

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

|                             |                                  |
|-----------------------------|----------------------------------|
| 1.1 Felsőoktatási intézmény | Babeş-Bolyai Tudományegyetem     |
| 1.2 Kar                     | Matematika és Informatika        |
| 1.3 Intézet                 | Magyar Matematika és Informatika |
| 1.4 Szakterület             | fizika                           |
| 1.5 Képzési szint           | alap                             |
| 1.6 Szak / Képesítés        | Fizika informatika               |

### 2. A tantárgy adatai

|                                          |                                        |           |   |                      |                   |                     |                       |
|------------------------------------------|----------------------------------------|-----------|---|----------------------|-------------------|---------------------|-----------------------|
| 2.1 A tantárgy neve (hu)<br>(en)<br>(ro) | Algebra<br>Algebra<br>Algebră          |           |   |                      |                   |                     |                       |
| 2.2 Az előadásért felelős tanár neve     | Lect. Dr. Şuteu-Szöllősi Ştefan Lucian |           |   |                      |                   |                     |                       |
| 2.3 A szemináriumért felelős tanár neve  | Lect. Dr. Şuteu-Szöllősi Ştefan Lucian |           |   |                      |                   |                     |                       |
| 2.4 Tanulmányi év                        | 1                                      | 2.5 Félév | 1 | 2.6. Értékelés módja | évközi ellenőrzés | 2.7 Tantárgy típusa | kötelező – kiegészítő |
| 2.8 A tantárgy kódja                     | MLM1101                                |           |   |                      |                   |                     |                       |

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

|                                                                                       |     |                      |    |                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|----------------------|----|-----------------------|-----|
| 3.1 Heti óraszám                                                                      | 4   | melyből: 3.2 előadás | 2  | 3.3 szeminárium/labor | 2   |
| 3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám                                                  | 56  | melyből: 3.5 előadás | 28 | 3.6 szeminárium/labor | 28  |
| A tanulmányi idő elosztása:                                                           |     |                      |    |                       | óra |
| A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása             |     |                      |    |                       | 20  |
| Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás        |     |                      |    |                       | 6   |
| Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása |     |                      |    |                       | 34  |
| Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)                                                  |     |                      |    |                       | 2   |
| Vizsgák                                                                               |     |                      |    |                       | 7   |
| Más tevékenységek: .....                                                              |     |                      |    |                       |     |
| 3.7 Egyéni munka össz-óraszám                                                         | 69  |                      |    |                       |     |
| 3.8 A félév össz-óraszám                                                              | 125 |                      |    |                       |     |
| 3.9 Kreditszám                                                                        | 5   |                      |    |                       |     |

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

|                     |                                                                                                                                                                                                                               |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4.1 Tantervi        | <ul style="list-style-type: none"> <li>Nincsen</li> </ul>                                                                                                                                                                     |
| 4.2 Kompetenciabeli | <ul style="list-style-type: none"> <li>Alapműveletek egész, valós, tört és komplex számokkal, első és másodfokú egyenletek megoldása, alapműveletek mátrixokkal, matematikai logika és halmazelméleti alapfogalmak</li> </ul> |

## 5. Feltételek (ha vannak)

|                                                       |                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei            | <ul style="list-style-type: none"><li>• Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó</li></ul> |
| 5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei | <ul style="list-style-type: none"><li>• Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó</li></ul> |

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Szakmai kompetenciák        | <ul style="list-style-type: none"><li>• C 4.1 Az informatika alapfogalmainak és alapelveinek, valamint a matematikai elméletek és modellek meghatározása</li><li>• C 4.2 Matematikai és számítógépes (formális) modellek értelmezése</li><li>• C 4.3 Valós feladatok megoldásához megfelelő modellek és módszerek meghatározása</li><li>• C 4.5 Különböző területekről származó formális modellek beépítése specifikus alkalmazásokba</li></ul>                                                                                                                |
| Transzverzális kompetenciák | <ul style="list-style-type: none"><li>• CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</li><li>• CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li></ul> |

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

|                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7.1 A tantárgy általános célkitűzése | <ul style="list-style-type: none"><li>• A tantárgy célja egyrészt a már gimnáziumban megismert algebrai struktúrákkal kapcsolatos alapfogalmak átismétlése, az ismeretek elmélyítése, másrészt a lineáris algebra alapjainak elsajátítása.</li></ul>                                                                                                                                                                                                                              |
| 7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései  | <ul style="list-style-type: none"><li>• A szemináriumok célja az előadáson bemutatott fogalmak begyakorlása explicit példákon, gyakorlófeladatokon keresztül, nagy hangsúlyt fektetve a diákok önálló munkájára.</li><li>• A bemutatott anyag elsajátítása mellett a diákok átfogó képet kaphatnak precíz, absztrakt matematikai levezetések metodikájáról is.</li><li>• Hangsúlyt fektetünk ugyanakkor a lineáris algebra és informatika kapcsolatainak feltárására is</li></ul> |

## 8. A tantárgy tartalma

|                                                                                     |                      |                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|------------------|
| 8.1 Előadás                                                                         | Didaktikai módszerek | Megjegyzések     |
| 1. Halmazok, relációk (rendezési és ekvivalencia relációk, partíciók) és függvények | Előadás              | [1], 1.1 fejezet |
| 2. Csoportok, részcsoporthoz, csoportmorfizmusok. Permutációk.                      | Előadás              | [1], 1.2 fejezet |

|                                                                                                       |         |                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------|
| 3. Gyűrűk, testek (részstruktúrák és morfizmusok). Polinomok.                                         | Előadás | [1], 1.3, 1.4 fejezet                   |
| 4. Kongruenciák modulo $n$ . A kínai maradéktétel, alkalmazások                                       | Előadás | [1], 6.2 fejezet                        |
| 5. Vektorterek és részterek, generált résztér. Lineáris függvények. Lineáris függőség és függetlenség | Előadás | [1], 1.5, 2.1.1 fejezet                 |
| 6. Bázis fogalma. Steinitz tétele. Dimenzió. Dimenzióképletek.                                        | Előadás | [1], 2.1.2 - 2.1.4 fejezet              |
| 7. Lineáris függvény mátrixa. Báziscsere                                                              | Előadás | [1], 2.1.5, 2.1.6 fejezet               |
| 8. Mátrix rangja. Invertálható mátrixok és determináns                                                | Előadás | [1], 2.2.1 - 2.2.4 fejezet              |
| 9. Lineáris egyenletrendszerek                                                                        | Előadás | [1], 2.3.1 - 2.3.2 fejezet              |
| 10. A kicserélési lemmán alapuló algoritmikus módszerek (1)                                           | Előadás | [1], 2.3.3 fejezet                      |
| 11. A kicserélési lemmán alapuló algoritmikus módszerek (2)                                           | Előadás | [1], 2.3.3 fejezet                      |
| 12. Sajátértékek és sajátvektorok. Triangularizálható és diagonalizálható mátrixok. Alkalmazások      | Előadás | [1], 2.4.1 - 2.4.4 fejezet              |
| 13. Euklideszi terek. Ortonormált bázis. Gram-Schmidt ortogonalizálás                                 | Előadás | [1], 2.6.1 - 2.6.5 fejezet              |
| 14. Alkalmazások informatikában és fizikában                                                          | Előadás | Számítógépes algebra bemutató (GAP [7]) |

#### Könyvészet

[1] Marcus A.: Algebra, Kolozsvári egyetemi kiadó, 2008.

[http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for\\_students/marcus\\_algebra.pdf](http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for_students/marcus_algebra.pdf)

[2] Crivei S.: Basic Abstract Algebra (2nd ed.), Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2003.

[3] Friedberg S.H., Insel A.J., Spence L.E.: Linear algebra (4th ed.), Pearson, 2002.

[4] Fried E.: Klasszikus és lineáris algebra, Tankönyvkiadó, Budapest 1974.

[5] Halmos P.: Véges dimenziós vektorterek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1984.

[6] Ion D.I., Radu N.: Algebra (ed.4), Editura Didactica si Pedagogica, 1990.

[7] GAP - Groups, Algorithms, Programming - a System for Computational Discrete Algebra,

<http://www.gap-system.org/>

| 8.2 Szeminárium / Labor                                                                               | Didaktikai módszerek | Megjegyzések       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|--------------------|
| 1. Halmazok, relációk (rendezési és ekvivalencia relációk, partíciók) és függvények                   | Feladatok megoldása  |                    |
| 2. Csoportok, részcsoporthok, csoportmorfizmusok. Permutációk.                                        | Feladatok megoldása  | GAP [7] használata |
| 3. Gyűrűk, testek (részstruktúrák és morfizmusok). Polinomok.                                         | Feladatok megoldása  | GAP [7] használata |
| 4. Kongruenciák modulo $n$ . A kínai maradéktétel, alkalmazások                                       |                      |                    |
| 5. Vektorterek és részterek, generált résztér. Lineáris függvények. Lineáris függőség és függetlenség | Feladatok megoldása  |                    |
| 6. Bázis fogalma. Steinitz tétele. Dimenzió. Dimenzióképletek.                                        | Feladatok megoldása  |                    |
| 7. Lineáris függvény mátrixa. Báziscsere                                                              | Feladatok megoldása  |                    |
| 8. Mátrix rangja. Invertálható mátrixok és determináns                                                | Feladatok megoldása  |                    |
| 9. Lineáris egyenletrendszerek                                                                        | Feladatok megoldása  |                    |
| 10. A kicserélési lemmán alapuló algoritmikus módszerek (1)                                           | Feladatok megoldása  |                    |
| 11. A kicserélési lemmán alapuló algoritmikus módszerek (2)                                           | Feladatok megoldása  |                    |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                     |                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|--------------------|
| 12. Sajátértékek és sajátvektorok. Triangularizálható és diagonalizálható mátrixok. Alkalmazások                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Feladatok megoldása |                    |
| 13. Euklideszi terek. Ortonormált bázis. Gram-Schmidt ortogonalizálás                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Feladatok megoldása |                    |
| 14. Alkalmazások informatikában és fizikában                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Feladatok megoldása | GAP [7] használata |
| Könyvészet<br>[1] Marcus A.: Algebra, Kolozsvári egyetemi kiadó, 2008.<br><a href="http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for_students/marcus_algebra.pdf">http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for_students/marcus_algebra.pdf</a><br>[2] Marcus A., Szántó Cs.: Általános algebrai feladatgyűjtemény, Lito UBB Cluj (1996), Erdélyi Tankönyvtanács (1997).<br>[3] Friedberg S.H., Insel A.J., Spence L.E.: Linear algebra (4th ed.), Pearson, 2002.<br>[4] Purdea I., Pelea C.: Probleme de algebra, EFES, 2005.<br>[5] B. Szendrei M., Czédli G., Szendrei Á.: Absztrakt algebrai feladatok, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985, 1988; JATE Press, Szeged, 1993, 1998; Polygon, Szeged, 2005. |                     |                    |

**9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.**

|                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott lineáris algebra bevezető tárgy hagyományos tartalmával.</li> <li>Bemutatjuk a lineáris algebra különféle informatikai alkalmazását.</li> </ul> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**10. Értékelés**

| Tevékenység típusa                                        | 10.1 Értékelési kritériumok                                                                                                                                                                       | 10.2 Értékelési módszerek                                                                                                                                                               | 10.3 Aránya a végső jegyben |
|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| 10.4 Előadás                                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>A gimnáziumi algebra anyagának ismerete</li> <li>Lineáris algebrával és algebrai struktúrákkal kapcsolatos alapfogalmak és alaptételek ismerete</li> </ul> | Évközi ellenőrzés, gyakori rövid írásbeli és szóbeli ellenőrzés formájában. Zárthelyi (a szemeszter felénél és végén)                                                                   | 90%                         |
| 10.5 Szeminárium / Labor                                  | Az előadás anyagának ismertetében tudjon megoldani témabeli (típus)feladatokat                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>Megoldott feladatokért plusz pontok</li> <li>Szemináriumi aktivitás pontozása</li> <li>Opcionális projekt elkészítéséért plusz pontok</li> </ul> | 10%                         |
| 10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei                  |                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                         |                             |
| A tárgy teljesítéséhez minimum 5-ös végső jegy szükséges. |                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                         |                             |

Kitöltés dátuma

2024. 03. 10.

Előadás felelőse

Lect. Dr. Ş. Szöllösi Ştefan

Szeminárium felelőse

Lect. Dr. Ş. Szöllösi Ştefan

Az intézeti jóváhagyás dátuma

2024. 04. 14.

Intézetigazgató

Conf. Dr. András Szilárd