## RAPORT ŞTIINŢIFIC FINAL

## pentru grantul UEFISCDI PN-III-P4-ID-PCE-2020-0647

Metode de termodinamică statistică pentru studiul fenomenelor complexe pagina web a proiectului: <u>https://atom.ubbcluj.ro/stacos</u>

### **Obiectivele prevăzute/realizate**

Obiectivele și activitățile prevăzute în proiect erau următoarele:

**(O1)** Colectarea de date privind sistemele complexe vizate: date despre avere în diferite societăți (T1.1), statistici de cutremure și fulgere (T1.2), date despre abundența populației pentru sistemele biologice(T1.3), analiza datelor socio-economice, biologice (T1.4, T1.5), analiza seriilor de date financiare (T1.6), și analiza datelor pentru cutremure și descărcări electrice în atmosferă (T1.7).

**(O2)** Identificarea sistemelor complexe specifice care urmează să fie modelate pentru abordarea de tip "top-down"(T2.1) pe baza datelor disponibile de la O1. S-a propus construirea unui model evolutiv microscopic pentru distribuția averilor din societate (T2.2). Abordarea "bottom-up", care pornește de la ecuații de evoluție microscopică și ajungând la o descriere de termodinamică corespunzător unei statistici de echilibru - concret taskurile T2.2 și T2.3 care urmăresc definirea corectă a entropiei în sistemele socio-economice studiate, și taskul T2.4 care urmărește aceeași obiective în sisteme biologice prin intermediul aceleiași metodologii. Apoi urmau taskurile T2.5 abordarea "bottom-up" pentru studiul sistemelor financiare și T2.6 abordarea "bottom-up" pentru studiul sistemelor fizice considerate.

**(O3)** Definirea unor măsuri de complexitate legate de entropie (T3.1) și legarea acestuia de indicatorii socio-economici de inegalitate (T3.2). O abordare de tip "top-down" privind generalizarea metodelor termodinamice pentru sisteme socio-economice și biologice (T3.3 și T3.4 vizează aplicații pe probleme socio-economice și biologice). Sintetizarea rezultatelor obținute pentru măsurile de complexitate și cele termodinamice în sisteme complexe (T3.5). Formularea concluziilor generale pentru abordările de tip "bottom-up" și "top-down" (T3.6).

Livrabilele din planul de realizare erau datele de baze, modelarea, publicații ISI, prezentări și participări la conferințe, teze de doctorat sau masterat pe aceste subiecte, video/abstract, lucrări de popularizare a științei și apariții media.

## Obiectivele proiectului s-au realizat în totalitate:

S-au identificat sistemele complexe specifice pentru modelarea de tip bottom-up. În acord cu planul de realizare, s-au construit bazele de date, care se folosesc pentru studiile teoretice de modelare. date se pot consulta pe pagina de web a Bazele acestea de proiectului: https://atom.ubbcluj.ro/stacos/. S-a realizat studiul a 11 probleme concrete, prin care s-au urmărit realizarea obiectivelor și a taskurilor concrete. S-au urmărit abordări de tip bottom-up și top-down la generalizarea metodelor termodinamice statistice pentru fenomene complexe. S-a generalizat astfel Gintropia care combină elemente din entropia clasică cu indicele de inegalitate Gini, introducând mărimea de f-Gintropie Si argumentând aplicabilitatea ei la probleme concrete. S-a arătat cum se pot generaliza concepte din termodinamica la probleme de hadronizări în urma ciocnirilor relativiste, fenomene profund nestaționare. Folosind metodele clasice ale fizicii statistice s-a elaborat o nouă metodă pentru determinarea indicelui Gini în fenomene socio-economice din date grosiere, respectiv modelarea retelei neuronale cerebrale. Pentru studiile de abundentă în sisteme biologice s-au realizat prelucrări si vizualizări de date. S-a realizat abordări de tip bottom-up si top-down la generalizarea metodelor termodinamice statistice pentru sisteme socio-economice, analiza datelor de cutremure și a zgomotului atmosferic. Toate livrabilele au fost realizate, după cum urmează înșirate mai jos, pe categorii.

## S-au realizat următoarele diseminări:

## Publicație WOS cu acknowledgement la proiect:

1. <u>I. Gere</u>, <u>S. Kelemen</u>, G. Toth. <u>TS Biro</u> and <u>Z. Neda</u>, *Wealth distribution in modern societies: Collected data and a master equation approach*, **Physica A - Statistical Mechanics and its Applications**, vol. 581, art. nr. 126194 (2021) (IF: 3.26), <u>https://doi.org/10.1016/j.physa.2021.126194</u>

2. <u>A. Gergely</u>, Cs. Paizs, R. Tötös and <u>Z. Néda</u>, *Oscillations and collective behavior in convective flows*, **Physics of Fluids**, vol. 33, 124104 (2021) (IF: 4.98) <u>https://doi.org/10.1063/5.0073347</u>

3. <u>T.S. Biró</u>, A. Telcs, <u>M. Józsa</u> and <u>Z. Néda</u>, *f-Gintropy: An Entropic Distance Ranking Based on the Gini Index*, Entropy, vol. 24, 407 (2022) (IF: 2.524), <u>https://doi.org/10.3390/e24030407</u>

4. <u>T.S. Biró</u> and <u>Z. Néda</u>, *Thermodynamical aspects of the LGGR approach for Hadron Energy Spectra*, **Symmetry**, vol. 14, 1807 (2022) (IF: 2.94), <u>https://doi.org/10.3390/sym14091807</u>

5. <u>A. Gergely</u> and <u>Z. Néda</u>, *Computational Fluid Dynamics Approach for Oscillating and Interacting Convective Flows*, **Fluids**, vol. 7, 339 (2022) (IS: 1.93) <u>https://doi.org/10.3390/fluids7110339</u>

6. <u>T. S. Biró</u>, *Kaniadakis' Entropy Leads to Particle-Hole Symmetric Distribution*, **Entropy** 24, 9, 1217 (IF: 2.7) (2022) <u>https://doi.org/10.3390/e24091217</u>

7. <u>T. S. Biró</u>, *Jean Cleymans, Stringy Thermal Model, Tsallis Quantum Statistics*, **Physics** 4, 873-879 (IF: 1.6) (2022) <u>https://doi.org/10.3390/physics4030056</u>

8. A. Kuki, <u>F. Járai-Szabó</u>, <u>A. Gergely</u>, <u>I. Gere</u>, <u>Z. Néda</u>, S. Lipcsei, P. Dusan-Ispanovity, Z. Dankházi and I. Groma; *Statistical analogies between earthquakes, micro-quakes and avalanches in the 1D Burridge-Knopoff model*, **Geofizika** 40, 1-27 (2023) (IF: 1.0) <u>https://doi.org/10.15233/gfz.2023.40.4</u>

9. <u>T. S. Biró</u>, A. Telcs, <u>M. Józsa</u>, <u>Z. Néda</u>, *Gintropic scaling of scientometric indexes*, **Physica A**, 618, 128717 (2023) (IF: 3.3) <u>https://doi.org/10.1016/j.physa.2023.128717</u>

## Publicație BDI (anul 2023):

1. Antal Dávid, <u>Gergely Attila, Néda Zoltán</u>, *Földrengésmodell a futószalagon*, **Fizikai Szemle**, 10, 353-356 (2023) <u>https://epss.hun-ren.hu/research/legujabb-publikaciok/fizikai-szemle-2023-10/</u> **Manuscrise pregătite:** 

1. <u>Sz. Kelemen</u>, <u>M. Jozsa</u>, T. Hartel, Gy. Csoka, <u>Z. Neda</u>, *Tree size distribution as the stationary limit in an evolutionary master equation*, submitted to **Scientific Reports** (2023), (IF: 4.6) <u>https://arxiv.org/pdf/2310.09595</u>

2. <u>I. Gere</u>, *Atmospheric Noise Measurements in the Garden: Detecting Universalities in Inter-spheric Waiting Time Statistics*, submitted to **Romanian Journal of Physics** (2023)

3. Máté Józsa, <u>Zsolt I. Lázár</u>, Mária Ercsey-Ravasz, *Coarse-graining effect in axonal wiring databases confirms the exponential distance rule*, <u>https://arxiv.org/abs/2307.06061</u>

## Prezentări la conferințe internaționale pe tematica proiectului:

1. <u>Z. Neda</u>, <u>T.S. Biro</u>, G. Toth, <u>I. Gere</u>, Sz. <u>Kelemen</u>, *The growth and reset model for social inequalities*, **11-th Polish Symposium on Physics in Economy and Social Sciences**, 01.07-03.07 2021, online webpage: <u>https://indico.fis.agh.edu.pl/event/69/</u> - prezentare orală

2. Z. Néda, **MECO47** (Middle European Cooperation in Statistical Physics, 12-14 June 2022, Erice, Italy) *A unified approach to wealth and income inequalities in modern societies* <u>https://meco47.sciencesconf.org/resource/page/id/9</u>

3. <u>S. Kelemen, I. Gere, T. Biro</u> and <u>Z. Néda</u>, **MECO 47** (Middle European Cooperation in Statistical Physics, 12-14 June 2022, Erice, Italy) *Wealth inequalities in different socio-economic situations, Exhaustive data and a general modelling framework* 

https://meco47.sciencesconf.org/resource/page/id/10

4. Mate Jozsa, Maria Ercsey-Ravasz, <u>Zsolt I. Lazar</u>, *Investigating brain wiring by simple statistical models*, **MECO 47** (Middle European Cooperation in Statistical Physics, 12-14 June 2022, Erice, Italy) <u>https://meco47.sciencesconf.org/resource/page/id/10</u>

5. <u>Z. Néda</u>, **BIODYNAMICS**, A transdisciplinary approach -invited talk (Academia Romana si Institutul de Biodinamica, Bucuresti, 19-21 May, 2022) *The growth and reset dynamics in Complex Systems* <u>https://sites.google.com/view/biodynamics2022/home</u>

6.<u>I. Gere</u>, <u>Sz. Kelemen</u>, <u>T.S. Biro</u> and <u>Z. Néda</u>; **Econophysics Colloqium** 2022 (August 24-26, 2022, Thessaloniki, online) *Wealth inequality patterns based on exhaustive sampling. Data mining and modelling* <u>https://ec2022.auth.gr/</u>

7. <u>Sz. Kelemen</u>, M. Jozsa and <u>Z. Néda</u>; **Econophysics Colloqium** 2022 **(**August 24-26, 2022, Thessaloniki, online) *Estimation of the Gini coefficient from incomplete datasets;* <u>https://ec2022.auth.gr/</u>

 T. S. Biró, M. Józsa, <u>S. Kelemen, I. Gere, and Z. Néda</u>, **MECO48** (Middle European Cooperation in Statistical Physics, May 22-26, 2023, Stara Lesna, Slovakia) *The Local Growth and Global Reset (LGGR) model and its applicability for complex systems*; <u>https://meco48.science.upjs.sk/abstract/</u> -pr. orală
 <u>S. Kelemen</u>, M. Józsa and <u>Z. Néda</u>, **MECO48** (Middle European Cooperation in Statistical Physics, May 22-26, 2023, Stara Lesna, Slovakia) *The Gini coeficient from incomplete data*; <u>https://meco48.science.upjs.sk/abstract/</u> -prezentare orală

10. <u>S. Kelemen</u>, M. Józsa, T. Hartel, C. György, and <u>Z. Néda</u>, **MECO48** (Middle European Cooperation in Statistical Physics, May 22-26, 2023, Stara Lesna, Slovakia) *Tree size distribution in the perspective of the Local Growth and Global Reset (LGGR) model*; <u>https://meco48.science.upjs.sk/abstract/</u>-poster

11. <u>A. Gergely</u>, A. Kuki, S. Lipcsei, <u>Z. Néda</u>, **MECO48** (Middle European Cooperation in Statistical Physics, May 22-26, 2023, Stara Lesna, Slovakia) *Stick-slip dynamics of a 1D Burridge-Knopoff type spring-block system on a treadmill*; <u>https://meco48.science.upjs.sk/abstract/</u> -poster

12. <u>B. Sandor</u>, A. Rusu, K. Denes, <u>Z.I. Lazar</u> and M. Ercsey-Ravasz, **MECO48** (Middle European Cooperation in Statistical Physics, May 22-26, 2023, Stara Lesna, Slovakia) *Novel measures for state-transition networks*; <u>https://meco48.science.upjs.sk/abstract/</u> -prezentare orală

13. <u>Attila Gergely</u>, Sándor Szakács, Ágnes Gál, Mihai Ciocîrlan, <u>Zoltán Néda</u>, **SigmaPhi2023** (International Conference on Statistical Physics, July 10-14, 2023, Chania-Crete, Greece) *Fluctuations of CO2 concentration inside a mofette long-term, high-frequency monitoring and a simple model*; <u>http://www.sigmaphi.polito.it/</u> - poster

14. <u>Szabolcs Kelemen</u>, Máté Józsa, <u>Zoltán Néda</u>, **SigmaPhi2023** (International Conference on Statistical Physics, July 10-14, 2023, Chania-Crete, Greece) *Handling incomplete information: Gini coefficient from coarse-grained data*; <u>http://www.sigmaphi.polito.it/</u> - poster

15. <u>Tamas Biro</u>, Andras Telcs, Mate Jozsa, <u>Zoltan Neda</u>, **SigmaPhi2023** (International Conference on Statistical Physics, July 10-14, 2023, Chania-Crete, Greece) *Gintropic limits and scaling for the Hirsch index*; <u>http://www.sigmaphi.polito.it/</u> - prezentare orală

16. <u>Z. Néda</u>, **Econophysics Colloqium** 2023 (July 30 - August 5, 2023, Lipari, Italy) *Wealth and income inequalities in the perspective of the LGGR model; <u>https://ec2023.liparischool.it/</u> -prezentare orală (abstract book p. 17)* 

17. <u>T. S. Biró</u>, **TTK23** (XVI. Tudomány- és Technikatörténeti Konferencia 2023, July 29 - August 2, 2023, Salonta, Romania) *Az entrópia története - Clausiustól a mesterséges intelligenciáig/ The History of Entropy - from Clausius to AI; <u>https://ojs.emt.ro/TTK/issue/view/57</u> -prezentare orală (proceedings book p. 1-10)* 

18. <u>B. Sandor</u>, A. Rusu, K. Denes, <u>Z.I. Lazar</u> and M. Ercsey-Ravasz, **DDE2023** (XLIII Dynamics Days Europe, September 3-8, 2023, Napoli, Italy) *Measuring the dynamical variability of state-transition networks*; <u>https://sites.google.com/view/dynamicsdayseurope2023/book-of-abstracts</u> - prezentare orală (abstract book p. 313)

19. <u>Z. Néda</u>, **DDE2023** (XLIII Dynamics Days Europe, September 3-8, 2023, Napoli, Italy) Oscillation and Synchronization in Convective Flows;

https://sites.google.com/view/dynamicsdayseurope2023/program?authuser=0 -prezentare orală

# Video-abstract:

1. D. Antal, F. Járai-Szabó, A. Gergely, Z. Néda, S. Sárközi: Earthquake model on the conveyor belt, 2023 <u>https://youtu.be/IRjoSaNPER8</u>

# Apariții media și popularizarea științei:

1. Prezentări accesibile pe Web:

Social inequalities in the perspective of a physicist (in Hungarian)

https://www.youtube.com/watch?v=BzoTP8pSyzg

https://www.youtube.com/watch?v=nHLxJxSryy0

2. Z. Néda: Rend a rendezetlenségben, DeepDive2023 (23.09.2023, Târgu Mureş, România)- talk

# S-au realizat teze de doctorat/masterat pe tematica proiectului:

1. <u>I. Gere</u>: Statistical universalities in socio-economic systems, PhD, an finalizare 2022

2. <u>A. Gergely</u>: Oscillation and collective behaviour in convective flows, MSc, an finalizare 2021

3. A. Kuki: Statistical analogies between earthquakes, micro-quakes and avalanches in the 1D Burridge-Knopoff model, MSc, an finalizare 2022

4. <u>Sz. Kelemen</u>, Applications of the Local Growth and Global Reset (LGGR) model for socio-economic and biological problems; PhD, în derulare din 2020

Impactul estimat al proiectului: Termodinamica statistică neextensivă Si neechilibră Si generalizarea cantităților termodinamice pentru sisteme complexe se află în prima linie a cercetării moderne în fizica statistică. Clarificarea conceptului de complexitate din punct de vedere termodinamic și definirea măsurilor relevante de complexitate sunt absolut necesare pentru a avansa întelegerea mai multor sisteme complexe. În acest sens sistemele particulare studiate contribuie prin abordări de tip bottom-up Si top-down la generalizarea metodelor termodinamice statistice pentru fenomene complexe, elaborând instrumente utile cercetătorilor din domeniu, cum ar fi Gintropia, f-Gintropia, modelul LGGR și alte teorii de tip mean-field, și aplicații ale acestora. Gintropia are avantajul că face legătura dintre entropia, care este o mărime pur termodinamică, și indicele de inegalitate Gini folosit în studiile socio-economice. Generalizarea sa la f-Gintropie, implică funcții de ponderare mai generale decât valorile inițiale ale venitului, înlocuind x cu f(x), singura cerință fiind monotonia și non-negativitatea acesteia. Astfel, folosind o funcție a valorii venitului sau averii, distinge între inegalitățile regionale mai sensibil decât construcția originală. Pentru multe sisteme studiate am demonstrat cu succes aplicabilitatea modelul LGGR pornind de la definirea ratelor de tranzitie specifice Si ajungând la distributii de probabilitate ale unor cantităti măsurabile cu relevantă în domenii diverse de la fizica nucleară la fenomene socio-economice.

## Descrierea temelor abordate în cadrul proiectului

I. Construirea bazelor de date (O1).

II. Modelarea unor date obținute pe sisteme complexe. Distribuția de averi în societăți moderne și cele comuniste, folosind modelul de creștere cu resetare (O2)

III. Studierea inegalităților de venit între țări folosind măsuri de complexitate legate de entropie și legarea acestuia de indicatorii socio-economici de inegalitate (O3)

IV. Comportări colective în dinamica fluidelor (O2 - extra)

V. O nouă metodologie inspirat de teorii de tip mean-field pentru determinarea coeficientului Gini utilizând date grosiere (coarse-grained) (O1 și O2).

VI. f-Gintropia – generalizarea Gintropiei (O2 și O3).

VII. Utilizarea metodelor termodinamicii la descrierea fenomenului de hadronizare (O2 și O3).

VIII. Abordarea statistică a unor limite și scalări a indicelui Hirsch cu numărul total de citări (O1). IX. Studiul rețelei neuronale cerebrale printr-un model statistic simplu (O2).

X. Comportamentul colectiv în coloane de fluid oscilante. Simulări computaționale. (O2 - extra)

XI. Analiza datelor și modelarea experimentală a activităților seismice (O1, O2)

XII. Studiul experimental al zgomotului atmosferic. Statistica intervalelor dintre sferici (fulgeri) (O1, O2)

XIII. Studiul dinamicii în sistemele biologice prin modelul Creștere Locală și Resetare Globală (O3) XIV. Termodinamica rețelelor de tip tranziție de stare (state-transition networks) (O3)

## I. Construirea bazelor de date

S-au cules datele vizate, și acestea au fost prelucrate într-o maniera unitară. Aceste baze de date se pot consulta pe pagina de web a proiectului <u>https://atom.ubbcluj.ro/stacos/</u>:

1. O baza de date originală, exhaustivă pentru **averi în comuna Sâncraiu**, județul Cluj. Prin colaborarea dintre Univ. Babeș-Bolyai și Primăria Sâncraiu s-au digitalizat datele din Registrele Agricole pentru anii 1961 și 1989. S-au secretizat și s-au extras datele de impozite pentru anul 2021, astfel s-a realizat și o estimare a averilor din anul 2021.

2. O bază de date exhaustivă prelucrată în mod unitar pentru cutremurele înregistrate în California, Japonia și România. Toate datele din literatură, existente în scale diferite de magnitudini, au fost

uniformizate în scale energetice. Datele istorice pentru aceste trei regiuni s-au utilizat pentru modelări și statistici în vederea realizării proiectului.

3. O bază de date exhaustivă, uniformizată, pentru **distribuția spațială a tuturor arborilor cu diametru peste 10 cm (la 1 m înălțime) pentru insula Barro-Colorado**. Datele acestea le-am obținut din bunăvoința Institutului de studii tropicale "Smithsonian Tropical Research Institute".

4. O bază de date exhaustivă pentru distribuția intensității fulgerelor înregistrate într-o regiune din Finlanda. Datele au fost obținute de pe site-ul Institutului de Meteorologie din Finlanda, și conține datele care se vor utiliza de către noi.

# II. Modelarea unor date obținute pe sisteme complexe. Distribuția de averi în societăți moderne și cele comuniste, folosind modelul de creștere cu resetare (LGGR)

Distribuția averii și a venitului sunt metrici folosite în studiul inegalităților în sisteme socioeconomice. Mai devreme am descris distribuția veniturilor folosind date exhaustive obținute pentru județul Cluj, derivate din date complete de venit obținute de la C.A.S.-Cluj[1]. Abordarea aleasă pentru a modela distribuția venitului s-a bazat pe utilizarea metodei de tip ecuația "master" [2].

Având în vedere expertiza noastră anterioară în modelarea generală a distribuțiilor caracteristice sistemelor complexe [3], ne-am propus să investigăm și să modelăm procesele complexe existente în sisteme sociale, care duc la distribuțiile extrem de inegale în averi. Metoda folosită este bazată pe ecuația "master" [3], descriind un proces stohastic de *creștere locală cu o rată medie*  $\mu(x)$ , și un proces de *resetare* cu o rată medie  $\gamma(x)$ , conducând la ecuația de evoluție:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu(x)\rho(x,t) \right] - \gamma(x)\rho(x,t) + \langle \gamma(x)\rangle(t)\delta(x),$$

Prin rate bine alese, acesta rezultă distribuții staționare des observate în sisteme complexe.

Metoda a fost folosită pentru a modela distribuția de averi în societăți moderne (SUA, Rusia și Franța). Datele prelucrate au fost obținute din baza de date online, "World Inequality Database" (WID). Aici, rata de creștere este direct proporțională cu valoarea averii indivizilor, iar rata de resetare apare sub forma unei funcții care permite existența indivizilor cu avere negativă (însemnând datoria).

Forma liniară a ratei de creștere  $\mu(x)$  a fost demonstrată prin evaluarea creșterii de avere a miliardarilor între 2001-2019. Rata de resetare inteligentă  $\gamma(x)$  modelează fenomenul intuitiv, potrivit căruia indivizii încep viața cu avere mică, sau datorii, iar la bătrânețe ies din sistem cu averi mai mari.

$$\mu(x) = \sigma (x+b) \qquad \qquad \gamma(x) = \sigma \left(k - \frac{\alpha}{x+b}\right),$$

După introducerea acestor rate în ecuația master, ajungem la următoarea distribuție staționară:

$$\rho_{s}(x) = \frac{\alpha^{\kappa}}{\Gamma(k)} e^{-\frac{\alpha}{b+x}} (b+x)^{-1-k}$$

În Fig. 2.1 și 2.2 sunt prezentate distribuțiile de avere rescalate la valoarea medie a averii.



Figura 2.1: Distribuția de avere normalizată și rescalată cu valoarea medie a averii, pentru SUA și Rusia. Aici observăm valori negative de avere, însemnând că o parte a societății are datorii.

În Fig. 2.3 distribuțiile medii au fost fitate cu distribuția teoretică rescalată pe valoarea medie (teoretică) a averii, sub forma:  $a(a+1)^k (k-1)^k - \frac{(a+1)(k-1)}{2} (a+1)^k (k-1)^k - \frac{(a+1)(k-1)}{2} (a+1)^k (k-1)^k - \frac{(a+1)(k-1)}{2} (a+1)^k (k-1)^k (k-1$ 

$$\rho(w) = \frac{a(a+1)^{k} (k-1)^{k}}{\Gamma(k)} e^{-\frac{(a+1)(k-1)}{1+aw}} (1+aw)^{-1-k}.$$



Figura 2.2: Distribuția de averi normalizate, pentru valorile pozitive ale averii.



Figura 2.3: Distribuția medie pentru Rusia și SUA, fitat cu distribuția obținută din model.

După rescalarea cu valoarea medie a averii, distribuțiile pentru SUA și Rusia sunt similare și pot fi descrise cu aceiași parametri: a = 6.5, k=1.4. Acest fapt nu indică universalitatea parametriilor fiindcă, în cazul Franței distribuția se diferă, valoarea parametrilor fiind: a = 7, k =1.68.

Modelul LGGR a fost aplicat și pentru descrierea unor date de avere exhaustive obținute din comuna Sâncraiu, jud. Cluj, România, care au fost colectate pentru trei ani cu situații economice foarte diferite. Averile au fost estimate folosind date extrase din Registrul Agricol al comunei Sâncraiu, din 1961, și din 1989. Pentru anul 2021 averea a fost estimată din baza electronică de date pentru taxe locale de imobil și teren. Pentru a estima valoarea integrală a gospodăriilor, s-a luat în considerare, cu diferiți factori de pondere, mai multe categorii de bunuri posedate de către gospodării. Pentru estimarea averii totale au fost folosite 10 seturi diferite de parametri de ponderi.

Având la dispoziție date de avere din trei perioade diferite din punct de vedere economic, au putut fi comparate inegalitățile prezente în diferite regimuri politico-economice (pre-colectivizare, colectivizare și piața liberă). În ceea ce privește distribuția averii s-au observat diferențe semnificative între comunism și capitalism, necesitând rate diferite pentru a modela datele experimentale.

Distribuțiile de avere pentru anii 1961 și 1989 au fost modelate cu modelul **LGGR** considerând o rată de creștere constantă și o rată de resetare liniară. Funcția de probabilitate de densitate a distribuției obținută în acest caz cu modelul LGGR este:

$$\rho_{s1}(x) = \sqrt{\frac{2}{k\pi}} e^{\frac{-x(x-2r)}{2k}} \left[ erf(\frac{r}{\sqrt{(2k)}}) + 1 \right]^{-1}$$

6





Figura 2.4: Densități de probabilitate normalizate pentru distribuția averilor în 1961 și 1989.

În cazul anului 2021 alegerea ratelor (rata de creștere liniară și rată de resetare constantă) a condus la o densitate de probabilitate de tip Pareto-Tsalis:  $\gamma_{(1, +, x_{1})=1-\gamma}$ 

$$\rho_{s2}(x) = \frac{\gamma}{\beta} (1 + \frac{x}{\beta})^{-1-\gamma}$$

Datele obținute cu diferite ponderi alături de distribuția teoretică  $\rho_{s2}$  sunt prezentate în Fig.2.5a.



Figura 2.5: (a) Densități de probabilitate normalizate pentru distribuția averilor în 2021. (b) Reprezentarea inegalităților prin evaluarea experimentală și teoretică a curbelor Lorenz.

Pentru comuna Sâncraiu s-au studiat Și metricile socio-economice de inegalități consacrate atât prin intermediul datelor culese, cât Și prin evaluarea rezultatelor teoretice. Curbele Lorenz caracteristice celor trei perioade sunt prezentate pe Fig. 2.5b, care indică succesul modelului LGGR. Celelalte metrici clasice de inegalitate: coeficientul Gini (G) Și Punctul-Pareto (P) au fost, de asemenea, calculate atât experimental cât Și teoretic. Rezultatele sunt însumate în Tabelul 2.1.

Se poate observa că metodologia de modelare aplicată este una potrivită pentru studierea inegalităților în sistemele economice. Din coeficientul Gini se observă clar scăderea inegalităților în anii comunismului, și creșterea naturală a acestuia în economia de piață. Punctul Pareto era ridicat în anii comunismului și a scăzut în economia de piață.

Year	G		Р	
	Exp.	Theo.	Exp.	Theo.
1961	[0.377;0.379]	0.356	[0.366;0.368]	0.374
1989	[0.304;0.315]	0.273	[0.390;0.395]	0.407
2021	[0.543;0.579]	0.531	[0.282;0.299]	0.305

Tabel 2.1: Metrici de inegalitate, coeficientul Gini (G), și punctul Pareto (P) pentru anii studiați. Coloanele cu datele experimentale conțin valorile extreme obținute cu 10 seturi de parametri diferiți.

[1] Derzsy N., Neda Z., Santos M. *Income distribution patterns from a complete social security database*. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 391 (2012) 5611–5619. doi:10.1016/j.physa.2012.06.027.

[2] Gere I, Kelemen S, Toth G, Biro, TS, Neda Z. *Wealth distribution in modern societies: collected data and a master equation approach.* Physica A: Statistical Mechanics and its Applications (2021) 126194. doi:10.1016/j.physa.2021.126194.

[3] Biro TS, Neda Z. Unidirectional random growth with resetting. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 499 (2018) 335–361. doi:10.1016/j.physa.2018.02

[4] Bouchaud, J.P and Mezard, M. (2000) *Wealth condensation in a simple model of economy*, **Physica A: Statistical Mechanics and its applications, vol.** 282 (2000) 536-545

# III. Studierea inegalităților de venit între țări folosind măsuri de complexitate legate de entropie (Gintropy) și legarea acestuia de indicatorii socio-economici de inegalitate

Rezultate publicate în anul 2020 arată că distribuțiile veniturilor din mai multe țări urmează o funcție Beta-Prime[1]. Mici diferențe totuși există între țări (vezi panoul din stânga a Fig. 3.1.).



Figura 3.1. Distribuțiile veniturilor și a Gintropiilor pentru cinci țări diferite. Veniturile sunt normalizate la valorile medii (panoul din stânga). Distribuția veniturilor arată ușoare diferențe în limita veniturilor mari. Gintropy, construit din cumulativele distribuției de probabilitate și ale valorii ei așteptate [2], arată amplificarea diferențelor dintre veniturile diferitelor țări (panoul din dreapta).

Gintropy, o măsură introdusă de către noi [2], derivată din curba Lorenz și legată de entropie, foarte utilă pentru sistemele socio-economice, pare să accentueze aceste diferențe (panoul din dreapta în Fig. 3.1), similar cu metoda de tip "Preston plot" utilizat în studiul distribuțiilor de populații în biologie[3]. Aceste diferențe sunt cuantificate prin calcularea divergenței Kullback-Leibler[4] între distribuțiile de gintropii pentru date diferite. Deoarece divergența Kullback-Leibler funcționează cu distribuții definite pe același interval, datele trebuiau ajustate la o funcție model pentru a le aduce la un interval comun de valori. Pentru funcția model am folosit funcția de Gintropie teoretică calculată din funcția de distribuție Beta-Prime introdusă în ecuația (20) din [1] (partea stângă Fig. 3.2).



Figura 3.2. Funcții de gintropie adaptate pentru cele cinci țări și divergențele Kullback-Leibler pe perechi, între acestea. (Stânga) Ilustrarea funcțiilor de gintropie, calculate folosind distribuția Beta-Prime introdusă în ecuația (20) din [1], ajustată la datele experimentale. (Dreapta) Divergențe Kullback-Leiber între cele cinci țări selectate. Clusterizarea acestora conduce la o grupare în care Japonia este separată de celelalte țări. Acest lucru se poate observa și din faptul că toate distanțele față de Japonia sunt uriașe în comparație cu alte valori (vezi valorile înconjurate cu roșu).

Pe baza distanțelor definite de divergențele Kullback-Leibler, țările pot fi grupate. O modalitate de grupare posibilă este atribuirea unei funcții de cost tuturor grupărilor posibile și selectarea celei care minimizează costul. Cel mai simplu mod de a definii funcția de cost este prin însumarea distanțelor dintre țări, dacă acestea apar în același cluster, în timp ce adunăm unu minus distanța, dacă nu sunt în același cluster. Această metodă oferă cea mai bună strategie de

clusterizare. Japonia apare separat de celelalte țări, care conform clusterizării noastre formează un grup separat (panoul din dreapta Fig. 3.2). Aceste rezultate preliminare arată că utilizarea mărimii Gintropy, legată atât de entropie cât și de coeficientul Gini [2], este o măsură nouă, binevenită pentru caracterizarea inegalităților socio-economice. De asemenea, se poate calcula, folosind aceeași metodologie, distanța gintropiilor fiecărei țări față de distribuțiile modelelor de gintropie analitice introduse în [2]. În acest fel, putem determina, de asemenea, tipul de economie din cele indicate în [2] pe care o țară îl imită cel mai bine.

[1] Néda, Z., Gere, I., Biró, T. S., Tóth, G., & Derzsy, N. (2020). *Scaling in income inequalities and its dynamical origin*. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications** (Vol. 549, p. 124491).

[2] Biró, T. S., & Néda, Z. (2020). *Gintropy: Gini Index Based Generalization of Entropy*. **Entropy** (Vol. 22, Issue 8, p. 879).

[3] Preston, F.W. (1948). The Commonness and Rarity of Species, Ecology vol. 29, pp. 254-283

[4] Kullback, S. and Leibler, R.A. (1951), *On information and sufficiency*, Annals of Mathematical Statistics, vol. 22, pp. 79-86

### IV. Comportări colective în dinamica fluidelor.

Este cunoscut [1,2,3] că în anumite condiții flăcările de difuzie prezintă o dinamică de oscilație stabilă. În [3] am studiat acest fenomen interesant prin investigarea experimentală și numerică a oscilației flăcărilor lumânărilor. Pentru a explica rezultatele noastre experimentale, am folosit o abordare de sistem dinamic care descrie reacția chimică care are loc în timpul arderii. Cu toate că predicțiile modelului nostru sunt în acord excelent cu rezultatele experimentale obținute, faptul că se observă o oscilație similară în coloanele convective (heliu) ridică posibilitatea ca rolul reacției chimice în formarea oscilației să fie doar acela de a creea un flux convectiv. Pentru a înțelege rolul fluxului convectiv în formarea oscilației flăcărilor de difuzie, s-a investigat experimental oscilația coloanelor convective de heliu și comportamentul colectiv al coloanelor de heliu în interacțiune. O descriere analitică bazată pe hidrodinamica elementară a fost utilizat pentru a descrie oscilația observatăl.

Deoarece coloana de heliu nu emite lumină vizibilă, coloana de heliu nu este observabilă folosind doar o cameră video de mare viteză. Pentru a vizualiza fluxul de heliu, s-a folosit tehnica Schlieren. Tehnica Schlieren poate fi utilizată pentru a vizualiza gradienții mici ai indicelui de refracție. Datorită diferenței de indici de refracție dintre heliu și aer, metoda este foarte adecvată studiilor noastre. S-au construit două aparate Schlieren folosind oglinzi telescopice parabolice cu diametre de 15 cm (distanță focală de 100 cm), respectiv o oglindă cu diametrul de 25 cm (distanță focală de 110 cm). Schema a dispozitivului cu oglinda de 25 cm este prezentată în Fig. 4.1 (stânga).



Figura 4.1: Stânga: desen schematic al configurației Schlieren utilizate. Sunt indicate următoarele elemente: (1) -camera rapidă, (2) -lama de ras, (3) -oglinda parabolică, (4) -fantă circulară, (5) -diodă luminoasă ca sursă de lumină. Dreapta: Elemente ale duzelor realizate cu o imprimantă 3D. Elementul (a) este duza de ieșire a heliului, elementul (b) este structura hexagonală care asigură natura laminară a fluxului, iar elementul (c) este racordul prin care heliul este introdus în duză.

Coloana de heliu a fost introdusă cu ajutorul duzelor de diferite diametre, proiectate și imprimate de noi. Panoul din dreapta al Fig. 4.1 prezintă componentele duzei cu diametrul de 2 cm: (a) duza în sine, (b) structura hexagonală pentru a asigura laminaritatea curgerii, (c) orificiul de intrare pentru heliu. Un rotametru a fost folosit pentru a măsura debitul. În experimentele noastre, heliul a fost introdus în direcție verticală. O serie de "snapshoturi" Schlieren despre curgerile de heliu observate în experimentele noastre sunt prezentate în Fig. 4.2.

Experimentele au fost efectuate la presiune atmosferică normală, cu duze de diferite diametre. Puritatea heliului utilizat a fost de 99%. Efectul diametrului duzei a fost investigat la un randament constant, iar efectul randamentului asupra frecvenței de oscilație a fost examinat la un

diametru constant al duzei. S-a arătat că frecvența de oscilație crește aproape liniar în funcție de debitul de ieșire al heliului, și scade urmărind o funcție de putere, pe măsură ce diametrul duzei crește. În cazul coloanelor de heliu care interacționează, s-au examinat fenomene colective datorate interacțiunii între coloanele de heliu care oscilează la frecvențe asemănătoare sau diferite. S-a studiat dependența acestor fenomene colective în funcție de distanța dintre cele două jeturi. Pentru coloane de heliu care oscilează cu aceeași frecvență și se află la distanțe relativ mici s-a obținut sincronizarea în anti-faze și s-a demonstrat că frecvența comună de oscilație crește cu scăderea distanței. Pentru coloanele de heliu cu frecvențe de oscilații ușor diferite, s-a observat un fenomen similar a celor de bătăi: amplitudinea oscilației coloanelor de heliu se modifică periodic.



Figura 4.2: Imagini snapshot realizate folosind tehnica Schlieren pentru o coloană de gaz de heliu, care se ridică în aer în direcție verticală din duză.

S-a realizat un model analitic simplu pentru explicarea teoretică a oscilației. Presupunerea noastră de bază pentru explicarea oscilațiilor era că coloana de heliu accelerată de gravitație devine instabilă la un anumit număr Reynolds. Acceptând această ipoteză de lucru, și presupunând că pentru un element de volum dat, timpul de la ieșirea din duză până la formarea instabilității va aproxima perioada de oscilație a coloanei de gaz, s-a putut estima perioada de oscilație. S-a arătat că pentru diferite condiții de limită a curgerii, modelul acesta este capabil sa reproducă trendurile obținute experimental pentru oscilația coloanei de heliu.

[1] D. Chamberlin and A. Rose, Proceedings of the Symposium on Combustion 1-2, 27 (1948).

[2] H. Kitahata, J. Taguchi, M. Nagayama, T. Sakurai, Y. Ikura, A. Osa, Y. Sumino, M. Tanaka, E.

Yokoyama, and H. Miike, The Journal of Physical Chemistry A 113, 8164 (2009).

[3] A. Gergely, B. Sándor, C. Paizs, R. Tötös, and Z. Néda, Scientific Reports 10 (2020),

10.1038/s41598-020-78229

## V. O nouă metodologie inspirată de teorii de tip mean-field pentru determinarea coeficientului Gini utilizând date grosiere (coarse-grained).

Cuantificarea inegalității în context socio-economic folosind venitul/averea, este o problemă care se află în focusul cercetărilor socio-economice [1-7]. Pe baza principiul lui Pareto se consideră că distribuția venitului/averii în interiorul unei societăți se extinde pe mai multe ordini de mărimi [3]. Coeficientul Gini *G*, este utilizat în mod predominant pentru a caracteriza dispersia valorilor. În general, distribuția venitului sau a averii este caracterizată pe diverse intervaluri, oferind o distribuție exponențială pentru clasa de mijloc și o scădere de tip funcție de putere (distribuție de tip Pareto) pentru intervalul de venituri/averi mari [4-7]. În cadrul statisticilor oficiale, în cele mai multe cazuri datele de venit/avere la nivel individual în interiorul unei zone geografice sunt protejate de GDPR și nu sunt accesibile pentru studii științifice. Pentru a oferii o mărime care să compenseze dezavantajele date de lipsa exhaustivă a datelor, se folosește coeficientul Gini ponderat.

Prin această metodologie, o parte considerabilă a inegalităților este pierdută prin neglijarea diferențelor provenite de la nivelurile inferioare. Am propus o metodologie nouă care să aproximeze și diferențele existente la nivelurile inferioare. Ipoteza noastră de lucru a fost că distribuția veniturilor/averii este una exponențială în interiorul unei subzone geografice (localități):  $p_i(x) = a_i \cdot e^{-a_i \cdot x}$ , unde  $N_i$  este populația în subregiunea i, iar  $a_i$  este reciproca valorii medii corespunzătoare a venitului din regiunea  $i \left(a_i = \frac{1}{I_i} = \frac{N_i}{W_i}\right)$ . Distribuția aceasta este normalizată. Datele privind averea la nivel individual din comuna Sâncraiu (Județul Cluj, România) [7] susțin ipoteza noastră pentru distribuția averii/venitului în interiorul subregiunilor mici, acestea fiind bine aproximate cu o distribuție exponențială. Averea locuitorilor pentru 2021 a fost estimat pe baza

impozitului plătit după bunuri. Distribuția averii în comună sugerează că metodologia noastră este aplicabilă pentru cuantificarea inegalităților de averi în societățile capitaliste pe baza datelor privind veniturile medie la nivel de localități.

Pentru întreaga regiune geografică distribuția totală, p(x) va devenii:  $p(x) = \frac{\sum_{i=1}^{S} N_i p_i(x)}{\sum_{i=1}^{S} N_i}$ , unde

S este numărul de subregiuni incluse în aria geografică studiată. Folosind această formă pentru determinarea coeficientului Gini total obținem:

$$G_{total} = \frac{\sum_{i=1j=1}^{S} \sum_{i=1}^{S} N_i N_i \frac{I_i^2}{J_i^{l+1_j}}}{S^2 \langle N \rangle^2 \langle I \rangle}, \text{ unde } \langle I \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{S} I_i N_i}{\sum_{i=1}^{S} N_i} \text{ si } \langle N \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{S} N_i}{S}.$$

S-a introdus și coeficienții Gini interni respectivi cei transversali (cross) pentru a cuantifica separat diferențele în interiorul subdomeniilor, respectiv cele existente între acestea.

Metoda noastră a fost testată cu date exhaustive de venituri pentru județul Cluj și Ungaria. Fig. 5.1 reprezintă grafic distribuția reală a veniturilor din județ (pe baza datelor exhaustive ale veniturilor individuale), în comparație cu distribuția propusă. S-a obținut o suprapunere aproape perfectă a datelor reale cu cele ale modelului propus, confirmând aplicabilitatea metodei propuse.

S-a analizat variația în timp a coeficienților Gini total, ponderat, interni și transversali și s-au obținut rezultate interesante: Gini total este întotdeauna mai mare decât coeficientul Gini ponderat; inegalitatea în segmentul rural al societății românești este mai mare decât inegalitatea globală în timp ce în cazul Ungariei se observă efectul contrar; toate valorile converg la aproximativ 0.5, caracteristic distribuției exponențiale. Rezultatele sugerează faptul că valoarea Gini este subestimată dacă se folosesc numai date medii pe localități. Metoda propusă oferă o estimare mai bună a coeficientului Gini real. Compararea / separarea diferențelor interne și celor transversale la diferite niveluri administrative din țară poate duce la studii socio-economice interesante, și la interpretarea mai clară a inegalităților.





În continuarea studiului, am adunat date suplimentare despre localitățile din statul Arizona, USA. Deoarece ipoteza exponențială la nivel de localități nu a dat cele mai bune rezultate în aceste cazuri, am încercat în schimb să utilizăm distribuția de tip Beta-Prime [5]. Având în vedere că aceasta este o funcție cu mai mulți parametri, este necesară o explicație fizică a parametrilor aleși, iar acest aspect este planificat să fie abordat în viitor.

[1] Levy M., Levy H. Investment talent and the Pareto wealth distribution: Theoretical and experimental analysis. **The Review of Economics and Statistics**, Vol. 85, 709–725, (2003)

[2] Jones C.I. Pareto and Piketty: The Macroeconomics of Top Income and Wealth Inequality. Journal of Economic Perspectives, Vol. 29, 29–46, (2015).

[3] Pareto V., Cours d'Économie Politique. (Macmillan, Paris, Vol. 2, 1897)

[4] Gere I., Kelemen S., Tóth G., Biró T. S., Néda Z. Wealth distribution in modern societies: Collected data and a master equation approach. **Physica A**, Vol. 581, 126194, (2021)

[5] Neda Z., Gere I., Biro T. S., Toth G., Derzsy N. Scaling in income inequalities and its dynamical origin. **Physica A**, Vol. 549, 124491, (2020)

[6] Derzsy N., Néda Z., Santos M.A. Income distribution patterns from a complete social security database. **Physica A**, Vol. 391, 5611–5619. (2012)

[7] Gere I, Kelemen S, Biró TS and Néda Z (2022) Wealth Distribution in Villages. Transition From Socialism to Capitalism in View of Exhaustive Wealth Data and a Master Equation Approach. **Front. Phys.** 10:827143

### VI. f-Gintropia – generalizarea Gintropiei

S-a făcut o generalizare Gintropiei recent introdusă de grupul nostru, pe care o numim în continuare ca f-Gintropie [1, 2]. Gintropia are avantajul că face legătura dintre mărimea pur termodinamică, care este entropia și indicele de inegalitate folosit în studiile socio-economice: indicele Gini. O definiție a coeficientului Gini este diferența absolută medie relativă a cantităților

relevante (adică venituri, averi) [3]:  $G = \frac{\sum_{i=1,j=1}^{n} |x_i - x_j|}{2n^2 \langle x \rangle}$ , unde  $x_i$  este venitul sau averea persoanei i și

*n* este numărul total de persoane luate în considerare în statistici. Alternativ, o definiție matematic echivalentă este proporția dintre aria de sub curba Lorenz și linia de egalitate. Curba Lorenz este o reprezentare grafică a distribuției venitului sau averii. Această curbă exprimă relația dintre  $\overline{C}(x) = \int_{x}^{\infty} p(y)dy$ , adică fracția populației care este mai bogată decât x, și  $\overline{F}(x) = \frac{1}{\langle x \rangle} \int_{x}^{\infty} y p(y)dy$ ,

venitul/averea acumulată de clasa mai bogată decât x, împărțit la venitul/averii mediu. Gintropia  $\sigma$  este definit în [1] ca o densitate al indicelui Gini pe curba Lorenz sau mai simplu spus diferența

dintre curba Lorenz și linia de egalitate 
$$\sigma(x) = \overline{F}(x) - \overline{C}(x) = \int_{x}^{\infty} \left(\frac{y}{\langle x \rangle} - 1\right) p(y) dy.$$

Dacă Gintropia este exprimată în funcție de  $\overline{C}(x)$ , obținem formule asemănătoare entropiei, permițând astfel generalizarea acestui concept termodinamic la studii socio-economice (Tabel 6.1).

Distribuții caracteristice	p(x)	$\sigma(\overline{C})$		
natural	$\frac{1}{\langle x \rangle} e^{-\frac{x}{\langle x \rangle}}$	$-\overline{C} \ln \ln \overline{C}$   Formula entropiei Shanon		
Tsallis-Pareto	$\frac{A}{1-q} (1 + Ax)^{\frac{-1}{1-q}}$	$rac{1}{1-q} \Big( \overline{C}^q - \overline{C} \Big)  $ Formula q-entropiei lui Tsallis		
uniform	$\delta(x-a)$	0   Entropia distribuției uniforme		

Tabelul 6.1: PDF-uri și formule de Gintropy pentru distribuțiile idealiste ale venitului/averii. Formulele seamănă cu entropiile Shannon și Tsallis.

Pentru a folosi Gintropia ca o densitate de probabilitate (PDF), trebuie normalizată:

$$\hat{\sigma}(x) = \frac{\sigma(x)}{\langle \sigma \rangle} = \frac{2\sigma}{G}$$

Am aplicat această distribuție la datele privind veniturile din Australia, județul Cluj (România), Ungaria, Japonia și SUA, pentru a evidenția diferențele subtile în aceste distribuții. Gintropia ca PDF are avantajul că este maxim la valoarea medie a distribuției, amplificând astfel diferențele pentru PDF în regiunea mediei. Rezultatele obținute prin folosirea Gintropiei arată că distribuția veniturilor în Japonia diferă semnificativ de la celelalte țări studiate (Fig. 6.1). Curba Gintropiei pentru Australia este cea mai apropiată de distribuția naturală. Ungaria și județul Cluj sunt, de asemenea, destul de asemănătoare. Apropierea de distribuția naturală confirmă ceea ce ne așteptam deja: venitul/averea tind să aibă o distribuție exponențială în clasa de mijloc a societății (Fig 6.1), acolo unde utilizarea Gintropiei este cea mai indicată. Gintropia nu este adecvată însă pentru a studia regimul Pareto, adică extermumurile de la valori mari.

S-a observat că Gintropia datelor poate fi bine descrisă cu Gintropia normalizată corespunzătoare distribuției Tsallis-Pareto, tipică pentru capitalism. În Fig. 6.2, stânga se arată fitarea datelor cu Gintropia de tip Tsallis-Pareto cu valoarea *q* optimă.

*f-Gintropia*,  $\sigma_{f'}$ , este o extindere a gintropiei permițând utilizarea unei mărimi derivate din x. Astfel folosind o funcție **f**(**x**),

$$\overline{F}(x) = \frac{1}{\langle x \rangle} \int_{x}^{\infty} y \, p(y) dy \rightarrow \overline{F}_{f}(x) = \frac{1}{\langle x \rangle} \int_{x}^{\infty} f(y) p(y) dy \quad \text{definiţia} \quad \text{al f-Gintropiei} \quad \text{va fi:}$$

$$\sigma_{f}(x) = \overline{F}_{f}(x) - \overline{C}(x) = \int_{x}^{\infty} \left(\frac{f(y)}{\langle f(x) \rangle} - 1\right) p(y) dy.$$

$$\int_{y}^{0.001} \int_{0.010}^{0.001} \int_{0.010}^{0.000} \int_{0.000}^{0.000} \int_{$$

Figura 6.1: (stânga) Funcția de densitate a probabilității pentru distribuțiile venitului normalizat pentru țările studiate. Normalizarea se face în raport cu valoarea medie. (dreapta) Gintropia normalizată a datelor de distribuție a venitului în comparație cu cea pentru distribuția naturală. Se observă diferența pronunțată dintre Japonia și celelalte țări studiate.



Figura 6.2: (stânga) Gintropy pentru țări, potrivită cu cea derivată din distribuția Tsallis-Pareto (capitalism) la o valoare q optimă. (dreapta) f-Gintropy cu  $f(x) = x^2$  calculat pentru datele de venit. Se observă aici o separare mai evidentă a distribuțiilor caracteristice.

S-au demonstrat proprietăți interesante și foarte utile pt. f-Gintropie, permițând astfel să fie aplicat ca o generalizare și mai largă a entropiei: este întotdeauna o mărime pozitivă ( $\sigma f \ge 0$ ); este zero numai pentru x = 0 and  $x = \infty$ , sau corespunzător la C = 0 și C = 1; este maxim la  $x = x_m$ , pentru care  $f(x_m) = \langle f \rangle$ ; are un singur maximum în funcție de x sau  $C / F_f$ ; f-Gintropia  $\sigma f$ , ca și entropia este o funcție concavă în funcție de C și  $F_f$ .

S-a aplicat această măsură datelor, rezultând o separare mai evidentă a țărilor (Fig. 6.3, dreapta). Pentru a identifica diferențe cantitative dintre PDF-uri, divergența Kullback-Leiber e utilizat folosind funcția  $f(x)=x^2$ . În Tabelul 6.2 se arată valoarea divergenței KL, folosind această funcție.

$ imes 10^{-3}$	Australia	USA	Cluj	Hungary	Japan
Australia	0	1.8	36	19	62
USA	1.7	0	27	13	50
Cluj	48	39	0	3.8	4
Hungary	22	16	3.5	0	14
Japan	86	74	4.3	17	0

Tabelul 6.2: Divegențele K-L, folsind funcția f(x)=x<sup>2</sup> pentru f-Gintropie.

[1] Biró, T.S.; Néda, Z. Gintropy: Gini Index Based Generalization of Entropy. Entropy 2020, 22, 879.

[2] Biró, T.S.; Telcs, A.; Józsa, M.; Néda, Z. f-Gintropy: An Entropic Distance Ranking Based on the Gini Index. **Entropy** 2022, 24, 407.

[3] Sen, A. (1973). On Economic Inequality. Clarendon Press.

### VII. Utilizarea metodelor termodinamicii la descrierea fenomenului de hadronizare

S-a arătat că modelul LGGR[1] poate fi folosit și pentru descrierea spectrelor de energie observate în procesele de hadronizare rezultate din ciocniri ultrarelativiste. Deși aceste fenomene sunt fenomene profund de neechilibru, distribuțiile caracteristice pot semăna cu cele de tip echilibru (exponențial și q-exponențial) și se pot definii în analogii cantități termodinamice precum temperatură, și călduri specifice [2].

Modelul de tip LGGR pentru un proces cu stări discrete, este bazat pe o ecuație de evoluție în care există un proces local de creștere, caracterizat cu o rată dependentă de starea n,  $\mu_n$ respectiv un proces de resetare la o stare de bază, caracterizat cu o rată  $\gamma_n$ . Ecuația de evoluție a densității de probabilitate  $\rho(x, t)$  [1], este folosită și descrisă în capitolul II al acestui raport. Avantajul acestui ecuații master față de cea cu termeni de difuzie (ecuații de tip Fokker-Planck) este

că permite o soluție analitică pentru starea staționară:  $Q_n = \frac{\mu_0 Q_0}{\mu_n} \prod_{j=1}^n \frac{\mu_j}{\mu_j + \gamma_j}$ . În cadrul ciocnirilor relativiste densitatea de probabilitate ca energia particulelor observate să fie  $\varepsilon$  se poate aproxima ca (vezi [2]):  $\rho(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma_1(\varepsilon)\Gamma_n(E-\varepsilon)}{\Gamma_{n+1}(E)} P_n(E)$ , unde  $\Gamma_k(E)$  este hiper-suprafața din spațiul k dimensional unde energia este E, iar  $P_n(E)$  este probabilitatea ca să se formeze n particule într-o ciocnire relativistă de energie E. Într-o aproximație microcanonică și folosind aproximația ultrarelativistă s-a demonstrat (vezi [3]) că  $\rho(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{E} \left(1 - \frac{\varepsilon}{E}\right)^{n-1} P_n(E)$ .

Folosind ipoteza unui proces de tip LGGR, se poate determina probabilitățile  $P_n(E)$ , și astfel spectrul hadronilor generați. S-au studiat două aproximații: (a) în care se presupune rate constante,  $\mu$ , pentru procesul de creștere a numărului de hadroni după o ciocnire, și rată constantă de resetare,  $\gamma$ , semnificând un proces de reformare a plasmei quark-gluonice din care s-a pornit hadronizarea, (b) în care se presupune o rată de creștere preferențială (linear dependent de n),  $\mu_n = \sigma(\frac{n}{k} + 1)\langle n \rangle$ , și rată de resetare tot preferențială  $\gamma_n = \sigma(n - \langle n \rangle)$ , ambele dependente și de numărul medii de particule  $\langle n \rangle$ .

În cazul (a) modelul LGGR ne conduce la:  $P_n(E) = Q_n = \frac{1}{1+\frac{\mu}{\gamma}} \left(1 + \frac{\gamma}{\mu}\right)^{-n}$ , cu  $\langle n \rangle = \frac{\gamma}{\mu}$ . Se poate arăta că spectrul de energie depinde numai de  $\langle n \rangle$ :  $\rho(\varepsilon) = \frac{\langle n \rangle + 1}{E} \frac{1}{\left(1 + \frac{\varepsilon(n)}{E}\right)^2}$ . Pentru  $\frac{n\varepsilon}{E} \ll 1$  obținem:

$$\rho(\varepsilon) \approx \frac{\langle n \rangle + 1}{E} \left( 1 - 2 \frac{\langle n \rangle \varepsilon}{E} + 3 \left( \frac{\langle n \rangle \varepsilon}{E} \right)^2 + O\left( \frac{\langle n \rangle \varepsilon}{E} \right)^3 \right).$$

În cazul (b) modelul LGGR prezice în acord cu datele experimentale [3]:

$$P_n(E) = Q_n = (n + k - 1n) \frac{\left(\frac{(n)}{k}\right)^n}{\left(1 + \frac{(n)}{k}\right)^{k+n}}$$
. Această distribuție staționară pentru numărul de

particule ne conduce la spectrul  $\rho(\varepsilon) = \frac{\langle n \rangle}{E} \frac{1}{1 - \left(1 + \frac{\langle n \rangle \varepsilon}{k}\right)^{-k}} \left(1 + \frac{\langle n \rangle \varepsilon}{kE}\right)^{-k-1}$ , care în limita  $\frac{n\varepsilon}{k} E \ll 1$  ne conduce la:

$$\rho(\varepsilon) \approx \frac{\langle n \rangle}{E\left(1 - \left(1 + \frac{\langle n \rangle}{k}\right)^{-k}\right)} \left(1 - \frac{k+1}{k} \frac{\langle n \rangle \varepsilon}{E} + \frac{(k+1)(k+2)}{2k^2} \left(\frac{\langle n \rangle \varepsilon}{E}\right)^2 + O\left(\frac{\langle n \rangle \varepsilon}{Ek}\right)^3\right).$$

Alternativ, se poate considera și o distribuție de tip Poisson, care este la fel ușor de argumentabil [2] printr-un model elementar  $P_n(E) = Q_n = e^{-\langle n \rangle} \frac{\langle n \rangle^n}{n!}$ , și care ne conduce la un spectru de energie caracteristic sistemelor de echilibru de tip Boltzmann-Gibbs

$$\rho(\varepsilon) = \frac{\langle n \rangle}{E(1 - e^{-\langle n \rangle})} e^{-\langle n \rangle \frac{1}{2}}$$

În termodinamica statistică în cadrul distribuției canonice când energia este maximată la valoarea *E* pentru o temperatură *T* avem  $\rho_T(\varepsilon) = \frac{1}{T\left(1-e^{-\frac{\varepsilon}{T}}\right)}e^{-\frac{\varepsilon}{T}}$ . În limita  $\frac{\varepsilon}{T} \ll 1$ , avem aproximația

$$\rho_T(\varepsilon) \approx \frac{1}{T\left(1-e^{-\frac{\varepsilon}{T}}\right)} \left(1 - \frac{\varepsilon}{T} + \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{T}\right)^2 + O\left(\frac{\varepsilon}{T}\right)^3\right).$$

Comparând formula spectrelor pentru diferite aproximații în limita  $\frac{n\varepsilon}{E} \ll 1$  cu cea din termodinamica statistică se generalizează conceptul temperaturii pentru fenomene de neechilibru. Se observă că pentru procesul de tip LGGR cu rate lineare de creștere și resetare în limita  $k \gg 1$ , distribuția este identică cu cel de echilibru la temperatura T până la aproximația de ordinul 1. Temperatura se poate definii ca  $T = E/\langle n \rangle$ , în acord cu ceea ce se utilizează la ciocniri de particule relativiste. [1] T.S. Biró, Z. Néda, *Unidirectional random growth with resetting*, **Physica A**, 499, 335-361 (2018) [2] T.S. Biró and Z. Néda, Thermodynamical Aspects of the LGGR Approach for Hadron Energy Spectra, **Symmetry**, vol. 14, 1807 (2022)

[3] A. Adare et al. PHENIX Collaboration. Phys. Rev. C vol. 78, 044902 (2008)

### VIII. Abordarea statistică a unor limite și scalări a indicelui Hirsch cu numărul total de citări

Indicele Hirsch (sau pur și simplu indicele "h") [1], promovat pentru a fi utilizat la evaluarea prestației științifice a cercetătorilor, revistelor și instituțiilor, este definit ca numărul de publicații pentru care a fost colectat cel puțin aceeași număr de citări:  $h = N(x \ge h) = N_{pub}\overline{C}(h)$ . Pentru un PDF dat,  $\rho(x)$ , indicele Hirsch h este soluția ecuației de mai sus, care în majoritatea cazurilor este o ecuație transcendentală. Unele distribuții sunt totuși speciale. Ori de câte ori  $\rho(x)$  reflectă o anumită proprietate de scalare subiacentă, ne așteptăm ca indicele Hirsch să fie, de asemenea, supus unei anumite scalari consecutive. Am studiat cazul special în care funcția de distribuție cumulativă, satisface relația foarte generală de scalare  $\overline{C(x)} = e^{-f(ax+b)}$ , unde a și b sunt singurele parametrii care definesc aceasta funcție de distribuție cumulativă. În cadrul studiului am construit o teorie generală de scalare între indicele Hirsch, h, și numărul total de publicații  $N_{pub}$ , și citările la acele publicații  $N_{cit'}$  pentru cazul distribuției Pareto normalizate,  $\rho(x) = b(1 + ax)^{-b-1}$ , care se încadrează în setul larg de distribuții cu scalarea indicată. Acceptând distribuția de tip Tsallis-Pareto, demonstrat în lucrarea noastră [2], se obține o scalare universală:

$$\frac{\sqrt{N_{cit}}}{N_{pub}} = \sqrt{\frac{h/N_{pub}}{(b-1)[(h/N_{pub})^{-\frac{1}{b}}-1]}}.$$

Știind că Gintropia are un maxim la  $x = \langle x \rangle$  (vezi secțiunea VI) pentru o valoare fixă *b* se poate da o limită inferioară pentru numărul total de citări în funcție de  $h: \sqrt{N_{cit}} \ge h(1 - 1/b)^{-\frac{b}{2}}$ .

Studiul nostru anterior a arătat că distribuția de citări a autorilor este similară cu share-urile de pe Facebook și ambele sunt descrise de distribuții de tip Tsallis-Pareto (Fig. 8.1 stânga) [2]. Înainte să se studieze scalarea universală s-a validat ipoteza din [2] folosind o bază de date de citații de la Google Scholar. Au fost colectate de noi toate citările articolelor a peste 40000 de cercetătorilor folosind un robot crawler de internet. Pentru a se putea realiza o statistică adecvată a citărilor, căutarea a fost limitată la acei cercetători pentru care avem  $N_{cit} > 10,000$  și  $N_{pub} > 100$ , astfel s-a asigurat o bună calitate a statisticilor pentru fiecare autor. Pentru fiecare

autor a fost efectuat o regresie automatizată de tip Tsallis -Pareto pentru a determina parametrul optim de fitare *b*. S-a demonstrat iarăși validitatea distribuției de tip T-P (vezi ca exemplu graficele din Fig. 8.1, stânga. Distribuția lui *b* are un maxim în jurul b = 1.32 și o medie în b = 1.58, în bună concordanță cu b = 1.4 propus anterior în [2] . Aceste rezultate sunt indicate în Fig. 8.1, dreapta.



Figura 8.1: (stânga) Exemplu de validitate a densității de probabilitate de tip Tsallis-Pareto pentru distribuția citărilor pentru trei cercetători cu număr de citări mult diferiți. (dreapta) Distribuția valorilor b ajustate pentru 42089 cercetători.



Figura 8.2: Distribuția punctelor cu coordonate  $(\frac{N_{cit}}{N_{pub}}, \frac{h}{N_{pub}})$  în două reprezentări diferite. Prima ilustrează relația de scalare (2) ca o histogramă 3D, evidențiind tendința clară. A doua arată datele și modelele noastre pentru valorile maxime și medii b . Este prezentată și limită de la Gintropia maximă (b $\rightarrow\infty$ ).

Scalarea dintre  $N_{cit}$ ,  $N_{pub}$  și h de mai sus a fost validată. De asemenea, scalarea  $\sqrt{N_{cit}} = 2h$  scalare propusă anterior [3] funcționează perfect pentru datele culese de noi (Fig. 8.2). Limitele de la Gintropia maximă,  $b \rightarrow \infty$ , sunt funcționale după cum se vede în Fig. 8.2.

Coeficientul Gini pentru o distribuție de tip Tsallis-Pareto este întotdeauna mai mare de 0.5. Datele culese de pe Google Scholar arată aceasta și distribuția valorilor G prezintă o formă Gaussiană, cu un maxim la o valoare neașteptat de mare, în jurul valorii de  $G_{max} \simeq 0.81$ . Acest lucru

sugerează o inegalitate mare în numărul de citări pe care le primesc publicațiile unui cercetător. [1] J.E. Hirsch; An index to quantify an individual's scientific output, **PNAS**, 46, 2005, 1656

[2] Z. Néda, L. Varga, T. S. Biró; Science and Facebook: the same popularity law! **PLOS ONE** 12, 2017, 0179656.

[3] W. Glänzel; On the H-index – A mathematical approach to a new measure of publication activity and citation impact. **Scientometrics** 67, 2006, 315.

### IX. Studiul rețelei neuronale cerebrale printr-un model statistic simplu

Acest studiu [1] a fost motivat de o descoperire făcută nu demult conform căruia numărul conexiunilor de axoni din creierul șoarecilor prezintă o scalare exponențială cu lungimea fizică a axonilor, cunoscută ca și "Exponential Distance Rule" (EDR) [2, 3]. Numărul total de axoni măsurați a fost două milioane. Recent s-a realizat si o "cartografiere" completa a creierului Drosophila (musculita) [4]. În regiunea centrala se afla peste 30.000 de neuroni care par sa urmeze același regula EDR (vezi Fig. 9.1a). În literatura de specialitate se găsesc raportări despre o mulțime de alte

măsurători și la alte specii, inclusiv maimuta macac și om. Aceste conectoame însă se referă la conexiuni multiaxonale dintre zone mai mari ale creierului (30 - 128 zone). Dependența dintre numărul de axoni și lungimea acestora arată devieri majore de la regula EDR însă devieri cu caracteristici universale (vezi Fig. 9.1b) [5]. Scopul nostru a fost sa verificam dacă aceste abateri se pot datora abordării grosiere (toți axonii care leagă două zone date se consideră a avea același lungime) și dacă regula EDR poate fi generalizată pe o clasă largă de specii.



Figura 9.1 Ilustrații cu două tipuri de date de conectom: (a) date exhaustive pentru axoni în drosophila și creierul șoarecelui, și (b) abordare grosieră (ponderată) cu tehnici de urmărire a traiectului în creier. În jos sunt reprezentate distribuții ale lungimilor axonilor și distanțelor între regiuni, evidențiind discrepanțe între cele două tipuri de date.

Figura 9.2 Ilustrații și date care susțin metodologia: (a) Segmentarea axei infinite unidimensionale, (b) Distribuția dimensiunilor regiunilor cerebrale în modelul neurologic nul al soarecelui, (c) Reprezentare schematică a jumătății creierului de șoarece în spațiul tridimensional, și (d) Scheme ale experimentului computational cu celule voronoi cu dimensiuni distribuite exponențial.

Am considerat un model stochastic unidimensional al creierului în care regiunile apar ca rezultatul partajării "creierului" în segmente cu o distribuție exponențială a lungimilor iar axonii ca si conexiuni între aceste segmente poziționate aleator si cu lungime urmând si ele o distribuție exponentială. Distanța astfel obținută dintre cele două regiuni conectate s-a măsurat dintre extremitătile celor două regiuni implicate (vezi Fig. 9.2a). Distributia distantelor astfel obtinute în mod analitic s-a dovedit a se potrivi foarte bine datelor experimentale (vezi Fig. 9.3). Simulările arată că dacă distanța se calculează altfel, de exemplu între mijlocul celor două regiuni, forma distribuției nu este afectată în mod semnificativ. Pentru a se asigura că acest model simplu de "coarse graining" intradevar cuprinde esența fenomenului ilustrat în Figura 9.2d am studiat efectul unor aspecte precum dimensionalitatea, geometria curbata al cortexului (în cazul soricelului), sau posibilitatea ca rezultatul sa nu fie conditionata de prezenta distribuției exponențiale. Datele extrase dintr-o modelare complete al retelei neuronale [6] arată că distribuția volumului regiunilor corticale la soareci nu deviază foarte mult de cea exponențială (vezi Fig. 9.2b). Din aceleași date se poate observa ca geometria cortexului este mai degrabă bidimensională (vezi Fig. 9.2c). O simulare în 2D utilizând partajare Voronoi ponderata, adică regiuni care urmează o distribuție exponențială a suprafetei interconectate cu legături aleatorii cu lungimi Si ele cu distributie exponentială produce o distribuție al conexiunilor "coarse grained" (lungimea conexiunilor a fost echivalată cu distanța dintre nucleele regiunilor conectate) similară cu cea din modelul unidimensional (vezi Fig. 9.3). Curbura nu are efect la distanțe mici exact unde diferenta dintre distributiile lungimilor neuronale si cele ale distantelor interregionale solicita o explicatie. În cadrul modelului unidimensional am testat impactul distribuțiilor folosite pentru marimea regiunilor și pentru lungimea conexiunilor. Figura 9.3 arată că prezența distribuției exponențiale este un element obligatoriu pentru o buna potrivire cu datele experimentale.



Figura 9.3 Concluzii din modelare analitică și simulări computaționale, inclusiv un experiment bidimensional și diverse permutări ale distribuțiilor de lungimi axonale și segmentare spațială. Distanțele ponderate intracorticale sunt reprezentate de linii roșii, iar soluția analitică este ilustrată printr-o linie neagră. Punctele galbene reprezintă rezultatele simulării cu celule Voronoi de dimensiuni exponențiale, iar regiunile albastre și verzi indică scenarii cu și fără distribuții exponențiale în lungimea axonală sau dimensiunea regiunii.

[1] Józsa, M., Lázár, I.Zs., Ercsey-Ravasz, M. (2023) Coarse-graining effect in axonal wiring databases confirms the exponential distance rule. <u>https://arxiv.org/abs/2307.06061</u>

[2] Ercsey-Ravasz, M., Markov, N. T., Lamy, C., Van Essen, D. C., Knoblauch, K., Toroczkai, Z., Kennedy, H. (2013) A Predictive Network Model of Cerebral Cortical Connectivity Based on a Distance Rule. **Neuron**, 80(1), 184–197.

[3] Horvát, S., Gămănuţ, R., Ercsey-Ravasz, M., Magrou, L., Gămănuţ, B., Van Essen, D. C., Burkhalter, A., Knoblauch, K., Toroczkai, Z., Kennedy, H. (2016) Spatial Embedding and Wiring Cost Constrain the Functional Layout of the Cortical Network of Rodents and Primates. **PLOS Biology**, 14(7), e1002512.

[4] Scheffer, L.K. et al, (2020) A connectome and analysis of the adult drosophila central brain, **eLife** (9) September.

[5] Betzel, R.F., Bassett, D.S. (2018) Specificity and robustness of long-distance connections in weighted, interareal connectomes. **PNAS**, 115(21), E4880

[6] Oh, S., Harris, J., Ng, L. *et al.*, (2014) A mesoscale connectome of the mouse brain. **Nature** 508, 207–214

## X. Comportamentul colectiv în coloane de fluid oscilante. Simulări computaționale.

Am investigat oscilația și comportamentul colectiv în coloanele de fluid încălzite folosind metode numerice și computaționale de dinamica fluidelor într-o aproximație 2D. Studiile anterioare au demonstrat că flăcările difuzive pot prezenta un comportament oscilatoriu [1] respectiv o sincronizare netrivială dacă ele interacționează. Există două abordări principale pentru a explica oscilația și comportamentul colectiv. O abordare folosește reacția chimică în timpul arderii modelând oscilația ca ciclu limită [2,3]. Deși abordarea bazată pe reacții chimice poate explica atât oscilația, cât și comportamentul colectiv, experimentele efectuate pe fluxuri de fluid condus de flotabilitate sugerează că acest fenomen este rezultatul instabilităților hidrodinamice [4,5]. În lucrarea noastră anterioară [5], am studiat comportamentul oscilator și colectiv în coloanele de Heliu (s-a folosit coloana de Heliu pentru a modela fluxul condus de flotabilitate produs de flăcările de difuzie). S-a demonstrat că oscilația coloanei de Heliu și comportamentul colectiv reproduc majoritatea caracteristicilor oscilației flăcărilor. De asemenea, s-a furnizat un model simplu tratabil analitic pentru frecvența oscilației observate în coloane. Motivația principală a studiilor din anul acesta era

de a oferi un model mai detaliat pentru rezultatele experimentale ale oscilației și comportării colective a coloanelor de Heliu.

Am modelat fluxul condus de flotabilitate folosind coloane de lichid încălzite într-un câmp gravitațional [6]. Fluidul din model a fost considerat un fluid ideal incompresibil. Deoarece simulările 3D sunt foarte solicitante din punct de vedere computațional, s-a folosit un domeniu de simulare dreptunghiular 2D. Pentru a rezolva numeric ecuațiile diferențiale parțiale cuplate s-a folosit pachetul software FEniCS. Pentru soluția numerică, s-a discretizat spațiului de simulare folosind o grilă triunghiulară adaptivă foarte densă.



Figura 10.1 Stânga: oscilația coloanei de fluid încălzită ilustrând spațiul de temperatură în diferite momente. Dreapta: oscilația colectivă în coloanele de fluid încălzite care interacționează, ilustrând spațiul de temperatură în diferite momente de timp.

Pentru soluția numerică, era nevoie de condiții de limită adecvate pentru diferitele câmpuri a mărimilor relevante (temperatura, presiune, viteza de curgere), toate acestea fiind detaliate în [6]. Cu ajutorul simulărilor numerice, s-a arătat că această abordare poate reproduce oscilațiile observate experimental și sincronizarea în antifază pentru coloanele de Heliu care interacționează, așa cum este ilustrat în Fig. 10.1. Cu acest model, s-a investigat influența parametrilor relevanți ai sistemului asupra dinamicii, cum ar fi efectul randamentului fluxului și diametrul duzei pentru coloanele de fluid. Pentru comportamentul colectiv s-a studiat efectul distanței de separare dintre duze asupra frecvenței de oscilație și a parametrului de ordine de sincronizare. S-a arătat că rezultatele obținute din simulările computaționale reproduc trendurile obținute experimental atât pentru oscilația cu o singură coloană, cât și pentru oscilația sincronizată a coloanelor care interacționează. În plus, s-a reușit să se arate faptul că fenomenul acesta apare și la o scară spațială mult mai mare, ceea ce este important pentru că poate oferii posibilități pentru aplicații practice ale acestui fenomen.

[1] Chamberlin, D. & Rose, A. The flicker of luminous flames. **Proc. Symp. Combust**. 1–2, 27–32.

[2] Kitahata, H. et al. Oscillation and synchronization in the combustion of candles. J. Phys. Chem. A 113, 8164–8168.

[3] Gergely A., Sándor B., Paizs C., Tötös R. and Néda Z., Flickering candle flames and their collective behavior. **Scientific Reports**, 2020. 10 (1): 1-13.

[4] T. Yuan, D. Durox, and E. Villermaux, "An analogue study for flame flickering," **Exp. Fluids** 17, 337 (1994).

[5] Gergely A., Paizs C., Tötös R. and Néda Z., Oscillations and collective behavior in convective flows. **Physics of Fluids** 33, 124104 (2021)

[6] Gergely A. and Néda Z, Computational Fluid Dynamics Approach for Oscillating and Interacting Convective Flows. **Fluids** 2022, 7(11), 339.

### XI. Analiza datelor și modelarea experimentală a activităților seismice

Am investigat universalități și analogii interesante în statisticile avalanșelor pentru trei sisteme fizice definite pe scări de lungime și energie foarte diferite [1]: cutremure induse de dinamica tectonică, cutremure de scară micro observate pentru planuri cristalografice de alunecare în metale și un model unidimensional, la scara camerei, tip bloc resort Burridge-Knopoff.

Valabilitatea legii Gutenberg-Richter pentru densitatea de probabilitate a energiilor disipate în avalanșe este dovedită pentru toate cele trei sisteme (Fig. 11.1). Analizând datele pentru trei zone seismice diferite și efectuând detecția acustică pentru diferite probe aflate în deformare, este dezvăluită universalitatea exponentului de scalare implicat. Cu alegerea corectă a parametrilor, modelul 1D Burridge-Knopoff este capabil să reproducă aceeași lege de scalare.

Timpii de recurență a cutremurelor și micro-cutremurelor cu magnitudini peste un anumit prag prezintă distribuții similare și asemănări cantitative izbitoare. Acest aspect însă nu poate fi capturat prin modelul Burridge-Knopoff 1D folosit.



Figura 11.1: (a) PDF pentru energia seismică reprezentate la scară logaritmică. Scalarea clară pe opt ordine de mărime demonstrează validitatea legii Gutenberg-Richter și sugerează universalitatea exponentului de scalare. (b) PDF pentru energia avalanșelor observate în modelul Burridge-Knopoff. Rezultatul simulării pentru diferite dimensiuni de sistem N. Linia continuă reprezintă distribuția Tsallis-Pareto. (c) PDF pentru energiile evenimentelor acustice în probele de Zn în vrac, fitată cu o funcție de tip Tsallis-Pareto. (d) PDF pentru energiile evenimentelor acustice în cazul micropilonilor.

Modelul bloc-resort Burridge-Knopoff de obicei este analizat prin simulări numerice și există foarte puține încercări în care modelul este implementat și experimental. Scopul nostru a fost de a proiecta, realiza și testa un dispozitiv, cu ajutorul căruia modelul poate fi studiat experimental [2] și oferă indicii privind auto-organizarea componentelor microscopice ale modelului (blocuri), care produc scalări pe scară macroscopică. Un șir unidimensional este realizat din blocuri și resorturi bidirecționale, care este plasat pe o bandă de alergat. Blocurile sunt conectate și la o bară orizontală fixată la sol cu resorturi extensibile. Viteza benzii este ținut constant la o valoare mică. Pentru evaluarea dinamicii sistemului poziția fiecărui bloc este digitalizată folosind înregistrări video HD de 50 fps calibrate. Sistemul este prezentat detaliat în video-abstractul publicat pe Youtube [3].



Figura 11.2. (a) Dependența de timp a energiei sistemului. (b) Densitatea distribuției energiilor avalanșelor experimentale pentru diferite viteze ale benzii exprimat în unități de km/h.

În anumite condiții stabilite dinamica sistemului este o mișcare auto-organizată în avalanșe după care blocurile opresc relativ cu banda rulantă (mișcare de tip stick-slip). După un timp, din cauza elongației resorturilor superioare o nouă avalanșă se va forma. Din datele obținute se calculează energia cinetică a sistemului reprezentat în Fig. 11.2a. Din punct de vedere energetic avalanșele sunt definite de minime și maxime consecutive între care energia cinetică totală a blocurilor crește monoton pentru o perioadă mai lungă de timp decât o valoare dată. Energia aparținând avalanșei este definită ca diferența dintre energiile cinetice din punctul minim și următorul maxim. Densitatea de probabilitate ale energiei avalanșelor este reprezentat în Fig. 11.2b. Se poate observa că această distribuție poate fi descrisă de o distribuție de tip putere cu valoarea exponentul de  $\gamma \approx 2,2$ . Modelul 1D Burridge–Knopoff experimental confirmă legea Gutenberg–Richter pentru cutremure.

S-a analizat și posibilitatea creării unui model teoretic bazat pe LGGR pentru explicarea distribuțiilor Tsallis-Pareto observate pentru energiile cutremurelor.

Am implementat un sistem de monitorizare la distanță într-o mofetă abandonată în apropierea zonei seismice Vrancea, strategic selectată pentru activitatea seismică recurentă. Obiectivul nostru principal a fost să investigăm variațiile în concentrația și emisiile de dioxid de carbon ( $CO_2$ ), cu accent specific pe identificarea posibilelor corelații cu evenimentele seismice. Echipamentul proiectat și realizat de către noi a înregistrat concentrațiile de  $CO_2$  la 20 de înălțimi diferite în fiecare secundă, împreună cu temperatura și presiunea atmosferică.

Seria temporală prezentată în Fig. 11.3 arată datele măsurate în intervalul de timp examinat. Principala noastră ipoteză a fost că stresurile în crusta pământului, responsabile pentru cutremure, ar putea afecta deplasarea diverselor fluide, cum ar fi dioxidul de carbon în crusta pământului. Este plauzibil că înainte ca stresul să fie eliberat, transportul dioxidului de carbon spre suprafața pământului poate să se schimbe, putând să servească potențial ca un precursor al cutremurelor. Dacă apare o schimbare semnificativă în transportul dioxidului de carbon spre suprafața Pământului înainte de eliberarea tensiunii, aceasta poate fi detectată utilizând măsurători de concentrație în emanații de CO2, precum o mofetă, astfel încât concentrația de dioxid de carbon reprezintă un posibil precursor al cutremurelor.





Am investigat conexiunea potențială între cutremure și concentrațiile de dioxid de carbon măsurate cu următoarea abordare. Conform ipotezei noastre, dacă există o astfel de relație, ar trebui să observăm schimbări în unele caracteristici ale seriei temporale a concentrației de dioxid de carbon, cum ar fi deviația standard sau media, în jurul momentului cutremurelor în comparație cu alte intervale de timp. Am calculat aceste caracteristici pentru intervalele de timp dinainte, în timpul și după cutremure (cutremure cu magnitudine de 3 sau mai mare în zona Vrancea) într-o fereastră de timp specificată. Ulterior, am comparat aceste valori pentru intervalele selectate aleatoriu. Nu au fost găsite diferențe semnificative între valorile măsurate în intervalele aleatorii selectate și cele în intervalele selectate în apropierea cutremurelor. Pe baza tuturor acestor informații, putem concluziona că este puțin probabil să fie detectabilă o conexiune între concentrațiile de dioxid de carbon pe care le-am măsurat și cutremurele mici care apar frecvent (cea mai mare magnitudine a cutremurului în intervalul examinat fiind 5.1).

 [1] A. Kuki, F. Járai-Szabó, A. Gergely, I. Gere, Z. Néda, S. Lipcsei, P. Dusan-Ispanovity, Z. Dankházi and I. Groma; Statistical analogies between earthquakes, micro-quakes and avalanches in the 1D Burridge-Knopoff model, Geofizika 40, 1-27 (2023)

[2] D. Antal, A. Gergely, Z. Néda, Földrengésmodell a futószalagon, Fizikai Szemle, 10, 353-356 (2023)
[3] D. Antal, F. Járai-Szabó, A. Gergely, Z. Néda, S. Sárközi: Earthquake model on the conveyor belt, 2023, Youtube video abstract, <u>https://youtu.be/IRjoSaNPER8</u>

# XII. Studiul experimental al zgomotului atmosferic. Statistica intervalelor dintre sferici (fulgeri) Fulgerul provoacă o emisie instantanee de unde electromagnetice (EM) care cuprind un

spectru larg de frecvențe în domeniul undelor radio. Semnătura acestor impulsuri în regiunea frecvenței foarte scăzute (VLF) a undelor radio și mai jos sunt denumite sferice. Am dezvoltat un instrument simplu pentru captarea acestor activități sferice și am cules date în decursul a doi ani consecutivi (2022 și 2023) [1]. Pe baza spectogramelor înregistrate (Fig. 12.1a) am analizat distribuția timpilor inter-sferici pentru diferite praguri de detectare (nivel de semnal). Demonstrăm că prin normalizarea intervalelor de timp între sferice cu valoarea medie, distribuțiile pentru toate înregistrările și pragurile de detectare se colapsează într-o curbă universală de tip Gamma (vezi Fig. 12.1b). În plus, remarcăm asemănările în distribuția timpilor inter-sferici cu modelele găsite în timpurile de recurență ale cutremurelor.



Figura 12.1: (a) Fragment de 20s dintr-o spectrogramă înregistrată în 2022. Liniile verticale evidențiază sfericele produse de fulgere în gama de Frecvențe Foarte Joase (1 kHz - 15 kHz). Densitatea spectrală a puterii relevă semnături distinctive, cu partea inferioară evidențiind armonicele frecvenței de 50 Hz și semnale regulate din navigația Alpha. (b) Densitatea de probabilitate a timpilor medii rescalați între sferice pentru diferite niveluri de prag. Histogramele din sesiunile de înregistrare 1 și 2 converg către o curbă principală, descrisă printr-o distribuție Gamma medie rescalată, având un singur parametru, α = 0.95.

[1] I. Gere, Atmospheric Noise Measurements in the Garden: Detecting Universalities in Inter-spheric Waiting Time Statistics, submitted to Romanian Journal of Physics (2023)

### XIII. Studiul dinamicii în sistemele biologice prin modelul Creștere Locală și Resetare Globală

Studiul se concentrează pe conceptul de universalitate în sistemele biologice, care reprezintă un subiect intens dezbătut în comunitatea științifică [1,2]. În timp ce fizica își propune să identifice caracteristici statistice comune în sistemele studiate, biologia și sociologia tind să se concentreze asupra specificităților fiecărei probleme investigate. Cu toate acestea, în domeniul ecologiei, există un interes semnificativ pentru găsirea unor descrieri statistice unificate pentru ansamblurile mari de plante și animale, care sunt esențiale pentru înțelegerea ecologiei și conservarea ecosistemelor.

Se analizează evoluția dimensiunii arborilor și statistica rezultată, cu un accent deosebit pe ecosistemele de pădure temperată. Pentru a realiza aceasta, se folosește o abordare de modelare bazată pe ecuații de tip master, cunoscută sub numele de LGGR[3]. În cadrul modelului, cantitatea relevantă care caracterizează arborii este diametrul lor la nivelul pieptului, denumit în limba engleză "Diameter at Breast Height" (DBH). Acest model are la bază asumpții dinamice realiste și oferă o cale analitic solvabilă pentru a studia universalitatea distribuției dimensiunilor arborilor.

Trei sisteme diferite sunt luate în vizor: (1) Primul eșantion provine dintr-o pădure cu frunze căzătoare seminaturală, bogată în stejar, carpen și fag, în România Centrală. Pădurile sunt protejate

de regulamente Natura 2000, fără pășunat timp de un secol, iar principalul scop al arborilor este lemnul. (2) Al doilea eșantion provine dintr-o pajiște forestieră veche, cu aceleași specii dominante ca și pădurea, unde arborii au fost utilizați tradițional pentru umbră, fructe și controlul eroziunii solului. (3) Cel de-al treilea eșantion constă în plantații de arbori hibrizi de plop, cu densitate mare, fără intervenții umane de la plantare. Aceste măsurători au fost realizate pentru a compara distribuția dimensiunii arborilor în medii controlate cu cea în medii naturale mature. Am mai utilizat date experimentale auxiliare privind rata de creștere și mortalitatea naturală al arborilor în parcurile naționale din SUA [4] pentru a dezvolta și valida forma aleasă a ratelor de creștere și resetare.

Distribuția diametrelor arborilor în pădurile seminaturale și pajiștile forestiere urmează o tendință Gamma (Fig. 13.1a), în timp ce plantațiile de arbori au o distribuție de tip Gaussian (Fig. 13.1b). Distribuția Gamma a dimensiunilor arborilor în ecosistemele naturale este susținută și de literatură [5]. Datele acoperă distribuția diametrelor arborilor și sunt normalizate la valoarea medie a diametrelor (y = DBH/ < DBH >) pentru a facilita comparațiile. Interesant este faptul că distribuției de tip Gamma în pădurile seminaturale mature este mai complexă, implicând evoluția ansamblului de arbori și interacțiunea dintre procesele de creștere și mortalitate. Un alt fenomen important în formarea distribuției Gamma a diametrelor arborilor este scăderea (în timp) numărului de arbori aparținând aceleiași specii în păduri, ceea ce poate fi atribuit creșterii diversității speciilor [6]. Această distribuție staționară este importantă pentru modelele ulterioare și oferă o bază pentru înțelegerea statistică a acestor ecosisteme [5].



Figura 13.1: Distribuția experimentală a diametrelor arborilor în cele trei ecosisteme. (a) Linia intermitentă reprezintă distribuția Gamma. (b) Linia intermitentă reprezintă distribuția Gaussiană.



Figura 13.2: Distribuția diametrelor în cazul celor doi plantări (de 10 și 15 ani). Dimensiunea medie al arborilor crește cu trecerea timpului, iar distribuția diametrelor rămâne aproximativ Gaussian.

Pentru modelare, scopul este să înțelegem mecanismul dinamic din spatele distribuției universale a dimensiunii arborilor în ecosistemele forestiere mature. Utilizăm ecuația maestră LGGR [3]. Resetarea reprezintă înlocuirea unui individ cu altul, asigurând stabilizarea ansamblului (termenul responsabil din Ecuatia 1:  $\delta_{n,0} < \gamma >$ ). O altă posibilitate de a include termeni suplimentari în ecuația evolutivă este de a lua în considerare cazul în care numărul de elemente se schimbă în sistem. De exemplu, în cazul în care numărul de elemente crește (sau scade) în mod multiplicativ, acest mechanism induce un proces de resetare independent de starea indivizilor din sistem. Procesul acesta de resetare va fi marcată cu  $\kappa$  in ecuația master. Astfel, pentru a descrie dinamica staționară în spatele distribuției dimensiunii arborilor, incorporam în modelul LGGR procesele de creștere, resetare și schimbare a numărului de arbori. Modelul prezice o distribuție stabilă în stadiul de echilibru dinamic, iar în cazul ecosistemelor mature, această distribuție este deja atinsă. Pentru a rezolva analitic ecuația master, considerăm forma sa în limita cazului continuu, rezultând într-o ecuație diferențială sub forma  $\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [\mu(x)\rho(x, t)] - (\gamma(x) + \kappa)\rho(x, t) + \delta(x) < \gamma(x) > (t).$ 

Forma soluției generale este  $\rho(x) = \frac{\mu(0)}{\mu(x)}e^{-\int \frac{\gamma(u)+\kappa}{\mu(u)}du}$ . Plantările desi în continuă

Plantările, deși în continuă creștere, arată o scalare a dimensiunilor, Fig. 13.2. Acest lucru sugerează că arborii mai mari cresc mai rapid, indicând că rata de creștere are forma unei funcții monotone de creștere a diametrului arborelui. Datele noastre și datele din literatură susțin că rata de creștere a arborilor cu frunze căzătoare crește odată cu diametrul arborelui [5], dar această creștere nu poate continua la nesfârșit pentru arborii mari, astfel că trebuie să se satureze. Astfel de forma a ratei de creștere este  $\mu(x) = d_1 \frac{x}{x+b}$ . Rata de resetare al arborilor, care poate fi cauzată de mortalitatea naturală sau exploatarea forestieră, este dificil de măsurat experimental. Datele disponibile nu reflectă rata de resetare în sine, ci furnizează probabilitatea existenței unui arbore mort de un anumit diametru în ecosistem. În modelul nostru, presupunem că rata de resetare crește odată cu diametrul arborilo și converge către o valoare constantă pentru arborii foarte mari. Propunem o formulă pentru rata de resetare care ia în considerare aceste aspecte și care va fi verificată pe datele disponibile. Pe scurt, rata de resetare reflectă procesele complexe care influențează ecosistemele forestiere mature, inclusiv procesele de mortalitate naturală și resetarea constantă cauzată de diversificarea speciilor în pădure:  $\gamma(x) = f_1 \frac{x-r}{x+b} + \kappa = d_2 \frac{x-c}{x+b}$ .

Am calculat densitatea de probabilitate staționară  $\rho(y) = \frac{d^{dc}}{(b+c)\Gamma(cd)}e^{-d < x > y}y^{dc-1}(y < x > + b),$ unde y = x/ < x >și  $d = d_1/d_2$ . Aceasta depinde de mai mulți parametri și descrie modul în care se distribuie dimensiunile arborilor în ecosistemele forestiere mature (Fig. 13.1a).

Am arătat că modelul LGGR, care include procese de creștere, resetare și diversificare, reproduce cu succes distribuția dimensiunii arborilor în medii forestiere mature. Ratele de creștere și resetare ale arborilor, împreună cu parametrii aleși, sunt consistente cu datele experimentale disponibile. Aceste rezultate confirmă validitatea modelului nostru și au implicații semnificative pentru gestionarea durabilă a pădurilor și pentru înțelegerea dinamicii acestor importante ecosisteme. Studiul se concentrează pe identificarea unor modele și procese comune care ar putea fi utilizate în vederea protejării și menținerii sănătății pădurilor, și totodată, ar putea deschide noi perspective în cercetarea ecologică și conservarea biodiversității.

[1] Wood, D.T., Kojouharov, H.V. & Dimitrov, D.T. Universal approaches to approximate biological systems with nonstandard finite difference methods. **Math. Comput. Simul.** 133, 337–350, DOI: https://doi.org/10.1016/j.matcom.2016.04.007 (2017).

[2] Braun, E. & Marom, S. Universality, complexity and the praxis of biology: Two case studies. **Stud. Hist. Philos. Sci. Part C**, 53, 68–72, DOI: https://doi.org/10.1016/j.shpsc.2015.03.007 (2015).

[3] Biró, T. & Néda, Z. Unidirectional random growth with resetting. **Phys. A: Stat. Mech. its Appl.** 499, 335–361, DOI: https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.02.078 (2018)

[4] Service, N. P. Ncrn forest vegetation monitoring data 2006-2022. National Capital Region Network I&M Program, Washington, DC https://irma.nps.gov/DataStore/Reference/Profile/2296604 (2022).

[5] Larsary, M. K. et al. Comparison of probability distribution functions applied to tree diameter and height of three development stages in a mixed beech (fagus orientalis lipsky) forest in hyrcanean region of iran. **For. Ideas** 22, 65–84 (2016)

[6] Yeom, D.-J. & Kim, J. H. Comparative evaluation of species diversity indices in the natural deciduous forest of mt. jeombong. For. Sci. Technol. 7, 68–74,

DOI: https://doi.org/10.1080/21580103.2011.573940 (2011).

[7] Ligot, G. et al. Tree growth and mortality of 42 timber species in central africa. **For. Ecol. Manag.** 505, 119889, DOI: https://doi.org/10.1016/j.foreco.2021.119889 (2022).

## XIV. Termodinamica rețelelor de tip tranziție de stare (state-transition networks)

Am studiat tranzițiile de fază în dinamica sistemelor complexe prin rata entropica dinamică  $K_q(\vec{P})$  definită prin entropia Rényi  $H_q(\vec{P}(t))$  conform

$$K_q(\vec{\mathcal{P}}) = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} H_q(\vec{\mathcal{P}}(t)), \qquad H_q(\vec{\mathcal{P}}) = \frac{1}{1-q} \ln \sum_{\{\mathcal{X}(t)\}} \left[\mathcal{P}(\mathcal{X})\right]^q$$

unde  $\mathcal{P}(\mathcal{X})$  reprezintă probabilitatea unei traiectorii  $\mathcal{X}(t)$  parcurse într-un număr de t pasi. Tranziția de fază se manifestă printr-o discontinuitate al  $K_q$  în punctul q = 1[1]. Aici măsurile de interes sunt entropia Kolmogorov-Sinai,  $S_{\text{KS}}$ , și coeficientul de difuzie  $\Lambda$  definite prin $S_{\text{KS}} = K_1(\vec{\mathcal{P}}), \qquad \Lambda = -2K_1'(\vec{\mathcal{P}})$ 

Dinamica poate fi modelata printr-un proces Markov de ordin unu prin discretizarea/partajarea spațiului fazelor și caracterizarea dinamicii în mod statistic prin matricea de tranziție  $\mathbf{W}_{nm} = w_{mn}$ , unde m si n reprezintă indicele domeniilor elementare obținute prin partajare. În acest caz vorbim de așa numitul entropie trunchiată,  $\tilde{K}_q$ . Am demonstrat ca acesta poate fi calculata prin formula [3]

$$\tilde{K}_q = \frac{\ln \lambda_{\max}(q)}{1-q}$$

unde  $\lambda_{\max}$  este valoarea proprie a matricei de tranziție ridicată element cu element la puterea q,  $\mathbf{W}_{nm}^{q} = w_{mn}^{q}$ . Ca aplicație a acestei formule am luat câteva sisteme dinamice arhicunoscute precum cel critic [1], cel logistic și cel de tip "cort" (tent) [2]. Formula indică o tranziție de fază în concordanță cu literatura de specialitate [1,2] în toate cazurile (Figura 14.1(a), (b)), care poate fi detectată și prin calcularea numerica a coeficientului de difuzie  $\Lambda$  pentru procesul respectiv. Am remarcat însă faptul că în aceste exemple simple în funcție de partajarea spațiului fazelor valoarea entropiei trunchiate poate să difere de cea exactă calculabile prin metode analitice (Figura 14.1(c)). (a)



Figura 14.1: Entropia trunchiata Rényi în funcția parametrului q. (a) Sistemul critic din Ref. [1] pentru diferite discretizari spațiale N. (b) Ecuația logistică cu patru diferite valori a parametrului r. (c) Sistemul de tip cort din Ref. [2], valoarea exacta  $K_q$  poate fi reprodusa cu folosirea unei partajare de tip generatoare cu N = 2 domenii [2].

Prin interpretarea matricii de tranziție W ca matrice de adiacenta a unei rețele de tip tranziție de stare (state-transition network) abordarea termodinamică de mai sus poate fi extinsă în domeniul rețelelor [4]. Mai mult ca atât metoda poate fi utilizată pentru detecția tranziției de fază in orice serie de timp prin estimarea numerică a matricii de tranziție [3]. Acest aspect are un potențial însemnat în studiul semnalelor biologice, de exemplu, electroencefalografice, seismice, economice (indicele de bursa), etc. unde fenomenele critice sunt de mare interes.

[1] P. Szepfalusy, T. Tel, A. Csordas, and Z. Kovacs, Phase transitions associated with dynamical properties of chaotic systems, **Physical Review A** 36, 3525 (1987).

[2] C. Beck and F. Schogl, Thermodynamics of Chaotic Systems: An Introduction, Cambridge Nonlinear Science Series (Cambridge University Press, 1993).

[3] B. Sandor, A. Rusu, K. Denes, M. Ercsey-Ravasz, and Z. Lazar, Measuring dynamical phase transitions, (finalizarea manuscriptului preconizată în decembrie 2023)

[4] B. Sandor, B. Schneider, Z. I. Lazar, and M. Ercsey-Ravasz, A Novel Measure Inspired by Lyapunov Exponents for the Characterization of Dynamics in State-Transition Networks, **Entropy** 23, 1 (2021).

Néda Zoltán