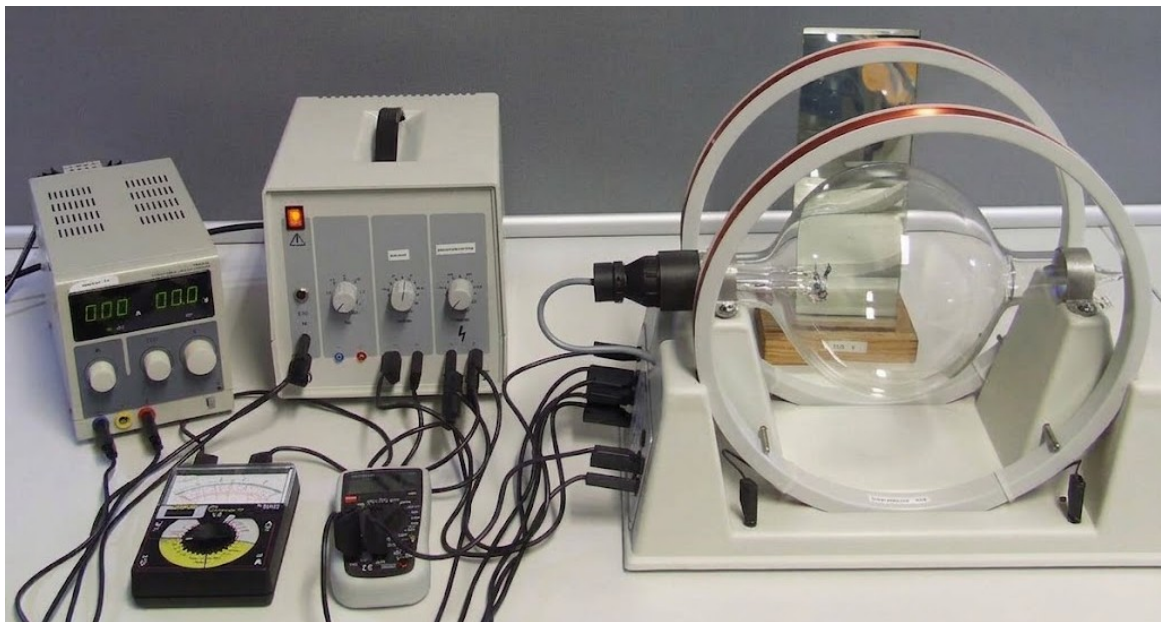


BABEŞ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM
FIZIKA KAR

ATOMFIZIKA LABORGYAKORLAT

AZ ELEKTRON FAJLAGOS TÖLTÉSÉNEK
MEGHATÁROZÁSA



1. A kísérlet célja

A laboratóriumi tevékenység célja az elektronok mágneses térben való mozgásának vizsgálata és az elektron **fajlagos töltésének** kísérleti meghatározása.

2. Elméleti háttér

Meghatározás

Az elektron **fajlagos töltése** az elektron töltésének és tömegének hányadosa:

$$\frac{e}{m_e}$$

ahol e az elemi töltés nagysága és m_e az elektron tömege.

A fajlagos töltés SI-mértékegysége:

$$\left[\frac{e}{m_e} \right]_{\text{SI}} = \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

Ebben a kísérletben az elektrontöltés **nagyságával** számolunk, ezért e -vel a pozitív elemi töltést jelöljük. Az elektron tényleges elektromos töltése negatív.

Miért a fajlagos töltést mérjük?

Az elektron tömege rendkívül kicsi, ezért nehéz kísérletileg közvetlenül meghatározni. Az elektron elektromos és mágneses térben való mozgásából viszont viszonylag egyszerűen meghatározható az e/m_e fajlagos töltés.

Ha az elemi töltés értékét egy másik kísérletből (például a *Millikan-kísérletből*) már ismerjük, akkor a fajlagos töltésből az elektron tömege is meghatározható.

Töltött részecske homogén elektromos térben

Egy elektromosan töltött részecskére homogén elektromos térben a tér részéről

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$$

erő hat, ahol q a részecske töltése és $\vec{E}$ az elektromos térerősség.

Ennek alapján a töltött részecskéket elektromos térrel gyorsíthatjuk. Ha a részecske kezdetben nyugalomban van ($v_0 = 0$, $E_0 = 0$), majd az elektromos tér irányába mozdul el d távolságon, akkor az elektromos tér által végzett munka:

$$L = F \cdot d = q \cdot E \cdot d.$$

Homogén elektromos térben két pont közötti feszültség nagysága

$$U = E \cdot d.$$

Ezt felhasználva az elektromos tér által végzett munka a feszültséggel is kifejezhető:

$$L = q \cdot U.$$

Töltött részecske homogén elektromos térben

Az elektromos tér által végzett munka a részecske mozgási energiájává alakul:

$$E_m = E_0 + q \cdot U = q \cdot U.$$

Az U feszültséggel gyorsított elektronok mozgási energiája:

$$E_m = e \cdot U.$$

Töltött részecske homogén mágneses térben

Egy elektromosan töltött részecskére mágneses térben **Lorentz-erő** hat:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}),$$

ahol q a részecske töltése, $\vec{v}$ a sebessége és $\vec{B}$ a mágneses tér indukciója.

A Lorentz-erő merőleges az indukcióvektor és a sebességvektor által alkotott síkra, irányítása a jobbkéz-szabállyal határozható meg.

Az erő nagysága megadható a sebesség és az indukcióvektor által meghatározott θ szög segítségével:

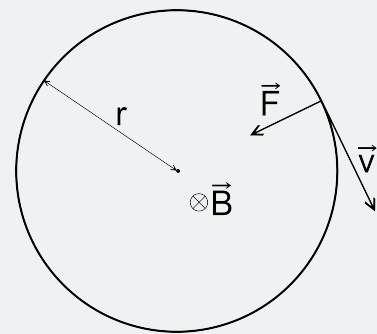
$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta.$$

Az erő irányítása függ a töltés előjelétől és a két vektor által bezárt szögtől is. Ha az erő nagysága negatívnak adódik, akkor irányítása ellentétes a jobbkéz-szabállyal meghatározott irányhoz képest.

Ha egy elektron ($q = -e$) sebessége merőleges a mágneses térre ($\vec{v} \perp \vec{B}$), akkor a rá ható erő nagysága

$$F_L = e v B.$$

A Lorentz-erő mindig merőleges az elektron pillanatnyi sebességére, ezért nem gyorsítja az elektront a mozgás irányában, hanem folyamatosan **megváltoztatja a sebesség irányát**.



1. ábra. Az elektronra ható Lorentz-erő a síkra merőlegesen befelé mutató indukció mellett.

Hogyan látjuk az elektronok pályáját?

Az elektronok önmagukban nem láthatók. Az elektroncső kis nyomású hidrogéngázt tartalmaz. A mozgó elektronok ütköznek a hidrogénmolekulákkal, és gerjesztik azokat. A gerjesztett molekulák fényt bocsátanak ki, ezért az elektronok pályája halvány, világító vonalként válik láthatóvá.

Tehát nem magukat az elektronokat látjuk, hanem azt a fényt, amely az elektronok és a gáz részecskéinek ütközése következtében keletkezik.

Levezetés

Megfelelő körülmények között a mágneses térben az elektron körpályán mozog. Ekkor a körmozgáshoz szükséges **centripetális erő** szerepét maga a Lorentz-erő tölti be.

A körmozgást fenntartó centripetális erő nagysága

$$F_c = m_e \frac{v^2}{r},$$

ahol r az elektron körpályájának sugara.

Mivel a centripetális erő szerepét a Lorentz-erő tölti be,

$$F_L = F_c.$$

Tehát

$$evB = m_e \frac{v^2}{r}.$$

Innen a fajlagos töltés a következő alakban írható fel:

$$\boxed{\frac{e}{m_e} = \frac{v}{rB}}.$$

A v sebességet azonban közvetlenül nem tudjuk megmérni. Olyan összefüggésre lesz szükségünk, amiből kiküszöbölhető a sebesség.

Az előző összefüggésből kifejezzük a sebességet:

$$v = \frac{e}{m_e} rB.$$

Az elektronokat az elektroncsőben U feszültség segítségével gyorsítjuk fel. Felhasználjuk a gyorsítás során szerzett mozgási energia képletét:

$$\boxed{eU = \frac{1}{2} m_e v^2}.$$

Behelyettesítve v értékét:

$$eU = \frac{1}{2} m_e \left(\frac{e}{m_e} rB \right)^2.$$

Innen az elektron fajlagos töltése:

$$\boxed{\frac{e}{m_e} = \frac{2U}{r^2 B^2} = \frac{2U}{(rB)^2}}$$

Homogén mágneses tér keltése

A homogén mágneses teret egy **Helmholtz-tekerespár** hozza létre. Ez két azonos sugarú, egymással párhuzamos, sugárnyi távolságra levő kör alakú tekercsből áll.

A Helmholtz-tekercekben folyó áram hatására a tekercsek között a középpontban homogén mágneses tér keletkezik, melynek a mágneses indukció nagysága arányos a tekercseken átfolyó I áramerősséggel:

$$B = kI$$

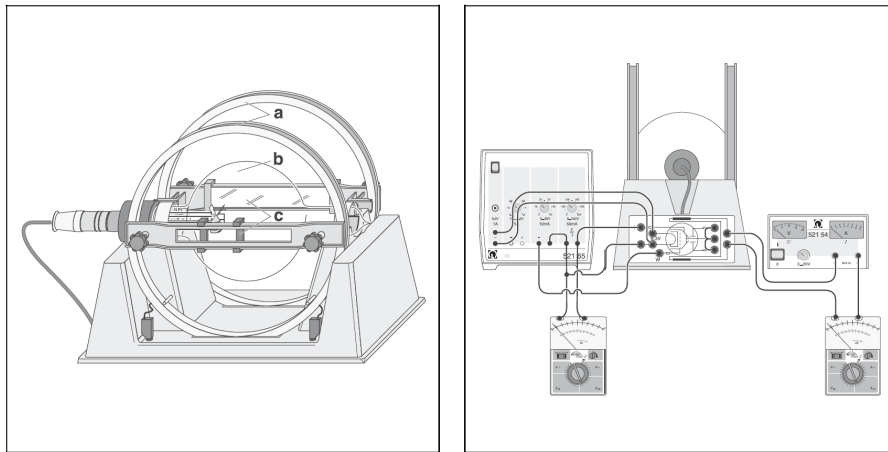
ahol k a tekercspárra jellemző arányossági tényező.

A használt Helmholtz-tekercek esetén

$$k = \mu_0 \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{n}{R}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m/A}$ a vákuum permeabilitása,
 $R = 0,150 \text{ m}$ a tekercsek sugara, és
 $n = 130$ egy tekercs menetszáma.

3. A kísérleti berendezés



2. ábra. Az elektron fajlagos töltésének meghatározására használt berendezés.

A mérési berendezés legfontosabb eszközei:

- a – **Helmholtz-tekercek**: közel homogén mágneses teret hoznak létre;
- b – **elektroncső**: ebben jön létre és válik láthatóvá az elektronsugár;
- c – **mérőcsúszkák és tükör**: segítségével állítjuk be az elektronsugár átmérőjét;
- **feszültségforrás és voltmérő**: az U gyorsítófeszültség beállítására és mérésére;
- **áramforrás és ampermérő**: a Helmholtz-tekercekben folyó I áramerősség beállítására és mérésére.

Biztonsági tudnivalók

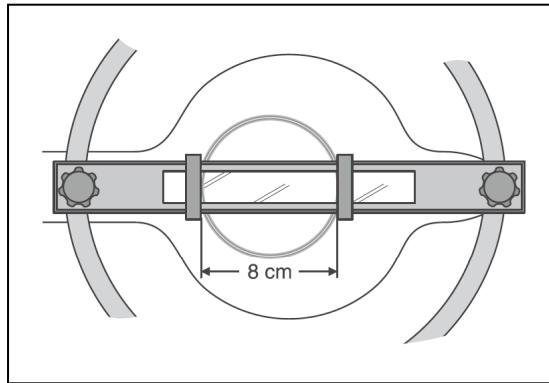
A berendezés működése közben több száz voltos feszültség van jelen.

- A működő berendezés elektromos csatlakozásaihoz **nem szabad hozzányúlni**.
- Az elektromos kapcsolat módosítása előtt minden tápegységet ki kell kapcsolni.
- Az elektroncső vékony falú, légritkított üvegedény, ezért mechanikai ütésnek vagy nyomásnak nem szabad kiténni.
- A Helmholtz-tekercek nagyobb áramerősség mellett melegedhetnek.

4. A mérés menete

A mérés lépései

1. Mozgassuk a mérőberendezés bal oldali csúszkáját úgy, hogy annak belső széle, tükörképe és az elektronsugár kilépőnyílása egy látóvonalba essen.
2. Állítsuk be a jobb oldali csúszkát úgy, hogy a két csúszka belső széle közötti távolság 8 cm legyen.
3. A jobb oldali csúszka belső szélét úgy figyeljük, hogy az egybeessen a tükörképével, majd változtassuk a tekercsben folyó I áramerősséget addig, amíg az elektronsugár pályája érintőlegesen halad a csúszka belső széle mentén, és elfedi annak tükörképét (lásd a 3. ábrát).



3. ábra. A pálya átmérőjének mérése a csúszkák segítségével.

4. Csökkentsük az U gyorsítófeszültséget 300 V-tól 20 V-os lépésekben egészen 200 V-ig, és minden feszültségértéknél úgy állítsuk be a tekercs I áramerősségét, hogy az elektronsugár körpályájának átmérője 8 cm legyen.

Az áramerősség meghatározását minden esetben háromszor végezzük el.

5. Jegyezzük fel az U gyorsítófeszültség és a tekercsben folyó I áramerősség értékét.
6. Az U feszültség, B mágneses indukció és az r sugár ismeretében számítsuk ki a fajlagos töltést.

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2U}{(rB)^2} = \frac{2}{r^2 k^2} \frac{U}{I^2}$$

Miért használunk tükröt a leolvasásnál?

Ha a mérőcsúszka szélét és annak tükörképét pontosan egymás fedésében látjuk, akkor a szemünk megfelelő irányban helyezkedik el.

Ezzel csökkenthető a **parallaxishiba**, vagyis az a leolvasási hiba, amely azért jön létre, mert egy skálát vagy tárgyat nem merőleges irányból nézünk.

5. A mérési adatok feldolgozása

5.1. Az elektron fajlagos töltésének meghatározása a mért adatokból

Feladat

Számítsátok ki a Helmholtz-tekercek k állandóját!

$$k = \mu_0 \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \frac{n}{R}$$

Adatok:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m/A}, \quad R = 0,150 \text{ m}, \quad n = 130$$

$$k = \text{_____ T m/A}$$

A további számításokban ezt az értéket kell használni.

r (m)	U (V)	I (A)	$\langle I \rangle$ (A)	$\langle I \rangle^2$ (A ²)	$\frac{e}{m_e}$ (C/kg)	$\left\langle \frac{e}{m_e} \right\rangle$ (C/kg)
0,040	300					
	280					
	260					
	240					
	220					
	200					

1. táblázat. A mért és számított mennyiségek.

5.2. Az elektron fajlagos töltésének grafikus meghatározása

A grafikus meghatározás alapjai

A fajlagos töltés képletéből

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2}{r^2 k^2} \frac{U}{I^2}$$

fejezzük ki az U -t:

$$U = \frac{e}{m_e} \frac{r^2 k^2}{2} I^2.$$

Mivel r és k a mérés során állandó, ezért

$$U \sim I^2.$$

Ez ugyanolyan alakú, mint az egyenes egyenlete:

$$y = \alpha x.$$

Ha tehát $y = U$ -t ábrázoljuk $x = I^2$ függvényében, akkor a mérési pontoknak közelítőleg egy egyenesre kell esniük.

A két egyenletet összehasonlítva az egyenes irányítányezője:

$$\alpha = \frac{e}{m_e} \frac{r^2 k^2}{2}.$$

A grafikonból meghatározott irányítányező ismeretében kiszámolhatjuk a fajlagos töltést:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2}{r^2 k^2} \alpha.$$

Ábrázoljuk az U gyorsítófeszültséget az $\langle I \rangle^2$ függvényében. Jelöljük az illesztett egyenes meredekségét α -val:

$$\alpha = \frac{\Delta U}{\Delta(I^2)}.$$

Az illesztett egyenesből határozzuk meg a meredekségét, majd onnan számoljuk ki az elektron fajlagos töltését.