhez illesztett tölcésrészegzők (239,3. ábra), vagy pedig — a Hertz-kísérletek mintájára — parabolikus tükrök vagy lencsék fókuszába helyezett dipólusok. Ily módon élesen irányítható *mikrohullámnyalábot*, közelítőleg párhuzamos „sugárnyalábot” lehet előállítani. Egyáltalában, a mikrohullámok a fényhez hasonlóan terjednek, azzal az előnyös különbséggel, hogy a sokkal kisebb abszorpció folytán pl. felhőkön és ködön is áthatolnak.



239,3. ábra

2. A *mikrohullámú elektroncsövek* — jelenleg a klisztron, magnetron és haladóhullámú cső a legfontosabbak — a rezgéseltetés vagy erősítés folyamán az elektronok és az elektromágneses tér kölcsönhatása révén „egyenáramú energiát” alakítanak át „nagyfrekvenciás energiává”. Érdemes már itt megjegyezni, hogy ezek az elektronikus készülékek több közös vonást mutatnak az atommagfizikai gyorsítóberendezésekkel (pl. lineáris gyorsítók, ciklotron), amelyekben az energiaátalakulás fordított irányú, ti. nagyfrekvenciás energia szolgál elektronok vagy ionok mozgási energiájának növelésére.

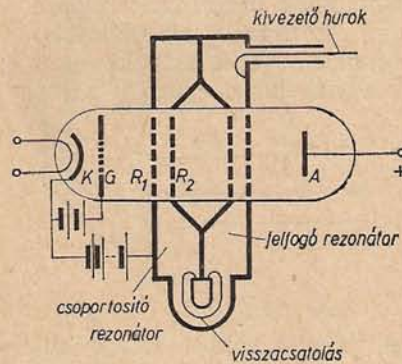
A klisztron működése az ún. *sebességmoduláció*n alapszik, amelynek lényegét a 239,4. ábrával kapcsolatban vázoljuk. Evakuált csőben a K izzókatódból kilépő és a pozitív feszültségű G rács által felgyorsított (a valóságban elektronágyúval előállított) elektronnyaláb két, egymáshoz közeli R_1 és R_2 rácson halad át. Ha R_1 és R_2 közé nagyfrekvenciás feszültséget kapcsolunk, az ennek megfelelő erőter az egyik félperiódusban a rácscok között haladó elektronok sebességét csökkenti, a másik félperiódusban pedig a rácscok közé jutott újabb elektronok sebességét növeli, úgyhogy az utóbbi elektronok az előbbieket az R_2 és A közötti térben utolérják,



239,4. ábra

majd elhagyják. Ily módon az R_2 -től A -ig haladó nyalábban csoportok, „elektroncsomók” (c_1, c_2) alakulnak ki; ez úgy értendő, hogy a pillanatnyilag a c_1 helyen levő csomó igen kis idő múlva felbomlik, és a c_2 helyen más elektronokból újból kialakul.

Ha az egyik csomó (c_1) helyén újabb két rácst alkalmazunk, amelyek hengereszerű üregrezonátor alap- és fedőlapját képezik, akkor az időben periodikusan jelentkező elektroncsomók influencia folytán töltéseket keltenek a megfelelő sajátfrekvenciájú rezonátorban, amelyben ily módon csillapítatlan rezgések jönnek létre. (Feltéve, hogy az A gyűjtőelektród feszültsége olyan, hogy a rezonátorból kilépő elektronokat fékezi, ti. az elektronnyaláb csak így adhat le energiát a rezonátorban.) Az eddig leírt készülék csak erősítésre, az R_1 és R_2 közé vitt nagyfrekvenciás feszültség erősítésére lenne alkalmas. Ha azonban R_1 és R_2 szintén egy üregrezonátorban, az említett második vagy felfogó rezonátorral azonos frekvenciára hangolt moduláló vagy csoportosító rezonátor két falát alkotják, akkor visszacsatolás útján a rezgéseltetés is megvalósítható. Az ilyen kétüreges klisztronnal (l. a vázlatos 239,5. ábrát) előállíthatók 1 kW-nál nagyobb teljesítményű centiméteres hullámok is. A jóval kisebb teljesítményű reflexklisztronnak csak egy üregrezonátora van; az ezen áthaladt elektronokat egy negatív feszültségű elektród visszatéríti a rezonátorba, amelyben az így megvalósított visszacsatolás révén rezgések

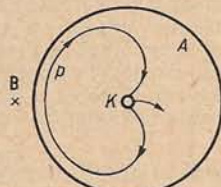


239,5. ábra

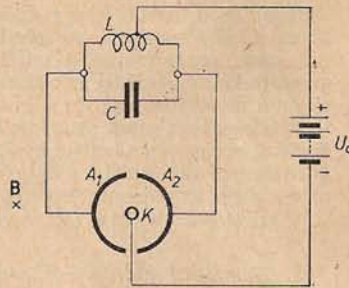
keletkezhetnek. A reflexklisztron milliméteres hullámok előállítására is alkalmas, viszont erősítőként nem használható.

A magnetron legegyszerűbb típusa (239,6. ábra) hengeres anódból (A) és ennek tengelyében elhelyezett izzókatódból (K) álló vákuumdióda, amely a tengellyel párhuzamos, B indukciójú mágneses térben van. A K -ból kilépő elektronokat — amelyek mágneses tér hiányában az U_a anódfeszültség hatása alatt radiális irányban repülnének A -ra — a mágneses tér a Lorentz-féle erőtvény szerint eltéríti. Kicsiny B esetén az elektronok görbe vonalú pályán A -ra jutnak, de ha B egy (könnyen ki-

számítható, U_a -tól és az anódhenger r_a sugarától függő B_c kritikus értéknél nagyobb, az elektronok pályája annyira megöböl, hogy el sem éri A -t. A 239,6. ábra azt az esetet mutatja, amelyben B a kritikus értéknél valamivel nagyobb; ekkor az elektronok pályájuk egyik szakaszában (p) az anódhoz igen közel és ezzel párhuzamosan repülnek. Ilyen állapotban az anódáram már igen kis anódfeszültség-növekedés-kor hirtelen megnő, és ennek alapján — tekintettel a p és A közti „átrepülés” idejének rendkívül kicsiny voltára — nagyon nagy frekvenciájú rezgések kelthetők (pl. a 239,7. ábra szerinti kapcsolásban, kétszeletes anódú magnetronnal, deciméteres hullámokat állítottak elő már 1920 körül).

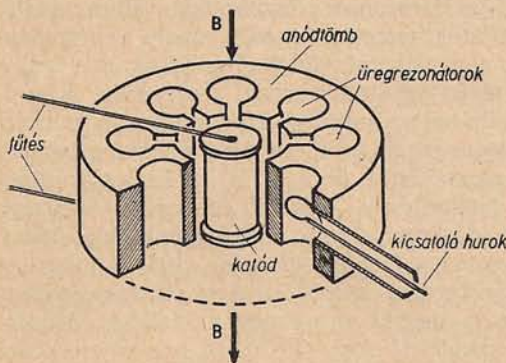


239,6. ábra

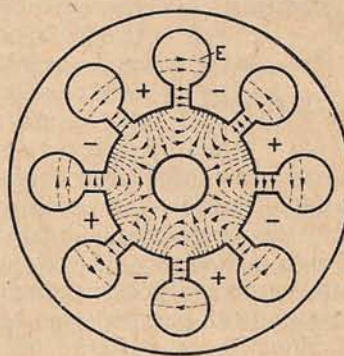


239,7. ábra

A mai soküreges magnetronban (metszete a 239,8. ábrán látható) az anódot képező fémtömbbe vájt üregek mint üregrezonátorok veszik át a külső rezgőkör szerepét. Az ilyen magnetron működése vázlatosan — a részletek nagyon bonyolultak — a következő. Az állandó elektromos és mágneses tér együttes hatására lényegében a 239,6. ábránál említett módon mozgó elektronok az üregek falain

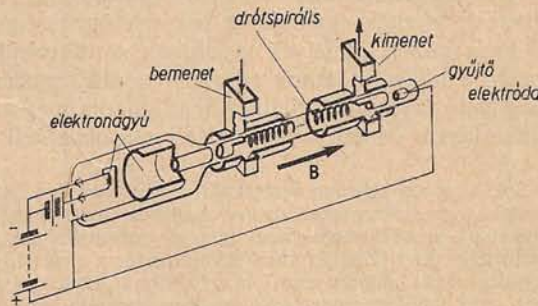


239,8. ábra



239,9. ábra

influenca útján töltéseket hoznak létre. Az így kialakuló nagyfrekvenciájú elektromos erőter (amelynek pillanatképét a 239,9. ábra mutatja) fékezi az elektronokat, s így ezek mozgási energiájuk egy részét a nagyfrekvenciás térnek, ill. az üregrezonátorok rendszerének adják át, amelyből ez a mikrohullámú energia koncentrikus kábellel kivezethető. A soküreges magnetron a centiméteres és milliméteres hullámok tartományában a nagy teljesítményű rezgékeltők legfontosabb fajtája. Teljesítménye folytonos üzemben több kW, impulzusüzemben több ezer kW is lehet, hatásfoka ($\approx 50\%$) sokkal nagyobb, mint a klisztroné.



239,10. ábra

A haladóhullámú cső a legelőnyösebb, igen széles frekvenciasávban alkalmazható mikrohullámú erősítőcső (239,10. ábra). Működése vázlatosan a következő. Az elektronágyúval felgyorsított elektronnaláb

drótspirálison halad át a gyűjtő elektródáig, miközben együttmaradását tengelyirányú mágneses tér (**B**) biztosítja. A spirális elejéhez vezetjük — hullámvezetővel — a felerősítendő mikro-hullámot, amely magán a spirálison gyakorlatilag fénysebességgel, a spirális tengelye mentén azonban kisebb, és pedig az elektronok átlagos sebességével megegyező sebességgel halad. A spirális elején a hullám lényegében a klisztronnál említett módon „csomósítja” az elektronokat, amelyek továbbhaladásuk során maguk is hullámot influálnak a spirálisban, és pedig a részletesebb megmondások szerint olyan hullámot, amely a csomósodást létesítő eredeti hullámot erősíti. Az ily módon intenzívebbé váló hullám még jobban csomósít, ezáltal viszont haladása közben tovább erősödik, míg végül is lényegesen felerősítve távozik a csőből a „kimenethez” csatolt hullámvezetőn át.

A kristálydiódák és a tranzisztorok a mikrohullám-technikában is elterjedtek.

3. A mikrohullámok alkalmazásai közül az egyik legjelentősebb a második világháború alatt kifejlesztett és azóta számos polgári célra is használatos radar (rádiólokátor). Alapelve igen egyszerű. Ha mikrohullám-forrásból kibocsátott keskeny hullámmal valamilyen távoli tárgyra (pl. hajó, repülőgép) esik, erről a nyaláb kis része visszaverődik a forráshoz. Itt a „visszhangnak” megfelelő jelet felveszik, és megméri a kibocsátástól a visszaérkezésig eltelt időt; ebből és a nyaláb irányából a visszaverő tárgy helye meghatározható.



239,11. ábra

A többnyire szakaszos működésű radarkészülék adójában — általában magnetronnal — másodpercenként több száz vagy több ezer, egyenként $0,1-5 \mu\text{s}$ időtartamú erős impulzust állítanak elő. Az adóállomás parabolatükörszerű antennája, amely az impulzusok kisugárzásáról és a nyaláb irányításáról gondoskodik, automatikus átkapcsolás révén egyúttal a vevő antennájául is szolgál. Az idő mérése céljából az impulzus kibocsátásakor és beérkezésekor egy katódsugár-oscillográf ernyőjének időtengelyén al-

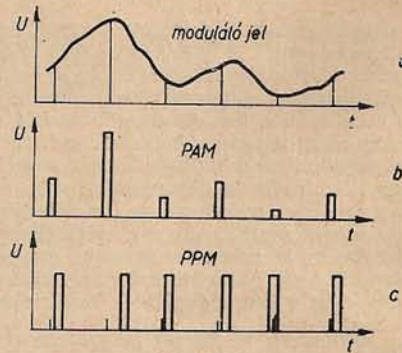
kalmas áramkörökkel nyomokat létesítenek (239,11. ábra, 1 és 2). Ezek távolságának leméréséből — kvarcórával való hitelesítéssel — az idő és ezzel a visszaverő tárgy távolsága meghatározható ($1 \mu\text{s}$ időtartam 150 m távolságnak felel meg). Mozgó tárgyról való visszaverődés esetén a Doppler-effektus (105. §) miatt az impulzusok ismétlődési frekvenciája megváltozik, és ebből a tárgy sebességére lehet következtetni. Vannak olyan készülékek is, amelyek az antennának és a katódsugár-oscillográfban az eltérítő lemezeknek megfelelő forgatása révén mintegy térképet készítenek a kérdéses területről.

Dróthálóból készült nagy parabolaantennák segítségével sikerült felfogni és tanulmányozni a világűrben érkező mikro- és ultrarövid hullámokat, és ezzel kezdetét vette a csillagászat egyik modern ágát képező rádiócsillagászat.

A híradástechnikában egyre fontosabbá váló mikrohullámú összeköttetések lehetővé tesznek egyidejűleg sok telefonbeszélgetést vagy más jelátvitelt két olyan állomás között, amelyek távolságát a mikrohullámok áthidalják. Földi állomások esetén a mikrohullámok egyenes vonalú terjedése miatt ez az „optikai átlátásnak” megfelelő távolság általában nem haladja meg az $50-60 \text{ km-t}$; nagyobb távolságok áthidalására ismétlő- vagy reléállomásokat kell alkalmazni.

Sok híryanag egyetlen vezetékpáron vagy egyetlen „hordozóhullámon” (238. § 2.) való egyidejű átvitele az ún. sokcsatornás átvitel, amelynek egyik típusa az időmultiplex- vagy időosztásos rendszer. Elvi alapja az a felismerés, hogy valamely információnak, pl. a hangnak átviteléhez nem kell a megfelelő teljes jelet (239,12a ábra) átvinni, hanem elegendő a jelről bizonyos időközönként ismétlődő impulzusokkal „mintát venni” és ezt a mintát, azaz a jel által modulált impulzussorozatot továbbítani, mert ebből az eredeti jel a vevőben visszaállítható. Az impulzusmodulációt több fajtája közül a 239,12. ábra csak az impulzus-amplitúdómodulációt (PAM) mint a legegyszerűbbet és az impulzus-

helyzetmodulációt (PPM vagy PTM) mint a leggyakoribbat vázolja: a PAM esetében az egymás utáni impulzusok amplitúdója (232. § 2.), a PPM esetében pedig az impulzusok helyzete változik a moduláló jelnek megfelelően. Az említett „mintavételezés” frekvenciája pl. egy „távbeszélő-csatorna” esetében 8 kHz, tehát az egyes (kb. $1 \mu\text{s}$ időtartamú) impulzusok között rendelkezésre álló $125 \mu\text{s}$ -os intervallumokban sok más jeltől lehet — alkalmas elektronikus kapcsolók felhasználásával — mintát venni, és ezeket a különböző „csatornához” tartozó impulzussorozatokot a vevőhöz juttatni. A nagyon rövid időtartamú impulzusok átvitelére csak igen nagy frekvenciájú hordozóhullámok, azaz a mikrohullámok ($\nu \approx 10^{10}$ Hz) alkalmasak. Még sokkal rövidebb időtartamú impulzusok s így sokkal több csatorna átvitelét tenné lehetővé a *lasersugárzás* ($\nu \approx 10^{15}$ Hz, l. később).

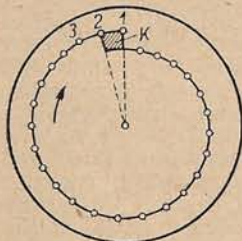


239,12. ábra

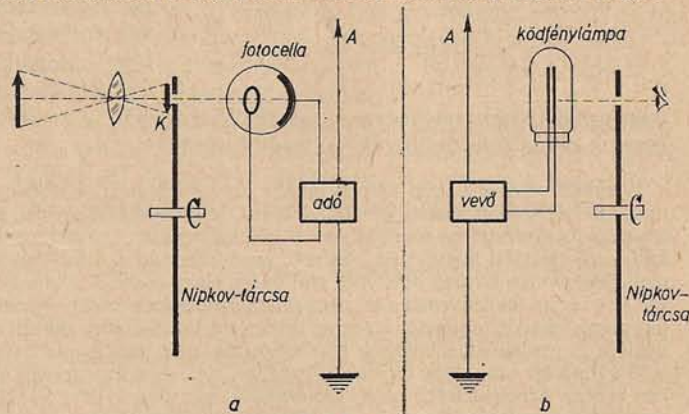
240. §. A televízió

Képeknek elektromágneses hullámok segítségével való továbbításakor az adóállomáson a képet apró képrészletekre, *képelemekre* kell bontani, a vevőkészülékben pedig a megfelelő sorrendben közvetített képelemekből kell azt összeállítani. A képbonítást lehetővé teszi, hogy minden kép sötétebb-világosabb (és esetleg különböző színű) képelemek vagy képpontok sokaságának tekinthető: a látás folyamatában is a szemünk ideghártyáján megjelenő képet az egyes idegvégződések képpontokként érzékelik, a gobelin kézimunkákon pedig, valamint a nyomtatásban „raszteros eljárással” sokszorosított képeken a képelemek közvetlenül vagy nagyítóval felismerhetők. Mind a *képtávíró*, mind a *televízió* esetében a jó minőségű képátvitelhez szükséges, hogy a szomszédos képelemek egymástól való távolsága ne legyen nagyobb a szem kb. 1 ívpercnyi „felbontóképességének” megfelelő távolságnál. A televíziós közvetítéskor a kép felbontásának és összerakásának igen gyorsnak kell lennie, hogy szemünk a képernyőn egymást követően megjelenő képelemeket egységes képpé olvashassa össze; ha egy-egy teljes kép átviteli ideje kb. $1/25$ másodperc, akkor — a filmvetítéshez hasonlóan — mozgóképek átvitele is lehetséges.

Az első, mechanikai képbontási rendszerben (1884) a közvetítendő, erősen megvilágított tárgyat optikailag a *Nipkov-tárcsára* képezték le. Ez vékony fémkorong, amelyen csavarvonal mentén egymástól egyenlő távolságban kis lyukak sorakoznak (240,1. ábra). Annyi lyuk van, ahány sorra kí-



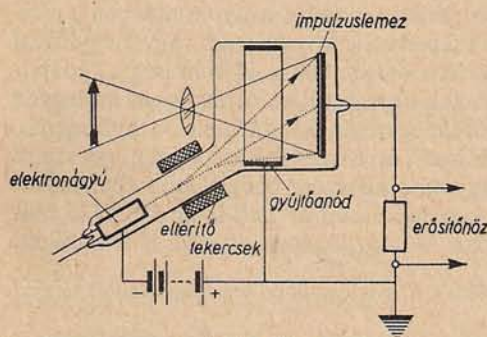
240,1. ábra



240,2. ábra

vánjuk bontani a leképezett K képet, úgyhogy a tárcsa egyszeri körülforogatásával az egész képet „letapogatjuk”. A lyukak egymástól való távolságát a K képfelület szélessége szabja meg: amikor pl. az 1. lyuk K túlsó szélét elhagyja, ugyanakkor kell a 2. lyuknak a K első széléhez érnie stb. A leadóállomáson a tárcsa lyukai átmenő, a képelemek világosságának megfelelő fénynyalábokat fotocella útján feszültségigadozásokká alakítják át, és ezeket megfelelő erősítés után vezetékén vagy elektromágneses hullámok segítségével továbbítják. A felvevőállomáson a megérkező feszültségigadozásokkal ködfénylámpát vezérelnek, amelynek az átvindó kép felületével arányos nagyságú elektródja van. Ennek világossága a feszültségigadozásoknak megfelelően változik. Ha tehát a felületet az adóállomáson használt Nipkov-tárcsához hasonló és ezzel szinkron forgó Nipkov-tárcsán át nézzük, akkor a szemünkbe kerülő fényerősségváltozások ugyanolyan sorrendben és helyzetben következnek egymásra, mint az eredeti képen, s így annak mását látjuk. A leadás és a felvétel fenti elvét a 240.2. ábra mutatja. Nipkov-tárcsával általában csak 30 soros felbontást végeztek, ezért a képek durvák és kezdetlegesek voltak.

A modern televíziós berendezések adóállomáson a kép felbontására és a vevőállomáson a kép visszaadására is katódsugárcsőből kifejlődött elektronikus készülékeket használnak. A képbontó (képfelvevő) csövek egyik régebbi fajtája, a Zworykin-féle ikonoszóóp (1928) a katódsugárcső ismert részein (az elektronágyún s a vízszintes és függőleges eltérítő áramtekercseken vagy lemezpárokon) kívül az ún. impulzuslemezt foglalja magában (240.3. ábra). Ez vékony csillámlap, amelynek egyik oldala céziumos ezüstszemcsékből mint parányi fotokatódokból álló réteggel, a „fotocella-mozaikkal”, másik oldala pedig összefüggő fémréteggel van bevonva. Ha az átvindó képet a mozaikra vetítjük, a szemcsék megvilágításuktól függő számban elektronokat bocsátanak ki (amelyeket egy pozitív elektróda, a gyűjtőanód felfog),

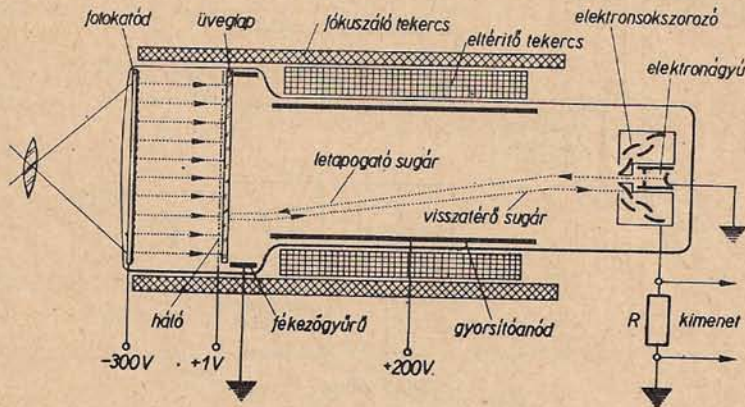


240.3. ábra

tehát a szemcsék pozitív töltést nyerne. Mármost az a keskeny elektronnyaláb, amely a fotomozaikot „letapogatja”, vagyis alkalmas eltérítő rendszer vezérlő hatására az egész mozaikot kb. 1/25 másodperc alatt a vízszintes sorok egymásutánjában végigsöpri, a szemcsék pozitív töltését egymás után közömbösíti. Ezzel viszont megosztás folytán a fémrétegen is — az impulzuslemeznek mint kondenzátornak másik fegyverzetén — egymás után töltések szabadulnak fel, amelyek az anódköri ellenállásban áramimpulzusokat, ún. *képjeleket* létesítenek. Az impulzusok, amelyeknek nagysága a megfelelő képelem megvilágításával arányos, az ismert módon felerősíthetők és továbbíthatók.

Újabbban az ikonoszóóp helyett inkább az érzékenyebb, kisebb megvilágításoknál is kielégítően működő *képortikon*t használják (240.4. ábra). Működési elve röviden a következő. Az átvindó képet áttetsző fotokatódrétegre vetítik; az ebből kibocsátott fotoelektronokat nagy pozitív feszültségű, hálószerű elektród felgyorsítja. Az erős gyorsítás után a fotoelektronok vékony üveglapra, az ún. gyűjtőelektródra jutnak, amelyből szekunder elektronokat váltanak ki (ezeket a háló összegyűjti). Így az üveglap felületelemei a képelemeknek megfelelő mértékben pozitív töltésűek lesznek. Az üveglap másik oldalát tapogatja le, és az ott is jelentkező pozitív töltéseket közömbösíti a katódsugárcső nyaláb. A nyalábnak a töltések közömbösítése után fennmaradó része „visszaverődés” (visszafelé való gyorsítás) után nagy erősítést biztosító „elektronsokszorozóba” kerül, amelynek kimenőkörében erős, a képelemeknek megfelelő áramlökések jönnek létre. — Kisebb igények esetén, pl. ipari televíziós berendezésekben a képortikonnál kevésbé érzékeny, de egyszerűbb felépítésű *vidikon* nyer alkalmazást.

Az adóállomáson a képbontó csővel keltett képjelekre szuperponálják a sor- és képváltás szinkronizálásához szükséges *szinkronizáló jeleket*, és az így előálló „összetett videofrekvenciás jellel” modulálják — megfelelő erősítések közbeiktatásával — a televíziós adó (kép-)vívőrezgéseit.



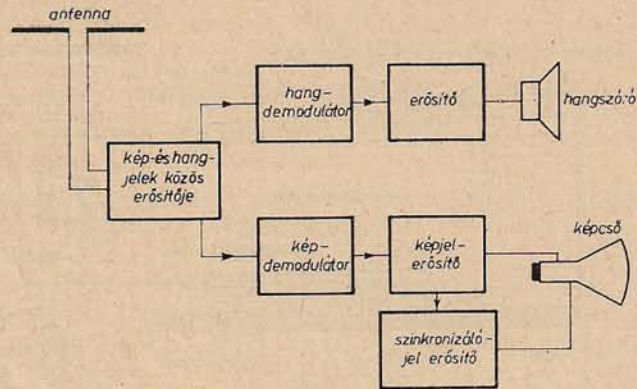
240,4. ábra

A videofrekvenciás jel frekvenciatartományát a másodpercenként átvendő képpontok száma határozza meg. A kielégítő képátvitel céljából a képet általában 625 sorra bontják; mivel a képernyő szokásos oldalaránya $4/3$, és másodpercenként 25 kép átvitelével számolunk, a másodpercenként továbbítandó képpontok száma $25 \cdot 625^2 \cdot 4/3 \approx 13$ millió, ami áramlökésekben feleakkora frekvenciát, $\nu = 6,5$ MHz-et jelent (ti. 1 világos + 1 sötét képelem felel meg 1 periódusnak). Így az adó elektromos rezgéseit a $0-6,5$ MHz sávba eső frekvenciákkal kell modulálni, ezért a televíziós adásnál kép-vívőhullámként csak kb. 30–40 MHz-nél nagyobb frekvenciájú, vagyis 10 m-nél kisebb hullámhosszú *ultrarövid hullámok* jöhetnek szóba. A képjeleket amplitúdómodulációval viszik át, a képhez tartozó hangot viszont az oldalsáv szélén, a kép átvitelétől teljesen független frekvenciamodulációs rendszerrel közvetítik, és közös antennával sugározzák ki. (Pl. a budapesti tv-adó a képet 49,75 MHz, a hangot 56,25 MHz frekvencián közvetíti.)

A *vevőkészülék* „blokk-sémáját” a 240,5. ábra mutatja. A készülék első fokozata az antennáról érkező kép- és hangjeleket közös erősítés után különválasztja. A képjelek vezérlik a *képcső* (képközlőcső, kineszkóp, lényegében egy katódsugárcső) elektronágyújának a rácsát. A képcsőben az elektronsugár alkalmas eltérítését, vagyis azt, hogy a *képösszerakás* a képbontásnak megfelelően, a képjelekről leválasztott szinkronizáló jelek biztosítják, és ezért a fluoreszkáló ernyőn a továbbított kép mása látható.

A televíziós átvitelnél alkalmazott ultrarövid hullámok terjedési sajátosságai (237. §) miatt az adók hatástávolsága általában mintegy 100 km. Nagyobb távolságok áthidalásához *reléállomások* közbeiktatása szükséges. Erre a célra a centiméteres hullámok tartományában működő, rendszerint automatizált adó-vevő állomásokról *mikrohullámú közvetítő láncot* építenek ki; az egyes reléállomásoknak „látástáv-

ságra”, kb. 50–60 km-re kell lenniök egymástól. A *híradástechnikai mesterséges holdak* (pl. Molnija, Telstar) segítségével interkontinentális képátvitel is lehetővé vált.



240,5. ábra

A „színes televízió” megvalósítására alkalmas, technikailag igen bonyolult rendszerek egyikében az adóállomáson a képet megfelelő színszűrők és tükrök segítségével három egyszínű (piros, zöld, kék) képre bontják, és e három képet egymás után közvetítik. A vevőkészülék képcsővében három elektronágyú van, amelyeket rendre a piros, zöld és kék képekről adott képjelvezérelnek. A képernyő szabályos rendben kb. 600 000, egyenként csak a három alapszín egyikében lumineszkáló szemcséket tartalmaz. A három elektronsugár mindegyike a megfelelő színű fényt emittáló szemcséket gerjeszti. A képernyő egymás mellett, különböző színekben világító képpontjai a szemben színes képpé olvadnak össze.

G) A MAXWELL-ELMÉLETRŐL ÉS A MÉRTÉKRENDSZEREKRŐL

241. §. Az elektromosságtan áttekintése a Maxwell-egyenletek alapján; az elektronelméletről

A fenomenológiai vagy makroszkopikus elektrodinamika alaptörvényeit — *nyugvó közegekre* vonatkozólag¹ — a Maxwell-egyenletek foglalják magukban, és így célszerű ezeket a tárgyalásunk megfelelő helyein integrálalakban megismert egyenleteket összefoglalóan áttekinteni, differenciális alakjukat is megadni, valamint a Maxwell-elmélethez és a továbbfejlesztését jelentő klasszikus elektronelmélethez néhány megjegyzést fűzni.

1. *A Maxwell-egyenletek integrálalakja.* A Maxwell-egyenletek az elektromos térerősség (\mathbf{E}), az elektromos eltolódás (\mathbf{D}), a mágneses térerősség (\mathbf{H}), a mágneses indukció (\mathbf{B}), az áramsűrűség (\mathbf{J}) és az elektromos töltéssűrűség (ρ) között fejeznek ki

¹ A mozgó közegek elektrodinamikáját általában a relativitáselmélet keretében tárgyalják (*relativisztikus elektrodinamika*).

összefüggéseket. Az első négy egyenletnek, az általános érvényű Maxwell-féle „tér-egyenleteknek” integrálalakja

a Gauss-féle CGS-rendszerben:

$$\oint_{\mathfrak{g}} \mathbf{H}_s ds = \frac{4\pi}{c} \int_{\mathfrak{f}} \mathbf{J}_n df + \frac{1}{c} \int_{\mathfrak{f}} \frac{\partial D_n}{\partial t} df,$$

$$\oint_{\mathfrak{g}} \mathbf{E}_s ds = -\frac{1}{c} \int_{\mathfrak{f}} \frac{\partial B_n}{\partial t} df,$$

$$\oint_{\mathfrak{f}} D_n df = 4\pi \int_V \rho dV,$$

$$\oint_{\mathfrak{f}} B_n df = 0;$$

az MKSA-rendszerben:

$$\oint_{\mathfrak{g}} \mathbf{H}_s ds = \int_{\mathfrak{f}} \mathbf{J}_n df + \int_{\mathfrak{f}} \frac{\partial D_n}{\partial t} df, \quad (1)$$

$$\oint_{\mathfrak{g}} \mathbf{E}_s ds = -\int_{\mathfrak{f}} \frac{\partial B_n}{\partial t} df, \quad (2)$$

$$\oint_{\mathfrak{f}} D_n df = \int_V \rho dV, \quad (3)$$

$$\oint_{\mathfrak{f}} B_n df = 0. \quad (4)$$

Az ezekhez járuló, kevésbé általános érvényű „anyagegyenletek”:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}, \quad (6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}; \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}. \quad (7)$$

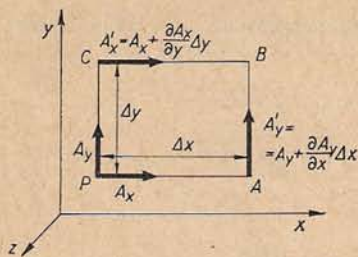
Az utóbbi egyenletek — amelyekben ε , μ , σ az \mathbf{E} -től és \mathbf{H} -től függetlennek tekintett relatív permittivitás, permeabilitás és fajlagos vezetőképesség, továbbá $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am — tudvalevően nem érvényesek pl. anizotrop testekre, valamint ferroelektromos és ferromágneses anyagokra, ti. ezek esetében ε és μ az \mathbf{E} -től, ill. \mathbf{H} -től nem függetlenek. A (7) általánosabb, „idegen térerősség” (\mathbf{E}^*) jelenléte esetén is érvényes alakja: $\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*)$, l. (174,13).

Röviden összefoglalva, az (1)–(4) *téregyenletek* kvalitatív jelentése a következő. Az (1) első Maxwell-egyenlet (234. §) szerint mind a vezetési áram, mind az eltolódási áram — az időben változó elektromos tér — mágneses örvényteret hoz létre. A (2) második Maxwell-egyenlet (az indukciós törvény, 210. §) értelmében az időben változó mágneses tér elektromos örvényteret létesít. A (3) és (4) „kiegészítő egyenletek” közül (3) azt fejezi ki, hogy a \mathbf{D} eltolódásvektornak a forrásai a valódi elektromos töltések (164. §), a (4) egyenlet pedig azt, hogy a \mathbf{B} indukcióvektor forrásmentes, mert valódi, egymástól szétválasztható „mágneses töltések” nincsenek (170. §).

Az (1)–(4) integrálformulákból könnyen eljuthatunk a *téregyenletek* differenciális alakjához, ha felhasználjuk a vektoranalízis néhány, a fizika más részeiben is gyakran szereplő alapfogalmát.

2. *A vektoranalízis néhány alapfogalma.*² a) *Rotáció.* Képezzük a helytől függő és az x , y , z koordináták szerint differenciálható $\mathbf{A} = \mathbf{A}(x, y, z)$ vektor vonalintegrálját, $\oint_{\mathfrak{g}} \mathbf{A}_s ds$ -et a P pontot körül-

² Az ebben a — csak egészen vázlatos — matematikai közbeiktatásban foglaltak már előfordultak az olvasó mechanikai tanulmányaiban is (lásd pl. Budó Á.: *Mechanika*, 4. kiadás, Budapest, 1965; 91. §). Az alábbi 3. pont nagy betűs részéhez elegendő a rotáció és a divergencia fogalmának az ismerete.



241,1. ábra

vevő kis g zárt síkgörbe mentén — a körülfutási irány alkosson a görbe síkjának n normálisával „jobbesavart” —, és osszuk el az integrált a g görbe által bezárt f területtel. Az így nyert hányados, ha a g görbét a P pont körül mindjobban összehúzzuk, általában egy meghatározott, a g görbe megválasztásától független határértékhez tart, és ez definíció szerint az A vektor rotációjának, a rot A vektornak az n menti komponense (a P pontban):

$$\text{rot}_n A = \lim_{f \rightarrow 0} \frac{1}{f} \oint_g A_s ds. \quad (8)$$

E definíció és a 241,1. ábra alapján pl. a rot A vektor z komponensét, $\text{rot}_z A$ -t könnyen kiszámíthatjuk. A g zárt görbe gyanánt $PABCP$ -t választva, legyen az A vektor x komponensének átlagértéke a téglalap $PA = \Delta x$ oldala mentén A_x ; ekkor az átlagérték a kis Δy -nal feljebb levő CB oldal mentén, sorbafejtéssel: $A'_x = A_x + (\partial A_x / \partial y) \Delta y$. Hasonlóan, a y komponensének átlagértéke PC mentén A_y , AB mentén $A'_y = A_y + (\partial A_y / \partial x) \Delta x$. Így

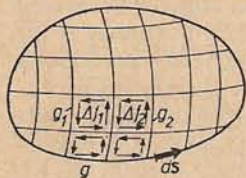
$$\oint_{PABCP} A_s ds = A_x \Delta x + \left(A_y + \frac{\partial A_y}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y - \left(A_x + \frac{\partial A_x}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x - A_y \Delta y = \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y,$$

tehát (8) szerint, $f = \Delta x \Delta y$ -nal való osztással kapjuk: $\text{rot}_z A = \partial A_y / \partial x - \partial A_x / \partial y$, ahol a differenciálhányadosok értéke a határátmenetnek megfelelően a P pontban veendő. A másik két komponens ciklikus felcseréléssel adódik. Következésképpen a rot A vektor derékszögű komponensei:

$$\text{rot}_x A = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \quad \text{rot}_y A = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \quad \text{rot}_z A = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}. \quad (9)$$

Ha az A vektor egy folyadékáramlás v sebességét jelenti, akkor a (8)-ban álló $\oint A_s ds$ integrál a 77. § 4. szerint nem más, mint a cirkuláció, amely az örvényerősséggel arányos. Ezért a rotáció szemléletes jelentése — bármely A vektorra átvitt értelemben — úgy fejezhető ki, hogy a rot A vektor nagysága a P pontban az ottani „örvényerősség” mértéke, a rot A irányát pedig a P ponton átmenő „örvényvonal” adja meg. Ha valamely G tartomány minden pontjában $\text{rot} A = 0$, akkor A a G -ben örvénymentes vektortér.

Tetszőleges g zárt görbén — amelynek most nem kell sem kicsinynek, sem síkgörbének lennie — fektessünk át tetszőleges f felületet, és osszuk ezt fel igen kicsiny Δf_i ($i = 1, 2, \dots, m$) felületekre (241,2. ábra). Mindegyik Δf_i elemre, ill. ennek g_i határgörbéjére a rotáció (8) definíciója szerint jó megközelítéssel fennáll:



241,2. ábra

$$\oint_{g_i} A_s ds = \text{rot}_{n_i} A \Delta f_i \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Ha ezeket az egyenleteket összeadjuk, a bal oldalon a belső vonalelemekre vonatkozó integrálok — mivel az ábráról láthatóan mindegyik kétszer, ellentétes előjellel fordul elő — kiesnek, és így a g határgörbe menti integrálhoz jutunk, a jobb oldalon pedig a $\Delta f_i \rightarrow 0$, $m \rightarrow \infty$ határátmenet után a $\text{rot}_n A$ -nak a felületi integrálja áll. Az így kapott tétel a Stokes-féle integráltétel:

$$\oint_g A_s ds = \int_f \text{rot}_n A df. \quad (10)$$

b) Divergencia. Képezzük az A vektor felületi integrálját, $\oint A_n df$ -et a P pontot körülvevő kis f zárt felületre vonatkozólag — az n a df felületelem kifelé mutató normálisa —, és osszuk el az integrált az f felület által bezárt V térfogattal. Az így nyert hányados, ha a felületet a P pont körül mindjobban összehúzzuk, általában egy meghatározott, az f felület megválasztásától független határ-

értékhez tart, és ez a skaláris mennyiség definíció szerint az \mathbf{A} vektor *divergenciája* (a P pontban):

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_f A_n df. \quad (11)$$

Ezt a definíciót a 241,3. ábra szerint felvett, kis a oldalélű kockára alkalmazva, legyen az \mathbf{A} vektor x komponensének átlagértéke a P ponton átmenő, $-x$ külső normálisú 1 lapon A_x ; ekkor az átlagérték a szemközti, $+x$ külső normálisú 2 lapon, sorbafejtéssel: $A'_x = A_x + (\partial A_x / \partial x) a$. Így a felületi integrálnak az 1 és 2 lapokra kiterjesztett része: $-A_x a^2 + \left(A_x + \frac{\partial A_x}{\partial x} a \right) a^2 = \frac{\partial A_x}{\partial x} a^3$. A másik két lappártól származó két hasonló tag hozzáadásával az egész felületi integrál:

$$\oint_{\text{kocka}} A_n df = \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) a^3.$$

A $V = a^3$ térfogattal való osztás és a határátmenet után — amelynek megfelelően a differenciálhányadosok értéke a P pontban veendő — kapjuk, hogy a *divergencia kifejezése derékszögű koordinátákban*:

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}. \quad (12)$$

Ha az \mathbf{A} vektor egy stacionárius folyadékáramlás v sebességét jelenti, akkor (11)-ben $\oint A_n df$ a V térfogatot körülvevő

zárt f felületből az időegység alatt kilépő folyadék térfogatát — a ki- és beáramló folyadék térfogatának különbségét — adja meg, és ez összenyomhatatlan folyadék esetén nyilván csak akkor lehet zérustól különböző, ha V -ben egy vagy több „forrás” van (77. §). Ezért a *divergencia szemléletes jelentése* — bármely \mathbf{A} vektorra átvitt értelemben — úgy fejezhető ki, hogy *div \mathbf{A} értéke a P pontban az ottani „források” mértéke*. Ha valamely G tartomány minden pontjában $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$, akkor \mathbf{A} a G -ben *forrásmentes* vektortér.

A tényleg tetszőleges alakú és nagyságú f zárt felülettel határolt részt osszuk fel igen kicsiny ΔV_i ($i = 1, 2, \dots, m$) térfogatelemekre (241,4. ábra). Mindegyik ilyen elemre, ill. az ezt határoló f_i zárt felületre a divergencia (11) definíciója szerint jó megközelítéssel fennáll:

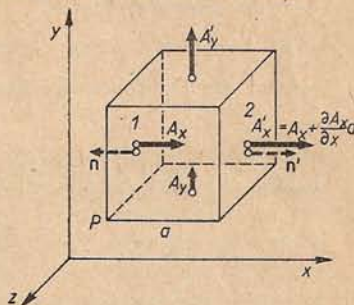
$$\oint_{f_i} A_n df = \operatorname{div} \mathbf{A} \Delta V_i \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Ha ezeket az egyenleteket összeadjuk, a bal oldalon a *belső* felületelemekre vonatkozó integrálok kiesnek — mivel az ábráról láthatóan mindegyik kétszer és $A_{n_1} = -A_{n_2}$ miatt ellentétes előjellel fordul elő —, és így az f határfelület menti integrálhoz jutunk, a jobb oldalon pedig a $\Delta V_i \rightarrow 0$, $m \rightarrow \infty$ határátmenet után a $\operatorname{div} \mathbf{A}$ -nak a térfogati integrálja áll. Az így kapott tétel a Gauss–Osztrogradszkij-féle vagy *Gauss-féle integráltétel*:

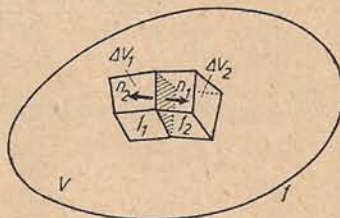
$$\oint_f A_n df = \int_V \operatorname{div} \mathbf{A} dV. \quad (13)$$

c) *Gradiens*. Egy, az x, y, z koordináták szerint differenciálható $U = U(x, y, z)$ skaláris függvény gradiense az ismert definíció szerint (57. és 157. §) az a vektor, amelynek derékszögű komponensei a $P(x, y, z)$ pontban: $\partial U / \partial x$, $\partial U / \partial y$, $\partial U / \partial z$; rövid jelöléssel:

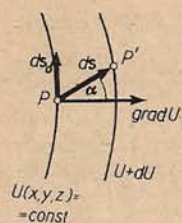
$$\operatorname{grad} U = \left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z} \right). \quad (14)$$



241,3. ábra



241,4. ábra



241,5. ábra

A gradiens szemléletes jelentése könnyen megállapítható, ha figyelembe vesszük, hogy U értéke a P -vel szomszédos $P'(x+dx, y+dy, z+dz)$ pontban — a P -től $PP'=ds=(dx, dy, dz)$ vektori távolságban — a P -beli értékénél olyan dU -val nagyobb, amelyre a differenciálszámítás, továbbá (14) és a skaláris szorzat értelmezése szerint fennáll (241,5. ábra):

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz = \text{grad } U \cdot ds = |\text{grad } U| ds \cos \alpha. \quad (15)$$

Ennek alapján az U -nak a hosszegységre vonatkoztatott változása, $dU/ds = |\text{grad } U| \cos \alpha$ akkor a legnagyobb, ha ds a $\text{grad } U$ irányába esik, mert ekkor $\cos \alpha = \cos 0^\circ = 1$ lévén, $dU/ds = |\text{grad } U|$. Következésképpen a $\text{grad } U$ vektor iránya az az irány, amelyben az U függvény helyi változása a legnagyobb, $\text{grad } U$ nagysága pedig az U -nak a hosszúságegységre eső növekedése ebben az irányban. Az ábráról láthatóan $\text{grad } U$ merőleges az $U(x, y, z) = \text{const}$ nivófelületre; ha ugyanis ds_0 a nivófelületbe esik, $dU = 0 = \text{grad } U ds_0$, tehát $\text{grad } U$ merőleges ds_0 -ra.

δ) *Összetett differenciáloperátorok.* A rotáció (rot) és a divergencia (div) operátoroknak a $\text{grad } U$ vektorra és a rot A vektorra való alkalmazásával az alábbi négy, a vektoranalízisben gyakran előforduló összefüggéshez jutunk.

α) A rot $\text{grad } U$ vektor x komponense (9) és (14) alapján: $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) = 0$, ugyanígy a másik két komponens is zérus, tehát

$$\text{rot grad } U = 0. \quad (16)$$

β) A $\text{div grad } U$ — rövidebb jelöléssel ΔU — skaláris mennyiség (12) és (14) szerint derékszögű koordinátákban így fejezhető ki:

$$\text{div grad } U = \Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}; \quad (17)$$

a $\text{div grad} = \Delta$ operátort *Laplace-operátornak* hívják.

γ) A $\text{div rot } A$ skaláris mennyiség (9) és (12) alkalmazásával:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) = 0, \text{ azaz} \\ \text{div rot } A = 0. \quad (18)$$

δ) A rot rot A vektor x komponense (9) alapján:

$$\text{rot}_x(\text{rot } A) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (\text{div } A) - \Delta A_x. \quad (19')$$

Ez a másik két hasonló egyenlettel együtt a következő vektoregyenletbe foglalható:

$$\text{rot rot } A = \text{grad div } A - \Delta A. \quad (19)$$

3. *A Maxwell-egyenletek differenciális alakja.* Legyen pl. a (2) alatti $\oint_g E_s ds = -\int_f (\partial B_n / \partial t) df$ (MKSA) egyenletben a P pont köré vont g síkgörbe, ill. az ez által bezárt f terület igen kicsiny. Ekkor az egyenlet a rotáció (8) definíciója miatt jó megközelítésben így írható: $\text{rot}_n E \cdot f = -(\partial B_n / \partial t) f$, és ebből következik ($f \rightarrow 0$ -ra

pontosan): $\text{rot}_n \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}_n / \partial t$, ill. $\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$. Hasonlóan pl. a (3) alatti $\oint_f D_n df = \int_V \rho dV$ (MKSA) összefüggés, ha a P pontot körülvevő f felület és az ez által bezárt V térfogat elegendő kicsiny, a divergencia (11) definíciójánál fogva átmegy a $\text{div } \mathbf{D} \cdot V = \rho V$ egyenletbe, tehát $\text{div } \mathbf{D} = \rho$. Ily módon (1)–(4)-ből kapjuk,³ hogy a Maxwell-féle téregyenletek differenciális alakja vagy röviden a Maxwell-egyenletek

a Gauss-féle CGS-rendszerben:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\text{div } \mathbf{D} = 4\pi \rho,$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0;$$

az MKSA-rendszerben:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (1')$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2')$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho, \quad (3')$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0. \quad (4')$$

Ezek az egyenletek a véges térrészekre vonatkozó (1)–(4) integrálformulákkal szemben a közeg minden pontjára érvényesek, fizikai jelentésük egyébként ugyanaz, mint a megfelelő integrálalakoké. Pl. (2') szemléletesen azt jelenti, hogy az \mathbf{E} elektromos tér örvényerőssége arányos a \mathbf{B} mágneses indukció időegységre eső változásával, (3') pedig azt, hogy a \mathbf{D} elektromos eltolódás forrásbősége arányos a ρ töltéssűrűséggel. Az (1')–(4') téregyenletek és az említett korlátozásokkal érvényes (5)–(7) anyagegyenletek együttvéve alkotják a teljes Maxwell-féle egyenletrendszert.

Matematikai szempontból az (1')–(4') téregyenletek, amint az a rotáció és a divergencia (9) és (12) kifejezéséből kitűnik, *parciális differenciálegyenletek*. Az elektrodinamika feladatainak megoldása matematikailag egyértelmű ezeknek a parciális differenciálegyenleteknek bizonyos *határfeltételeket*⁴ és kezdeti feltételeket is kielégítő megoldásával. A feladatok gyakran egyszerűsíthetők alkalmas függvények, ún. *potenciálok* bevezetésével. Ilyenek pl. az U *skaláris potenciál* (157. §) és az \mathbf{A} *vektorpotenciál*; az U -ból időben változatlan erőterek esetében az \mathbf{E} , az \mathbf{A} -ból pedig általánosan a \mathbf{B} vektor az

$$\mathbf{E} = -\text{grad } U, \quad \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (21a-b)$$

összefüggések alapján származtatható le (l. alább).

³ Az (1)–(4)-ből azonnal adódnak az (1')–(4') egyenletek úgy is, hogy (1)–(2) és (3)–(4) bal oldalát a (10) alatti Stokes-tétel, ill. a (13) alatti Gauss-tétel alkalmazásával átalakítjuk (rendre a következőkké: $\int_f \text{rot}_n \mathbf{H} df$, $\int_f \text{rot}_n \mathbf{E} df$, $\int_V \text{div } \mathbf{D} dV$, $\int_V \text{div } \mathbf{B} dV$).

⁴ Két különböző közeg (1 és 2) határfelületén a 164. § 5. és 170. § 3. szerint az \mathbf{E} és a \mathbf{H} tangenciális komponense, valamint \mathbf{B} normális komponense folytonosan megy át, \mathbf{D} normális komponenseinek különbsége viszont — ha a határfelületen valódi töltés van — az η felületi töltéssűrűséggel arányos:

$$E_{t1} = E_{t2}, \quad H_{t1} = H_{t2}, \quad D_{n1} - D_{n2} = \begin{cases} 4\pi\eta & (\text{CGS}) \\ \eta & (\text{MKSA}) \end{cases}, \quad B_{n1} = B_{n2}. \quad (20a-d)$$

A Maxwell-egyenleteket a tapasztalatok általánosítása útján állították fel, és ezért „matematikai bizonyításukról” nem lehet szó, helyességük csak a belőlük levont következtetéseknek a tapasztalattal való összehasonlításával dönthető el. Így a klasszikus elektrodinamikában a Maxwell-egyenletek szerepe hasonló, mint a klasszikus mechanikában a Newton-axiómáké, s ennek megfelelően az elméleti fizika gyakran választja azt a deduktív tárgyalási módot, hogy a Maxwell-egyenletekből mint axiómákból kiindulva vezeti le a speciálisabb törvényeket (egyebek között a két Coulomb-törvényt és a Biot—Savart-törvényt, amelyek az induktív tárgyalásban rendszerint kiindulásként szolgálnak).

4. Az elektromosságtan áttekintése a Maxwell-egyenletek alapján. A fenomenológiai elektrodinamikát a közegek szerint *nyugvó és mozgó*, valamint *izotrop és anizotrop közegek* elektrodinamikájára szokták felosztani. A *nyugvó izotrop közegek elektrodinamikájában* — itt csak erre szorítkozunk — a terek időbeli függése szempontjából sztatikus, stacionárius, kvázistacionárius és gyorsan változó tereket célszerű megkülönböztetni.

a) *Sztatikus terek* esetén az időben minden változatlan, tehát (1')—(4')-ben $\partial \mathbf{D} / \partial t = 0$, $\partial \mathbf{B} / \partial t = 0$, és áram sem folyik ($\mathbf{J} = 0$). Az ilyen, nyugvó elektromos töltésektől és permanens mágnesektől származó terek esetében a Maxwell-egyenletek két, egymástól teljesen független egyenletrendszerre válnak szét, nevezetesen pl. a CGS-rendszerben

$$\text{az elektrosztatika alapegyenletei: } \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho, \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}; \quad (22a-c)$$

$$\text{a magnetosztatika alapegyenletei: } \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0, \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \quad (23a-c)$$

Az elektro- és magnetosztatika (V. rész) fenomenológiai törvényeinek a fenti egyenletekből való rendszeres levezetésével az elméleti, ill. a matematikai fizika foglalkozik; itt csak röviden a potenciál szerepét említjük meg (22a-c)-vel kapcsolatban. Az \mathbf{E} örvénymentességét kifejező $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$ egyenlet az $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} U$ -val értelmezett U skaláris (elektrosztatikai) potenciál bevezetésével identikusan teljesül, mert (16) szerint $\operatorname{rot} \operatorname{grad} U = 0$. A fennmaradó (22b-c) egyenletekből, ha homogén dielektrikumra — állandó ε -ra — szorítkozunk, következik: $\operatorname{div} (\varepsilon \mathbf{E}) = \varepsilon \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho$, vagy $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} U$ -val: $\operatorname{div} \operatorname{grad} U = \Delta U = -4\pi\rho/\varepsilon$, l. (17). Ezek szerint homogén dielektrikum esetén a (22a-c) alapegyenletek visszavezethetők egyetlen másodrendű parciális differenciálegyenletre, nevezetesen a

$$\Delta U = -\frac{4\pi\rho}{\varepsilon} \quad (24)$$

Poisson-egyenletre (inhomogén potenciálegyenletre), ill. valódi töltéseket nem tartalmazó térrészben a

$$\Delta U = 0 \quad (25)$$

Laplace-egyenletre (homogén potenciálegyenletre). A (24), ill. (25) egyenlet különböző határfeltételeket is kielégítő megoldásával a *potenciálemélet* foglalkozik.

b) *Stacionárius terek*, ill. *stacionárius áramok* esetében a Maxwell-egyenletekben előforduló mennyiségek időben szintén változatlanok, de a \mathbf{J} áramsűrűség nem mindenütt zérus. Az alapegyenletek tehát (22)-től és (23)-tól abban különböznek, hogy most $\operatorname{rot} \mathbf{H} = (4\pi/c)\mathbf{J}$; ez és a $\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*)$ anyagegyenlet fejezi ki a kapcsolatot az elektromos és a mágneses terek között. Az ebbe a tárgykörbe (VI. rész) tartozó feladatok egyik fontos típusánál, az áramok mágneses terének kiszámításánál előnyös a $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$ -val értelmezett \mathbf{A} vektorpotenciál alkalmazása, mert így a $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ Maxwell-egyenlet (18) miatt identikusan teljesül, és a feladat — amint azt itt csak bizonyítás nélkül említjük — a Poisson-egyenlet megoldására vezethető vissza.

c) *Kvázistacionárius terek*, ill. *kvázistacionárius áramok* azok az időben nem nagyon gyorsan változó terek, ill. áramok, amelyeknél az eltolódási áram sűrűsége ($\sim \partial \mathbf{D} / \partial t$) elhanyagolható a vezetési áraméhoz (\mathbf{J}) képest, vagyis az (1') Maxwell-egyenlet a stacionárius áramokra vonatkozó $\operatorname{rot} \mathbf{H} = (4\pi/c)\mathbf{J}$ (CGS)-re egyszerűsödik [de az elektromos és mágneses tereket még a (2') indukciós törvény is összekapcsolja egymással]. Ez azt jelenti, hogy a kvázistacionárius áramok pillanatnyi mágneses tere ugyanúgy számítható ki, mint a stacionárius áramok mágneses tere. Kvázistacionárius áramokkal foglalkoztunk a VII. részben, az utolsó F fejezet kivételével.

d) *Gyorsan változó terekre* — az általános esetben — a teljes Maxwell-féle egyenletrendszer alkalmazandó. Ez az (1')–(4'), (5)–(7) egyenletrendszer a feltételezett nyugvó izotrop közegek esetében — ϵ, μ, σ időben állandók — a következő (pl. a CGS-rendszerben):

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathbf{E}, & \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \text{div } (\epsilon \mathbf{E}) &= 4\pi\rho, & \text{div } (\mu \mathbf{H}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1'')\text{--}(4'')$$

5. *Kontinuitási egyenlet, energiatétel, hullámegyenlet.* A fenti (1'')–(4'') egyenletrendszerből egyszerű módon, a vektoranalízis néhány összefüggésének felhasználásával fontos tételekhez juthatunk.

a) Ha (1'')-re, amelyben most $\sigma \mathbf{E}$ helyébe \mathbf{J} -t írunk, a div operátort alkalmazzuk, (18) miatt — $\text{div rot } \mathbf{H} = 0$ — nyerjük: $\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{div } (\epsilon \mathbf{E}) + \frac{4\pi}{c} \text{div } \mathbf{J} = 0$. Ebből a $\text{div } (\epsilon \mathbf{E}) = 4\pi\rho$ helyettesítéssel következik az *elektrodinamika kontinuitási egyenlete*:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{J} = 0, \quad (26)$$

amely az elektromos töltés megmaradását fejezi ki. E kijelentés belátható, ha (26)-ot megszorozzuk a P pont köré képzelt kis felület által bezárt igen kicsiny V térfogattal, és a divergencia (11) definícióját figyelembe vesszük. Az így kapott

$$-\frac{\partial (\rho V)}{\partial t} = \oint_f \mathbf{J}_n df \quad \left(\text{általánosabb alakja: } -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \oint_f \mathbf{J}_n df \right) \quad (26a)$$

egyenlet azt jelenti, hogy az időegység alatt a V -ben levő elektromos töltés éppen annyival csökken, mint amennyi töltés a V -ből a határfelületen át kiáramlik. Időben állandó ρ esetében (26) egyszerűsödik a $\text{div } \mathbf{J} = 0$ egyenletre, amely azt fejezi ki, hogy a stacionárius áram sűrűsége forrásmentes, áramvonalai zárt görbék (174. § 2.).

b) Az (1'') egyenletet szorozzuk meg skalárisan $\epsilon c/4\pi$ -vel, (2'')-t pedig $\mu c/4\pi$ -vel, és kivonás után vegyük figyelembe az

$$\mathbf{E} \text{ rot } \mathbf{H} - \mathbf{H} \text{ rot } \mathbf{E} = -\text{div } [\mathbf{E}\mathbf{H}] \quad (27)$$

azonosságot, amelyről derékszögű koordinátákkal végzett számítás útján meggyőződhetünk. Az így nyert egyenlet az *elektrodinamika energiatétele (Poynting-tétel)*:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon}{8\pi} E^2 + \frac{\mu}{8\pi} H^2 \right) + \sigma E^2 + \frac{c}{4\pi} \text{div } [\mathbf{E}\mathbf{H}] = 0 \quad (\text{CGS}), \quad (28)$$

vagy

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w_J + \text{div } \mathbf{S} = 0; \quad (28')$$

ebben pl. (236,5) szerint $w = (\epsilon E^2 + \mu H^2)/8\pi$ az *elektromágneses tér energiasűrűsége*, (179,6) értelmében $w_J = \sigma E^2$ az idő- és térfogategységre vonatkoztatott *Joule-hő*, és (236,8) szerint $\mathbf{S} = (c/4\pi) [\mathbf{E}\mathbf{H}]$ a *Poynting-vektor (energiáramlási vagy sugárzási vektor)*. A (28') egyenlet — amely az MKSA-rendszerben is érvényes, csak ekkor $w = (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2)/2$ és $\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}]$ — az *energia megmaradását* fejezi ki. Ezt könnyen beláthatjuk, ha (28')-t a (26)–(26a)-nál leírt módon átalakítjuk. Az így nyert

$$-\frac{\partial (wV)}{\partial t} = w_J V + \oint_f S_n df \quad \left(\text{általánosabb alakja: } -\frac{\partial}{\partial t} \int_V w dV = \int_V w_J dV + \oint_f S_n df \right) \quad (28a)$$

⁵ Ez (26)-nak tetszőleges V térfogatra való integrálásával és a (13) alatti Gauss-tétel alkalmazásával adódik.

egyenlet ugyanis azt jelenti, hogy a V térfogatban foglalt elektromágneses energiának az időegységére eső csökkenése egyenlő az időegység alatt a V -ben Joule-hővé alakult energiának és a V -ből a határfelületen át kiáramló energiának az összegével. Ebből egyúttal következik az S -nek mint energiaáramlási vektornak a 236. § 2.-ben részletezett jelentése is.

c) Szorítkozzunk most olyan *homogén szigetelő közegre* (ε és μ térbelileg is állandó, továbbá $\sigma=0$), amelyben valódi töltések nincsenek ($\rho=0$). Ekkor (1'')–(4'') a következőkre egyszerűsödnek (a CGS-rendszerben):

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (1''')\text{--}(4''')$$

Az első két egyenletből kiküszöbölhetjük pl. a \mathbf{H} -t úgy, hogy (1''')-re a $(\mu/c)\partial/\partial t$, (2''')-re a rot operátort alkalmazzuk, majd a nyert egyenleteket összeadjuk. Így kapjuk: $(\varepsilon\mu/c^2)\partial^2\mathbf{E}/\partial t^2 = -\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = [(19) \text{ miatt}] \Delta \mathbf{E} - \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} = [(3''') \text{ miatt}] \Delta \mathbf{E}$. Eszerint az \mathbf{E} vektornak és — mint az hasonlóan kimutatható — a \mathbf{H} vektornak mind a három komponense kielégíti a 98. §-ban említett hullámegyenletet:

$$\Delta \Phi = \frac{1}{c'^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad \left(c' = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}; \quad \Phi = E_x, E_y, \dots, H_z \right). \quad (29)$$

Lényegében ez jelenti a Maxwell-elmélet ama eredményét, hogy *homogén szigetelőekben* $c' = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$ sebességgel terjedő elektromágneses hullámok lehetségesek.⁶

Tanulságos kissé közelebből vizsgálni azt az esetet, amelyben \mathbf{E} és \mathbf{H} a t időn kívül csak egy helykoordinátától, pl. z -től függ; $\mathbf{E} = \mathbf{E}(z, t)$ és $\mathbf{H} = \mathbf{H}(z, t)$. Ekkor az (1''')–(4''') egyenletek derékszögű komponensekben a következők:

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t}, \quad 0 = \frac{\partial E_z}{\partial t}, \quad (1'''\text{a-c})$$

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad 0 = \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (2'''\text{a-c})$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \quad (3''')\text{--}(4''')$$

Az (1''')-ből és (3''')-ből következik, hogy E_z időben és térben állandó, és ugyanez adódik (2''')-ből és (4''')-ből H_z -re. Ha az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy E_z is ilyen állandó komponens, akkor (1''') és (2''') szerint H_x is az. Az időben és térben állandó komponenseket mint számunkra most nem lényegeseket figyelmen kívül hagyhatjuk, ill. zérusnak vehetjük ($E_y = E_z = 0, H_x = H_z = 0$), s így a fenti egyenletek közül már csak (1''')-val és (2''')-vel kell foglalkoznunk:

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad -\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{c}{\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z}. \quad (30\text{a-b})$$

Az első t , a másodikat x szerint differenciálva, látható, hogy E_x -re — és ugyanúgy H_y -ra is — fennáll az ismert *egydimenziós hullámegyenlet*:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad \left(= \frac{1}{c'^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}, \quad c' = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \right), \quad (31)$$

amelynek megoldása pl. az $E_x = E_0 \sin \omega(t - z/c')$ kifejezés. Ha ezt (30a-b)-be helyettesítjük, H_y -ra is hasonló kifejezés adódik, úgyhogy

$$E_x = E_0 \sin \omega \left(t - \frac{z}{c'} \right), \quad H_y = H_0 \sin \omega \left(t - \frac{z}{c'} \right), \quad \text{ahol} \quad H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0 \quad (\text{CGS}). \quad (32)$$

⁶ Ha a homogén közeg $\sigma \neq 0$ vezetőképességgel is rendelkezik — vagyis ha (1''') jobb oldalán még a $(4\pi\sigma/c)\mathbf{E}$ tag is fellép —, akkor az említett kiküszöbölési eljárással könnyen adódik, hogy (29) jobb oldalához még a $(4\pi\mu\sigma/c^2)\partial\Phi/\partial t$ tag járul.

Ez a z irányban c' sebességgel haladó elektromágneses hullám *transzverzális és lineárisan poláros síkhullám*, I. (236, 12—13). A Maxwell-egyenletek azonban az utóbbinál sokkal általánosabb hullámokat is megengednek, ill. leírják, és ezáltal lényegileg az egész *optika* fenomenológiai részét is magukban foglalják.

6. *A Maxwell-elmélet hiányosságai. Az elektronelmélet.* Az elektromos, mágneses és optikai jelenségek egységes fenomenológiai értelmezését lehetővé tevő *Maxwell-elmélet* (1865) a legnagyobb tudományos teljesítmények közé tartozik, de éppen fenomenológiai jellegénél fogva — hogy ti. az anyag korpuszkuláris felépítéséről nem vesz tudomást — vannak korlátai, ill. hiányosságai is. Ezek egyike abban áll, hogy az elmélet szerint valamely anyag elektromos, mágneses és optikai viselkedése három állandóval (ϵ, μ, σ) jellemezhető, speciálisan pl. a törésmutatóra $n = \sqrt{\epsilon}$ adódik (237. § 1.); a valóságban azonban ez a reláció igen gyors rezgések (fényhullámok) esetén már nem érvényes, a törésmutató nem állandó, hanem függ a frekvenciától vagy a hullámhossztól, és erről a fontos jelenségről, a *diszperzióról* a Maxwell-elmélet nem ad számot. Általában azt mondhatjuk, hogy a Maxwell-elmélet tökéletesen értelmezi a vákuumban fellépő jelenségeket, viszont az anyag belsejében lejátszódó jelenségek közül azoknál, amelyeknél az anyag és az elektromosság atomos szerkezetének lényeges szerepe van, a három anyagállandóval való jellemzés nem kielégítő, az ilyen jelenségek (pl. áramvezetés) mélyebb korpuszkuláris értelmezése pedig már kívül esik a Maxwell-elmélet hatáskörén.

A Maxwell-elméletet az anyag szerkezetét is tekintetbe vevő *Lorentz-féle* vagy *klasszikus elektronelmélet* (1895) fejlesztette tovább. Elsősorban az elektrolízis és a gázkisülések kísérleti vizsgálatából nyert ama eredményekre támaszkodva, amelyek az elektromos töltés atomos szerkezetére, az elemi töltésre utaltak (188. és 200. §), az *elektronelmélet alapfeltevése*: Minden anyag „vákuumba ágyazott” pozitív és negatív töltésű részecskékből (ionokból és elektronokból, ill. a későbbi felismerések szerint atommagokból és elektronokból), valamint az ezek által — túltíyomórészt vákuumban — létesített elektromágneses térből áll. Ennek megfelelően az elektronelmélet célkitűzése, hogy minden elektromos és mágneses jelenséget a töltések és az elektromágneses tér kölcsönhatásaira vezessen vissza.

A töltéseket az elmélet olykor pontszerűeknek, általában azonban olyan kis térfogatrészeknek (gömböknek) tekinti, amelyekben belül a ρ töltéssűrűség zérustól különbözik. Az áramot a töltések mozgása jelenti (*konvekciós áram*), úgyhogy (184, 1a) szerint az *áramsűrűség vektora*: $\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$. A töltésektől származó elektromágneses teret az elektronelmélet az *elektromos és a mágneses térerősséggel* (\mathbf{e} és \mathbf{h}) jellemzi, és posztulátumként feltételezi, hogy az \mathbf{e} , \mathbf{h} , ρ és $\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$ közti összefüggéseket a tér minden pontjában (a töltéseken kívül és belül) a Maxwell-fele téregyenleteknek az az alakja adja meg, amely $\rho = 0$ -ra a vákuumra vonatkozó, szigorúan érvényesnek bizonyult Maxwell-féle egyenletrendszerbe megy át. Így (1')—(4')-ből kapjuk a vákuum esetére alkalmazható $\mathbf{D} = \mathbf{E} = \mathbf{e}$ és $\mathbf{B} = \mathbf{H} = \mathbf{h}$ helyettesítésekkel, hogy az *elektronelmélet alapegyenletei* vagy a *Maxwell—Lorentz-egyenletek* (a CGS-rendszerben):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{h} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \rho \mathbf{v}, & \operatorname{rot} \mathbf{e} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{e} &= 4\pi \rho, & \operatorname{div} \mathbf{h} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (33) \text{—} (36)$$

Ezekhez járul további alapegyenletként az az összefüggés, amely a töltésekre ható Lorentz-erőt — (184,7) szerint $\mathbf{F} = Q(\mathbf{e} + [\mathbf{v}\mathbf{h}]/c)$ — fejezi ki a térfogategységre vonatkoztatva; ez az \mathbf{f} [dyn/cm³] Lorentz-féle erőssűrűség:

$$\mathbf{f} = \rho \left(\mathbf{e} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{h}] \right). \quad (37)$$

Az elektronelmélet alapegyenleteiben anyagállandók (ϵ, μ, σ , ill. a $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ anyagegyenletek) nem fordulnak elő, mert hiszen az elmélet egyik célkitűzése éppen az ϵ, μ, σ anyagállandók, ill. az $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{D}, \mathbf{B}$ vektorok mikrofizikai értelmezése, az anyagra vonatkozó (1')—(4') Maxwell-egyenleteknek a (33)—(36) alapegyenletekre való visszavezetése.

Ezzel kapcsolatban megjegyzendő, hogy az anyag belsejében az \mathbf{e} és \mathbf{h} vektorok jelentése lényegesen különbözik az $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{D}, \mathbf{B}$ vektorokétól. A mikrofizikai jellegű \mathbf{e} és \mathbf{h} vektorok ugyanis a töltések bonyolult és gyors mozgása folytán a hellyel és az idővel igen gyorsan változnak, a fenomenológiai jellegű, műszereinkkel mérhető $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{D}, \mathbf{B}$ vektorok térbeli és időbeli változása viszont sokkal „simább” és lassabb, mert \mathbf{e} vektorokban sok töltés átlagos hatása jut érvényre. Az utóbbi vektorokkal tehát nem közvetlenül \mathbf{e} és \mathbf{h} hozható kapcsolatba, hanem \mathbf{e} és \mathbf{h} olyan átlagértéke, amely makroszkopikus szempontból kicsiny, de még sok töltéshordozót tartalmazó térfogatra, valamint makroszkopikusan szintén kicsiny, de a töltések mozgási periódusához képest hosszú időközre vonatkozik. A felülvonással jelölt átlagértékekre felírt

$$\text{rot } \bar{\mathbf{h}} = \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{\mathbf{e}}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \bar{\rho} \bar{\mathbf{v}}, \quad \text{rot } \bar{\mathbf{e}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{\mathbf{h}}}{\partial t}, \quad \text{div } \bar{\mathbf{e}} = 4\pi \bar{\rho}, \quad \text{div } \bar{\mathbf{h}} = 0 \quad (38) \text{—}(41)$$

alapegyenletek közül először a (ρ -t nem tartalmazó) másodikat és negyediket a (2') és (4') Maxwell-egyenletekkel összehasonlítva, látható, hogy

$$\bar{\mathbf{e}} = \mathbf{E}, \quad \bar{\mathbf{h}} = \mathbf{B}, \quad (42) \text{—}(43)$$

azaz $\bar{\mathbf{e}}$ átlagértéke az \mathbf{E} térerősség, $\bar{\mathbf{h}}$ átlagértéke viszont a \mathbf{B} indukció. Ez az eredmény alátámasztja azt a 170. §-ban említett felfogást, hogy mélyebb értelemben az \mathbf{E} -nek nem a \mathbf{H} , hanem a \mathbf{B} felel meg.

Az $\bar{\mathbf{e}} = \mathbf{E}$ és $\bar{\mathbf{h}} = \mathbf{B}$ helyettesítéssel (38)-ból és (40)-ből adódó

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \bar{\rho} \bar{\mathbf{v}} \quad \text{és} \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi \bar{\rho} \quad (44) \text{—}(45)$$

egyenletek formailag különböznek az (1') és (3') Maxwell-egyenlettől. Ha azonban az utóbbiakba bevezetjük az elektromos és a mágneses polarizáció vektorát (\mathbf{P} és \mathbf{M}) az ismert $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$ és $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ egyenletek felhasználásával, és a (3')-ben álló valódi töltéssűrűséget a félreértések elkerülése végett most ρ_v -vel jelöljük, az így kapott

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + c \text{rot } \mathbf{M} \right) \quad \text{és} \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi(\rho_v - \text{div } \mathbf{P}) \quad (46) \text{—}(47)$$

egyenletek már megegyeznek (44)—(45)-tel, feltéve, hogy ρ és ρ_v átlagértékeire fennáll:

$$\bar{\rho} = \rho_v - \text{div } \mathbf{P} \quad \text{és} \quad \bar{\rho} \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + c \text{rot } \mathbf{M}. \quad (48) \text{—}(49)$$

Ezeket az elméletileg valóban igazolható összefüggéseket kísérletek is alátámasztják. (48) röviden azt fejezi ki, hogy az elektronelméletben szereplő ρ töltéssűrűség átlaga a valódi töltés ρ_v sűrűségének és a dielektrikum polárizációjából származó polarizációs töltés $\rho_p = -\text{div } \mathbf{P}$ sűrűségének az összege (165. § 2.). A (49) egyenlet pedig azt jelenti, hogy az elektronelmélet szerinti ρ_v áram sűrűség átlaga általában három részből tevődik össze: a töltéshordozók vándorlásának megfelelő vezetési áram sűrűségéből (\mathbf{J}), a 234. §-ban említett polarizációs áram sűrűségéből ($\partial \mathbf{P} / \partial t$), továbbá a mágnesezett testekben a 215. § 1. szerint fellépő „molekuláris áramok” sűrűségéből ($c \text{rot } \mathbf{M}$).

Az elektronelmélet az alapegyenleteknek különféle anyagszerkezeti „modellekre” (154. §) való rendszeres alkalmazásával igen sok jelenségre adott kielégítő mikrofizikai magyarázatot. Ilyen jellegű értelmezésekkel — többnyire erősen egyszerűsített formában — könyvünk számos helyén foglalkoztunk, pl. a szigetelők elektromos tulajdonságaival, az anyagok mágneses tulajdonságaival, a folyadékok, gázok és fémek áramvezetésével kapcsolatosan.

Azt a nagyszabású célkitűzést, hogy lényegében minden elektromos, mágneses és optikai jelenséget a töltések és az általuk létesített elektromágneses tér kölcsönhatásaira vezessünk vissza, a *klasszikus fizika* keretein belül a legtökéletesebben Lorentz elektronelmélete valósította meg, amely a — későbbi részekben sorra kerülő — *relativitáselmélet* és *kvantumelmélet* figyelembevételével kiegészített, ill. módosított alakjában a modern *atomfizika* alapjává lett.

242. §. Az elektromos mértékrendszerek áttekintése

Az elektromosságtanban a fejlődés során számos mértékrendszer alakult ki, és a sok egységesítő javaslat ellenére még ma is több használatos. Mivel a mértékrendszerekkel kapcsolatos kérdésekről az előzőkben már többször szóltunk (153. és 181. §), és a fontosabb összefüggéseket a jelenleg leginkább használatos két mértékrendszerben — a Gauss-féle CGS-rendszerben és az MKSA-rendszerben — megadtuk, a következőkben csak rövid áttekintésre szorítkozunk.

Az áttekintés alapjául szolgálhat a következő három jól ismert, de most a még meghatározatlan k_1, k_2, k_3 arányossági tényezőkkel felírandó törvény: az *elektromos és a mágneses Coulomb-törvény*, továbbá a Biot—Savart-törvényt magában foglaló *elektrodinamikai elemi törvény* (181. § 2.). Az utóbbi szerint egy v sebességgel mozgó Q töltés a tőle r távolságban levő P pontban, a (v, r) szöveget α -val jelölve, $H = k_3(Qv/r^2) \sin \alpha$ nagyságú mágneses teret létesít, vagyis a P -ben képzelt p erősségű mágnespólusra $F_3 = pH = k_3(Qpv/r^2) \sin \alpha$ erőt fejt ki. Ily módon a három törvény:

$$F_1 = k_1 \frac{QQ'}{\epsilon r^2}, \quad F_2 = k_2 \frac{pp'}{\mu r^2}, \quad F_3 = k_3 \frac{Qpv}{r^2} \sin \alpha, \quad (1)-(3)$$

ahol ϵ és μ , a homogénnek és izotropnak feltételezett közeg (*relatív dielektromos állandója* és *mágneses permeabilitása*, dimenzió nélküli számok, vákuum esetében $\epsilon = 1$ és $\mu = 1$; a (3) törvény nem függ a közeg minőségétől. Az (1)–(3) összefüggésekből rögtön adódik a következő dimenzióegyenlet: $[F_1 F_2 / F_3^2] = [k_1 k_2 / k_3^2 v^2] = 1$. Eszerint $\sqrt{k_1 k_2 / k_3}$ sebesség dimenziójú mennyiség, amely lényegében Kohlrausch és Weber említett mérései alapján (181. § 3.) egyenlőnek adódott a *vákuumbeli fénysebességgel*:

$$\frac{\sqrt{k_1 k_2}}{k_3} = c \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}. \quad (4)$$

A fenti négy egyenletben — amelyek közül (1) a Q elektromos töltést, (2) a p mágneses póluserősséget mechanikai mennyiségekkel, (3) pedig Q -t és p -t egymással kapcsolja össze — az ismeretlen jellegű mennyiségek (a $Q' = Q$, $p' = p$ esetben): Q , p , továbbá k_1, k_2, k_3 , ill. az utóbbi három közül (4) miatt csak kettő. A különféle mértékrendszerek annak megfelelően osztályozhatók, hogy az említett öt mennyiség közül melyeket és milyen megállapodással rögzítünk le.

1. Az „abszolút” (CGS) mértékrendszerek azáltal, hogy k_1, k_2, k_3 közül kettőt dimenzió nélküli számként rögzítenek, a töltést és a póluserősséget — valamint további egyenletekkel minden más elektromos és mágneses jellegű mennyiséget — a mechanikában választott három alpmennyiségre, az egységeket pedig a cm-re, g-ra és s-ra vezetik vissza. A fontosabb CGS-rendszerek a következők:

$$1. \text{ Gauss-féle CGS-rendszer: } k_1=1, \quad k_2=1, \quad k_3=1/c; \quad (5)$$

$$2. \text{ Elektrosztatikai CGS-rendszer: } k_1=1, \quad k_2=c^2, \quad k_3=1; \quad (6)$$

$$3. \text{ Elektromágneses CGS-rendszer: } k_1=c^2, \quad k_2=1, \quad k_3=1; \quad (7)$$

$$1a. \text{ Lorentz-féle CGS-rendszer: } k_1=1/4\pi, \quad k_2=1/4\pi, \quad k_3=1/4\pi c. \quad (8)$$

A fenti rendszerek közül leginkább a Gauss-rendszer használatos, amelyben (1)-ből és (2)-ből láthatóan a töltés és a póluserősség egysége is $1 \text{ dyn}^{1/2} \text{ cm} = 1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$. További ismertetésétől az előzők alapján itt eltekinthetünk. Az elektrosztatikai rendszer „elektromos oldala” $k_1=1$ miatt azonos a Gauss-rendszerével, „mágneses oldala” $k_2=c^2$ miatt eltérő. Ezt a rendszert a maga teljességében már alig használják; ha az irodalomban az elektromos jellegű mennyiségek után az „el. sztat. egység” megjelölés szerepel, eme egységeken a Gauss-rendszer egységeit érthetjük. Az elektromágneses rendszer mágneses oldala azonos a Gauss-rendszerével, elektromos oldala más; ez a rendszer régebben igen elterjedt volt (181. §). A Lorentz-rendszer, amelyben pl. az (1) Coulomb-törvény: $F=QQ'/4\pi r^2$, a Gauss-rendszertől csupán a Heaviside-féle „racionalizált írásmódban” különbözik. Ez az írásmód azzal az előnnyel jár, hogy ily módon az elektromosságtan egyenleteiben a 4π , ill. 2π faktor csak gömb-, ill. hengerszimmetria fennállása esetén fordul elő. A Lorentz-rendszer racionalizált, a többi három ún. konvencionális (nem racionalizált) rendszer.

2. Gyakorlati mértékrendszerek; az MKSA-, ill. VAMS-rendszer. Az elektromos töltés a mechanikai mennyiségektől lényegileg különböző fizikai mennyiség, és így az is teljesen indokolt, hogy a töltést vagy — ami gyakorlati okokból célszerűbb — az áramerősséget negyedik alpmennyiségnek vegyük fel. GIORGI nyomán negyedik alapegységnek az elektromágneses intenzitás-egység tizedrészeként értelmezett (és a 183. § 2.-ben megismert módon lerögzített) ampert (A), az első három alapegységként pedig a m-t, kg-ot és s-ot választották, továbbá az említett „racionalizáltság” előnyei miatt a $k_3=1/4\pi$ értékben állapodtak meg. (A négy alpmennyiség miatt most k_1, k_2, k_3 közül csak az egyik felett rendelkezünk szabadon, amint az (1)–(4)-ből látható.)

A k_1 meghatározása céljából vegyük figyelembe, hogy pl. vákuumban $r=1 \text{ cm}$ távolság mellett két egyforma, $Q=1 \text{ el.}$ mag. egység $= 10 \text{ As}$ ($= 10 \text{ coulomb}$) nagyságú ponttöltés között a Coulomb-erő nagysága (7) miatt egyrészt $F_1 = c^2 Q^2 / r^2 \approx 9 \cdot 10^{20} \text{ dyn} = 9 \cdot 10^{15} \text{ N}$ (newton), másrészt $F_1 = k_1 (10 \text{ As})^2 / (10^{-2} \text{ m})^2$. A kettő egyenlőségéből, $9 \cdot 10^{15} \text{ N} \approx k_1 \cdot 10^6 \text{ A}^2 \text{ s}^2 / \text{m}^2$ -ből adódik k_1 , és ezzel (4)-ből, $k_3=1/4\pi$ -vel, k_2 is. Összefoglalva, a (racionalizált) MKSA-rendszerben:

$$k_1 \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{A}^2 \text{s}^2}, \quad k_2 = \frac{10^7 \text{ A}^2}{(4\pi)^2 \text{ N}}, \quad k_3 = \frac{1}{4\pi}. \quad (9)$$

($1 \text{ N} = 1 \text{ m kg s}^{-2}$. A fentiekből láthatóan a k_1 pontos értéke a $c = \{c\} \text{ ms}^{-1}$ jelöléssel — jelenleg $\{c\} = 2,9979 \cdot 10^8$ vehető — úgy adódik, hogy $9 \cdot 10^{16}$ helyett $\{c\}^2$ -et írunk. A k_2 fenti értéke pontos, mert k_2 -ből a c^2 kiesett!)

Mivel az elektromosságtan egyenleteiben a tömeg alig fordul elő, a tömegegység (kg) helyett többnyire a feszültségegységet (V) választják negyedik egységül. Így adódik a *VAMS-egységrendszer*. A mértékrendszer továbbra is az MKSA, mert a mértékek szempontjából az ismert módon definiált méter, kilogramm, secundum és amper szolgál alapegységül. Itt említjük meg, hogy e négy alapegység mellett a Kelvin-fokot ($^\circ\text{K}$) és a fényerősségegységül választott „candela”-t (cd) tartalmazó rendszer a *nemzetközi rendszer* (*SI-rendszer*, *Système Internationale*), amelyet 1958 óta sok országban törvényerőre emeltek. A *VAMS-rendszerben* pl. $1 \text{ VA} = 1 \text{ W} = 1 \text{ Nms}^{-1} = 1 \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-3}$ -ból láthatóan a tömeg és az erő egysége:

$$1 \text{ kg} = 1 \frac{\text{VA s}^3}{\text{m}^2}, \quad 1 \text{ N} = 1 \frac{\text{VA s}}{\text{m}}. \quad (10)$$

Ezek alapján könnyen kifejezhetők a VAMS-rendszerben a (9) alatti k_1, k_2, k_3 tényezők, ill. az ezek helyett az irodalomban szereplő, a

$$k_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad k_2 = \frac{1}{4\pi\mu_0}, \quad k_3 = \frac{1}{4\pi\gamma} \quad (11)$$

jelölésekkel értelmezett $\epsilon_0, \mu_0, \gamma$ mennyiségek is. Az első a „vákuum dielektromos állandója” vagy az *influenziakonstans*:

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi\{c\}^2} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \left(\approx \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right); \quad (12)$$

a második a „vákuum permeabilitása” vagy az *indukciókonstans*:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \left(= 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right); \quad (13)$$

a harmadik pedig: $\gamma = 1$. Mint látható, (4)-nek megfelelően $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$.

Végezetül táblázatban is összefoglaljuk a legfontosabb elektromos és mágneses mennyiségeknek az MKSA- (ill. VAMS-) és a Gauss-féle CGS-egységeit. Az átszámítási tényezők oszlopában a \approx jel kb. 0,1% eltérésre utal, ti. az egyszerűség kedvéért $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ -et vettünk alapul $c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ helyett.

A 7. táblázatba foglalt mennyiségek sorrendjéről megjegyezzük a következőket. Bár a könyvben előforduló összefüggéseket általában mind a CGS-, mind az MKSA-rendszerben kezdetül fogva megadtuk, tárgyalásunkban a CGS-rendszer mégis ki volt tüntetve annyiban, hogy a felépítés sorrendje inkább ennek felelt meg. Ezért most — mintegy ellensúlyozásként — a táblázat az MKSA-rendszernek megfelelő (egyik lehetséges) felépítést veszi alapul. Ez a felépítés az áramerősségből mint alapmennyiségből indul ki, és közvetlen kísérletek útján állítja fel a két párhuzamos, hosszú (l), egyenes áramvezető közt ható erőre vonatkozó $F = \text{const} \cdot I_1 I_2 / r$ összefüggést (l. 183. § 2.), majd a konstanst $\mu_0/2\pi$ alakban írva, az áramerősség egységét (1 A) úgy rögzíti le, hogy a μ_0 „indukciókonstans” pontosan $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ legyen. Az áramerősség egységének birtokában azután a töltés, feszültség, ellenállás stb. és egységeik pl. a táblázat utolsó oszlopában álló összefüggések alapján értelmezhetők; a zárójelben idézett szöveg közti összefüggésekből a CGS-rendszerbeli értelmezés is leolvasható. A táblázat végén kiegészítésként az energia, teljesítmény, az erő és a tömeg jól ismert egységeit is feltüntettük.

7. táblázat

A fontosabb elektromos és mágneses mennyiségek egységei az MKSA- (ill. VAMS-) és a Gauss-féle CGS-rendszerben

| Mennyiség | MKSA-, ill. VAMS-egység | | Gauss-féle CGS-egység | Átszámítási tényező (VAMS-egys./CGS-egys.) | A mennyiség értelmezése az MKSA-rendszerben |
|-------------------------------------|---|------------------|---|--|---|
| | jele | neve | | | |
| Áramerősség (I) | A | amper | $\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2}$ | $\approx 3 \cdot 10^9$ | alapmennyiség |
| Áramsűrűség (J) | A/m ² | | $\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2}$ | $\approx 3 \cdot 10^9$ | $J_n = dI/df$ (174,4) |
| Elektromos töltés (Q) | As | coulomb (C) | $\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ = franklin (Fr) | $\approx 3 \cdot 10^9$ | $dQ/dt = I$ (172,1) |
| Elektromos feszültség (U) | V | volt | $\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ | $\approx 1/300$ | $U = W/Q$ (157,2) |
| Elektromos ellenállás (R) | V/A | ohm (Ω) | $\text{cm}^{-1} \text{s}$ | $\approx 1/(9 \cdot 10^{11})$ | $R = U/I$ (173,1) |
| Elektromos térerősség (E) | V/m | | $\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ | $\approx 1/(3 \cdot 10^4)$ | $\begin{cases} E = F/Q \\ E = -\text{grad } U \end{cases}$ (155,1) (157,9) |
| Elektromos eltolódás (D) | As/m ² | | $\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ | $\approx 4\pi \cdot 3 \cdot 10^9$ | $\begin{cases} \oint D_n df = \sum Q_n \\ D = \epsilon_0 E \end{cases}$ (164,4) (164,3) |
| Elektromos polarizáció (P) | As/m ² | | $\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ | $\approx 3 \cdot 10^9$ | $P = D - \epsilon_0 E$ (165,5) |
| Kapacitás (C) | As/V | farad (F) | cm | $\approx 9 \cdot 10^{11}$ | $C = Q/U$ (159,1) |
| Influenciakonstans (ϵ_0) | $\epsilon_0 \approx 1/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9) \text{As/Vm}$ | | | | (lásd D-nél) |

| | | | | | |
|----------------------------------|---|----------------|---|-------------------------------|--|
| Mágneses térerősség (H) | A/m | | $\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ = oersted (Oe) | $4\pi \cdot 10^{-3}$ | $\oint H_s ds = \sum I_k$ (182,2) |
| Mágn. indukciófluxus (Φ) | Vs | weber (Wb) | $\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ = maxwell (M) | 10^8 | $-d\Phi/dt = U_i$ (209,1) |
| Mágneses indukció (B) | Vs/m ² | tesla (T) | $\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ = gauss (G) | 10^4 | $\begin{cases} B_n = d\Phi/df \\ \mathbf{B} = \mu\mu_0 \mathbf{H} \end{cases}$ (170,3a) (170,6) |
| Mágnesezettség (M) | Vs/m ² | | $\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ | $10^4/4\pi$ | $\mathbf{M} = \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{H}$ (170,4) |
| Mágn. momentum (m) | Vsm | | $\text{cm}^{5/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ | $10^{10}/4\pi$ | $M_{\text{orig}} = [\text{mH}]$ (169,10) |
| Mágn. póluserősség (p) | Vs | weber (Wb) | $\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ | $10^8/4\pi$ | $p = m/l$ (169,1) |
| Mágn. feszültség (U_m) | A | amper | $\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ | $4\pi \cdot 10^{-1}$ | $U_m = \int H_s ds$ (169,18) |
| Induktivitás (L) | Vs/A | henry (H) | $\text{cm}^{-1} \text{s}^2$ | $\approx 1/(9 \cdot 10^{11})$ | $L = \Phi/I$ (211,5) |
| Indukciókonstans (μ_0) | $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs/Am}$ | | | | (lásd B-nél) |
| Munka, energia (W) | VAs | joule (J) | $\text{cm}^2 \text{g} \text{s}^{-2}$ (= erg) | 10^7 | |
| Teljesítmény (P) | VA | watt (W) | $\text{cm}^2 \text{g} \text{s}^{-3}$ | 10^7 | |
| Erő (F) | VAs/m | newton (N) | $\text{cm} \text{g} \text{s}^{-2}$ (= dyn) | 10^5 | |
| Tömeg (m) | VAs ³ /m ² | kilogramm (kg) | g | 10^3 | |

Miként az a táblázatból látható, a formailag egymásnak megfelelő elektromos és mágneses mennyiségek VAMS-egységei abban különböznek egymástól, hogy az A és a V szerepet cserélnék. Pl. elektromos töltés: As , mágneses póluserősség: Vs ; elektromos térerősség: V/m , mágneses térerősség: A/m ; elektromos eltolódás: As/m^2 , mágneses indukció: Vs/m^2 ; kapacitás: As/V , induktivitás: Vs/A .

A VAMS-egységekből a tulajdonképpeni MKSA-egységeket úgy kaphatjuk meg, hogy az előbbieken (10) alapján a V -t a $kg\ m^2/As^2$ -nel helyettesítjük.

Előfordulnak a méter helyett centimétert alkalmazó VACS-egységek is, így pl. eléggé gyakori a fajlagos ellenállás $\Omega\ cm$ egysége (173. §).

3. Öt alapmennyiséget tartalmazó rendszerek. A három mechanikai és egy elektromos jellegű mennyiséget mint alapmennyiségeket tartalmazó rendszerek (pl. az MKSA-rendszer) annak az Ampère-féle hipotézisnek felelnek meg, hogy minden mágneses jelenség elektromos töltések mozgására, elektromos áramokra vezethető vissza. Amióta azonban az elektronnak a spinnel kapcsolatos mágneses momentumát (215. § 2., valamint később pl. a proton és a neutron mágneses momentumát is) felismerték, az említett teljes visszavezethetőség egyáltalán nem tekinthető bizonyosnak. Ezért újból előtérbe került egy olyan mértékrendszer (COHN, 1900) alkalmazása, amelyben ötödik alapmennyiségként egy mágneses jellegű mennyiség szerepel. Az ötödik alapmennyiség mérés technikai szempontból célszerűen a mágneses momentum lehetne (egysége a VAMS-rendszerben az $1\ Vsm \equiv 1\ Wb\ m \equiv 1\ weber \cdot 1\ méter$), ti. újabban a proton mágneses momentumát sikerült — később említendő módszerekkel — rendkívül pontosan megmérni. Elméleti és didaktikai szempontból viszont egyszerűbb és áttekinthetőbb a negyedik és az ötödik alapmennyiségként a Q elektromos töltést és a formailag ennek megfelelő p mágneses póluserősséget (vagy a 183. § végén jelzett esetben az ezzel egyenlő Φ indukciófluxust) választani. Ha az öt alapegység rendre a méter, kilogramm, secundum, coulomb (C) és weber (Wb), akkor ebben az MKSCWb-egységrendszerben minden mennyiség mértékszámja ugyanaz, mint az MKSA- vagy VAMS-rendszerben, csak az egységek mások. Megjegyzendő, hogy a leszámított mennyiségek egységeiben a kg helyett egyszerűbb az erő egységének a bevezetése: $1\ newton\ (N) = 1\ m\ kg\ s^{-2} (= 1\ VAs/m)$.

Az MKSCWb- (ill. MNSCWb-) rendszerben a két Coulomb-törvény és az elektrodinamikai elemi törvény

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ'}{r^2}, \quad F_2 = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{pp'}{r^2}, \quad F_3 = \frac{1}{4\pi\gamma} \frac{Qpv}{r^2} \sin\alpha \quad (14)-(16)$$

alakjából adódik (11)–(13) figyelembevételével, hogy az ϵ_0 , μ_0 , γ „térállandók”:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Wb^2}{Nm^2}, \quad \gamma = 1 \frac{CWb}{Nms} \left(= 1 \frac{Wb}{Vs} \right), \quad (17)-(19)$$

és (11)-nek megfelelően

$$\frac{\gamma}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = c. \quad (20)$$

Az ϵ_0 tisztán elektromos, μ_0 tisztán mágneses jellegű mennyiség, a γ „összekapcsolási állandó” pedig az elektromos és a mágneses mennyiségeket köti össze egymással. Továbbá, az $F = QE$, $F = pH$, $D = \epsilon\epsilon_0 E$, $B = \mu\mu_0 H$ egyenletekkel értelmezett E , H , D , B vektorok egységei:¹

$$E: 1 \frac{N}{C}, \quad H: 1 \frac{N}{Wb}, \quad D: 1 \frac{C}{m^2}, \quad B: 1 \frac{Wb}{m^2}, \quad (21a-d)$$

amelyekből szintén kiténik a megfelelő elektromos és mágneses egységek szimmetriája. A szóban forgó egységrendszerben — (241, 1'–4') alapján megállapíthatóan — a Maxwell-féle teregyenletek:

$$\gamma \operatorname{rot} H = J + \frac{\partial D}{\partial t}, \quad \gamma \operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad \operatorname{div} D = \rho, \quad \operatorname{div} B = 0, \quad (23)-(26)$$

az anyagegyenletek pedig változatlanul: $D = \epsilon\epsilon_0 E$, $B = \mu\mu_0 H$, $J = \sigma E$. Az MNSCWb-rendszer egységei és egyenletei, ha ezekben Wb helyébe Vs -t (azaz $\gamma = 1$ -et, továbbá N helyébe VAs/m -et) helyettesítünk, a VAMS-rendszer egységeibe, ill. egyenleteibe mennek át.

¹ Ha azonban p helyett a póluserősségnek a 170. § 5.-ben jelzett másik értelmezését ($F = p^*B$) vesszük alapul, akkor a $p^* = p/\mu\mu_0$ póluserősség egysége (18) miatt az $1\ Nm^2/Wb \equiv 1\ Wb^*$, és ennek (21b és d)-be való helyettesítésével adódik: H egysége az $1\ Wb^*/m^2$, B -é pedig az $1\ N/Wb^*$, vagyis most az E analogója a B , a D -é pedig a H vektor!

NÉV- ÉS TÁRGYMUTATÓ

- Abszolút amper 140; — ohm 95; — volt 172
 — dielektromos állandó 52
 — elektrométer 46
 — mértékrendszerek 374
 — permeabilitás 81
 aciditás 159
 admittancia 277
 adóantenna 350
 ÆPINUS 14, 67
 affinitás 173
 akceptor 221
 akkumulátor 176
 aktivitás, aktivitási koefficiens 173
 aktív kétpólus 107
 alaktényező 268
 alapsáv 221
 állandó galvánelemek 172
 állóhullámok 337, 345
 alumínium előállítása 178
 amper 17, 90, 131, 139, 140, 374, 376
 AMPÈRE 138
 — -féle gerjesztési törvény 133
 — — hipotézis 253
 — — úszószabály 126
 ampermet/méter 76, 132
 ampermenetszám 130
 ampermérő 91, 114, 120, 146
 amplitúdómoduláció 348
 amplitúdótorzítás 337
 anion 152
 anód 152, 168, 180
 anódáram 189, 313
 anódegyenirányítás 351
 anódesés 197
 anódfény 197
 anódfeszültség 185, 189, 313
 anódkör 313
 anódpótló 296
 anódréteg 197, 204
 anódsugarak 202
 anódtelep 172, 184
 antenna 346, 350, 355
 antiferroelektromos anyagok 66, 261
 anyagegyenletek 363, 367, 378
 A-osztályú erősítő 318
 aperiodikus kislülés 303
 ARAGO 244
 áram (elektromos) 72, 88; egyen- 91; elektron-
 220; eltolódási 331; emissziós 315; három-
 fázisú 286; hatásos 280; indukált 228;
 kétfázisú 289; konvekciós 142, 371; kvázi-
 stacionárius 266; lüktető egyen- 92, 268;
 lyuk- 220; meddő 280; molekuláris 253,
 373; örvény- (FOUCAULT-) 243; permanens
 252; polarizációs (RÖNTGEN-) 168, 333,
 372; rövidzárási 107; stacionárius 91;
 telítési 182, 190; teljes 331; teljesítmény
 nélküli (watt nélküli) 280; termoelektromos
 (termo-) 121; váltakozó (váltó-, egyfázisú)
 91, 234, 265; vezetési (kondukciós) 142,
 372.
 áramátalakítók 295
 áram elektromos tere 102
 áramerősítés, áramerősítő 318
 áramerősítési tényező 321
 áramerősség 17, 90, 99, 376
 — mérése ampermérővel 114; coulomb- vagy
 voltméterrel 156; elektrométer feltöltődé-
 séből 93; kompenzációval 113
 áramérzékenység 146
 áramfonalak 98
 áramforrás 88, 106; — be- és kikapcsolása
 241; belső ellenállása 106; elektromo-
 toros ereje 106; hidrodinamikai analogonja
 107; teljesítménye 119
 áramforrások kapcsolása 107
 áram hőhatása 89, 116, 124
 áramhullám 337
 áramhurok mágneses erővonalai 126
 — mágneses momentuma 141
 áramimpulzus 326
 áramintenzitás l. áramerősség
 áramirányítók 295
 áram kémiai hatása 89, 151
 áramkioldó 151
 áramkiszorítás 311

- áramkör 101, 107, 119
 áramlási áram, — potenciál 178
 — sebesség 100, 211
 áramlökés 148
 áram mágneses hatása, mágneses tere 89, 126
 árammérő műszerek 91, 114, 120, 144
 áram munkája 118
 áramrezonancia 274, 277
 áramstabilizálás 97
 áramsűrűség 98, 143, 331, 371, 376
 áramszaggató 150, 295
 áram tehetetlensége 243
 áramtekercs mágneses tere 127, 134
 áram teljesítménye 118, 279
 áramtermelő kémiai folyamat 171
 áramvezetők közötti erőhatás 138
 áramvonalak 98; — törése 99
 armatúra 282; — -visszahatás 284
 árnyékolás, árnyékoló hatás (elektrosztatikai)
 34, 61; (mágneses) 84
 árnyékolórács 315
 ARON-cső 330
 ARRHENIUS 157
 — -féle elmélet 158, 166
 ASTON-féle sötét tér 197
 aszinkron motorok 289
 asztatikus tűpár 145
 áthallás 350
 áthatás 314
 átlagos atomtömeg 154
 átmeneti folyamat 271, 304, 324
 — hőmérséklet 97, 252, 253
 — hullámok 347
 atom, atomfizika 18
 atomion 19
 atommag 18
 atompolarizáció 62
 atomsúly 154
 atomszuszceptibilitás 246
 áttételi viszony 293, 306
 átütés 40, 202
 átütési szilárdság 281
 átvezetés 335
 átvezetéses kondenzátor 41
 átviteli számok 163
 audionvevő 351
 automata biztosíték 151
 autotranszformátor 293
 autotranszformátoros csatolás 306
 AVOGADRO-állandó; — -szám 63, 155

 BACON-féle durranógáz-cella 175
 ballisztikus galvanométer 148
 — módszer 248
 — redukciós faktor 149
 BARDEEN 225
 bárium-titanát 65
 BARKHAUSEN-féle egyenlet 315
 — — öngerjesztési formula 324
 — — ugrások 260

 BARLOW-féle kerék 210, 245
 BARNETT 210; — -effektus 254
 bázis 226, 319
 bázisáram, bázisfeszültség 320
 BECK-lámpa 206
 begerjedés 319, 324, 352
 BELL-féle telefon 298
 belső ellenállás (áramforrásé) 106; (diódáé)
 191; (triódáé) 314
 — térerősség 62, 258
 bemeneti ellenállás, — vezetőképesség 321
 BENNET 14
 BERLINER 297
 bifiláris tekercselés 240
 bimetall árammegszakító 121
 bináns elektrométer 44
 biner elektrolit 157
 biot 131
 BIOT 128
 BIOT—SAVART-törvény 128, 129, 132
 BITTER-féle sávok 259
 bizmutspirális 97, 216
 BLÁTHY OTTÓ TITUSZ 293
 BLOCH 214; — -féle falak 259
 blokk-kondenzátor 40
 BLONDEL 147
 bolométer 96
 BOLTZMANN-statisztika 213
 bomlásfeszültség 169, 175
 B-osztályú erősítő 318
 bórhatás 311
 BRATTAIN 226
 BRAUN 224, 348
 — -cső 201
 — -féle elektrométer 42
 BRÓDY IMRE 121
 BRÜCHE 201
 BUSCH 193
 B-vonalak 81

 CAVENDISH 16
 centiméteres hullámok 347
 CGS-felfogás 52
 CGS-mértékrendszer(ek) 17, 18, 131, 374,
 376
 ciklikus mágnesezés 251
 ciklus/s 266
 cirkulációs áramlás 134
 CLAUDIUS 157
 CLAUDIUS—MOSOTTI-formula 63
 COEHN-féle szabály 68
 COHN 378
 C-osztályú erősítő 318
 coulomb 17, 376
 coulombméter, coulométer 156
 COULOMB törvénye (elektromos) 15, 18, 53;
 (mágneses) 74—76, 83
 CROOKES-cső 199
 — -féle sötét tér 197
 CUNAEUS 40

- CURIE-pont 65, 250
 — -törvény 249, 258
 CURIE—WEISS-törvény 249
- Csatolás 239, 306
 csatolási körfrekvenciák 307
 — rezonanciagörbék 307
 — tényező 306
 csatolókkondenzátor 317
 csatolt rezgések, — rezgőkörök 305
 csendes kisülés 206
 csengő 150; -reduktor 293
 csillagkapcsolás 287, 288
 csillapítás 302
 csillapításcsökkentés 323
 csillapítási (csillapodási) hányados, — tényező 301, 302, 337
 csillapítatlan rezgések 301
 csillapított amplitúdójú hullám 337
 csillapodó rezgések 301, 302
 csillókisülés 196
 esomóponttörvény 102
 csoportosító rezonátor 356
 csoportsebesség 355
 csőelektrométer 318
 csőhullámok 354
 csősugarak 201
 csőtápvonal 354
 csővoltmérő 318
 esőzajok 319
 csücsdiódák 224
 csücsérték 266
 csücs hatás 34, 35
 csücskisülés 202
 csücs tényező 268
 csuszamlás 290
 csúszógyűrűs forgórésű motor 290
 csúszó kisülés, — szikra 202, 203
- DANIELL-elem 171
 D'ARSONVAL 145
 DAVY 121, 203
 DEBYE 63; — -egység 65
 — -féle dipóluselmélet 281
 — — formula 64
 — -hőmérséklet 214
 DEBYE—HÜCKEL-elmélet 166
 defektuselektron 220
 DE FOREST 191
 deformációs polarizáció 62
 deionizációs idő 207
 dekadellenállás 110
 deklináció szöge, deklinatórium 85, 86
 déli fény 209
 delta-kapcsolás 287
 demoduláció 350
 depolarizáció 59
 depolarizációs tényező 60
 depolarizátor 172
 DEPREZ 145
- DÉRI MIKSA 293
 diamágneses anyagok 82, 245, 249
 diamágnesség értelmezése 256, 257
 diatermia 311
 dielektrikumok 50
 dielektrikus állandó 51, 58, 247, 334
 — anyagok 62
 — eltolódási vektor 52
 — polarizáció 56
 — utóhatás 67
 — veszteségek 281, 302
 differenciális ellenállás 205
 — permeabilitás 251
 — termoerő 123
 differenciáloperátorok 366
 diffúzió 225
 diffúziós potenciál 173, 174
 diffúz kettősréteg 179
 digitális műszerek 318
 dinamikus hangszóró 298
 — karakterisztika 318
 — mikrofon 297
 dinamó, dinamóelv 283
 dióda 189, 224
 dipólus (elektromos) 22, 24, 26; (HERTZ-féle) 338; (mágneses) 73, 76; — elektromos tere 25; potenciális energiája 64; potenciálja 31; sugárzása 340—342
 dipólusantenna 340, 343
 dipólusláncok 56, 74
 dipólusmolekulák 55
 dipólusmomentum 24, 60, 64, 73
 disszociáció 152, 157
 disszociációállandó 158
 disszociációfok 157, 159, 166
 disszociációs egyensúly 158
 diszkriminátor 353
 diszperzió 337, 345, 371
 divergencia 365
 dobarmatúra 282
 DOLIVO—DOBROVOLSZKIJ 288, 289
 domének, doménszerkezet 66, 258, 259
 donor 220
 dörzsölési elektromosság 20, 68
 dörzsölő elektromos gép 49
 drift-sebesség 211
 dróthullámok 328, 330; — terjedése 333
 drótnélküli táviró 348
 DRUDE 211; — módszere 334
 duáns elektrométer 44
 DUDELL 147, 312
 DU FAY 12
 duodióda-pentóda 353
 durranógáz-cella, -elem 168, 175
 durranógáz-coulombméter 157
 D-vonalak 52
- EDISON 121
 — -féle akkumulátor 177
 — -hatás 185

- effektív áramerősség, — feszültség 267
 égési feszültség 197
 egydimenziós hullámegyenlet 336, 370
 egyenáram 91
 egyenáramú erősítő 318
 — generátor 281; motor 284
 egyenértékűsúly 154
 egyenes áramvezető mágneses tere 126, 129, 134
 — kapcsolású rádióvevők (egyenesvevők) 352
 egyenirányítás 191, 199, 225, 281, 350
 egyenirányítási középérték 267
 egyenirányítók 224, 295, 296
 egyfázisú generátor 286
 — indukciós motor 290
 — szinkronmotor 291
 egyfokozatú erősítő 316
 egyfonalas elektrométer 43
 egyrácós elektroncső 191
 egységrendszer I. mértékrendszer
 E-hullám 354
 EICHENWALD 143
 EINSTEIN—DE HAAS-effektus 255
 EINTHOVEN 146
 éjjeli ég sugárzása (éjszakai égboltfény) 209
 ekvipotenciális felületek 30
 ekvivalens koncentráció 165
 — vezetőképesség 165
 elektrét 67
 elektroakusztikai eszközök 281
 elektród 71, 152, 180; hidrogén- 174; nem-
 polározódó 169, 172; normál- 170; nor-
 mál (standard) hidrogén- 174
 elektrodinamika 11; — energiatétele 369;
 kontinuitási egyenlete 369
 elektrodinamikai elemi törvény 373
 — erőhatás 138
 elektrodinamikai műszerek 147
 elektrodinamométer 147
 elektródpotenciál 170, 174
 elektrofor 49
 elektroforetikus potenciál 179
 elektroforézis 178
 elektrogravimetria 170, 175
 elektroklorikus hatás 67
 elektrokardiográf 146
 elektrokémiai egyenérték 154
 — feszültségi sor 174
 — normál- v. standard potenciál 174
 elektrokinetikai jelenségek 178
 — potenciál 179
 elektrokohászat 178
 elektrolit 19, 71, 151
 elektrolitikus disszociáció 152, 157
 — egyenirányító 178
 — középérték 267
 — oldástenzio 170
 — polarizáció 168, 171, 176
 — szaggató 295
 elektrolit-kondenzátor 40, 178
 elektrolitok ellenállása, vezetőképessége 160,
 164, 165
 elektrolitréz, -vas 178
 elektrolízis 152, 153, 177
 elektromágnes 149, 263—265
 elektromágneses CGS-mértékrendszer 18, 130,
 374
 — fényelmélet 345
 — hullámok 328, 333, 338, 346, 353, 370
 — indukció 228, 231, 235, 238, 243
 — rezgések 267, 299, 303, 305, 308, 322
 — spektrum 345
 — tér 23, 144, 228; — — energiasűrűsége
 342, 369
 elektrometallurgia 178
 elektrométer 42—44; -cső 318
 elektromos áram 72, 88; I. még áram
 — csengő 150
 — dipólus 24, 338
 — elemi töltés 18, 48, 155
 — ellenállás 93, 376; I. még ellenállás
 — eltolódás (eltolás) vektora 52, 57, 376
 — energia átvitele 294
 — erőfluxus 23
 — erőter 20
 — erővonalak 21
 — feszültség 28, 376; I. még feszültség
 — gépek 281
 — hiszterézis 65
 — hőekvivalens 117
 — hullámok 328, 346
 — indukció 52
 — inga, kettős inga 13
 — kettős réteg 68
 — körfeszültség 238
 — megosztás (influenca) 14, 35
 — mértékrendszerek 17, 131, 373
 — munka hőegyenértéke 117
 — polarizáció 56, 376
 — potenciál 28
 — rezgések 299
 elektromosság 11
 elektromos súlypont 25
 — szél 34
 — szuszceptibilitás 57, 247
 — tér (mező) 20
 — térerősség 21, 371, 376
 — töltés 12, 16, 20, 376
 — töltéssűrűség 32
 — vezetés, vezetőképesség 94
 elektromotor 284, 289
 elektromotoros erő (e. m. e.) 71, 101, 106,
 171; I. még feszültség
 elektron 18, 155, 184, 200
 elektronágyú 191
 elektronáram félvezetőkben 220; fémekben
 100, 211; vákuumban 184
 elektroncső 185, 189, 313—316
 elektroncsöves erősítők 316; rezgéskeltők 324
 elektronelmélet 11, 371; (fémeké) 209

- elektronemisszió 185, 217
elektronfelhő 190
elektron-félvezetők 219
elektronfizika 196
elektrongáz 211, 214
elektronhéjak 19
elektronhiány 20, 220
elektronika 196
elektronkoncentráció 100, 210, 223
elektronlencsék 193
elektronmikroszkóp 194
elektronmozgékonyosság 100, 210, 223
elektronoptika 192; — törési törvénye 194
elektronpolarizáció 62
elektronsokszorzó 315
elektronspin 255, 259
elektronsugarak 200; 1. még katódsugarak
elektronvezetés 19, 220
elektronvolt 188
elektroozmózis 178
elektroszkóp 13
elektrosztatika 11; alapegyenletei 368
elektrosztatikai árnyékolás 34
— CGS-mértékrendszer 18, 131, 374
— gépek 49
— tér 21; alaptörvényei 52
— — enegiasűrűsége 46, 54
elektrosztatikus elektronmikroszkóp 194
— hangszóró 298
— voltmérő 43
elektrosztrikció 61, 66
elektrotechnika 11
elemi antenna, — dipólus 340, 343
— köráramok 253
— mágnesek 74, 149, 253
— részecskék 19
— töltés 18, 48, 155
— törvény 128, 373
elfajulási hőmérséklet 214
ellenállás (elektromos) 93, 376; belső 106, 191, 314; differenciális 205; eredő 104; fajlagos (specifikus) 94, 95; határ- 145, 303; hatásos 272, 276, 280; hőmozgási 214; hullám- 337, 343; induktív 272, 310; kapacitív 272; külső 106; látszólagos 271; maradék- 96, 214; meddő 272, 276, 280; negatív 205, 323; ohmos 268, 270, 272, 311; váltakozó áramú 268, 271
ellenállás (mágneses) 262
ellenállásedény 160
ellenálláshőmérő 96
ellenállás hőmérsékleti tényezője 96
ellenállás-kapacitás 160
ellenállás-készülékek (ellenállások) 109
ellenállásmérés helyettesítéssel 111; kompenzátorral 114; volt- és ampermérővel 94; WHEATSTONE-híddal 111, 160
ellenállás-növekedés mágneses térben 216
ellenállásos csatolás 306
— erősítő 317, 318
ellenállászekrény 110
ellenúly 350
ellenütemű generátor 325
elosztott paraméterű rendszer 335
eloxálás 178
előtét-ellenállás 115, 205
elővillám 208
elsőfajú vezetők 71
eltérítés elektromos és mágneses térben 186, 187
eltolódási áram 331
— fluxus 332
— konstans 52
— polarizáció 62
— vektor 52, 57, 376
— vonalak 52
emelkedési módszer 247
emissziós áram 315
— mikroszkóp 195
emitter 226, 319
energia 377
energiaáramlási vektor 369
energiaáramlás sűrűsége 342
energiaátvitel 294
energiasáv, — -modell 214, 221
energiasűrűség 46, 54, 83, 243, 342, 369
energiatétel 369
eredő ellenállás 104
érintkezési elektromosság 20, 67
— feszültség 33, 68
erő 17, 375, 377
erőfluxus 23
erős elektrolitok 158, 166
erősítés elektroncsővel 316; tranzisztórral 319
erősítési fok 324; — tényező 314
erősítők osztályozása 318
erőtér, elektromos 20; mágneses 76; elektro-
mágneses 23, 144
erőtérhatás 340
erővonalak 21, 77; — széthúzása 39, 68
északi fény 209
éter 22
ETTINGHAUSEN-effektus 216
ETTINGHAUSEN—NERNST-effektus 216
E-vonalak 21
ezüst—cink-akkumulátor 177
ezüstcoulombméter, -voltage 156
Fading 347; -kiegyenlítés 353
fajlagos ellenállás 94, 95
— szuszceptibilitás 246
— töltés (ionoké) 156; (elektroné) 188
— vezetőképesség (vezetés) 94, 95, 160, 210
FALKENHAGEN 166
farad 37, 376; faraday 155
FARADAY 11, 20, 80, 228, 240, 245
— -féle állandó, szám, töltés 155
— — indukciós törvény 231, 236
— — kalitka 34
— — kísérlet (dielektrikumok) 50

- Faraday-féle korong 245
 — — sötét tér 197
 — — törvények (elektrolízis) 153
 FARBAKY ISTVÁN 176
 FAURE 176
 fazékmágnés 150, 264
 fázis, fázisállandó 266
 fázisáram, fázisfeszültség 287, 288
 fázisjavítás 280
 fáziskésés, fázisietés 269
 fáziskülönbség 266
 fázismoduláció 350
 fázissebesség 337, 355
 fázistorzítás 337
 fázisugrás 343
 fázisváltó 291, 296
 fázisvezeték 287
 fejhallgató 298
 fékezőrács 315
 fékmágnés 291
 félértékszélesség 305
 felesleg-elektron 220
 felfogó rezonátor 356
 felfutási idő (impulzusé) 326
 feltranszformálás 293
 felületi hullámok 346
 — integrál 23, 364
 — ionizáció 181
 — töltéssűrűség 32, 34, 53
 — villám 209
 félvezető egyenirányítók 224, 296
 félvezetők 19, 219; — vezetőképessége 223
 fémek elektronelmélete 210, 212; érintkezése 69; fajhője 212; mágnessége 257; vezetőképesége 100, 211
 fémes vezetés, — vezetők 19, 71, 209, 222
 fémgőzlámpák 206
 fénycsövek 206
 fényelektromos hatás 185
 fénymutató galvanométer 145
 fénysebesség 17, 129, 373
 FERMI-eloszlás, -statisztika 213
 — -energia, -szint 214, 217
 FERRARIS 288
 FERRARIS—ARNO-féle fázisváltó 296
 ferrielektromos anyagok 66
 ferrimágnesség 262
 ferritantenna 353
 ferritek 261
 ferritmag 244
 ferroelektromos anyagok 65, 66
 ferromágneses anyagok 80, 82, 245, 249
 ferromágnesség értelmezése 258
 feszített szálu galvanométer 145
 feszültség, bomlási 169; elektromos 17, 28, 376; érintkezési 68; GALVANI- 69, 218; HALL- 215; indukált 228, 231, 236; kapcsolás 72, 106; leválási 170; mágneses 79, 135, 234, 377; MAXWELL-féle 47, 54, 83; polarizációs 168; termo- 121; üresjárás 71, 106; VOLTA- 69, 218
 feszültségerősítés, -erősítő 227, 318
 feszültségérzékenység 43
 feszültségesés 93
 feszültségforrás I. áramforrás
 feszültség hullám 337
 feszültségi effektus 167
 feszültségimpulzus 326
 feszültségi sor 70, 123, 174
 feszültségkarakterisztika (dinamóé) 283
 feszültséglökés 232
 feszültségmérés elektrométerrel 43; kompenzációval 113; voltmérővel 115
 feszültségmérleg 46
 feszültségosztó 106
 feszültségrezonancia 274, 305
 feszültségsokszorozás 41
 feszültségstabilizálás 199
 feszültség szabályozó transzformátor 293
 FEUSSNER-féle kompenzátor 113
 FITZGERALD 200
 flash-lámpa 206
 FLEMING-féle balkéz-szabály 135; jobbkez-szabály 228
 fluidumhipotézis 18
 fluxus 23, 99; fluxussűrűség 52
 fogyasztásmérő 291
 fogyasztó 102
 fojtótekeres 272
 fojtótekereses erősítő 318
 fókuszálás 191
 folyadékpotenciál 173
 fonálsugarak 201
 forgóáram 286
 forgó áramátalakítók 295
 forgókondenzátor 40
 forgó mágneses tér 288
 forgótekereses galvanométer 145
 forrásbőség 365
 forrásfeszültség 269
 forrásmentes vektortér 82, 365
 fotocella, fotoeffektus, fotoemisszió, fotokatód 185
 FOUCALT-áramok 243
 FOURIER-tétel 266
 főáramkörű dinamó 283; motor 285
 földelés 13, 346
 földelt bázisú kapcsolás 321
 — emitteres kapcsolás 319
 — kollektorú kapcsolás 321
 földinduktor 233
 földkapacitások 42
 földmágneses elemek 86
 Föld mágneses tere, földmágnesség 85
 Föld töltése 208
 fővillám 208
 franklin 16, 376
 FRANKLIN 18, 209
 frekvencia 266

frekvencialöket 350
 frekvenciamérő 310
 frekvenciamoduláció 350
 frekvenciaosztó berendezés 326
 frekvenciasokszorozás 312
 frekvencia-stabilizálás 325
 frekvenciaváltás 353
 frekvenciaváltós vevők 352
 FRENKEL 259
 fűrészfog-generátor 327
 főrész(fog)-rezgések 192, 199, 312, 327
 fűtőanyag-cellák 175
 fűtőfeszültség, fűtőkör 313

Galvánelem, galvánlánc 71, 168, 170
 — mint termodinamikai rendszer 173
 GALVANI békacomb-kísérlete 69
 —-feszültség, -potenciál 69, 101, 170, 218
 galvanikus csatolás 306
 galvanizálás, galvanotechnika 177
 galvanomágneses hatások 216
 galvanométer 90, 144
 galvanométeres középérték 267
 galvanoplasztika, galvanosztégia 177
 galvanoszkóp 144
 gauss 82, 377
 GAUSS 16, 131
 —-féle CGS-rendszer 17, 18, 130, 374, 376
 — (GAUSS—OSZTROGRADSKIJ-féle) integráltétel 365
 — két főhelyzet 25, 78
 — módszer 79
 — tétele 24, 52, 79, 82
 gázelektrodok 168
 gázkisülések, gázok vezetése 180, 206, 207
 gáztöltésű csövek 198; — trióda 206
 GEISSLER-cső 198
 generátorok 281, 286
 gerjesztési törvény 133, 234
 gerjesztettségi vektor 52
 germánium 219; -dióda 296
 GIBBS—HELMHOLTZ-egyenlet 173
 GILBERT 12, 85
 GIORGI 374
 giromágneses hányados, — hatások 254
 GLAGOLJEVA—ARKADJEVA 346
 glimmkisülés, glimmlámpa 196
 GOLDSTEIN 201
 GÖBEL 121
 gömbhullámok 341
 gömbkondenzátor 39
 gömbvillám 209
 gradiens 30, 365
 GRAETZ-kapcsolás 297
 gramm-egyenérték 154
 GRASSMANN-féle elemi törvény
 GRAY 13
 GROTHUS hipotézise 157
 GRÜNEISEN—BLOCH-formula 214
 GUERICKE 47, 49

Gyakorlati mértékrendszerek 367
 gyenge elektrolitok 158, 166
 gyorstávíró 151
 gyöngysorvillám 209
 gyűjtás 197; gyűjtáskésés 207
 gyűjtőfeszültség 197, 203
 gyűrűmódszer 248

Haladóhullámú cső 354, 357
 HALL-állandó, -feszültség 215
 —-effektus 215, 223
 hálózat 102
 hangfrekvenciás erősítés 352, — erősítő 318
 — rezgés 348
 — transzformátor 294
 hanggenerátor 326
 hangolás 305; hangolásjelző 353
 hangolt antenna 343
 — körös erősítő 318
 hangrögzítés 299
 hangszedő 299
 hangszóró 298
 háromfázisú áram 286
 — aszinkron motor 289
 — generátor 286
 — transzformátor 295
 hárompontkapcsolás 324
 háromszögkapcsolás 287, 288
 hasznos erősítés határa 319
 határáram 169
 határellenállás 146, 300, 303
 határfeltételek 367
 határhullámhossz 355
 határérték 224
 hatásos áram 280
 — ellenállás 272, 276, 280
 — teljesítmény 279, 280
 — térerősség 62
 — vezetőképesség 277
 HEAVISIDE 374
 HEISENBERG 259
 HELMHOLTZ 155
 —-féle egyenlet 173
 — — kettősréteg 179
 helyi galvánelem 175
 — térerősség 62
 hengerhíd 112
 hengerkondenzátor 39
 henry 239, 240, 377
 HENRY 240
 hertz 266
 HERTZ 339
 —-féle dipólus 338, 340
 — — rács 345
 —-hullámok 344
 — kísérletei 344
 HEUSLER-féle ötvözetek 249
 H-hullám 354
 hidegemisszió, hidegkatód 185
 hidratáció 159, 164

- hidrogénelektrod 174
 hidrogénexponens (p_H) 159
 hidrogénion 159, 165
 — -koncentráció 159, 173
 hidróniumion, hidroxóniumion 159, 165
 hidroxidion, -koncentráció 159, 165
 higancoulombméter 157
 higany(gőz)lámpák 206
 higanygőzös egyenirányító 328
 higanyív 205
 híradástechnika 328
 hiszterézis, -hurok 65, 251, 260
 hiszterézisveszteségek 251, 281, 302
 HITTORF 166, 200
 — -féle sötét tér 197
 HOFFMANN-féle vízbontó készülék 153
 HOLTZ 49
 homogén potenciálegyenlet 368
 — erőter 21, 77
 HOPKINSON 263
 hordozóhullám 337, 358
 horizontális intenzitás 86
 hosszúhullámok 347
 hődrótos műszerek 120
 hőelektromos hatás, hőelem 121
 hőhatás, áramé 89, 116, 124
 hőmérsékleti ionizáció 181
 — ívek 205
 — tényező, ellenállásé 95
 hőmérsékletmérés 123
 hőmozgási ellenállás 214
 hő munkaegyenértéke 117
 HUGHES 311
 hullám l. elektromágneses hullámok
 hullámeső 354
 hullámegegyenlet 336, 370
 hullámellenállás 337, 343
 hullámformák 354
 hullámmérő 310
 hullámvezető 354
 hullámzóna 341
 hurkos galvanométer, — oscillográf 146, 147
 huroktörvény 103
 húros galvanométer 146
 H-vonalak 77

 Idegen térerősség 101
 időálló 241, 303
 időeltérítési frekvencia 299
 időmultiplex- (v. időosztásos) rendszer 358
 ikonoszkóp 360
 illesztés 318, 337
 impedancia 271
 impulzus, elektromos 326
 impulzus-amplitúdómoduláció 358
 impulzusgenerátor 327
 impulzus-helyzetmoduláció 359
 impulzuslemez 360
 impulzusmoduláció 358
 impulzustechnika 328

 indítóellenállás 285
 indukált áram 228
 — dipólusmomentum 62
 — elektromos térerősség 236
 — feszültség (el. motoros erő) 228, 231, 236
 — mágneses momentum 256
 indukción, elektromágneses 228, 231, 235, 238, 243; elektromos 52; mágneses 81, 82, 85, 138, 233, 254, 372, 377
 indukciónfluxus 81, 142, 231, 377
 indukciónkonstans 75, 139, 233, 375, 377
 indukción fogyasztszámoló 291
 — görbe 250
 — kemence 244, 293
 — motorok 289
 — törvény 231, 236
 indukciónvonalak 81
 induktancia 272
 induktív csatolás 239, 305, 306
 — ellenállás 272, 310
 induktívitas 240, 243, 265, 270, 377
 — mérése 272, 278
 induktív reaktancia 272
 — visszacsatolás 324
 induktor 295
 influenza, elektromos 14, 35; mágneses 73
 influenciagép 49
 influenciakonstans 18, 53, 375, 376
 influenciátöltés 15, 53
 inhomogén potenciálegyenlet 368
 inklináció szöge 86, 233
 inklinatórium 86
 intenzitás mennyiségek 85
 interferencia 345
 internacionális amper 140; — ohm 95; — volt 172
 — mértékrendszer (SI) 375
 intrinszc felvezető, — vezetés 220
 ion 19, 152
 ionfelhő 166
 ionizáció 158, 181
 ionizációs idő 207
 — kamrák 183
 ionizálás erőssége 182, 183
 ionkeltő folyamatok 208
 ionkoncentráció 161, 173
 ionmozgékonyosság 162, 164, 166, 183
 ionok független vándorlása 163; rekombinációja 181; sugara 164; töltése 155
 ionoszféra 209, 347
 ionpolarizáció 62
 ionsugarak 201
 ionsűrűség 164
 ionszorzat 159
 ionvándorlás 161
 ionvezetés, ionvezetők 19, 151, 167
 irányítási polarizáció 62
 iránytű 73, 86
 irányváltó 282
 ismétlődési frekvencia 327

- z-típusú félvezető 220
 ívfény 203; ívfény-generátor 312
 ív(fény)kemencék 205
 ívhegesztő transzformátor 293
 ívkisülés 203, 206
 ívlámpa 205
 izodinamikus, izógon, izoklin vonalak 86
 izzókatód 189
 izzólámpa 120
- JABLOCSKOV** 293
JAKOBI 284
 járommódszer 249
JEDLIK ÁNYOS 283
 jelfogó 151
 jelleggörbék I. karakterisztikák
 jel/zaj-viszony 319
 jelzőlámpák 199
JOBARD 121
 jobbsavár-szabály 127
 jódlámpa 121
JOHNSON—RAHBECK-effektus 47
 jósági tényező, rezgőköré 302; elektroncsőé 318
 joule 377
JOULE 117
 — -féle hő 116, 164
 — -törvény (JOULE—LENZ-törvény) 117, 118, 212
 J-vonalak 98
- Kadmium-normálem 172
 kalapácsos szaggató 295
 kalitkás forgórészű motor 289
KANDÓ KÁLMÁN 291
 — -féle fázisváltó 291, 296
 kapacitancia 272
 kapacitás 37, 51, 270, 376
 — mérése 44, 149, 272, 278
 kapacitásszekrény 41
 kapacitív csatolás 306
 — ellenállás, — reaktancia 272
 kapcsolási elemek 270
 kapcsolási feszültség 72, 106
 karakterisztikák (dióda-) 189, 225; (trióda-) 314, 315; (tranzisztor-) 320
 karos ellenállás 109
 kaszkádkapcsolás 40
 kataforetikus hatás 167
 kataforézis 178
 kation 152
 katód 152, 168, 180
 katódáram 315
 katódosés 197, 198
 katódfény 196
 katódfolt 204
 katódporlasztás 199
 katódréteg 197
 katódsugarak 186, 199
 katódsugárcső 191
- katódsugár-oscilloszkóp 191, 192
 kémiai polarizáció 168
 kényszerített csatolt rezgések 307
 kényszerrezgések 303, 304, 307
 képbontó v. képfelvető cső 360
 képcső, képközlőcső 361
 képelemek, képpontok 359
 képjelek 360
 képortikon 360
 képtávíró 359
 keretantenna 353
 keskenysávú erősítő 318
 késleltető vonal 338
 kétfázisú áram 289
 kettős dióda 296
 kettős gerjesztésű dinamó és motor 284, 285
 — lemez 53
 — réteg 68, 179
 — vezeték 328, 354
 kétutas (kétoldalas) egyenirányítás 296
 keverőcső 353
 kezdeti permeabilitás 251, 252
 kezdőfázis 266
 kialvó szikraköz 312
 kilépési munka 216, 217
 kilowatt, kilowattóra 118
 kimeneti ellenállás, — vezetőképesség 321
 kineszkóp 361
 kioltási feszültség 197, 199
 kipp-rezgés 192
KIRCHHOFF 46
 — -törvények 102, 103, 277
KIRCHNER 187
 kis áramerősségű ívek 205
 kis ellenállások mérése 113
 kisfrekvenciás erősítés, — erősítő 318, 352
 kis ionok 184
 kisugárzás 342, 355
 kisülés I. gáz- és kondenzátorkisülés
 kisütési kapacitás (akkumulátoré) 177
 klasszikus elektrodinamika 11
 — elektronelmélet 11, 371
 — statisztika 213
KLEIST 40
 klisztron 354, 356
 koaxiális kábel 336, 354
 koercitív erő 251, 260
 kohéer 348
KOHLRAUSCH 129, 131, 163
 — -törvény 167
 kollektor 226, 282, 319
 kollektoráram, -feszültség 320
 kombinált kapcsolás 108
 — műszerek 115
 kommutátor 281, 282
 kommutátoros motor 291
 kompaund dinamó 284
 kompenzációs módszer 132
 kompenzáló tekercs 284
 kompenzátor 113

- kompenzográf 114
 komplex admittancia 277
 — áramerősség, ellenállás, feszültség, impe-
 dancia 276
 — számítmód 276
 koncentrációs elem 172
 — polarizáció 168
 koncentrációváltozások 162
 koncentrikus vonal 354
 kondenzátor 37—40
 — energiája 45; energiaveszteségei 280
 — feltöltése 303; kisülése 299, 303
 kondenzátormikrofon 297
 konduktív áram 142
 — sáv 221
 konduktancia 277
 konduktor 35
 kontaktpotenciál 68, 69
 kontinuitási egyenlet 99, 369
 konvekciós áram 142, 371
 konvencionális mértékrendszerek 374
 konverter 296
 koronakisülés 202, 207
 korrózió 175
 ködfénykisülés 196, 204, 206
 ködfénylámpa 199
 kölcsönös indukció, — induktivitás 238, 239
 köráram mágneses tere 128
 körfrekvencia 266
 körtekeres mágneses tere 127, 129
 közelhatás 340
 középfrekvenciás erősítő 318; — rezgés
 353;
 — transzformátor 294
 középhullámok 347
 középszuper rádióvevő 353
 közömbösítés 14
 közös bázisú kapcsolás 226
 — emitteres kapcsolás 319
 közvetett fűtésű katód 189
 KRARUP-kábel 337
 kriotron 253
 kriptonlámpa 121
 kristálydetektor 224, 351
 kristálydetektoros (kristálydiódás) vevő 351
 kristálydióda 224, 226, 351
 kristályerősítő 226
 kristályhangszóró, -mikrofon 298
 kritikus áramerősség 253
 KUNSMAN-anód 202
 kuprox egyenirányító 296
 külső ellenállás 106
 — gerjesztési generátor 283
 kvadráns elektrométer 44
 kvadrupólus, -momentum 27
 kvantitásmennyiségek 85
 kvarclámpa 206
 kvarcóra 326
 kvarcvezérlésű oszcillátor 325
 kvázistacionárius áram, — tér 266, 328, 368
 Laboratóriumi kályhák 120
 lágyvasas műszerek 146
 LANGEVIN-formula 258
 — -függvény 64, 258
 LANGEVIN—PAULI-formula 257
 lángvilágítás 205
 LANGMUIR—SCHOTTKY-féle tértöltési törvény
 190
 lángszonda 207
 LAPLACE-egyenlet 368
 — -operátor 366
 — -törvény 128
 LARMOR-frekvencia, -precesszió, -tétel 256
 látszólagos ellenállás 271
 — teljesítmény 280
 — töltés 56
 — vezetőképesség 277
 laza csatolás 306
 LC-oszcillátor 326
 lebegés 307
 lebegési kísérlet 47
 lebegtető oszcillátor 326
 LECHER-drótpár, -rendszer 328
 LECLANCHÉ-elem 172
 lecsengés 304
 légköri elektromosság 207
 — elektromos térerősség 207
 légréses toroid 263
 leideni palack 40
 lemágnesezés, lemágnesezési tényező 84, 264
 lemezes elektrométer 42
 — elektroszkóp 14
 — kondenzátor 38
 LENARD 68, 191
 — -ablak 200
 — -effektus 68
 lengések csillapítása 244
 lengőnyeltes hangszóró 298
 lengőtekerceses galvanométer 145
 — mikrofon 297
 LENZ 117; — szabálya 230
 letranszformálás 293
 leütő villám 208
 leválási feszültség, — potenciál 170, 175
 levegőionok 208
 levegő vezetőképessége 208
 LICHTENBERG 12; — -féle ábrák 202
 lidércfény 202
 LIEBEN 191
 lineárisan poláros hullám 341, 343, 371
 lineáris antenna 338
 — kapcsolási elemek 270
 — oszcillátor 338
 — vezető (áramvezető) 90, 128
 LODIGIN 121
 logaritmikus dekrementum 302
 lokális galvánelem 175
 — térerősség 62
 LORENTZ, H. A. 11, 211, 371
 — -erő 143, 235

- LORENTZ-féle CGS-rendszer 374
 — — elektronelmélet 371
 — — erősűrűség 372
 LORENZ, L. 97
 LOSCHMIDT-féle állandó, — — szám 63
 lökésgerjesztés 312
 lúgos akkumulátor 177
 lüktető egyenáram 92, 268, 282, 296
 lyuk (elektronhiány) 220
 lyukáram, lyukvezetés 220, 225
 lyukinjektálás 227
 MAGGI—RIGHI—LEDUC-effektus 216
 mágnes 72, 74
 mágneses anomália 86
 — — árnyékoló hatás 84
 — — COULOMB-törvény 75, 76, 83, 85
 — — csatolás 239, 306
 — — dipólus 73, 76
 — — ekvátor 86
 — — elektronlencse 193
 — — elektronmikroszkóp 194
 — — ellenállás 262
 — — erőfluxus 79
 — — erőter, erővonalak 76, 77
 — — feszültség 79, 135, 234, 377
 — — feszültségmérő 234
 — — fluxus, fluxussűrűség 81
 — — gerjesztés 130, 263
 — — hangrögzítés 299
 — — hiszterézis 251
 — — indukció (vektor) 81, 82, 85, 138, 254, 372, 377
 — — — mérése 138, 233
 — — indukciófluxus 81, 142, 231, 377
 — — kettősréteg 126
 — — kör 262
 — — körfeszültség 82, 132, 234, 262
 — — megosztás (influenca) 73
 — — mennyiség 73
 — — meridiánsík 86
 — — momentum 73, 75, 78, 85, 377
 — — OHM-törvény 262, 263
 — — permeabilitás 81, 246, 251, 252
 — — polarizáció 80 (l. még mágnesezettség)
 — — polarizálhatóság 257
 — — pólus, mágnespólus 72, 74, 77
 — — póluserősség 73, 75, 85, 142, 377
 — — potenciál 79, 135
 — — szerkezeti anyagok 251, 252
 — — szórás 263, 292
 — — szuszceptibilitás 81, 246, 247, 249, 257, 258
 — — telítés 250
 — — tér (mező) 76
 — — — energiasűrűsége 83, 243
 — — — erőhatása áramvezetőkre 135
 — — — térerősség 76, 85, 254, 371, 377
 — — — mérése 78, 132, 233
 — — térképek 86
 — — tér tehetetlensége 243
 mágneses vezetőképesség 262
 — — viharok, — zavarok 87
 — — zárás 264
 mágnesezés, mágnesezési görbe 250, 259
 mágnesezettség 80, 246, 254, 377
 mágnesrúd 72; erőtere 77
 mágnességtan 11
 mágnestelenítés 84
 mágnestű 73
 megnetoelasztikus hatások 260
 magnetofon 299
 magnetokalorikus hatás 260
 magnetomechanikai hatások 260
 magnetométer 78
 magnetométeres módszer 248
 magnetomotoros erő 262
 magnetosztatika 11, 72; alapegyenletei 368
 magnetosztatikai tér 72, 76, 80; alaptörvényei 82
 magnetosztrikció 260
 magnetron 354, 356
 maradékáram 168, 169
 maradékellenállás 96, 214
 MARCONI 348
 másodfajú vezetők 71, 151
 MATTHIESSEN-szabály 214
 maximális munka 171, 173
 maxwell 231, 377
 MAXWELL 11, 131, 311, 330
 — — egyenlet, első 332; második 237, 238
 — — egyenletek 363, 367, 378
 — — elmélet 362, 371
 — — féle feszültségek 47, 54, 83
 — — — jobbcsavar-szabály 126
 — — — reláció 345
 — — -híd 278
 MAXWELL—LORENTZ-egyenletek 371
 mechanikus egyenirányítók 296
 meddő áram 280
 — — ellenállás 272, 276, 280
 — — teljesítmény 280
 — — vezetőképesség 277
 megosztás, elektromos 14, 35; mágneses 73
 megosztógép 49
 MEISSNER-féle visszacsatolás 322
 MEISSNER—OCHSENFELD-effektus 252
 mellékáramkörü dinamó, motor 283, 285
 menetfelület 138, 232
 mennydörgés 209
 meredeekség 191, 314, 321
 mérlegmódszer 247
 mérőellenállások 110
 mérőpotenciométer 111
 mérő szikraköz 203
 mérőtranszformátor 293
 mértékrendszerek 17, 131, 373
 mesatranzisztor 322
 mező l. erőter
 mezőmágnes 282, 283
 MIKOLA SÁNDOR 67

- mikroelektronika 322
 mikrofon, -transzformátor 297
 mikrohullámok 347, 353
 mikrohullámú elektroncsövek 354, 355
 — közvetítő lánc 361
 — összeköttetések 358
 mikroszkopikus reverzibilitás elve 226
 MILLIKAN-kísérlet 47
 milliméteres hullámok 347
 MKSA-felfogás 53
 — -mértékrendszer 17, 18, 130, 374, 376
 MKSCWb- és MNSCWb-egységrendszer 378
 moduláció 348
 — foka (mélysége) 350
 moduláló és modulált rezgés 348, 349
 moláris polarizáció 63
 molekulaion 19
 molekulák térfogata 63
 molekuláris áramok 253, 373
 — szuszceptibilitás 246
 molpolarizáció 63
 MORSE-távíró 150
 motordinamó, motorgenerátor 296
 mozgó töltés mágneses tere 143
 multivibrátor 327
 munka 377
 munkaellenállás 316
 munka-karakterisztika, -meredekség 318
 munkapont 314, 316
 MÜLLER 195
 művonalak 338
- Nagy áramerősségű ívek 205
 nagy ellenállások mérése 303
 nagyfeszültségek mérése 203
 nagyfrekvenciájú rezgések 308—312, 325
 nagyfrekvenciás erősítés, — erősítő 318, 352
 — transzformátor 294
 — váltóáramú generátor 312
 nagynyomású ívek 205
 nagyvákuum 184
 nátriumlámpa 206
 NÉEL 262; -hőmérséklet 261
 negatív ellenállás 205, 323
 — ködfény 196, 198
 — nyaláb 204
 — visszacsatolás 324
 négy pólus 319
 négyszöggenerátor, négyszögrezgések 327
 négyszögű impulzus 326
 négyvezetékű háromfázisú rendszer 287
 négyzetes középérték 267
 nemlineáris kapcsolási elemek 270
 nem önálló (nem önfenntartó) vezetés 180
 nempoláris molekulák 55, 62, 64
 nempolározódó elektródok 169, 172
 nemzetközi... I. internacionális...
 NERNST 170, 172
 — -effektus 216
 — -égő 121
- NERNST-egyenlet 175
 NEUMANN törvénye 236
 neutrális pont 122
 neutron 19
 nife- (nikkel—vas-) akkumulátor 177
 NIPKOV-tárcsa 359
 nívófelület 30
 normálektród 170
 normálem 172
 normáellenállások 110
 normál hidrogénelektród 174
 normális (gáz)ionok 181, 184
 normálkondenzátor 42
 normáldat 165
 normálpotenciál 170, 174
n-típusú félvezető 220, 222
 nullmódszer, nullműszer 112
 nullvezeték 287
- Nyalábkisülés 202
 nyitási feszültség 242
 nyitó irány 225
 nyitott áramforrás, — áramkör 106, 107
 — rezgőkör 338
 nyugalmi tömeg 189
- OERSTED 126
 oersted 76, 377
 ohm 93, 95, 376
 ohm-mérő 113
 ohmos csatolás 306
 — ellenállás 268, 270, 272
 — érintkezés 224
 — veszteségek 281, 302
 OHM törvénye (elektromos áramra) 92, 99—
 —102, 160, 161, 211, 271, 277
 — — (mágneses körre) 262, 263
 oldalsávok 350
 oldási nyomás (tenzió) 170
 ólomakkumulátor 176
 olvadóbiztosíték 121
 ONSAGER 166
 orientációs polarizáció 62
 OSTWALD-féle hígítási törvény 158, 166
 oszcilláló kisülés 303, 308
 oszcillátor 324, 339
 oszcillográf 147, 192
 oxidkatód 189, 217
 oxóniumion 159
- Önálló (önfenntartó) vezetés 180
 öngerjesztés, önvezérlés 322
 — elve, öngerjesztésű generátorok 283
 önindukció 240—243
 önindukciós feszültség, — tényező 240; I. még
 induktivitás
 örökvaku 206
 örvényáramok 243
 örvényáramú veszteségek 244, 281, 302
 örvényerősség 134, 364

- örvénymentes vektortér 22, 78, 82, 364
 örvénytér 134, 238
 összekapcsolási állandó 378
 ötvözetek ellenállása 96
- Pályanyomaték 256
 páncélgalvanométer 145
 paramágneses anyagok 82, 245, 249
 paramágnesség értelmezése 257, 258
 parázfény-kisülés 196; -lámpa 199
 parelektromos anyagok 62
 párhuzamos gerjesztésű dinamó 283
 — kapcsolás 40, 105, 108, 243, 263
 — LC-kör 277; RC-kör 274; RLC-kör 277
 PASCHEN törvénye 203
 PAULI-féle elv 221
 PELTIER-effektus, -együttható, -hő 124, 125
 pentóda 316
 periódus, -idő, -szám, -tartam 265, 266
 periódus-átalakító 296
 permanens áram 252
 — dipólusmomentum 62
 — mágnes 73, 82, 250, 251
 — mágneses momentum 257
 — polarizáció 66
 permeabilitás 81, 246, 251, 252
 permittivitás 51; I. még dielektromos állandó
 PERRIN 200
 P_H 159
 pick-up 299
 PIERCE 325
 piezoeffektus, piezoelektromosság 66
 pillanatnyi teljesítmény 279
 piroelektromosság 67
 planártranzisztor 322
 PLANTÉ 176
 plazma 197, 198, 204
 PLÜCKER 199
p-*n* átmenet, *p*-*n* határreteg 224
 pneumatikus hangszóró 298
pnp-típusú rétegtranzisztor 227, 319
 POGGENDORF-féle kompenzációs módszer 113
 pohárelektrométer, -elektroszkóp 33, 45
 POISSON-egyenlet 368
 poláris molekulák 55, 62—64
 — tengely 66
 polarizáció, deformációs v. eltolódási 62;
 dielektromos 56; elektrolitikus 168, 171,
 176; elektromos 56, 376; hullámoké 341,
 345; irányítási v. orientációs 62; mágneses
 80
 polarizációs áram 168, 333, 372
 — feszültség 168
 — sík 343
 — töltés 56, 58, 143, 372
 — vonalak 57
 polarizálhatóság, elektromos 62, 64; mágneses
 257
 polarográfia 169, 175
 pólus, mágneses 72, 74, 77
 póluserősség 73, 75, 85, 142, 377
 ponderomotoros erő 46, 135
 ponttöltés 15, 45
 — elektromos tere 23, 53; potenciálja 31, 53
 POPOV 348
 porvasmag 244
 potenciál, elektromos (elektrosztatikai, skalá-
 ris) 28, 368; mágneses 79, 135; vektor- 135,
 367; I. még feszültség
 potenciálmélet 368
 potenciálás 30
 potenciálfal, potenciálgát 216, 225
 potenciálkád-modell 216
 potenciálkülönbség 28
 potenciométer 106, 108
 POULSEN 299, 312
 POYNTING-tétel, -vektor 342, 369
 pozitív lyukak 220
 — oszlop 197, 198, 208
 primer tekercs, — feszültség és áram 292
 próbagyöngy, próbatest 14, 20, 36
 proton 19, 159, 201
 protonkicszerélődés 165
 protonmikroszkóp 195
p-típusú félvezető 221, 222
 PUPIN-tekercs 337
- QUINCKE-féle emelkedési módszer 247
- Racionalizált mértékrendszer 374
 rács (elektroncsőé) 191, 313
 rácsáram, -feszültség, -kör 313, 315
 rácsgegyenirányítás 351
 rácselőfeszültség 316
 rácslevezető ellenállás 317, 352
 rácsmoduláció 348
 radar 358
 rádió, adó 348—350; vevő 350—353
 rádiócsillagászat 358
 rádiófrekvenciás erősítés, — erősítő 318, 352
 — rezgés 348
 rádióhullámok terjedése 346
 rádiólokátor 358
 rádiótávíró 348
 rádióviszhang 347
 RC-csatolású erősítő 318
 RC-oszcillátor 326
 reakcióhő 171, 173
 reaktancia 272, 276
 reciproknál piezoeffektus 66
 redukciós faktor 146
 reflexklisztron 356
 REISZ 297
 reklámcsovek 198
 rekombináció 158, 181, 223, 225
 rekombinációs együttható 182
 relativisztikus elektrodinamika 362
 — tömegnövekedés 189
 relaxációs hatás 167
 — idő 167, 211

- relaxációs rezgések 312, 326
 relé 151; reléállomás 361
 remanencia 65, 251, 260
 rendszám 19
 reosztát 109
 repulziós motor 291
 részkapacitások 42
 rétegezett kondenzátor 59
 rétegtranszisztor 226, 319
 reverzibilis működésű galvánelem 173
 rézcoulombméter, rézvoltaméter 156
 rézfinomítás 178
 rezgés 1. elektromágneses rezgések
 rezgési módok (moduszok) 354
 — sík 343
 rezgéskeltés, elektroncsővel 322; szikrakisülés-
 sel 308
 rezgőkör 299, 338
 rezisztencia 276
 rezonancia 273, 274, 304, 309
 rezonanciaélesség 305; -görbe, -körfrekvencia
 304; -szélesség 305
 rezonanciás erősítő 318
 rezonátor 339
 RICHARDSON—DUSHMAN-formula 217
 RICHARDSON-hatás 185
 RIECKE 211
 RIGHI—LEDUC-effektus 216
 RITTER 168
 ROCHELLE-só 65
 ROGET-féle spirális 138
 ROGOWSKI-féle mágneses feszültségmérő 133,
 234
 rotáció (rot) 364
 rotor 282
 ROWLAND-féle kísérlet 142
 RÖNTGEN 143; —-áram 333
 rövidhullámok 347
 rövidre zárt forgórészű motor 289
 rövidzárási áram 107
 RUHMKORFF 295
- Sajátfélvezetők 220, 222
 sajátfrekvencia 301, 330
 sajátvezetés 220
 sarki fény 209
 SAVART 128
 savas akkumulátor 176
 sávmodell 221
 sávszélesség 305
 sávszűrő 308
 SCHENEK ISTVÁN 176
 SCHOCKLEY 226
 SCHOTTKY 224; —-féle söréthatás 218
 sebességmoduláció 356
 SEEBECK-effektus, -együttható 121, 123, 125
 segédfázis 290
 segédpólus 284
 segédrács 315
 segédteres elektrométer 43
- SEGNER-kerék 35
 SEIGNETTE-só 65
 semlegesítés 14
 semleges zóna 282
 shunt 114
 siemens 94
 SIEMENS 283
 síkban poláros hullám 341
 síkkondenzátor 38, 39, 54
 SI-mértékrendszer 375
 SIMON 312
 skaláris potenciál 367
 skin-effektus 268, 311
 sodródási sebesség 211
 sokcsatornás átvitel 358
 SOMMERFELD 212
 soros gerjesztésű dinámó 283
 — kapcsolás 40, 104, 107, 243, 263
 — mágneses kör 262
 — LC-kör 272; RC-kör 272, 303, RLC-kör
 270, 273, 277; RL-kör 272
 — rezgőkör, — rezonancia 272, 303—305
 sönt 114
 söntdinámó 283; söntmotor 285
 söréthatás 218
 sötét anódtér, — katódtér, — terek (ködfény-
 kisülésben) 196, 197
 — kisülés 197, 206
 specifikus ... 1. fajlagos ...
 spektrálcső, spektrállaampa 198, 206
 spontán mágneszettség 259
 — polarizáció 66
 stabilizátorcső 199
 stacionárius áram, — tér 91, 368
 standard hidrogénelektrod 174
 STOKES-féle ellenállástörvény 48, 164
 — — integráltétel 364
 STONEY 155, 200
 sugárzási ellenállás, — karakterisztika 343
 — vektor 342, 369
 sugárzásmérés 124
 süllyedő karakterisztika 204
 SYMMER 18
- Szabad csatolt rezgések 307
 — elektromágneses hullámok 338
 — — rezgések 299
 — elektron 19, 209
 — töltés 52, 58
 szabályozó ellenállások 109
 szalaggenerátor 50
 szalagmikrofon 297
 szárazelem 172
 szekuláris változások (földmágnesség) 87
 szekunder elektronok, — emisszió 185, 186,
 315
 — tekercs 292
 szelektív erősítő 318
 szelektivitás 305
 szelén-egyenirányító 296

- szénív 205
szénkefék 282
szénmikrofon 297
szénszálas vákuumlámpa 121
szennyezéses félvezetők 220, 222
szerkezeti félvezetők 220
szigetelő folyadékok 167
szigetelők 13, 19, 50, 95, 219, 222
— átütése 203; érintkezése 67; polározódása 55, 62
szikra 202
szikrafeszültség, -hossz 203
szikrainduktor 295
szikrakisülés 202, 207, 308
szikratávíró 348
szilícium 219; szilíciumdióda 296
szimbolikus módszer 276
szimmetrikus terhelés 288
színes televízió 362
szinkron fázisváltó 291
szinkrongenerátor 286
szinkronizálás 192
szinkronizáló jelek 361
szinkromotor 290
szinuszos váltakozó áram 265
szívóhatás 35
szlip 290
szolenoid 127
szolvatáció 159
szoros csatolás 306
sztatikus érzékenység, — reduktív faktor 148
— karakterisztika 318
— terek 368
sztátor 282
szuperheterodin vevő, szupervevő 352
szuperpozíció elve 16, 23, 78
szupravezetés 97, 252
szuszeptancia 277
szuszeptibilitás, elektromos 57, 247; mágneses 81, 246, 247, 249, 257, 258
szűrőlánc 296
- Takaréktranszformátor 293
tangens-galvanométer 144
tápvonalak 338
tárcás trióda 354
táskarádió 353
távbeszélő-csatorna 359
távgepíró 151, 348
távíróegyenlet 336
távölthatás 20, 340
technikai ellenállások 110
TE-hullám 354
tekeres mágneses tere 127, 129, 134; mágneses momentuma 141
telefonhallgató 298
telefoninduktor 286
telegráfegyenlet 336
telep 72, 107
televízió 359
- telegép 151, 348
telítési áram 182, 190, 217
— mágneszettség 251, 258
teljes áram 331
teljesítmény (áramé) 118, 279, 377; mérése 147
teljesítményerősítő 318
teljesítmény nélküli áram 280
— — vezérlés 317
teljesítménytényező 280
TEM-hullám 354
térállandók 378
téregyenletek 363, 367
tér-elektronmikroszkóp 195
téremisszió 185
téremissziós ívek 205
térorösség, elektromos 21, 371, 376; mágneses 76, 85, 254, 371, 377
térorösségi effektus 167
térfogati ionizáció 181
— töltéssűrűség 32
térhatás 20
terhelési karakterisztika (dinamóé) 283
térhullámok 346
tér-ionmikroszkóp 195
terjedési sebesség (el. hullámoké) 330, 334, 337, 340, 341
termikus disszociáció 167
— elektronemisszió 185, 217
— sebesség 211
— zajok 319
termisztor 224
termoáram, termoerő, termofeszültség 121
termoelektromos feszültségi sor 123
— jelenségek 121, 219
termoelem 121, 124
termomágneses hatások 216
termooszlop 124
terner elektrolit 157
tértöltés 190, 198; tértöltés-rács 315
tesla 82, 377
TESLA 288; — -transzformátor 310
tetróda 315
THALES 12, 72
THOMSON, J. J. 200
— WILLIAM 44, 46
— -effektus 125, 216
— -együttható, -hő, -összefüggés 125
— -féle kettős híd 113
— -formula 301
tiltott sávok 221, 224
tiratron 206, 296
tirisztor 297
tisza váltakozó áram 265
TM-hullám 354
TOLMAN-kísérlet 209
tolóellenállás 109
toroid 262, 263; — transzformátor 293
torzítás 319, 337
TOWNSEND-kisülés 206
többfokozatú erősítő 317

- többrácsos csövek 315
 töltés (elektromos) 12, 16, 376; elemi 18, 48, 155; megmaradásának tétele 20; mérése 45, 148; polarizációs (látszólagos) 56, 58, 143, 372; szabad 52, 58; valódi 52, 57, 58, 372
 töltéshordozók 19, 180, 223
 töltési kapacitás (akkumulátoré) 177
 töltésszítás-módszer 45
 töltéssűrűség 32
 töltésszétválasztó erők 68, 71, 101
 tömbkondenzátor 40
 tömeg 17, 375, 377
 tömeghatás törvénye 158
 tömegspektroszkópia 201
 tömegszuszceptibilitás 246
 TÖPLER 49
 törés, törésmutató 344
 törési törvény (erővonalaké) 55, 84, 194
 transzformátor 292—294
 transzformátoros csatolás 306
 — erősítő 318
 — visszacsatolás 324
 transzponálás 353
 transzverzális elektromágneses (TEM-), elektromos (TE-) és mágneses (TM-) hullám 354
 transzverzálítás (hullámoké) 341, 343, 345
 tranzien folyamat 271, 304, 324
 tranzisztor 226, 319—321
 tranzisztoros erősítők 321
 — rádióvevők 353
 trióda 191, 313; trióda-hexóda 353
 túlfeszültség 175
 túlfeszültség-levezető 209
 turbógenerátor 286
 tükkörképerő 47
 tús diódák 224
 — galvanométerek 144
 — tranzisztor 226
 tűzelőszér-elem 175
- Ugrási hőmérséklet 97
 ultra-nagyfrekvenciájú rezgések 325, 353
 ultrarövid hullámok 347
 unipoláris dinamógép, — indukció 245
 utógyorsító elektród 191
- Ülepedési potenciál 179
 üregrezonátor 355
 üresjárási feszültség 71, 106
 ütközési idő 211
 — ionizáció 182, 197
- VACS-egységek 378
 vákuum (abszolút) dielektromos állandója 52, 375; hullámmellenállása 343; permeabilitása 81, 375
 vákuumbeli eltolódási áram 333
 vákuumdióda 185, 189
- vákuumdiódás egyenirányító 296
 vákuumívek 205
 vákuum-termoelem, -termoszlop 124
 vákuumtrióda 191, 313
 val 154
 valenciáelektron 19
 valenciásáv 221
 valódi töltés 52, 57, 58, 373
 váltakozó áram 91, 265; előállítása 234; teljesítménye 279
 — áramú ellenállások 268, 271; generátorok 286; hálózatok 277; ívek 205; motorok 289; WHEATSTONE-híd 278
 váltóáram I. váltakozó áram
 VAMS-egységrendszer 17, 374—378
 VAN ALLEN-zónák 209
 VAN DE GRAAF-generátor 50
 vándorlási sebesség 100, 211
 VAN'T HOFF-féle faktor 157
 varázsszem 353
 variométer 243
 VARLEY 200
 vashidrogén-ellenállás 97
 vasmagos tekercs induktivitása 265; energia-vesztései 281
 vasvesztések 255
 védőgyűrű 46
 védőrács 315
 végerősítő 318
 vegyértékelektron 19
 vegyértékkötés 219
 vegyértékkötési sáv 221
 vegyes csatolás 306
 vektoranalízis 363
 vektordiagram (vektorábra) 275
 vektori felületelem 23; ívelem 28
 vektorpotenciál 135, 367
 vertikális intenzitás 86
 veszteségi ellenállás 280, 302
 — szög, — tényező 280
 veszteségmentes vezeték 336
 vevőantenna 353
 vezérlőfeszültség 314
 vezérlőrács 313, 315
 vezeték melegeése 121
 vezetékes híradás 337
 vezetés 92
 vezetési áram 142, 372
 — elektronok 19, 209
 — sáv 221
 vezető gömb potenciálja 36
 vezetők 13, 19, 95
 vezetőképesség 92, 94, 95, 160, 210
 vezetőképességi edény, — kapacitás 160
 — tenzor 99
 videofrekvenciás jel 361
 vidikon 360
 villám 68, 203, 208
 villámhárító 209
 villamos... I. elektromos...

- villanócső 206
villanyóra 291
visszacsatolás 322
visszacsatolási tényező 324
visszacsatolt audion 352
visszaverődés 337, 344
vívőfrekvencia, -hullám, -rezgés 348—350
vízbontás 153, 169
víz disszociációfoka 159, 167; vezetőképesége 167
vízesési elektromosság 168
voltage 17, 29, 172, 376
VOLTA 29, 49, 69; — törvénye 70
— -féle alapkísérlet 69
— — elem 72, 171
— — feszültségi sor 70
— -feszültség, -potenciál 69, 70, 218, 219
voltage 156
voltage 43, 115, 116, 120, 146
voltage 188
vonalas villám 208
vonalfeszültség, -áram 287, 288
vonaltintegrál 28
- WAGNER 150
WALTENHOFEN-féle inga 244
WARBURG törvénye 251
watt 118, 377
wattmérő 147
watt nélküli áram 280
weber 75, 231, 377, 378
WEBER 129, 131, 256
WEHNELT 295
— -cső 201; -henger 191
- WEISS-féle tartományok (domének) 258
WESTON-elem 172
WHEATSTONE-híd 111, 160, 278
WIECHERT 200
WIEDEMANN—FRANZ törvény 97, 212
WIEN M. 312; —, W. 200, 201
— -effektus 167; -híd 279
WILCKE 14, 49
wolframkatód 189, 217
wolframszálas vákuumlámpa 121
WOLLASTON-drót 43
WULF-féle kétfonális elektrométer 42
- Xenonlámpa 206
- Y-kapcsolás 287
- Zajok (erősítőkből) 319
záró irány 225
zárókör 275
záróréteg, záróréteges érintkezés 224
zárt áramforrás (galvánelem) 72, 107
— áramkör 101, 107, 119
— görbe menti integrál 29
— mágneses kör 150, 262, 264
— rezgőkör 299, 338
— toroid 262, 263
ZIPERNOVSZKY KÁROLY 293
zivatar 68, 208
zűmmögő 160, 295
ZWORYKIN-féle ikonoszkóp 360
- Zseblámpatelep 162
zsebrádió 353



0 1 0 6 3 4 0 0

Móricz Zsigmond Könyvtár
106340-0

68-5950 — Szegedi Nyomda

Tankönyvkiadó Vállalat

A kiadásért felelős: Vágvölgyi Tibor igazgató — Felelős szerkesztő: Moldoványi Gyula

Műszaki vezető: Hámori József — Grafikai szerkesztő: Máté Gyula — Műszaki szerkesztő: dr. Angyal József

A kézirat nyomdába érkezett: 1968. április — Megjelent: 1968. december — Példányszám: 5000

Terjedelem: 34,75 (A/5) ív, 574 ábra — Készült: monószedéstről, íves magasayomással,

az MSZ 5601-59 és az MSZ 5602-55 szabvány szerint

Raktári szám: 4292/II

49, — Ft

4292/II.