Szociális hálózatok
és a vagyoneloszlás a társadalmakban

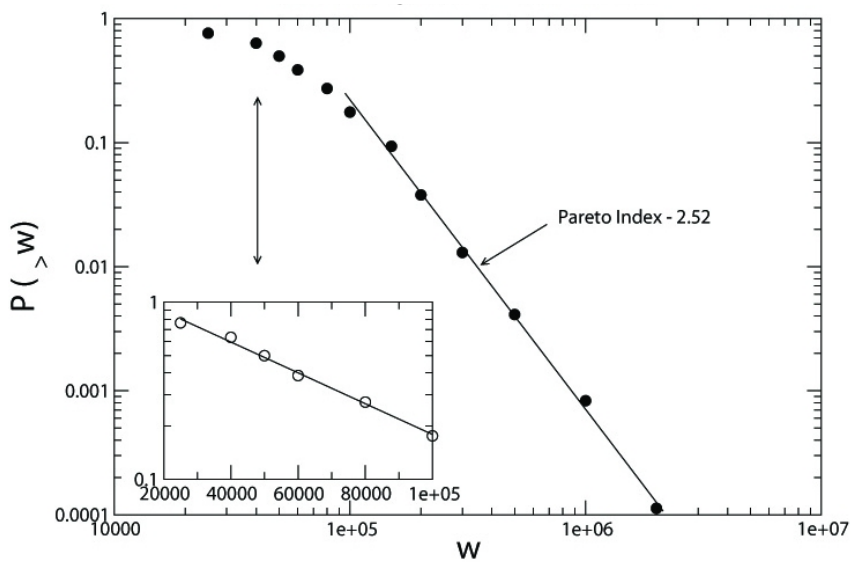
Néda Zoltán

Babeş-Bolyai Tudományegyetem
Elméleti Fizika Tanszék

Világunkban létező hálozatok közül, talán számunkra a legnyilvánvalóbbak a mindennapi életünket meghatározó és befolyásoló szociális hálozatok. Ezen szociális hálozatok meghatározzák a családi kötelékeinket, a személyi kapcsolatainkat, baráti társaságunkat és a szociális illetve gazdasági életben levő dinamikát. Ezen szociális hálozatokon egyes mérhető vagy nem mérhető mennyiségek szoros kapcsolatban állnak a haló toplogiájával. Sok esetekben a háló strukturája ezen mennyiségeknek a hálón való optimizációjával alakul ki. Ilyenformán úgy gondoljuk, hogy léteznek úgynevezett „rejtett paraméterek" amelyeknek az optimizációjára törekszünk, és ez az optimizációs folyamat az, amely a háló strukturáját változtatja és egy dinamikus egyensúlyi strukturát eredményez. A jelen dolgozat keretében a szociális háló strukturája és a társadalmakban megfigyelhető vagyoneloszlás kapcsolatát fogjuk vizsgálni. Kimutatjuk, hogy a társadalomban megfigyelhető vagyoneloszlás szoros kapcsolatban van azon szociális haló topologiájával és erősségével, amelyen a vagyon-csere folyamata létrejön. Célunk a jólismert Pareto törvény igazolása hálóelméleti meggondolások alapján, majd a mért Pareto exponensnek a korrelálása a háló tulajdonságaival. Egy egyszerű családi-kapcsolat modell segítségével megmutatjuk, hogy a családi-kapcsolat háló szorosan kötödik a családi vagyoneloszláshoz, és egy olyan modellt illetve dinamikát javasolunk amely úgy a helyes vagyoneloszlást mind a családi kapcsolathálót sikeresen generálja.

Vilfredo Pareto közgazdász a XIX. század közepén felfigyelt egy általános jellegű törvényszerűségre a különböző társadalomakban levő vagyoneloszlást illetően [1]. Észerevételei és mérései alapján a társadalom felső (gazdagabb) 5-10%-ra igaz, hogy a vagyonok kummulativ eloszlása hatványfüggvény szerint csökken. Ez azt jelenti, hogy annak a $P(>w)$ valószínűsége, hogy egy családnak (vagy egyénnek) a vagyona nagyobb mint egy megadott w érték, egy monoton módon csökkenő hatványfüggvénnyel írható le: $P(>w) \sim w^{-\alpha}$. A hatványfüggvényt jellemző α exponenset Pareto exponensnek nevezzük. A Pareto törvényt úgy is kimondhatjuk, hogy sorba rakva a társadalom tagjait vagyonaik szerint (első a leggazdagabb, második a következő gazdagságú egyén, ….stb…), a sorindexet a vagyon függvényében ábrázolva egy csökkenő hatványfüggvényt kapunk. Érdemes itt megjegyeznünk, hogy a Pareto törvény egy sokkal általánosabb törvénynek a Zipf törvénynek egy speciális esete. A Zipf törvény értelmében nagyon sok természeti és szociális jelenség eredményez hatvényfüggvény eloszlást (városoknak a lakossága szerinti eloszlása, folyók hozamának az eloszlása, földrengések méreteinek az eloszlása stb…). A Pareto törvényt ezért sok helyen Pareto-Zipf törvény néven is emlegetik.

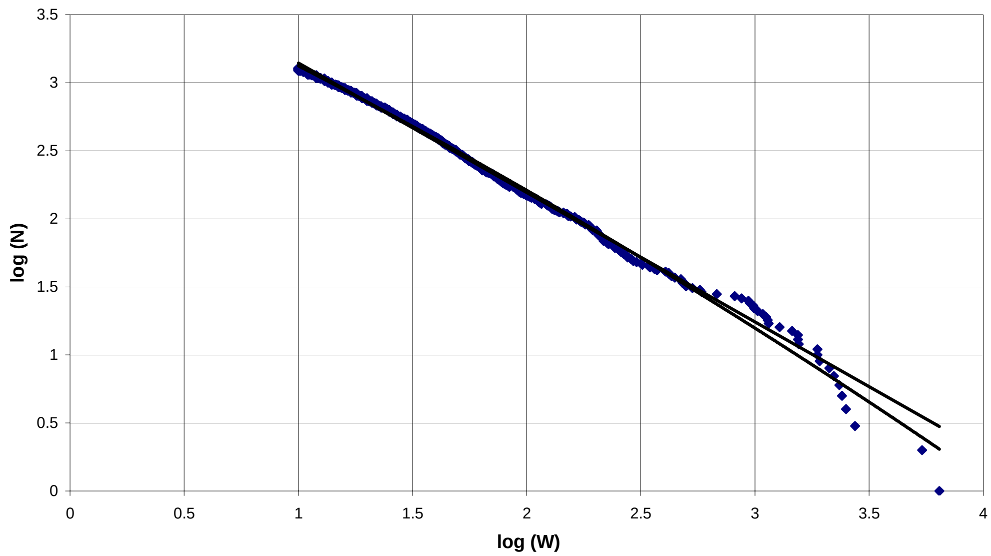
Amint ezt már ez előbbiekben említettük a Pareto törvény nem az egész társadalomra, hanem csak a társadalom nagyon gazdag rétegeire (felső 5-10% a vagyonok alapján) érvényes. A társadalom szegényebb rétegeire ezen $P(>w)$ kummulativ eloszlás nem hatványfüggvény, hanem egy exponenciálisan csökkenő függvény. Az 1. ábrán ábrázoljuk ezen kummulativ eloszlás függvény általános alakját. Ezen az ábrán a 2000-es évre a Nagy-Britaniában mért $P(>w)$ kummulativ vagyoneloszlást ábrázoltuk log-log skálán (a log-log skála azt jelenti, hogy úgy az abcissza mind az ordináta tengely is logaritmikus). Ezen a logaritmikus skálán a hatványfüggvény egy negatív iránytényezőjű egyenes lesz, amelynek a meredeksége a hatványfüggvény exponensét adja. Az 1. ábrán szépen megfigyelhető, hogy a társadalom gazdagabb rétegére ***P(>w)*** hatványfüggvény viselkedést (fizikus szóhasználattal élve: skálázást) mutat es ezen társadalomra mért Pareto exponens $\boldsymbol{\alpha=1.8}$ körül van. A társadalom kevésbé gazdag illetve szegényebb rétegeire a kummulativ eloszlásfüggvény exponenciális függvényyel írható le. Ezen exponenciális vislekedést az ábrán levő felnagyított tartományban szemléltejük, ahol egy log-normál skálát használtunk (A log-normál skálán az abcissza tengely normál, az ordináta tengely meg logaritmikus). Ezen a skálán az exponenciálisan csökkenő függvény szintén egy negatív irántényezőjű egyenes kell legyen, es ezt a mérési adatok szépen igazolják is.



1. ábra Kummulatív eloszlásfüggvény a Nagy-Británniában levő vagyoneloszlásra vonatkozóan, a 2000-es évi mérések alapján.

A Pareto törvény létét sok más társadalomban is igazolták. Pareto eredeti cikkeben [1] a XIX. századi Angliára mért adatok, a XVI-XIX. századi német fejedelemségekben mért adatok és számos olaszországi városra vonatkozó adatok (XVI-XIX század között) vannak ellemezve. A Pareto által meghatározott exponensek $\boldsymbol{\alpha=1.13\text{-}1.89}$ értékek között mozognak. Sok más társadalomra is igazolták a Pareto törvény hellyességét és megmérték a Pareto exponens értéket. A legrégebbi társadalom amit vizsgáltak az ókori egyiptomi társadalom volt. Abul-Magd [2] egy ókori egyiptomi város maradványain a házalapok méreteinek az eloszlását vizsgálta. Feltevése szerint a házak alapjainak a méretei arányosak a család vagyonával, így ezen mérésekből az egyiptomi társadalomban levő vagyoneloszlásra probált következtetni. Vizsgálatai során azt kapta, hogy a házalapok méreteinek a kummulatív eloszlása hatványfüggvény a gazdag családok határeseten, és ezáltal szépen igazolta a Pareto törvény érvényességét az ókori egyiptomi társadalom esetén. Ezen tanulmányok alapján, sajnos a Pareto exponenset nem lehetett megállapítani, ugyanis a házak alapjainak a nagysága habár arányos a család gazdagságával, ezen arányosság nem feltétlenül líneáris.

Hegyi Géza, a kolozsvári Babeş-Bolyai Tudományegyetem volt fizikus diákja, a XVI. századbeli (1550 körüli) magyar nemesség vagyoneloszlását vizsgálta a nemesi családok birtokában levő porták számának az összesítésével. A kummulatív eloszlásfüggvény szintén a Pareto törvényt igazolta, és a Pareto indexre $\boldsymbol{\alpha=1}$ körüli értéket szolgáltatott (2. ábra)

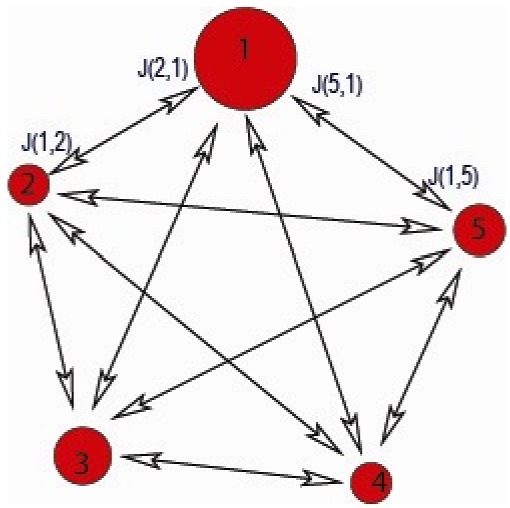


2. ábra Kummulatív eloszlásfüggvény a magyar nemesség vagyoneloszlására (a porták számának az alapján) az 1550-es évek körül.

Számos modern társadalomra is vizsgálták a Pareto törvény helyességét. A legtöbb adat nem a vagyonok eloszlására hanem az évi jövedelem eloszlására vonatkozik, ami azonban jól tükrözi a társadalomban levő vagyoneloszlást is. Megemlítjük itt Clementi és Galegatti [3] méréseit az olaszországi társadalomra az 1977-2002 –es időszakra vonatkozóan, Sinha mereseit [4] az indiai társadalom felső 1%-ra vonatkozóan a 2002-2004-es időszakban, illeteve Fujiwara méréseit [5] a Japán társadalomra az 1986-2000 –es időszakban. Ezen mérések alapján vegigkísérhető a Pareto exponensnek a váltakozása is az idő során. Japánban a különböző évekre végzett mérések ***α=1.8-2.1*** közötti Pareto exponens értékeket szolgáltattak, Olaszorszagban meg ***α=1.5-2*** közötti értékeket mértek. Az indiai társadalomban végzett mérések sokkal kisebb Pareto exponenst eredményeztek: ***α=1.0-1.23***. A Pareto törvény helyességét tehát számos régebbi és modernebb társadalmon elvégzett mérés is igazolja.

Egy elméleti közgazdász, matematikus, vagy akár fizikus számára ezen törvényszerűség megértése egy komoly kihívást jelent. Érdekes feladatnak tünik megérteni minek tulajdonítható ezen általános jellegű törvényszerűség, és mi határozza meg a Pareto exponens értékét. Fontos annak is a tisztázása, hogy milyen kapcsolatban van a Pareto exponens a társadalomra jellemző szociális hálokkal, és a háló milyen tulajdonságaira következtethetünk a Pareto exponens mérésével. A következőkben ezen kérdésekre probálunk választ keresni a modern statisztikus fizika és számítógépes fizika módszereit felhasználva.

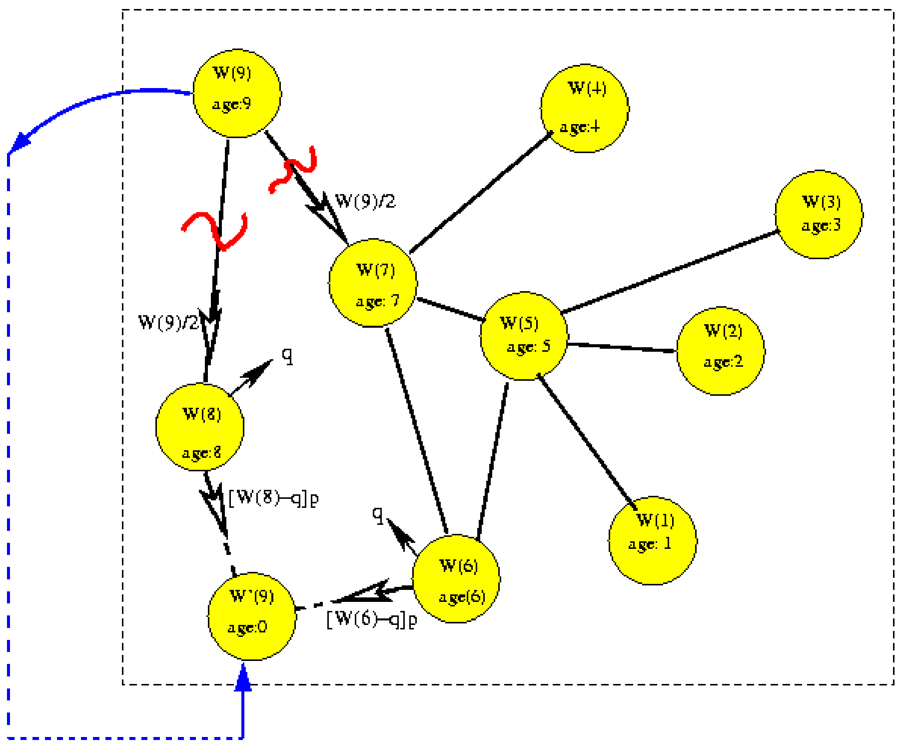
Először röviden ismertetünk egy átlagtér elméletet a probléma megközelítésére, majd egy realisztikusabb hálóelméleti modellt fogunk leírni és tanulmányozni . Az átlagtér elméletet Bouchod és Mezard francia statisztikus fizikusok dolgoztak ki [6]. A modellük alapján a társadalom tagjait egy háló csomópontjainak tekintjük, és a társadalombeli vagyoncsere a háló kötésein keresztül valósul meg. A 3. ábrán szemléltetünk egy leegyszerűsített társadalom-modellt, ahol a körök a társadalom tagjainak a vagyonát szemlélteti, és a vagyoncsere a társadalom bármely két tagja között létrejöhet. A valóságban persze nem egy teljesen összekötött hálózattal kell számolnunk, és a különböző kötéseken különböző nagyságú vagyonok cserélődhetnek annak függvényében, hogy az adott kötés milyen erősségű. Az átlagtér megközelítés lényege az, hogy egy teljesen összekötött hálozattal közelítjük meg a társadalmat és minden kötés erősségét hasonlónak tekintjük. Jelöljük a továbbiakban ezen átlagkötes erősségét ***J***-vel.



3. ábra Az átlagtér közelítésnél használt háló

Ha $\boldsymbol{w_i}$ –vel jelőljük az i-edik csomópont vagyonát, akkor ezen vagyon időbeli változására egy „násztersz-egyenletet” írhatunk fel. Ezen másztersz-egyenlet azt fejezi ki, hogy a $\boldsymbol{w_i}$ vagyonnak a változási sebessége multiplikativan függ a $\boldsymbol{w_i}$ vagyon nagyságától és a kötéseken (kapcsolatokon) kapott vagy leadott vagyon mennyiségétől ($\boldsymbol{dw_i/dt=\eta_i(t)w_i+J\ (w-w_i\ )}$, ahol $\boldsymbol{\eta_i(t)}$ egy nullás átlagú véletlenszerű változó, amelynek a szorása $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{w}$ meg a társadalomban levő átlagos vagyon). Kiindulva egy kezdeti tetszőleges vagyoneloszlásból megoldhatjuk a másztersz-egyenletet és meghatározhatjuk a vagyonok dinamikájat illetve a stacionárius, egyensúlyi vagyoneloszlást. A statisztikus fizikában és a véletlenszerű jelenségeknel használt Fokker-Planck egyenlet felírásával az egyensúlyi vagyoneloszlásra egy exponenciális eloszlást kapunk a kis vagyonok határesetében és egy hatványfüggvényt a nagy vagyonok hataresetére. A kummulativ eloszlás is hatványfüggvényszerű lesz nagy vagyonokra, ami által a Pareto törvény létét igazoltuk a modellünkben. A modell által szolgáltatott Pareto exponens: $\boldsymbol{\alpha=1+J/\sigma^2}$. A modellből azonnal levonható következeteés az, hogy minnél erősebben összekötött a háló, vagyis minnél nagyobb a ***J*** paraméter értéke, annál nagyobb Pareto exponenset kell mérnünk. A számunkra releváns haló összekötöttsege a gazdasági és társadalmi élet intenzitását fejezi ki. Látható, hogy az összes bemutatott kísérleti eredmény az átlagtér közelítés következtetéseit szépen igazolja. A középkorban mért Pareto exponensek értékei 1-hez nagyon közeliek, ami a gazdasági élet fejletlenségére utal. Az 1500-1600-as évek között a Németországra és Olaszországra mért Pareto exponensek ugyanakkor nagyobbak mint a magyarországi nemességre jellemző 1-hez nagyon közeli Pareto exponens, ami a nyugat-európai gazdasági élet hamarabbi kifejlődésére utal. A modern és pezsgő gazdasági élettel rendelkező társadalmakban a Pareto exponens értéke 2 körül mozog, ami a társadalmi hálókon egy lényeges vagyon-csere mechanizmusra utal. Észrevehető ugyanakkor, hogy a kevésbé aktív és erősen konzervatív indiai gazdasági élet körülményei között a Pareto exponens a mai napokban is 1-hez nagyon közeli maradt.

Az átlagtér közelítés mellett a Pareto törvény jobb megértése végett tekinthetünk egy olyan leegyszerűsített modellt is, amelyben a társadalmi háló szerkezete is tanulmányozhatóvá és modellezhetővé vállik. Ezen modell [7] keretében egy családi-kapcsolat hálót tekintünk, és ezen modellezzük a vagyon-csere folyamatát. Az egyszerűség kedvéért egy olyan idealizált társadalmat vizsgálunk melyben a családok száma (***N***) állandó, és amelyben az összvagyon értéke (***W***) rögzitett. Joggal vitatható, hogy egy adott társadalmon belül az összvagyon értéke növekszik, azonban ezen növekedés egy egyszerű inflációhoz vezet, és minden vagyont ezáltal egyszerűen visszaskálázhatunk úgy, hogy az összvagyon értéke konstans maradjon. Modellünkben a vagyoncsere folyamatát egy családi-kapcsolat hálón probáljuk leírni. Ezen családi-kapcsolat háló az elsőfokú családi kapcsolatokat jellemzi. Tekintsünk kiindulásképpen egy tetszőleges ***N*** csomópontú hálót, amelyben a csomópontoknak egy véletlenszerű ***w(i)*** vagyont adunk (4.ábra). Az egyszerűség kedvéért legyen ezen vagyon a kezdetben a [0,1] intervallumon véletlenszerűen elosztott.



4. ábra A családi-kapcsolat hálón alapuló modell dinamikája

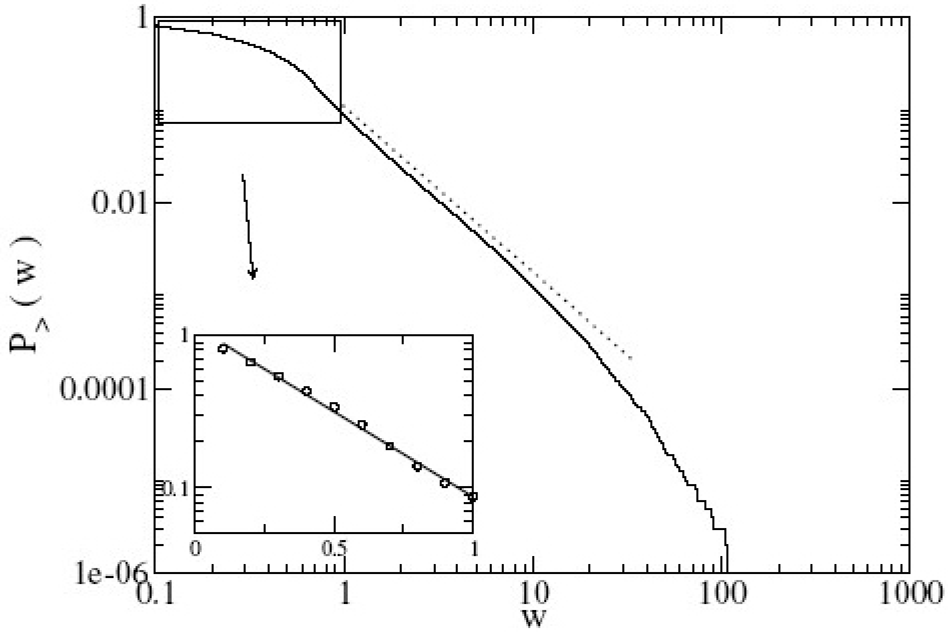
A vagyonukon kívül a csomopontokat a „koruk” is jellemzi. A csomopontok korai ***1***-tol ***N***-ig változik, a legöregebb az ***N***-es csomópont. A csomópontok vagyonainak illetve a háló strukturájának az evolucióját a következő valószerű törvények alkalmazásával nyerjük:

1. Minden időlépésben a legöregebb csomópontot kivesszük a rendszerből, és a vagyonát egyenlően szétosszuk azon csomópontok között amivel össze volt kötve.

2. A kivett csomópontot visszahelyezzük a rendszerbe ***0***-s korral és két olyan meglévő csomóponttal összekötjük amelynek a vagyona nagyobb mint egy előre lerögzített ***q*** érték. Az összekötött csomópontok vagyonaiból kivonjuk a ***q*** értéket, és ezt a ***q*** értéket preferenciálisan szétosszuk a társadalom tagjai (a csomópontok) között. A preferenciális szétosztás azt jelenti, hogy véletlenszerűen kiválasztunk egy csomópontot a rendszerben de ez a véletlenszerű kiválasztás a csomópontok vagyonaival súlyozottan történik. Ezáltal a csomópontok a vagyonaikkal arányosan részeszednek ezen szétosztott ***q*** vagyonokból. A két csomópont amelyhez az újonnan bejövő ***0-á***s korú csomópont kapcsolódik, a megmaradt vagyonainak egy ***p***-ed részét az újonnan bejövő csomópontnak adja.
3. Minden csomópont korát egységnyivel megnöveljuk.

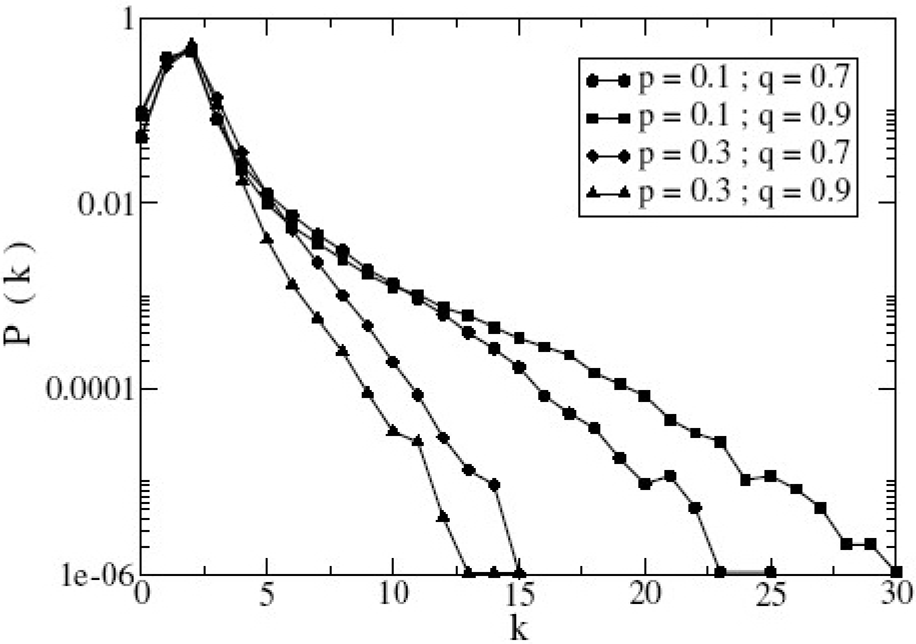
Az 1.-3. törvények nagyon sokszori egymásutáni alkalmazásával modellezzük a társadalomban végbemenő vagyoncsere dinamikát. Modellünkben a családok száma és az öszvagyon megmarad, ezáltal minimális számú parameterünk jellemzi a rendszer evolucióját. A lényeges paramétereink a ***p*** és ***q***. Bizonyítható, hogy a modell egy egyensúlyi, kezdeti eloszlástól független vagyoneloszláshoz és háló-topologiához vezet. A törvenyeink valószerű és lényeges vagyoncsere mechanizmusokat modelleznek a családi-kapcsolat hálón. Az 1.-es törvényünk egy család kihalását követő öröklési folyamatot modellezi, amelyben az elsőrendű rokonok között szétosszuk a megszünő család vagyonát. A 2.-es törvényünk egy új család megalakításának a folyamatát hivatott leírni. Egy új család megalakításához az szükséges, hogy két meglévő család egy-egy gyereket felneveljen. A gyerek felneveléséhez egy minimális nagyságú ***q*** vagyon szükséges. Ezen ***q*** vagyont a családok a társadalomnak fizetik be, a piacgazdaság keretei között azonban azon a családok akiknek nagyobb vagyona van nagyobb valószínűséggel részesednek ezen összegből. Egy nagyobb vagyonnal rendelkező család valószínűleg több üzleti érdekeltséggel rendelkezik, ezért ezen ***q*** értékből nagyobb arányban részesül. Ezt a tényt modellezi a ***q*** vagyonok preferenciális szétosztása. A megalakuló új családnak két azonnali kötése lesz a két családtagot felnevelő családdal. Ezen két szülői család ugyanakkor hozzájárul a megmaradt vagyonuknak egy ***p***-ed részével az új család megalapozásához. Ezen megalapozás nélkül az új családnak nem lenne lehetősége további vagyonszerzéshez, a preferenciális vagyonszétosztás miatt. A 3. törvény egyszerűen az öregedési folyamatot modellezi. Előfordulhat ugyanakkor, hogy a legöregebb csomópont (család) úgy hagyja el a rendszert, hogy egyetlen kötése sincs. Ilyen esetben a vagyonát szintén preferenciális módon szétosztjuk a többi csomópont között. Látható, hogy a fenti törvények főleg a modern társadalmakban uralkodó törvényszerűségeket modellezik. A nagyon szegény családok (melyeknek vagyona a ***q*** határnál kisebb) nem lesznek képesek újabb családokat alapítani. A fentebb értelmezett modell dinamikáját számítógéppel könnyen szimulálhatjuk és ezáltal vizsgálhatová vállik a csomópontok vagyoneloszlása és a kialakuló háló-struktura a ***p*** és ***q*** paraméterek függvényében.

A ***q*** és ***p*** paramétert realisztikusan megválasztva, a továbbiakban néhány szimulációs eredményt mutatunk be. Mivel a kezdetben a csomópontok vagyonai a [0,1] intervallumban vannak szétosztva, azonnal következik, hogy ahhoz, hogy a modell egyáltalán müködjön a ***q*** paramétert is ezen az intervallumon kell megválasztani. A ***p*** paraméter, ami azt jellemzi, hogy az új családot alapító családok a vagyonuknak milyen részét adják az újonnan alapított családnak, realisztikusan a ***0.1-0.3*** tartományban kell megválasztani. A modell által a ***p=0.3*** és ***q=0.7*** realisztikus értékekkel kapott egyensúlyi kummulatív vagyoneloszlást az 5. ábrán szemléltetjük:



5. ábra Vagyoneloszlás és Pareto törvény a családi-kapcsolat háló modellben

Ezen a log-log ábrán látható, hogy a kummulatív eloszlásfüggvény a ***p=0.3*** és ***q=0.7-0.9*** értékekre nagyon szépen megközelíti a modern társadalmakban mért görbe alakját (lásd 1. ábra). A nagy vagyonok határesetében a kummulativ eloszlásfüggvény hatványfüggvényszerűen viselkedik, a kis és közepes vagyonok esetén meg a valósághoz híven exponenciálisan csökken. A kummulativ eloszlásfüggvényből kapott ***α=1.8***-as Pareto exponens nagyságrendben jól egyezik a modern társadalmakban mért értékkel. Látható ugyanakkor, hogy a mérésekkel öszhangban a Pareto törvény a társadalom felső 5-10%-ára érvényes. A ***q*** értékének a növelésével a kapott Pareto exponens értéke is nő. Vizsgáljuk meg most a generált egyensúlyi hálozat topologiáját. A hálozatok strukturáját főleg a ***P(k)*** fokszám-eloszlás jellemzi. A fokszám-eloszlás megadja a csomópontokból kiinduló kötések számának az eloszlását, vagyis annak a valószínűség-sürűségét, hogy egy adott csomópontból ***k*** számú kötés induljon ki. A természetben található valóságos hálók többségére ez a fokszám-eloszlás egy hatványfüggvényszerű, úgynevezett skálafüggetlen viselkedest mutat. Példa erre az Internet, a színészi-kollaborációk hálója, a tudományos kollaborációk vagy hivatkozások hálója, a sejtbeli metabolikus hálók vagy akár a cégek közti gazdasági kapcsolatok hálója. Ezen hálók leírasa és modellelzése két magyar fizikus Albert Réka és Barabási-Albert László forradalmi munkásságanak [8] tulajdonítható. A hálóknak egy másik nagy csoportját az úgynevezett Poisson tipusú fokszám-eloszlású hálók alkotják, amelyek szintén két magyar származású matematikus Erdős Pál és Rényi Alfréd munkássága révén [9] vált közismertté. Könnyen meggyőzödhetünk, hogy a modellünk által generált családi-kapcsolat háló az Erdős-Rényi tipusú véletlenszerű háló, ugyanis az egyensúlyi fokszám-eloszlás Poisson tipusú. Néhány realisztikus ***q*** és ***p*** értékre a modellünk által generált háló fokszám-eloszlását egy linearis-log skálán a 6. ábrán szemléltetjük. Mivel ezen a skálán a fokszám-eloszlás farka jó megközelítéssel egyenes, a fokszám-eloszlás exponenciális, ami egy Erdős-Rényi tipusú véletlenszerű háló-strukturára utal.



6. ábra A fokszám eloszlás különböző p és q paraméterek értékére a családi-kapcsolat háló modellben

A 6. ábrán látható, hogy a csomópontok legvalószinűbb fokszáma 2.5 körül van, ami egy olyan családi-kapcsolat hálóra utal, ahol az elsőfokú családi kapcsolatok legvalószínűbb száma 2 és 3 között mozog. Ezen eredmény elég realisztikusnak tünik, és a modern társadalmi életben észlelt családi-kapcsolatokat jól jellemzi.

A modellünkön keresztül tanulmányozható a hálóstruktura és a vagyoneloszlás közötti kapcsolat és korreláció is. A modell értelmében a nagy vagyonok határesetében egy erős pozitív korreláció van a fokszám és a vagyon között. A pozitív korreláció azt jelenti, hogy a nagyon gazdag csomópontok sok kötéssel rendelkeznek. A kis- és közép-vagyonú csomópontok határesetében azonban egy fordított, negatív korreláció figyelhető meg a vagyon és a fokszám között. A modell evolucióját végigkisérve nyilvánvalóvá vállik a Pareto törvény kialakulásához vezető mechanizmus is. A családoknak a vagyon szerinti erős differenciálódása a háló-strukturán keresztül valósul meg. Azon családok, amelyek az elején kevés kötéssel (kapcsolattal) rendelekeznek lesznek azok, akik meggazdagodnak. Ezen családok vagyona a preferenciális nyereségen keresztül multiplikativen nő, és a vagyonukat a hálóstrukturán keresztül átörököltetik elsőfokú rokonaiknak.

Jelen dolgozatunkban tehát a szociális életünket meghatározó hálók és a társadalomban levő vagyonloszlás közötti kapcsolatot tanulmányoztuk. Két hálóelméleti modellen keresztül megmagyaráztuk a Pareto törvény létrejöttét. Láttuk, hogy a társadalmat jellemző háló, amelyen a vagyoncsere létrejön és a társadalomban észlelt vagyoneloszlás szorosan összefügg egymással. Azon társadalmakban ahol a társadalom tagjai közti vagyoncsere kicsi a Pareto exponens 1-hez közeli, azon társadalmakban meg ahol lényeges vagyoncsere mechanizmusok müködnek a Pareto exponens értéke megnő és inkabb 2-höz közeli értékeket vesz fel. A modern társadalmakban kialakuló családi-kapcsolat háló is lényeges kapcsolatban van a társadalomban észlelt vagyoneloszlással. A családi-kapcsolat hálót a családok vagyonai, mint rejtett paraméterek erősen befolyásolják. A háló egyensúlyi strukturája tehát szoros kapcsolatban alakul ki a hálon észlelt egyensúlyi vagyoneloszlással. Számos más szociális és gazdasági mutató illetve paraméter hasonló módon szerves kapcsolatban áll a társadalmi életben megfigyelhető hálóstrukturákkal. Ezen paraméterek mérésével fontos információkat kaphatunk a hálók strukturájára vonatkozóan és számos nehezen mérhető vagy jellemezehető szociális és gazdasági mennyiségre kaphatunk becslést. A modern gazdasági és szociális élet tanulmányozása, modellezése és leírása manapság tehát elképzelhetetlen az ezt meghatározó kapcsolat-háló figyelembevétele és jellemzése nélkül.

[1] *V. Pareto, Cours d'Economie Politique, vol. 2, Macmillian, Paris, 1897*
[2] A.Y. Abul-Magd, *Physical Review E,* vol. 66, 057104 (2002)
[3] F. Clementi and M. Gallegati, *preprint cond-mat*/0406385
[4] S. Sinha, *preprint cond-mat*/0502166
[5] Y. Fujiwara et al., *Physica A,* vol. 321, 598-604 (2003)
[6] J.-P. Bouchod, M. Mezard*; Physica A*, vol. *282, 536-542 (2000)*
[7] R. Coelho, Z. Néda, J.J. Ramasco. M.A. Santos, *preprint, megjelenés alatt Physica A, 2005*
[8] R. Albert és A.L. Barabási, *Rev. Mod. Phys.,* vol. 74, 47-97 (2002)
[9] P. Erdős és A. Rényi, *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.* vol. 5, 17-24 (1960)