Fluidum feladatok

Ideális fluidum kinematikája

Gyorsulás

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{D}\vec{v}}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}$$

Tömegmegmaradás - Kontinuitás egyenlet

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\,\mathrm{d}V + \int_S \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}S = 0$$ - integrál alak (RTE)

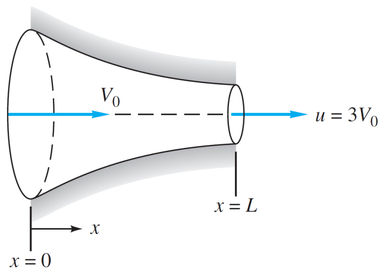
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot v_z)}{\partial z} = 0$$ - differenciális alak

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot \vec{v}) = 0$$ - vektor alak

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} + \nabla \vec{v} = 0$$ - derivált alak

1. Egy vektorteret leíró sebességvektor $\vec{v} = 4tx \cdot \vec{i} - 2t^2 y \cdot \vec{j} + 4xz \cdot \vec{k}$.
   (a) Állapítsuk meg, hogy az áramlás stacionárius vagy nem.
   (b) Két vagy három dimenziós?
   (c) (-1,1,0) pontban írjuk fel a gyorsulásvektort.

2. Egy konfúzorban az áramlást leíró sebesség $v_x = v_0 \cdot \left(1 + \frac{2x}{L}\right)$, $v_y = v_z = 0$.
   (a) Írjuk fel a konfúzorban a gyorsulásvektort.
   (b) Számoljuk ki hányszor nagyobb a fluidum gyorsulása be- és kilépéskor a gravitációs gyorsulásnál, ha $v_0 = 3\,\mathrm{m/s}$ és $L = 15\,\mathrm{cm}$



3. Az alábbiak közül melyik sebességtér ír le egy kétdimenziós, összenyomhatatlan áramlást?
   (a) $v_x = 2x^2 + y^2 - x^2 y, \quad v_y = x^3 + x\left(y^2 - 4y\right)$
   (b) $v_x = 2xy - x^2 y, \quad v_y = 2xy - y^2 + x^2$
   (c) $v_x = x^2 t + 2y, \quad v_y = xt^2 - yt$
   (d) $v_x = (2x + 4y)xt, \quad v_y = -3(x + y)yt$

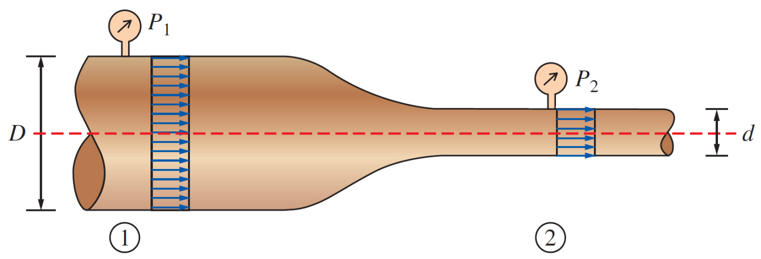
4. Legyen a következő, stacionárius áramlás sebességterét leíró, sebességvektor

$$\vec{v} = \left(axy^2 - b\right)\vec{i} - 2cy^3\vec{j} + dxy\vec{k}$$

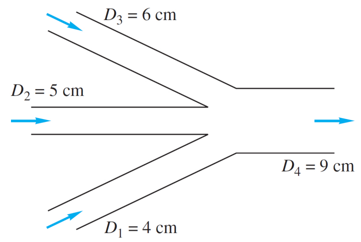
   ahol a, b, c, d állandók. Milyen feltételnek kell teljesülnie, hogy ez egy összenyomhatatlan fluidum áramlástere legyen?

5. Egy szórófejbe (konfúzor) beáramláskor a fluidum sűrűsége $\rho_1 = 2{,}21\,\mathrm{kg/m^3}$ és sebessége $v_1 = 20\,\mathrm{m/s}$, kiáramlásnál pedig $\rho_2 = 0{,}762\,\mathrm{kg/m^3}$ és $v_2 = 150\,\mathrm{m/s}$. Ha a bemenet keresztmetszete $S_1 = 60\,\mathrm{cm^2}$, határozzuk meg a tömeghozamot és a kimenetnél a cső keresztmetszetét.

6. Az ábrán látható csövön levegő áramlik, az áramlás stacionárius. Ha $p_1 = 40\,\mathrm{kPa}$, $p_2 = 10\,\mathrm{kPa}$, a légköri nyomás $p_0 = 100\,\mathrm{kPa}$, $D = 3d$ és a kiáramlásnál a levegő átlagsebessége $v_2 = 25\,\mathrm{m/s}$ határozzuk meg a beáramlásnál a v_1 átlagsebességet.



7. Az ábrán látható csőelágazásnál három csövön áramlik víz egy nagy csőbe, az áramlás stacionárius. A $v_2 = 5\,\mathrm{m/s}$, kiáramlásnál a térfogati hozam $Q_4 = 120\,\mathrm{m^3/óra}$. Tudva, hogy ha a Q_3-t növeljük 20 %-al, a Q_4 10 %-al fog nőni, számoljuk ki a v_1, v_3, v_4 sebességeket.



8. Egy hengerben levő gázt egy v állandó sebességgel mozgó dugattyúval sűrítenek. Tudjuk, hogy kezdetben ($t = 0\,\mathrm{s}$) a gáz sűrűsége ρ_0 és hossza L_0. A gáz sebessége lineárisan változik $v_x = v$-től ($x = 0$-ban) $v_x = 0$-ig ($x = L$-ben). Ha a gáz sűrűsége csak az idő függvénye írjuk fel a $\rho(t)$-t.