Furfangos feladatok:

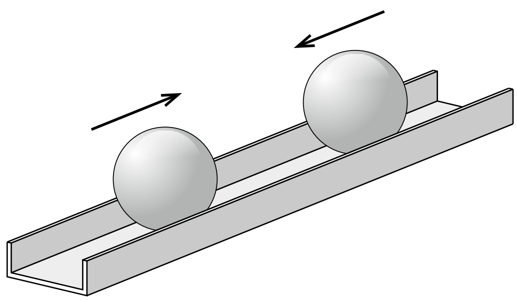
1. feladat. Egy fiú $v = 5$ m/s sebességgel észak felé fut egy befagyott nagy tó teljesen sima jegén. A cipőtalpa és a jég között a csúszási és a tapadási súrlódási együttható megegyezik, értéke $\mu = 0{,}1$. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a fiú által a jégre kifejtett függőleges irányú nyomóerő (ami a valóságban időben változó) helyettesíthető az átlagértékével.

a) Legalább mennyi időre van szüksége a fiúnak ahhoz, hogy észak felé mutató sebességét v nagyságú keleti irányúra változtassa?

b) Milyen pályán kanyarodik a fiú ebben az optimális esetben?

Útmutatás. A feladat többféleképpen is megoldható. Az egyik lehetőség a kanyarodás vizsgálata a v_x–v_y koordináta-rendszerben. Egy másik jó ötlet a jéghez képest egy alkalmas irányban mozgó inerciarendszer használata.

2. feladat. Az ábrán látható vízszintes, szögletes U-alakú vályúban két 5 cm átmérőjű biliárdgolyó tisztán gördül egymás felé azonos 0,6 m/s sebességgel. A vályú elegendően mély, tehát a golyók csak a vályú felső peremén gördülnek. A golyók ütközése tökéletesen rugalmas, amit úgy kell érteni, hogy a pillanatszerű ütközéskor a golyók tömegközéppontjai sebességet cserélnek, de közben nem változik meg a golyók szögsebessége. (A gördülési ellenállástól, a légellenállástól és a golyók egymás közötti súrlódásától tekintsünk el.)



a) Mekkora legyen a vályú szélessége, hogy a golyók másodszor is ütközzenek?

b) Mekkora sebességgel ütköznek a golyók másodszor, ha a vályú szélessége 4 cm?

c) A 4 cm széles vályú esetében mennyi idő telik el az első és a második ütközés között, ha a golyók és a vályú közötti csúszási súrlódási együttható 0,2?

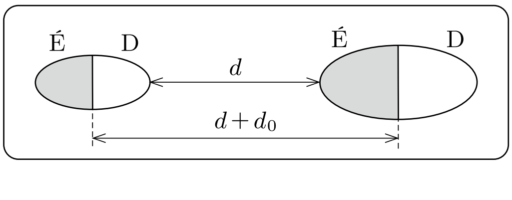
d) A vályús feladat határeseteként elemezzük a biliárdasztalon tiszta gördüléssel mozgó golyók egyenes ütközését!

Útmutatás. Közvetlenül az első ütközést követően – mivel a golyók csúsznak a vályú peremén – a súrlódás lassítja mind a golyók transzlációs mozgását, mind pedig a szögsebességüket. A megoldás kritikus pontja a golyók mozgásállapotának megállapítása, amikor már újra csúszás nélküli tiszta gördüléssel haladnak. A perdületmegmaradás törvénye hasznos lehet a megoldás során.

3. feladat. Egy lefelé haladó mozgólépcső alja és teteje között a szintkülönbség $h = 20$ m. Egy $m = 50$ kg tömegű, izgága fiú felszalad a mozgólépcső aljától a tetejéig. A fiú lépcsőfokokhoz viszonyított (átlag)sebessége másfélszer akkora, mint a mozgólépcső haladási sebessége. Mennyi munkát végez a fiú? Mire fordítódik a befektetett munka?

Útmutatás. A naiv válasz, miszerint a fiú által végzett munka $mgh = 50 \cdot 9{,}81 \cdot 20$ J $= 9{,}81$ kJ, bár első pillanatban logikusnak tűnik, azonban hibás.

4. feladat. Két mágnest egymástól bizonyos d távolságban egy vízszintes, nagyon csúszós síklapra helyezünk. Ekkor a két test tömegközéppontja (a véges méretük miatt) d-nél messzebb, valamekkora $d + d_0$ távolságban lesz egymástól. A mágneseket olyan helyzetben tartjuk, hogy egymásra csak vonzóerőt fejtsenek ki, forgatónyomatékot nem.



Ha az egyik mágnest elengedjük, az 0,6 s múlva ütközik a másik (mindvégig rögzítetten tartott) mágnesnek. Ha ugyazezt a másik mágnessel tesszük, az összeütközésig 0,8 s telik el. Mennyi idő alatt csapódik egymásnak a két mágnes, ha mindkettőt egyszerre engedjük el?

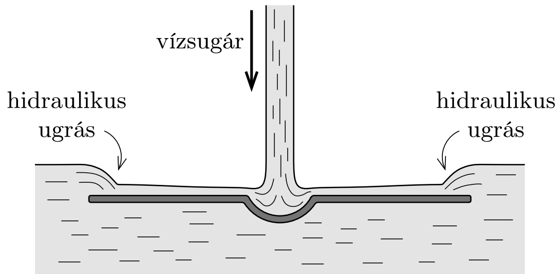
Útmutatás. Alkalmazzuk az energia- és az impulzusmegmaradás törvényét! A mágnesek kölcsönhatási energiáját nem szükséges expliciten megadnunk, elegendő annak ismerete, hogy ez az energia a mágnesek távolságának valamilyen (elvben kiszámítható vagy méréssel meghatározható) függvénye.

5. feladat. Egy személyautó fogyasztása 4 liter/100 km, ami azt jelenti, hogy a gépkocsi 100 km út megtételéhez 4 liter üzemanyagot használ el. Adjuk meg ugyanennek az autónak az üzemanyag-fogyasztását SI mértékrendszerben! Próbáljunk szemléletes jelentést találni a fogyasztásra ebben a mértékegységben.

Útmutatás. Az üzemanyag-fogyasztás átváltása nem okozhat gondot. Az SI-ben megadott fogyasztás szemléletes jelentésének megtalálása némi fantáziát igényel.

6. feladat. Egy körülbelül 10 cm átmérőjű és nagyjából 0,2 mm vastagságú rézkoronggal kísérletezünk. (Más anyagokból, például vasból vagy alumíniumból készült korongok is alkalmasak lehetnek ugyanerre a célra.) A korong közepén egy 15-20 mm átmérőjű és 2-3 mm mélységű bemélyedést (horpadást) hozunk létre. Ha a korongot óvatosan a víz felszínére helyezzük, akkor a vastagságától függően a korong vagy elmerül (hiszen a fém sűrűbb, mint a víz), vagy nem merül el, hanem úszni fog.

Ezután tegyük a korongot a víz felszínére úgy, hogy közben viszonylag erős, függőleges vízsugarat eresztünk a korong közepén lévő bemélyedésre. A korongot elengedve azt vesszük észre, hogy annak ellenére, hogy a vízsugár lefelé nyomja a korongot, az mégsem süllyed el, hanem stabilan úszik![1] Megfigyelhetjük, hogy a korong közepére becsapódó vízsugár vékony rétegben, nagy sebességgel szétterül, majd a korong szélének közelében koncentrikusan egy hirtelen kiemelkedés jön létre, ahol a víz sugaras áramlása erősen lelassul (lásd az *ábrát*).



A létrejövő kiemelkedést *hidraulikus ugrásnak* nevezik, amit a vízfelszín éles, lépcsőszerű megemelkedése jellemez; az ugrásnál a víz mozgásának természete megváltozik.[2]

A korong közepén létrehozott bemélyedés szerepe mindössze annyi, hogy vízszintesen stabilizálja a korongot, vagyis így a függőleges vízsugár mindig a korong közepére csapódik.

Miért nem süllyed el a korong a becsapódó vízsugár keltette nyomásnövekedés hatására?

Útmutatás. A korong függőleges stabilitását a korong teteje és alja közötti nyomáskülönbség biztosítja, azonban a Bernoulli-törvényre alapozott magyarázat – miszerint a korong felett a víz gyors mozgása nyomáscsökkenéssel jár – hibás.

7. feladat. Egy függőleges tengelyű mérőhenger falába sok apró lyukat fúrtunk. A hengert H magasságig feltöltjük vízzel, melynek következtében a lyukakon (a mérőhenger falára merőlegesen) vékony vízsugarak lövellnek ki. Milyen alakú a vízsugarak burkolófelülete? (A vízsugarak nem akadályozzák egymást, és folyamatos utántöltéssel gondoskodunk a vízszint állandóságáról a hengerben.)

Útmutatás. A kilövellő vízsugarak alakja – a vízszintes hajítás pályagörbéjéhez hasonlóan – parabola. Határozzuk meg, hogy hol található az egyes parabolák fókuszpontja és vezéregyenese, majd alkalmazzuk a parabola geometriai definícióját.

A feladat koordinátageometriai módszerrel is megoldható. A vízsugarak pályaegyenlete másodfokú, megoldása diszkriminánsának elemzésével ia eljuthatunk a példa végeredményéhez.

[1] Erről az érdekes jelenségről *Egy elsüllyeszthetetlen korong* (An unsinkable disk) címmel cikk jelent meg a *Quantum* című folyóirat 1999. szeptemberi-októberi számában.

[2] A hidraulikus ugrást könnyen megfigyelhetjük, ha a konyhában lévő mosogató csapját kinyitva vízsugarat engedünk a mosogató aljára. Ha a vízsugár sima, vízszintes felületre csapódik, akkor a mosogató alján jól láthatjuk a szétterülő vékony vízréteget és a vízsugár körül koncentrikusan kialakuló hidraulikus ugrást. A hidraulikus ugrás fizikájának részletei még nem teljesen ismertek, a jelenség ma is kutatott.

Úgy is eljuthatunk a megoldáshoz, ha kihasználjuk azt a közismert tényt, hogy adott kezdősebességgel 45°-os szögben kell elindítanunk egy testet a vízszintes síkról, hogy legmesszebb érjen talajt.

8. feladat. Egy kalandparkban erősen megfeszített acélkábel vezet át a tó felett. A kábel majdnem vízszintes (a valóságban azért egy kicsit „lejt”), és még a legnagyobb belógása is sokkal kisebb, mint a teljes hossza. (Az izgalomra vágyók egy mozgócsiga segítségével a víz felett végigszáguldva átjuthatnak a tó egyik széléről a másikra.)
Hogyan lehetne – egyszerű eszközökkel – megmérni, hogy mekkora a kábel legnagyobb „belógása” (vagyis mekkora a legnagyobb eltérése a végpontjait összekötő egyenestől)?

Útmutatás. A kábel egyik végére faággal erősen ráütve transzverzális hullámot indíthatunk el. Ez a „jel” eljut a kábel másik végpontjáig, ott visszaverődik, és valamennyi idő múlva visszaérkezik az indítási helyre. Ezt az időt könnyen (akár egy mobiltelefon stopperével) meg tudjuk mérni, és ebből kiszámíthatjuk a kábel belógását.

9. feladat. Függőleges rés éles képét állítjuk elő lencsével egy ernyőn. Az ernyő párhuzamos a réssel, a nagyítás kétszeres. Ezután a rést függőleges síkban „előre döntjük” 45°-kal. Hány fokkal kell megdönteni az ernyőt, hogy újra éles kép keletkezzen rajta?

Útmutatás. Használjuk ki azt a tényt, hogy a lencse egyenest egyenesbe képez le.

10. feladat. Egy erősfalú tartály alsó részében szobahőmérsékleten a tartály térfogatának

a) 20%-ában,

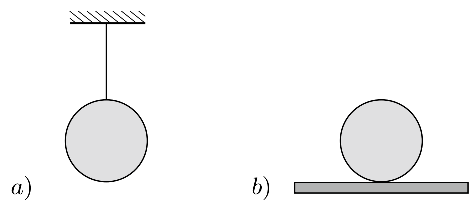
b) 80%-ában,

c) 32,6%-ában

víz, felette vízgőz található. A tartályt lassan melegíteni kezdjük. Milyen halmazállapot(ok)ban találjuk a tartályban a vizet növekvő hőmérsékleteken?

Útmutatás. A tartály lassú melegítésekor a víz nem kezd el „zubogva” forrni, hanem lényegében csak párolog, a rendszer mindvégig egyensúlyi állapotokat vesz fel. (Az ilyen eseteket kváziegyensúlyi folyamatoknak nevezzük.) Táblázati adatok felhasználásával vizsgáljuk meg, hogyan alakul a víz, illetve a telített gőz sűrűsége a hőmérséklet emelkedtével.

11. feladat. Két egyforma fémgömbbel ugyanakkora hőt közlünk. Az egyik (*a*) gömb hőszigetelő fonálon függ, a másik (*b*) hőszigetelő lapon nyugszik.



Két diák azon vitatkozik, hogy vajon melyik gömb hőmérséklete lesz magasabb a hőközlés után? Abban egyetértenek, hogy a fonálon függő gömb tömegközéppontja a hőtágulás miatt alacsonyabbra, a másik gömbé pedig magasabbra kerül. *János* szerint az egyforma gömbök hőkapacitása nyilván megegyezik, tehát a belső energiájuk ugyanakkora változására a hőmérsékletük ugyanannyival növekedne. A gravitációs helyzeti energiák megváltozása miatt viszont az *a*) esetben a közölt hőnél *több*, a *b*) esetben pedig *kevesebb* jut a belső energia növelésére, így a fonálon függő gömb hőmérséklete jobban emelkedik, mint az asztalon állóé – érvel János.
Tamás kételkedik ebben. Szerinte a gravitációs helyzeti energia megváltozása a belső energia változásához képest olyan kicsiny, hogy ha mégis figyelembe vesszük, akkor egyéb – hasonló nagyságrendű – hatásokat is számításba kellene vennünk. Sajnos ezt – megfelelő „fizikusi ismeretek” hiányában – Tamás nem tudja megtenni, de úgy látja, hogy János érvelése ellentmond a hőtan II. főtételének, tehát nem lehet helyes.
Melyiküknek van igaza?

Útmutatás. Képzeljük el, hogy egyetlen gömbbel olyan termodinamikai körfolyamatot valósítunk meg, amelyben először a *b*), majd az *a*) esetnek megfelelő állapotváltozás történik. Számítsuk ki, mekkora lenne ezen körfolyamat termodinamikai hatásfoka, ha Jánosnak mindenben igaza lenne. Hasonlítsuk össze ezt a hatásfokot a Carnot-körfolyamat hatásfokával!