

RAPORTARE STIINTIFICA
pentru grantul UEFISCDI PN-III-P4-ID-PCE-2020-0647

Metode de termodinamică statistică pentru studiul fenomenelor complexe

Rezumatul etapei

În cadrul activităților din anul 2021 s-au realizat toate obiectivele propuse. În acord cu planul de realizare a proiectului s-au construit bazele de date care se folosesc pentru studiile teoretice de modelare. Bazele acestora de date se pot consulta pe pagina de web a proiectului:

<https://atom.ubbcluj.ro/stacos/>

S-a efectuat o participare la o conferință internațională în domeniul econo-fizicii cu o prezentare orală:

Z. Neda, T.S. Biro, G. Toth, I. Gere, Sz. Kelemen, *The growth and reset model for social inequalities*, **11-th Polish Symposium on Physics in Economy and Social Sciences**, 01.07-03.07 2021, online webpage: <https://indico.fis.agh.edu.pl/event/69/>

Dincolo de obiectivele planificate:

1. S-a publicat un articol WOS cu IF: 3.26 în stricta tematică a proiectului, cu "acknowledgment" la proiect:

I. Gere, S. Kelemen, G. Toth, TS Biro and Z. Neda, *Wealth distribution in modern societies: Collected data and a master equation approach*, **Physica A - Statistical Mechanics and its Applications**, vol. 581, art. nr. 126194 (2021)

2. A fost acceptat spre publicare un articol WOS cu IF: 3.52 în domeniu înrudit cu cea a prezentului proiect, cu "acknowledgment" la proiect:

A. Gergely, Cs. Paizs, R. Totos and Z. Neda, *Oscillations and collective behavior in convective flows*, **Physics of Fluids**, accepted for publication 2021,
preprint: <https://arxiv.org/abs/2109.10286>

3. A fost trimis spre publicare un articol WOS cu IF: 3.56 în stricta tematică a proiectului.

I. Gere, Sz. Kelemen, TS Biro and Z. Neda; *Wealth distribution in cities. Transition from socialism to capitalism in view of exhaustive wealth data and a master equation approach*, submitted to **Frontiers in Physics**

Considerăm că toate obiectivele din 2021 au fost atinse.

Descrierea științifică și tehnica în extenso

Obiectivele proiectului pentru anul 2021:

Pentru 2021 în obiectivul O1 s-a propus colectarea de date privind sistemele complexe vizate: date despre avere în diferite societăți (T1.1), statistici de cutremure și fulgere (T1.2 - primele 3 luni), date despre abundența populației pentru sistemele biologice (T1.3). Pentru al doilea obiectiv, O2, s-a propus identificarea sistemelor complexe specifice care urmează să fie modelate pentru abordarea de tip "top-down" (T2.1) pe baza datelor disponibile de la O1. S-a propus construirea unui model evolutiv microscopic pentru distribuția averilor din societate (T2.2). Pentru O3 s-a propus definirea unor măsuri de complexitate legate de entropie (T3.1) și legarea acestuia de indicatorii socio-economici de inegalitate (T3.2). Livrabilele din plan erau datele de bază, modelarea respectiv trimiterea unor rezultate spre publicare și o participare la conferință.

1. Construirea bazelor de date (O1, T.1-3).

S-au cules datele vizate, și acestea au fost prelucrate într-o manieră unitară. Aceste baze de date se pot consulta pe pagina de web al proiectului:

<https://atom.ubbcluj.ro/stacos/>

Următoarele baze de date au fost culese/prelucrate pentru studiile noastre viitoare:

1. O bază de date originală, exhaustivă pentru **averi în comuna Sâncraiu**, județul Cluj. Prin colaborarea dintre Univ. Babeș-Bolyai și Primăria Sâncraiu s-au digitalizat datele din Registrele Agricole pentru anii 1961 și 1989. S-au secretizat și s-au extras datele de impozite pentru anul 2021, astfel s-a realizat și o estimare a averilor din anul 2021.
2. O bază de date exhaustivă prelucrată în mod unitar pentru **cutremurele înregistrate în California, Japonia și România**. Toate datele din literatura, existente în diferite scale diferite de magnitudini au fost uniformizate în scale energetice. Datele istorice pentru aceste trei regiuni s-au utilizat pentru modelări și statistici în vederea realizării proiectului.
3. O bază de date exhaustivă, uniformizată, pentru **distribuția spațială a tuturor arborilor cu diametru peste 10cm (la 1m înălțime) pentru insula Barro-Colorado**. Datele acestea le-am obținut din bunăvoința Institutului de studii tropicale "Smithsonian Tropical Research Institute".
4. O bază de date exhaustivă pentru distribuția intensității fulgerelor înregistrate într-o regiune din Finlanda. Datele au fost obținute de pe situl Institutului de Meteorologie din Finlanda, și conține datele care se vor utiliza de către noi.

2. Modelarea unor date obținute pe sisteme complexe. Distribuția de averi în societăți moderne și cele comuniste, folosind modelul de creștere cu resetare (O2, T2.1-2)

În cadrul proiectului de față ne-am propus realizarea unor studii pentru a înțelege anumite fenomene care se desfășoară în sisteme socio-economice, folosind metodologia și modelele fizicii statistice. Distribuția averii și a venitului sunt metrici des folosite pentru studierea inegalităților în sistemele socio-economice. Anterior acestui studiu, distribuția veniturilor a fost descris de către grupul nostru folosind date exhaustive obținute pentru județul Cluj, derivate din date complete de venit obținute de la C.A.S.-Cluj [1]. Abordarea aleasă pentru a modela distribuția venitului s-a bazat pe utilizarea metodei de tip ecuația "master" [2].

Având în vedere expertiza noastră anterioară în prelucrarea datelor, în modelarea generală a distribuțiilor caracteristice sistemelor complexe [3], ne-am propus să investigăm și să modelăm procesele complexe existente în sisteme sociale care duc la distribuțiile extrem de inegale în averi.

Metoda folosită este bazată pe ecuația "master" [3], descriind un proces stohastic de *creștere locală* cu o rată medie $\mu(x)$, și un proces de *resetare* cu o rată medie $\gamma(x)$, conducând la ecuația de evoluție :

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [\mu(x)\rho(x, t)] - \gamma(x)\rho(x, t) + \langle \gamma(x) \rangle \delta(x), .$$

Prin alegerea corectă a ratelor menționate, ecuația de evoluție ne conduce la distribuții staționare des observate în sisteme complexe, cum ar fi: distribuția normală, distribuția Tsallis-Pareto, distribuția exponențială etc. O vizualizare schematică a modelului de creștere locală și resetare globală (LGGR în continuare) este ilustrată în Fig.1.

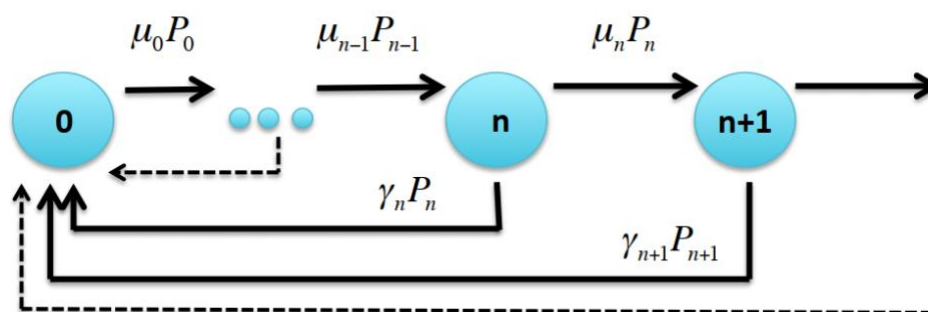


Figura 1: Reprezentarea schematică a modelului.

Metoda prezentată a fost folosită pentru a modela distribuția de averi în societăți moderne, în cazul SUA, Rusia și Franța. În acest caz, datele prelucrate în descrierea distribuției de avere au fost obținute din baza de date disponibil online, "World Inequality Database" (WID). În cazul de față, rata de creștere este direct proporțională cu valoarea averii indivizilor, iar rata de resetare apare sub forma unei funcții care permite existența indivizilor cu avere negativă (însemnând datoria).

Forma liniară a ratei de creștere a fost demonstrată cu ajutorul datelor reale, prin evaluarea creșterii de avere a miliardarilor între anii 2001-2019.

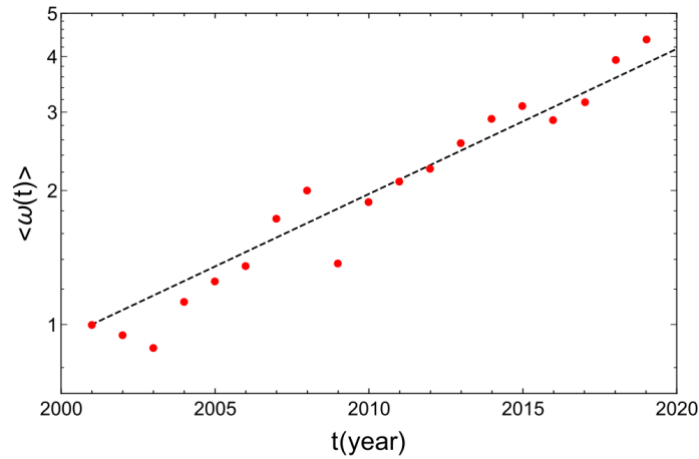


Figura 2: Creșterea în avere a miliardarilor. O creștere exponențială a averii față de valoarea inițială presupune o rată liniară de creștere.

Rata de resetare inteligentă folosită în model introduce în sistem fenomenul intuitiv după care indivizii încep viața cu avere mică, sau cu debite, iar la bătrânețe ies din sistem cu averi mai mari.

Rata de creștere și resetare în formă matematică se poate scrie:

$$\mu(x) = \sigma(x + b)$$

$$\gamma(x) = \sigma\left(k - \frac{\alpha}{x + b}\right),$$

După introducerea acestor rate în ecuația master, ajungem la următoarea distribuție staționară, cu doi parametri:

$$\rho_s(x) = \frac{\alpha^k}{\Gamma(k)} e^{-\frac{\alpha}{b+x}} (b+x)^{-1-k}.$$

În continuare, în Figurile 4 și 5 sunt prezentate distribuțiile de avere rescalate la valoarea medie a averii calculată din datele experimentale de la WID (SUA, Rusia și Franța).

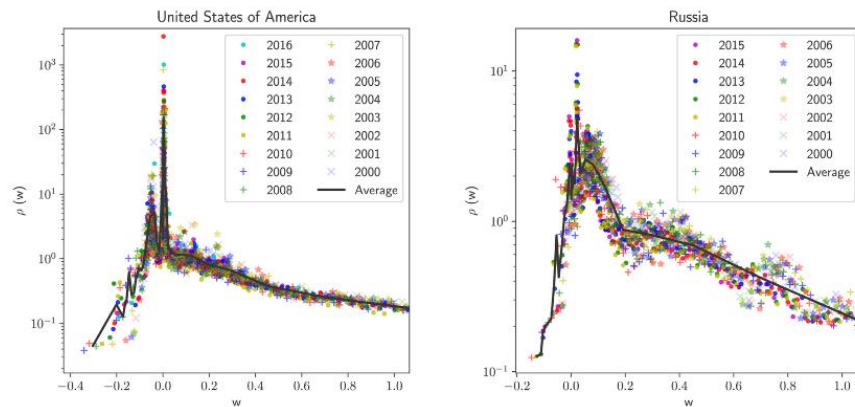


Figura 3: Distribuția de avere normalizată și rescalată cu valoarea medie a averii, pentru SUA și Rusia. În cazul acestor țări observăm valori negative pentru avere, însemnând că o parte a societății are datorii.

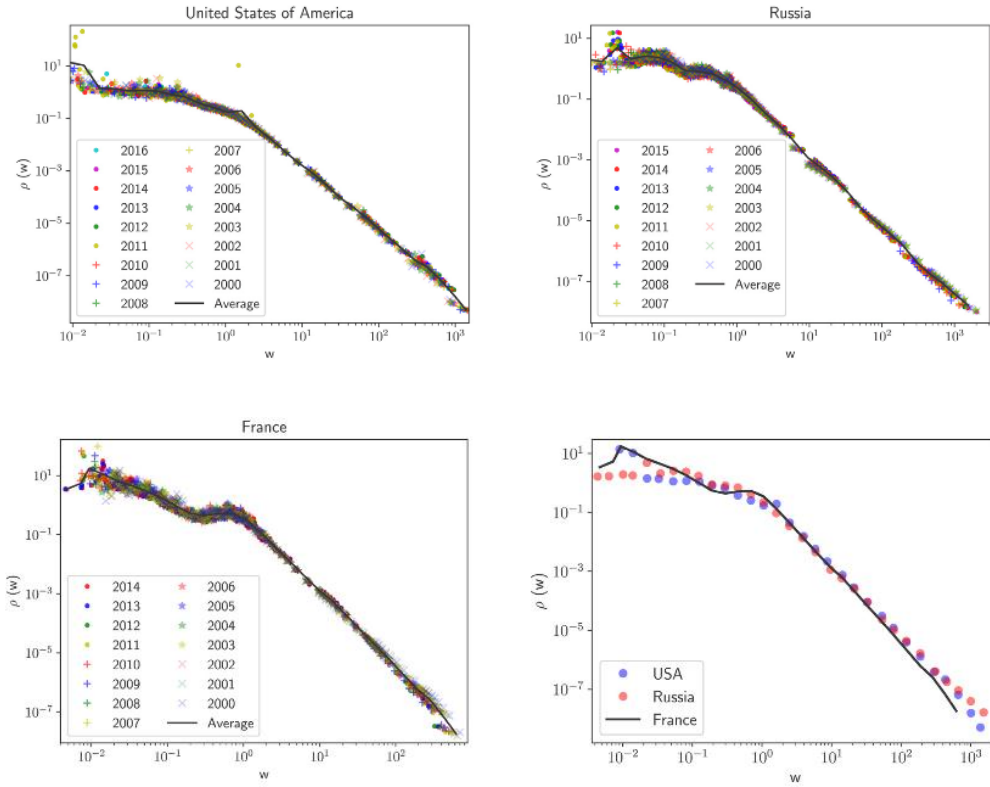


Figura 4: Distribuția de averi normalizate, arătat pentru valorile pozitive ale averii în Franța SUA, Rusia și Franța (scală logaritmică). Rezultate pe mulți ani consecutivi.

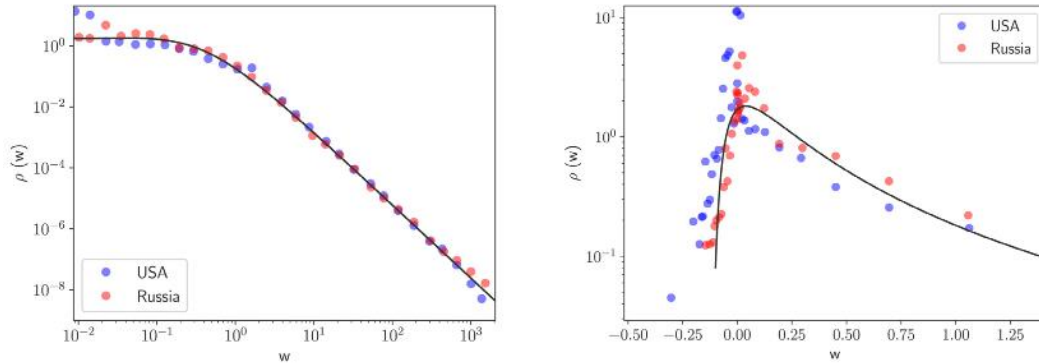


Figura 5: Distribuția medie pentru Rusia și SUA, fitat cu distribuția obținută din model.

În Figura 5 distribuțiile medii au fost fitate cu distribuția teoretică rescalată pe valoarea medie (teoretică) a averii, sub forma:

$$\rho(w) = \frac{a(a+1)^k(k-1)^k}{\Gamma(k)} e^{-\frac{(a+1)(k-1)}{1+aw}} (1+aw)^{-1-k}.$$

În cazul SUA și Rusia, rezultatele experimentale sunt descriși cu aceleași parametri de fitare: $a = 6.5$, $k=1.4$.

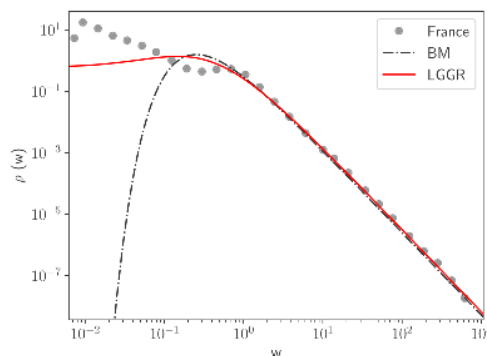


Figura 6: Distribuția averii rescalată, în cazul Franței, fitat cu distribuția obținută din modelul LGGR (roșu) și cu o alta distribuție cunoscută din literatură, distribuția propus de Bouchaud și Mezard [4].

După rescalarea cu valoarea medie a averii, distribuțiile pentru SUA și Rusia sunt similare și pot fi descrise cu aceleași parametrii. Acest fapt nu înseamnă universalitatea a parametrilor fiindcă în cazul Franței distribuția diferă, valoarea parametrilor de fitare fiind: $a = 7$, $k = 1.68$.

Succesul modelului LGGR pentru descrierea distribuțiilor averilor în societățile moderne au fost publicate în revista WOS *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* sub titlul: *Wealth distribution in modern societies: collected data and a master equation approach*.

În decursul acestui an s-a aplicat modelul LGGR și pentru descrierea unor rezultate de avere exhaustive obținute într-o comună din România. Datele au fost colectate din comuna Sâncraiu, (jud. Cluj) pentru trei ani cu situații economice foarte diferite. Averile au fost estimate folosind date extrase din Registrul Agricol al comunei Sâncraiu, din 1961, și din 1989 (Figura 7). Pentru anul 2021 averea a fost estimată din baza electronică de date pentru taxe locale (calculabile pe baza imobilelor și a terenurilor aflate în comună).



Figura 7: Registrele agricole din 1961 și din 1989.

Pentru a estima valoarea integrală a gospodăriilor, s-a luat în considerare, cu diferiți factori de pondere, fiecare categorie de bunuri posedate de către gospodării. Aceste bunuri sunt: clădiri, terenuri, animale, etc. Pentru estimarea averii totale au fost folosite 10 seturi diferite de parametri de ponderi.

Având la dispoziție date de avere din trei perioade diferite din punct de vedere economic, au putut fi comparate inegalitățile prezente în diferite regimuri politico-economice (pre-colectivizare, colectivizare și piața liberă). Din punctul de vedere a distribuției de avere s-au

observat desigur diferențe semnificative între comunism și capitalism, necesitând rate de creșteri și de resetare diferite pentru a modela datele experimentale.

Distribuțiile de avere pentru anii 1961 și 1989 au fost modelate cu modelul **LGGR** considerând o rată de creștere constantă și o rată de resetare liniară. Funcția de probabilitate de densitate a distribuției obținută în acest caz cu modelul LGGR este:

$$\rho_{s1}(x) = \sqrt{\frac{2}{k\pi}} e^{\frac{-x(x-2r)}{2k}} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{r}{\sqrt{2k}}\right) + 1 \right]^{-1}$$

Distribuțiile cu diferite ponderi a categoriilor de venitori pentru anii 1961, 1989 sunt indicate în Figura 8. cu puncte și cu bare de erori. Aceste bare de erori au fost estimate din valorile extreme a histogramelor obținute cu diferitele ponderi.:

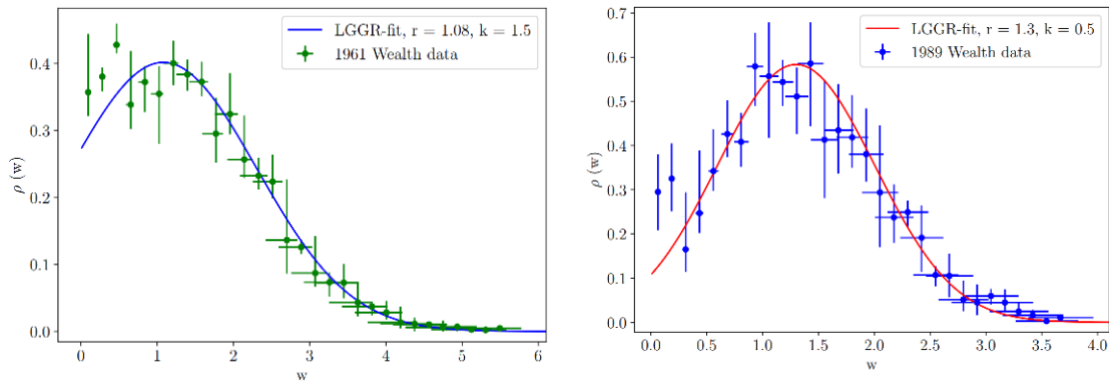


Figura 8: Densități de probabilitate normalizate pentru distribuția averilor în 1961 și 1989. Datele experimentale sunt indicate cu puncte și bare de erori. Linia continuă este fitul obținut cu densitatea de probabilitate ρ_{s1}

În cazul anului 2021 alegerea argumentată a ratelor (rata de creștere lineară și rată de resetare constantă) au condus la o densitate de probabilitate de tip Pareto-Tsalis:

$$\rho_{s2}(x) = \frac{\gamma}{\beta} \left(1 + \frac{x}{\beta}\right)^{-1-\gamma}$$

Datele experimentale obținute pentru diferite seturi de ponderi împreună cu distribuția ρ_{s2} obținut teoretic sunt prezentate pe Fig.9.

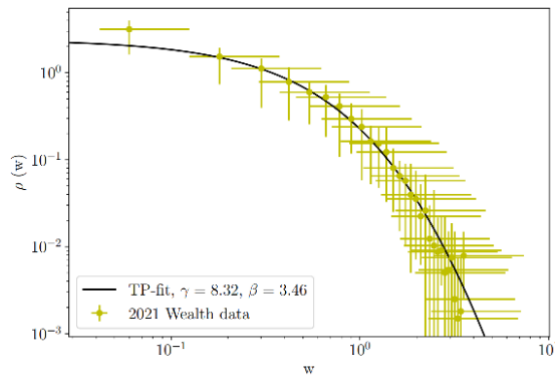


Figura 9: Densități de probabilitate normalizate pentru distribuția averilor în 2021. Datele experimentale sunt indicate cu puncte și bare de erori. Linia continuă este fitul obținut cu densitatea de probabilitate ρ_{s2}

S-au mai studiat pentru comuna Sâncraiu și mărimile socio-economice de inegalități consacrate atât prin intermediul datelor experimentale, cât și prin evaluarea rezultatelor teoretice. Curbele Lorenz caracteristice celor trei perioade diferite sunt prezentate pe Figura 10. Se poate observa iarăși faptul că modelul LGGR descrie bine și aceste curbe experimentale.

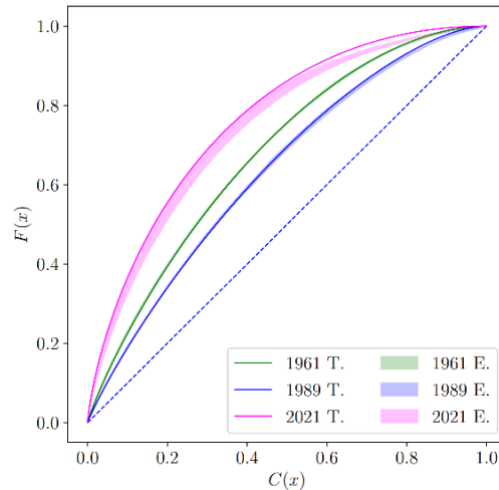


Figura 10: Reprezentarea inegalităților prin evaluarea experimentală și teoretică a curbelor Lorenz.

Celelalte metricile clasice de inegalitate: coeficientul Gini (G) și Punctul-Pareto (P) au fost, de asemenea, calculate atât experimental cât și teoretic.

Rezultatele sunt sumarizate în Tabelul 1.

Year	G		P	
	Exp.	Theo.	Exp.	Theo.
1961	[0.377;0.379]	0.356	[0.366;0.368]	0.374
1989	[0.304;0.315]	0.273	[0.390;0.395]	0.407
2021	[0.543;0.579]	0.531	[0.282;0.299]	0.305

Tabel 1: Metricile de inegalitate, coeficientul Gini (G), și punctul Pareto (P) pentru cei trei ani studiați. Coloanele cu rezultatele experimentale conțin valorile extreme obținute folosind 10 seturi de parametrii diferite.

Se poate observa că metodologia de modelare aplicată este una potrivită pentru studierea inegalităților în sistemele economice. Din coeficientul Gini se observă clar scăderea inegalităților în anii comunismului, și creșterea naturală a acestuia în economia de piață. Punctul Pareto era ridicat în anii comunismului și a scăzut în economia de piață.

*Rezultatele obținute în aceste studii au fost prezentate în manuscrisul: I. Gere, Sz. Kelemen, TS Biro and Z. Neda; *Wealth distribution in cities. Transition from socialism to capitalism in view of exhaustive wealth data and a master equation approach*, trimis spre publicare într-un volum special dedicat fizicii orașelor în: **Frontiers in Physics***

- [1] Derzsy N., Neda Z., Santos M. *Income distribution patterns from a complete social security database*. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications** 391 (2012) 5611–5619. doi:10.1016/j.physa.2012.06.027.
- [2] Gere I, Kelemen S, Toth G, Biro, TS, Neda Z. *Wealth distribution in modern societies: collected data and a master equation approach*. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications** (2021) 126194. doi:10.1016/j.physa.2021.126194.
- [3] Biro TS, Neda Z. *Unidirectional random growth with resetting*. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications** 499 (2018) 335–361. doi:10.1016/j.physa.2018.02
- [4] Bouchaud, J.P and Mezard, M. (2000) *Wealth condensation in a simple model of economy*, **Physica A: Statistical Mechanics and its applications**, vol. 282 (2000) 536-545

3. Studiarea inegalităților de venit între țări folosind măsuri de complexitate legate de entropie și legarea acestuia de indicatorii socio-economici de inegalitate (O3, T3.1-2)

Rezultatele anterioare publicate în anul 2020 arată că distribuțiile veniturilor din mai multe țări urmează o funcție Beta-Prime [1]. Ușoare diferențe sunt în același timp vizibile între țări (vezi panelul din stânga a Figurii 1.).

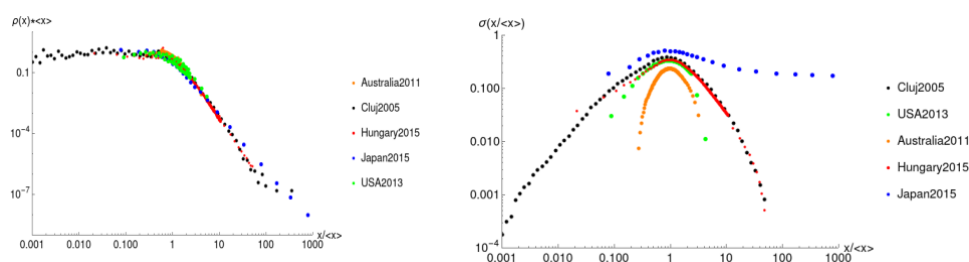


Figura 11. Distribuțiile veniturilor și a Gintropiilor pentru cinci țări diferite. Veniturile sunt normalizate la valorile medii (panelul din stânga). Distribuția veniturilor arată ușoare diferențe în limita veniturilor mari. Gintropy, construit din cumulatele distribuției de probabilitate și ale valorii ei așteptate [2], arată amplificarea diferențelor dintre veniturile diferitelor țări (panelul din dreapta).

Gintropy, o măsură introdusă de către noi [2], derivată din curba Lorenz și legată de entropie, foarte util pentru sistemele socio-economice, pare să accentueze aceste diferențe (panelul din partea dreaptă a Figurii 1.), similar cu metoda de tip "Preston plot" utilizat în studiul distribuțiilor de populații în biologie [3]. Aceste diferențe pot fi cuantificate prin calcularea divergenței Kullback-Leibler [4] între distribuțiile de gintropii pentru date diferite. Deoarece divergența Kullback-Leibler [4], funcționează cu distribuții definite pe același interval, datele experimentale au trebuit să fie ajustate la o funcție model pentru a le aduce la un interval comun de valori. Pentru funcția model am folosit funcția de Gintropie teoretică calculată din funcția de distribuție Beta-Prime introdusă în ecuația (20) din [1] (vezi partea stângă a Figurii 2.)

Pe baza distanțelor definite de divergențele Kullback-Leibler, țările pot fi grupate (în funcție de cât de apropiate sunt distribuțiile unele de altele) . O modalitate de grupare posibilă este atribuirea unei funcții de cost tuturor grupărilor posibile și selectarea celei care minimizează costul. Cel mai simplu mod de a defini funcția de cost în cazul nostru este prin însumarea distanțelor ($\sum_i^N d_i$) dintre țări dacă acestea apar în același cluster, în timp ce adunăm unu minus distanța ($\sum_i^N [1 - d_i]$) dacă nu sunt în același cluster. Această metodă oferă cea mai bună strategie de clusturare. Japonia apare separat de celelalte țări care se

pare că conform clusterizării noastre formează un grup separat (panelul din dreapta Figurii 2.). Aceste rezultate preliminare arată că utilizarea mărimii Gintropy, legat atât de entropie cât și de coeficientul Gini [2], este o măsură nouă, binevenită pentru caracterizarea inegalităților socio-economice.

De asemenea, se poate calcula, folosind aceeași metodologie, distanța gintropiilor fiecărei țări față de distribuțiile modelelor de gintropie analitice introduse în [2]. În acest fel, putem determina, de asemenea, tipul de economie din cele indicate în [2] pe care o țară îl imită cel mai bine.

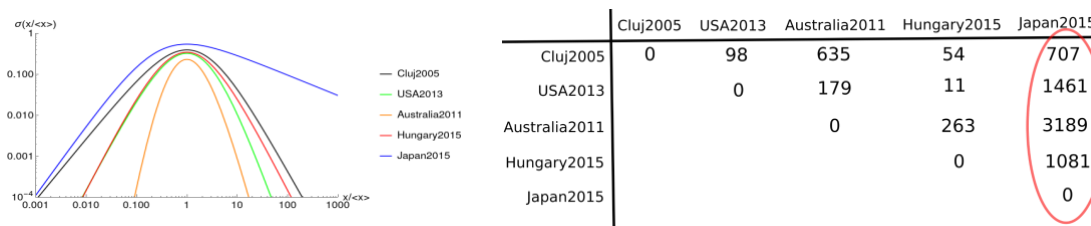


Figura 12. Funcții de gintropie adaptate pentru cele cinci țări și divergențele Kullback-Leibler pe perechi, între acestea. (Stânga) Ilustrarea funcțiilor de gintropie, calculate folosind distribuția Beta-Prime introdusă în ecuația (20) din [1], ajustată la datele experimentale. (Dreapta) Divergențe Kullback-Leiber între cele cinci țări selectate. Clusterizarea acestora conduce la o grupare în care Japonia este separată de altele. Acest lucru se poate observa și din faptul că toate distanțele față de Japonia sunt uriașe în comparație cu alte valori (vezi valorile înconjurate cu roșu).

[1] Nédá, Z., Gere, I., Biró, T. S., Tóth, G., & Derzsy, N. (2020). *Scaling in income inequalities and its dynamical origin*. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications** (Vol. 549, p. 124491).

[2] Biró, T. S., & Nédá, Z. (2020). *Gintropy: Gini Index Based Generalization of Entropy*. **Entropy** (Vol. 22, Issue 8, p. 879).

[3] Preston, F.W. (1948). *The Commonness and Rarity of Species*, **Ecology** vol. 29, pp. 254-283

[4] Kullback, S. and Leibler, R.A. (1951), *On information and sufficiency*, **Annals of Mathematical Statistics**, vol. 22, pp. 79-86

4. Comportări colective în dinamica fluidelor.

Este cunoscut [1,2,3] că în anumite condiții flăcările de difuzie prezintă o dinamică de oscilație stabilă. În lucrarea noastră [3], am studiat acest fenomen interesant prin investigarea experimentală și numerică a oscilației flăcărilor lumânărilor. Pentru a explica rezultatele noastre experimentale, am folosit o abordare de sistem dinamic care descrie reacția chimică care are loc în timpul arderii. Cu toate că predicțiile modelului nostru sunt în acord excelent cu rezultatele experimentale obținute, faptul că se observă o oscilație similară în coloanele convective (heliu) ridică posibilitatea ca rolul reacției chimice în formarea oscilației să fie doar acela de a crea un flux convectiv. Pentru a înțelege rolul fluxului convectiv în formarea oscilației flăcărilor de difuzie, s-a investigat experimental oscilația coloanelor convective de heliu și comportamentul colectiv al coloanelor de heliu care interacționează. O descriere analitică bazată pe hidrodinamică elementară a fost utilizat pentru a descrie oscilația obținută experimental.

Deoarece coloana de heliu folosită în experimentele noastre nu emite lumină vizibilă, coloana de heliu nu este observabilă în metodologia folosită în studiul flăcărilor lumânărilor unde s-a folosit doar o cameră video de mare viteză. Pentru a vizualiza fluxul de heliu, s-a folosit tehnica Schlieren. Tehnica Schlieren poate fi utilizată pentru a vizualiza gradientii mici ai indicelui de refracție. Datorită diferenței de indici de refracție dintre heliu și aer, metoda este foarte adecvată studiilor noastre. S-a construit două aparate Schlieren folosind oglinzi telescopice parabolice cu diametre de 15cm (distanță focală de 100cm) respectiv o oglindă cu diametrul de 25cm (distanță focală de 110cm). O diagramă schematică a dispozitivului construit cu oglinda de 25 cm este prezentat în Figura 13.

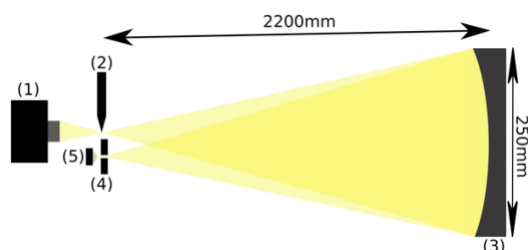


Figura 13: Desen schematic al configurației Schlieren utilizate. Sunt indicate următoarele elemente: (1) -camera rapidă, (2) -lama de ras, (3) -oglină parabolică, (4) -fantă circulară, (5) -diodă luminoasă ca sursă de lumină.

Coloana de heliu a fost introdus cu ajutorul duzelor de diferite diametre fabricate de noi utilizând o imprimantă 3D. Figura 14 prezintă componentele unei duze cu diametrul de 2 cm: elementul (a) fiind duza în sine, elementul (b) fiind structura hexagonală pentru a asigura laminaritatea curgerii, iar elementul (c) fiind intrarea pentru heliu. Un rotametrul a fost folosit pentru a măsura randamentul de heliu. În experimentele noastre, heliul a fost introdus într-o direcție verticală. O serie de "snapshoturi" Schlieren despre curgerile de heliu observate în experimentele noastre sunt prezentate în Figura 15.

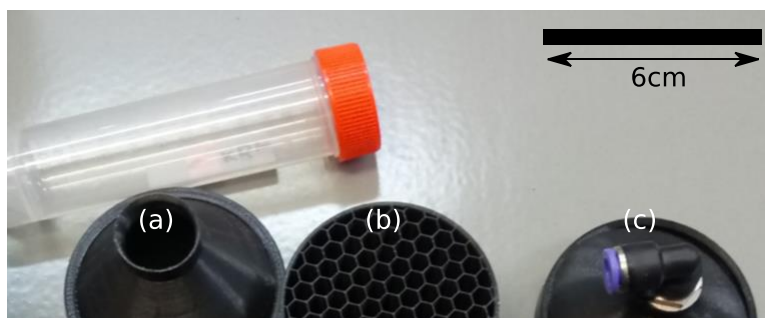


Figura 14: Elemente ale duzelor realizate cu o imprimantă 3D. Elementul (a) este duza de ieșire a heliului, elementul (b) este structura hexagonală care asigură natura laminară a fluxului, iar elementul (c) este racordul prin care Heliul este introdus în duză.

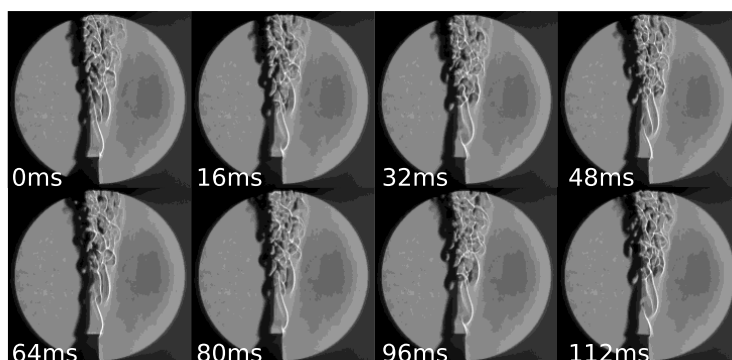


Figura 15: Imagini "snap-shot" realizate folosind tehnica Schlieren pentru o coloană de gaz de heliu, care se ridică în aer în direcție verticală din duză.

Experimentele au fost efectuate la presiune atmosferică normală cu duze de diferite diametre. Puritatea heliului utilizat a fost de 99%. Efectul diametrului duzei a fost investigat la un randament constant, iar efectul randamentului asupra frecvenței de oscilație a fost examinat la un diametru constant al duzei. S-a arătat că frecvența de oscilație crește aproape linear în funcție de debitul de ieșire a heliului, și scade urmărind o funcție de putere, pe măsură ce diametrul duzei crește. În cazul coloanelor de heliu care interacționează, s-a examinat fenomene colective datorate interacțiunii între coloanele de heliu care oscilează la frecvențe asemănătoare sau diferite. S-a studiat dependența acestor fenomene colective în funcție de distanța dintre cele două jeturi. În cazul coloanelor de heliu care oscilează cu aceeași frecvență, s-a obținut sincronizarea în faze opuse pentru distanțe scurte și s-a demonstrat că frecvența comună de oscilație a coloanelor care interacționează crește cu scăderea distanței. Pentru coloanele de heliu cu frecvențe de oscilație ușor diferite, s-a observat un fenomen similar a celor de băți: amplitudinea oscilației uneia dintre coloanele de heliu se modifică periodic.

S-a realizat un model analitic simplu pentru explicarea teoretică a oscilației. Presupunerea noastră de bază pentru explicarea oscilațiilor era că coloana de heliu accelerată de gravitație devine instabilă la un anumit număr Reynolds. Acceptând această ipoteză de lucru, și presupunând că pentru un element de volum dat, timpul de la ieșirea din duză până la formarea instabilității va aproxima perioada de oscilație a coloanei de gaz, s-a putut estima perioada de oscilație. S-a arătat că pentru diferite condiții de limită a scurgerii, modelul acesta este capabil să reproducă trendurile obținute experimental pentru oscilația coloanei de heliu.

Rezultatele experimentelor noastre pentru oscilația coloanelor de heliu au fost similare în multe privințe cu cele obținute pentru oscilația flăcărilor lumânărilor. Rezultatele acestea similare sugerează că dinamica fluidelor poate juca un rol important în formarea oscilațiilor la flăcările interactive. Credem că o înțelegere mai profundă a oscilației flăcărilor de difuzie va putea fi realizat mai riguros în viitor prin simulări numerice de dinamica fluidelor. Rezultatele cercetării au fost recent acceptate pentru publicare în revistei **Physics of Fluids**.

- [1] D. Chamberlin and A. Rose, **Proceedings of the Symposium on Combustion** 1-2, 27 (1948).
- [2] H. Kitahata, J. Taguchi, M. Nagayama, T. Sakurai, Y. Ikura, A. Osa, Y. Sumino, M. Tanaka, E. Yokoyama, and H. Miike, **The Journal of Physical Chemistry A** 113, 8164 (2009).
- [3] A. Gergely, B. Sándor, C. Paizs, R. Tötös, and Z. Néda, **Scientific Reports** 10 (2020), 10.1038/s41598-020-78229