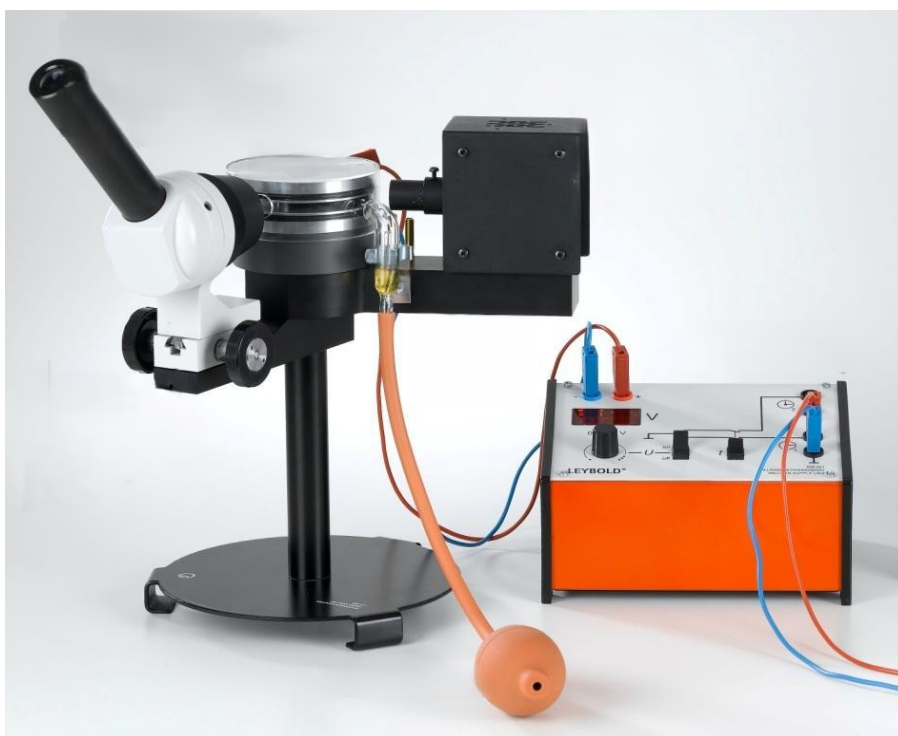


BABEŞ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM
FIZIKA KAR

ATOMFIZIKA LABORGYAKORLAT

MILLIKAN-KÍSÉRLET



1. A kísérlet célja

A laboratóriumi tevékenység célja az elektron töltésének kísérleti meghatározása. Az elemi töltést az elektromosan töltött olajcseppek elektromos térben való mozgásának mozgásegyenleteiből fogjuk meghatározni.

2. Elméleti háttér

Meghatározás

Az **elemi töltés** az elektromos töltés legkisebb szabadon előforduló egysége. Minden szabad részecske töltése az elemi töltés egész számú többszöröse. Értéke:

$$e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

A kísérleti berendezésben a porlasztás során az olajcseppek elektromosan feltöltődnek. A Q töltésű olajcseppek egy síkkondenzátor homogén elektromos terébe kerülnek. Egy m_{csepp} tömegű olajcseppre az $\vec{E}$ térerősségű elektromos térben két erő hat:

- az elektromos tér részéről ható erő: $\vec{F}_e = Q \cdot \vec{E}$,
- a súlyerő: $\vec{G} = m_{\text{csepp}} \cdot \vec{g}$.

Amennyiben a csepp levegőben mozog, további erők hatnak rá:

- arkhimédészi erő (felhajtóerő): $\vec{F}_A = -m_{\text{levegő}} \cdot \vec{g}$,
- Stokes-féle súrlódási erő: $\vec{F}_s = -6\pi \eta r \cdot \vec{v}$,

ahol $m_{\text{levegő}}$ a csepp által kiszorított levegő tömege, η a levegő viszkozitása, r az olajcsepp sugara (a cseppt gömb alakúnak tekintjük), illetve $\vec{v}$ a csepp mozgási sebessége. A dinamikai viszkozitás a közeg (folyadék vagy gáz) belső súrlódását, vagyis a közeg rétegei közötti súrlódást jellemző fizikai mennyiség. SI-mértékegysége: Pa·s. A levegő dinamikai viszkozitása szobahőmérsékleten megközelítőleg $\eta \approx 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

2.1. Az olajcsepp sugarának meghatározása

Az olajcsepp sugara ismeretlen, ezért az első lépésben ezt kell kifejezünk az ismert állandók és a mérhető mennyiségek segítségével.

Mielőtt az elektromos teret bekapcsolnánk, a csepp egy idő után állandó v_1 sebességgel süllyed (1. ábra). Ekkor a rá ható erők kiegyenlítik egymást, ezért az eredő erő nulla.

$$\vec{G} + \vec{F}_A + \vec{F}_s = 0$$

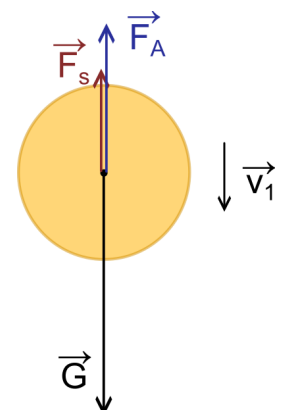
A lefelé mutató irányt választjuk pozitívnak. A súlyerő lefelé, míg a felhajtóerő és a közegellenállási erő felfelé mutat.

$$m_{\text{csepp}} \cdot g - m_{\text{levegő}} \cdot g - 6\pi \eta r \cdot v_1 = 0$$

$$(m_{\text{csepp}} - m_{\text{levegő}}) \cdot g - 6\pi \eta r \cdot v_1 = 0$$

Felhasználjuk:

$$m_{\text{csepp}} - m_{\text{levegő}} = (\rho_{\text{csepp}} - \rho_{\text{levegő}})V = \rho \cdot V$$



1. ábra.

A továbbiakban a sűrűségkülönbséget röviden ρ -val jelöljük:

$$\rho = \rho_{\text{csepp}} - \rho_{\text{levegő}}.$$

$$\rho \cdot V \cdot g - 6\pi \eta r \cdot v_1 = 0$$

Mivel az olajcseppet közelítőleg gömb alakúnak tekintjük, térfogata a gömb térfogatképletével számítható:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Behelyettesítjük a térfogatot:

$$\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot g - 6\pi \eta r \cdot v_1 = 0.$$

Kiemelve r -t kapjuk:

$$r \cdot (\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^2 \cdot g - 6\pi \eta \cdot v_1) = 0$$

Az $r = 0$ matematikailag megoldás lenne (ún. *triviális megoldás*), de fizikailag nem értelmezhető, mert ekkor nem lenne olajcsepp. Ezért a zárójelben lévő kifejezést tesszük nullává.

$$\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^2 \cdot g - 6\pi \eta \cdot v_1 = 0$$

$$\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^2 \cdot g = 6\pi \eta \cdot v_1$$

Innen kifejezhetjük az r sugár négyzetét:

$$r^2 = \frac{6\pi \eta \cdot v_1}{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot g} = \frac{6 \eta v_1 \cdot 3}{4 \rho g} = \frac{18 \eta v_1}{4 \rho g} = \frac{9 \eta v_1}{2 \rho g}.$$

Mivel a sugár pozitív mennyiség, az egyenlet pozitív gyökét vesszük:

$$r = \sqrt{\frac{9 \eta v_1}{2 \rho g}}$$

2.2. Az olajcsepp töltésének meghatározása

A síkkondenzátor lemezei közötti $\vec{E}$ elektromos térerősség nagysága az

$$E = \frac{U}{d}$$

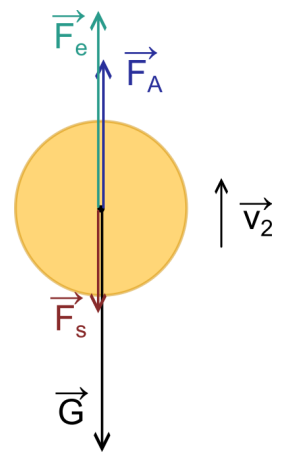
összefüggéssel számítható, ahol U a lemezekre kapcsolt feszültség, d pedig a lemezek távolsága.

Ha a kondenzátor lemezeire U feszültséget kapcsolunk, akkor annak a feltétele, hogy a cseppek állandó v_2 sebességgel felfelé mozogjanak (2. ábra):

$$\vec{G} + \vec{F}_A + \vec{F}_s + \vec{F}_e = 0$$

Ebben az esetben is a lefelé mutató irányt választjuk pozitívnak. A súrlódási erő a sebességgel ellentétes irányítású, vagyis lefelé mutat. Az előző levezetésből tudjuk, hogy $G - F_A = (\rho_{\text{csepp}} - \rho_{\text{levegő}})V \cdot g = \rho V g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$

$$\rho V g + 6\pi \eta r \cdot v_2 - Q \cdot E = 0$$



2. ábra.

Felhasználva, hogy $E = \frac{U}{d}$, a képletet az alábbi alakba írhatjuk át:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{Q \cdot U}{d} + 6\pi \eta r \cdot v_2 = 0$$

$$\frac{Q \cdot U}{d} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g + 6\pi \eta r \cdot v_2$$

Az előzőekben levezetett sugár képletét behelyettesítve a jobb oldali kifejezésekbe:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 18\pi \frac{\eta v_1 \sqrt{\eta v_1}}{\sqrt{2\rho g}}$$

$$6\pi \eta r \cdot v_2 = 6\pi \eta \sqrt{\frac{9\eta v_1}{2\rho g}} \cdot v_2 = 18\pi \frac{\eta v_2 \sqrt{\eta v_1}}{\sqrt{2\rho g}}$$

Az erők egyensúlyának feltétele tehát:

$$\frac{Q \cdot U}{d} = 18\pi(v_1 + v_2) \eta \sqrt{\frac{\eta v_1}{2\rho g}}$$

Innen az olajcsepp töltése kifejezhető, mint:

$$Q = 18\pi(v_1 + v_2) \cdot \frac{d}{U} \eta \sqrt{\frac{\eta v_1}{2\rho g}} = 18\pi d \frac{\eta \sqrt{\eta}}{\sqrt{2\rho g}} \cdot (v_1 + v_2) \frac{\sqrt{v_1}}{U}$$

Az alábbi állandókkal kiszámolhatjuk az olajcsepp töltésében szereplő állandó tagot:

A gravitációs gyorsulás: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

A levegő viszkozitása: $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

A síkkondenzátor fegyverzeteinek távolsága: $d = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Az olaj sűrűsége: $\rho_{\text{csepp}} = 875,3 \text{ kg/m}^3$

A levegő sűrűsége: $\rho_{\text{levegő}} = 1,3 \text{ kg/m}^3$

$$\Rightarrow \rho = 875 \text{ kg/m}^3$$

Ennek értéke:

$$18\pi \cdot d \cdot \frac{\eta \sqrt{\eta}}{\sqrt{2\rho g}} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ CV(m/s)}^{-3/2}$$

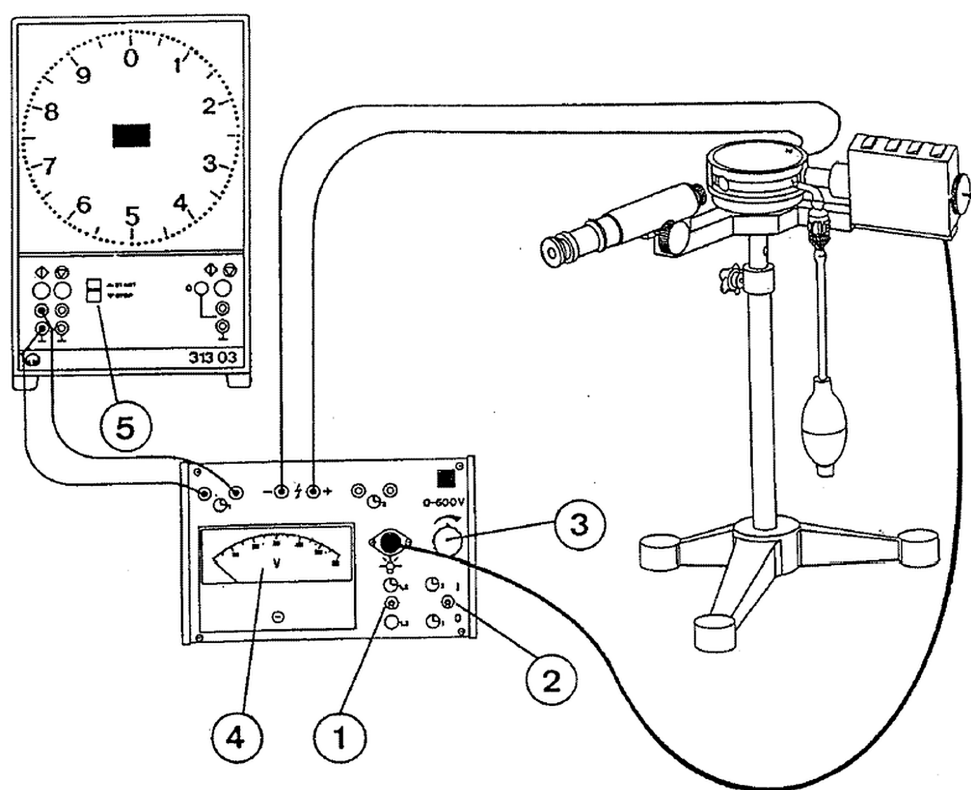
Végül a csepp töltésére kapjuk:

$$Q = 2 \cdot 10^{-10} \cdot (v_1 + v_2) \frac{\sqrt{v_1}}{U} [C]$$

Fontos! A kamera képe

A mikroszkóp miatt a képen látható „felfelé” és „lefelé” irányok nem egyeznek meg a valóságos irányokkal. A mérésnél vegyék figyelembe, hogy a képernyőn egy **fordított állású** képet láttok.

3. A kísérleti berendezés



3. ábra. Millikan-berendezés

Részei:

1. Kapcsoló a stopperóra áramkörének nyitására/zárására
2. Az energiaellátás kapcsolója
3. Potenciométer
4. Voltmérő
5. ON/OFF
6. Videókamera
7. Porlasztó

A mikroszkóphoz kapcsolt kamera segítségével, a cseppeket egy képernyőn láthatjuk.

4. A mérés menete

A Millikan-berendezés segítségével az olajcseppek elektromos töltését **dinamikus módszerrel** fogjuk meghatározni, vagyis amikor az olajcsepp elektromos térben v_2 sebességgel mozog.

- Elektromos tér nélkül meghatározzuk a csepp v_1 esési sebességét.
- Ezt követően a kondenzátor fegyverzeteire U feszültséget kapcsolunk, mely hatására az elektromosan töltött csepp felfelé kezd emelkedni. Meghatározzuk a csepp v_2 emelkedési sebességét. (A sebességeket **nem közvetlenül** mérjük meg. Azt mérjük, hogy a cseppnek mennyi időre van szüksége egy ismert távolság megtételéhez.)

FONTOS: A sebességmérést mindkét irányban **ugyanazon a cseppen** végezzük. A mérést több olajcseppre megismételjük.

1. Kapcsoljuk be a berendezést, a kamerát és a monitort. Ellenőrizzük, hogy a skála és az olajcseppek képe jól látható-e.
2. Kapcsoljunk feszültséget a kondenzátorra, és a potenciométerrel állítsunk be körülbelül $U = 50\text{--}70$ V értéket. Jegyezzük le az értéket majd kapcsoljuk ki.
3. A porlasztó gumilabdája segítségével juttassunk olajat a Millikan-kamrába.
4. A kondenzátoron a feszültség legyen nulla ($U = 0$), és válasszunk ki egy jól látható, elkülönülő cseppet. Olyan csepp a legalkalmasabb, amely lassan süllyed, nagyjából 1–2 beosztást tesz meg másodpercenként.
5. Mérjük meg mennyi idő alatt (t_1) tesz meg a csepp egy bizonyos távolságot (x_1) (minimum 10 beosztás)
6. Miközben tovább figyeljük a cseppet, kapcsoljunk feszültséget a kondenzátorra.
7. Most is mérjük meg mennyi idő alatt (t_2) teszi meg ugyanaz a csepp egy bizonyos távolságot (x_2) (minimum 10 beosztás)
8. Jegyezzük fel a mért U , x_1 , t_1 , x_2 , t_2 értékeket a táblázatba.
9. Válasszunk egy újabb olajcseppet, és ismételjük meg a mérést. Célszerű legalább 6–8 különböző csepp töltését meghatározni. Ha az idő engedi, ennél több mérés még szemléletesebbé teszi a töltés kvantáltságát.

4.1. A skála átváltása valódi távolságra

Az eredeti berendezés kalibrációja szerint x beosztásnak a következő valódi távolság felel meg:

$$s = \frac{x}{1,875} \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

A sebességeket a valódi távolság segítségével számoljuk ki:

$$v = \frac{s}{t}$$

5. Mérési adatok feldolgozása

Minden cseppre először kiszámoljuk a megtett távolságokat:

$$s_1 = \frac{x_1}{1,875} \cdot 10^{-4} \text{ m,} \quad s_2 = \frac{x_2}{1,875} \cdot 10^{-4} \text{ m,}$$

amelyek a segítségével meghatározzuk a sebességet:

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1}, \quad v_2 = \frac{s_2}{t_2}.$$

A sebességek és az alkalmazott feszültség segítségével kiszámoljuk az olajcsepp elektromos töltését:

$$Q = 2 \cdot 10^{-10} \cdot (v_1 + v_2) \frac{\sqrt{v_1}}{U} [\text{C}].$$

A kapott Q értékeknek közelítőleg az elemi töltés egész számú többszöröseinek kell lenniük:

$$Q = N \cdot e, \quad N = 1, 2, 3, \dots$$

Ha az N egész számot az összes mérési eredmény alapján meghatároztuk, akkor az adott mérésből kapott elemi töltés:

$$e_i = \frac{Q_i}{N_i}.$$

A különböző olajcseppek töltése nem lesz azonos. Ha azonban a mérés jól sikerült, a kapott Q értékek **nem tetszőlegesek**. Ehelyett közelítőleg e , $2e$, $3e$, $4e$, ... értékek körül csoportosulnak. Más szóval:

$$Q = N \cdot e.$$

Ez a Millikan-kísérlet legfontosabb eredménye: **az elektromos töltés kvantált**.

A mérési eredményeket rendezzék növekvő sorrendbe. Minden Q_i értékhez becsüljétek meg, hogy az elemi töltés körülbelül hányszorosának felel meg. Ehhez számítsátok ki a Q_i/e_0 hányadost, majd kerekítsétek a legközelebbi egész számra. Az így kapott N_i érték segítségével számítsátok ki az egyes mérésekből adódó $e_i = Q_i/N_i$ értékeket, végül ezek átlagát.

A kísérletből kapott elemi töltés legyen ezek átlaga:

$$e_{\text{mért}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i.$$

Az eredményt hasonlítsátok össze az elfogadott értékkel: $e_{\text{irodalmi}} = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

	U (V)	x ₁ (beosztás)	t ₁ (s)	x ₂ (beosztás)	t ₂ (s)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)	Q (C)	N _i	e _i (C)	$\bar{e}$ (C)
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
...											