



A TANTÁRGY ADATLAPJA

Az elméleti fizika differenciálegyenletei

Egyetemi tanév: 2026/2027

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	BABEȘ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM
1.2. Kar	FIZIKA KAR
1.3. Intézet	FIZIKA INTÉZET - MAGYAR TAGOZAT
1.4. Szakterület	Fizika és informatika
1.5. Képzési szint	Licensz
1.6. Tanulmányi program / Képesítés	Fizika-informatika

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve	Az elméleti fizika differenciálegyenletei Ecuatiile diferențiale ale fizicii teoretice Differential Equations of Theoretical Physics				A tantárgy kódja	FLM1207	
2.2. Az előadásért felelős tanár neve				lect. dr. Lázár Zsolt Iosif			
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve				lect. dr. Lázár Zsolt Iosif			
2.4. A laboratóriumi gyakorlatért felelős tanár neve							
2.5. Tanulmányi év	1	2.6. Félév	2	2.7. Értékelés módja	E	2.8. Tantárgy típusa	DS

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	4	melyből:			
3.2. előadás	2	3.3. szeminárium	2	3.4. laboratóriumi gyakorlat	0
3.5. Tantervben szereplő összórászám			56	melyből:	
3.6. előadás	28	3.7. szeminárium	28	3.8. laboratóriumi gyakorlat	0
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					21
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					0
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása (nagyobb vagy egyenlő a tantárgy naptárában az ellenőrzési feladatokra előírt összórászámával)					16
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					1
Vizsgák					6
Más tevékenységek:					0
3.9. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összórászám					44
3.10. A félév összórászám					100
3.11. Kreditszám					4

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. Tantervi	
4.2. Kompetenciabeli	Differenciálszámítási és integrálszámítási alapok. Lineáris algebra. Matematikai analízis alapjai.

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Vetítéshez szükséges eszközök, tábla és megfelelő íróeszköz
5.2. A szeminárium lebonyolításának feltételei	tábla és megfelelő íróeszköz
5.3. A laboratóriumi gyakorlatok lebonyolításának feltételei	

6.1. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai- / kulcs-kompetenciák	C1. Matematikai fogalmak és módszerek használata. C2. Adatok matematikai feldolgozása, jelenségek és folyamatok elemzése és értelmezése. C3. Algoritmusok kivitelezése és elemzése. C4. Matematikai modellek létrehozása jelenségek leírására. C5. Matematikai eredmények bizonyítása különböző matematikai fogalmak és okfejtések segítségével.
Transzverzális kompetenciák	CT1. Szakmai feladatok hatékony és felelősségteljes ellátása a deontológiai jogszabályok betartásával. A szerzői jogok, a terméktanúsítási módszertan és a szakmai etika elveinek, előírásainak és értékeinek törvényes kereteken belüli alkalmazása a saját precíz, hatékony és felelősségteljes munkastratégiákban. CT2. Csapatmunkában való hatékony részvétel különböző beosztásokban. A szakmai szerepek és felelősségek mon belüli azonosítása, hatékony kommunikációs technikák alkalmazása, illetve csapatmunkában való hatékony részvétel különböző beosztásokban. CT3. Az információk, a kommunikációs források és a szakmai képzések hatékony felhasználása úgy anyanyelven, mint idegennyelven is. Továbbtanulásra való lehetőségek felismerése, az erőforrások és a tanulási technikák kamatoztatása a szakmai előmenetel érdekében.

6.2. Tanulási eredmények

Ismeretek	1. A hallgató/végzett leírja a komplex fizikai és dinamikus rendszerek vizsgálatában alkalmazott haladó matematikai modelleket és módszereket. 3. A hallgató/végzett meghatározza az összetett fizikai problémák analitikus és numerikus vizsgálatára alkalmas matematikai módszereket. 4. A hallgató/végzett értelmezi a matematikai modellekben szereplő feltételek, paraméterek és közelítések szerepét.
Képességek	1. A hallgató/végzett haladó matematikai módszereket és formalizmusokat alkalmaz fizikai jelenségek és rendszerek modellezésére és elemzésére. 2. A hallgató/végzett analitikus és numerikus módszereket alkalmaz összetett matematikai és fizikai problémák megoldására. 3. A hallgató/végzett matematikai modelleket fogalmaz meg fizikai rendszerek és folyamatok leírására, meghatározva a szükséges feltételeket és közelítéseket.
Felelősség és önállóság	1. A hallgató/végzett önállóan választ és alkalmaz megfelelő matematikai módszereket és formalizmusokat összetett fizikai problémák megoldására. 2. A hallgató/végzett kritikusan értékeli az alkalmazott matematikai közelítések és módszerek feltételeit, korlátait és érvényességi tartományát. 4. A hallgató/végzett önállóan használ szakirodalmi és számítógépes forrásokat összetett matematikai és fizikai problémák megoldására.

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1. A tantárgy általános célkitűzése	Hallgatók megismertetése a fizikában használatos matematikai módszerekkel.
---------------------------------------	--

7.2. A tantárgy sajátos célkitűzései	A fizika törvényei különböző típusú differenciálegyenletek formájában vannak megadva. A fizika törvényeinek alkalmazása szükségessé teszi, hogy a diáknak kialakuljanak azok a készségeik, amelyek lehetővé teszik a különböző differenciálegyenletek megoldását adott kezdeti és peremfeltételekkel. A készségek a fizikai jelenségek modellezéséhez, szükségeltetik a folyamatok törvényszerűségének különböző típusú differenciálegyenletekkel való megfogalmazását. A differenciálegyenletek különböző típusait lehetőleg konkrét jelenségek matematikai modelljeként tárgyaljuk.
--------------------------------------	---

8. A tantárgy tartalma

8.1. Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
--------------	----------------------	--------------

1. Gamma és beta függvények: tulajdonságaik, összefüggések. Integrálszámítási alapok ismételése: meghatározás, grafikus értelmezés, egy és kétváltozós függvények integrálása, változócsere. 2. Közönséges differenciálegyenletek (D.E.) bevezető: egyenlettípusok. Közönséges és parciális differenciál(egyenlet), explicit és implicit alak. Példák differenciálegyenletekre a természet és mérnöktudományokban. Differenciálegyenletek megoldásának ábrázolása (áram/erővonalak). Példák egyszerű diffegyenletekre. Létezési és unicitási tétel, Cauchy feladat. Elsőrendű differenciálegyenlet rendszer. Magasabbrendű differenciálegyenlet visszavezetése elsőrendű differenciálegyenlet rendszerre. Szétválasztható változójú differenciálegyenletek. Elsőrendű homogén differenciálegyenletek. 3. Elsőrendű lineáris homogén/inhomogén, Bernoulli-típusú és Riccati típusú D.E.-k. Egzakt D.E.-k: Lineáris operátor. Elsőrendű lineáris homogén és inhomogén D.E, állandó változtatásának módszere. Bernoulli-féle D.E. Riccati-féle D.E. Egzakt differenciálok. Integrálfaktorok 4. Implicit alakban megadott, Lagrange-típusú és magasabb rendű D.E.-k. 5. Másodrendű lineáris homogén differenciálegyenletek. Meghatározások, linearitás, lineáris függetlenség. Fundamentális megoldásrendszer. Wronski-determináns. Állandó együtthatójú D.E.: Karakterisztikus egyenlet. Pozitív, nulla és negatív diszkrimináns esetei. Euler-típusú egyenlet. Sorfejtés reguláris és reguláris szinguláris pont körül. 6. Inhomogén lineáris állandó együtthatójú D.E.-k. Másodrendű lineáris, állandó együtthatójú inhomogén D.E. megoldása. Partikuláris megoldás az ismeretlen együtthatók meghatározásával. Partikuláris megoldás az állandók változtatásával. Kényszerrezgések. Magasabbrendű lineáris, állandó együtthatójú, inhomogén D.E. megoldása. Partikuláris megoldás az ismeretlen együtthatók meghatározásával és az állandók változtatásával. 7. Laplace-transzformáció és alkalmazásai. 8. Lineáris D.E.-rendszerek. Elsőrendű differenciálegyenlet rendszerek: kiküszöbölési módszer. Vektorok és operátorok mátrix ábrázolása. Lineáris transzformációk. Sajátérték feladat. Lineáris állandó együtthatójú homogén D.E. rendszer megoldása: karakterisztikus egyenlet módszere; az $\exp(Ax)$ mátrixfüggvény (diagonalizálás) módszere. Inhomogén lineáris egyenletrendszerek. 9. Fourier-sorok: Periodikus függvények. Fourier-tétel. Harmonikus függvények ortogonalitása. Alkalmazások. Páros/páratlan függvények Fourier-sora. Négyzetegyel, fűrészfog-jel, farkasfog-jel. Tetszőleges periódusú függvény Fourier-sora. Hang és hallás. Komplex alak. 10. Dirac-függvény. Lépcső függvény. Négyzetesen integrálható függvények lineáris tere. Fourier-sor, Parseval-tétel, teljess Orthogonalizációs eljárás. Cauchy-Bunyakovszkij-Schwarz egyenlőtlenség. Fourier-transzformáció. Koszinusz és szinusz transzformációk. 11. Ortogonális polinomok: Legendre, Hermite, Laguerre. Bessel függvények ; 12. Parciális differenciálegyenletek: elsőrendű (fél)lineáris homogén és inhomogén, másodrendű (fél)lineáris. Hullámgörvények, diffúziós egyenlet, Laplace-egyenlet. 13. Komplex analízis elemei: analitikus fg.-ek, Laurent sorok, pólusok, rezidumok, alkalmazások. 14. Green-függvények és alkalmazásai	Számítógépről kivetített és/vagy klasszikus előadás, szemléltetés, magyarázat, problematizálás. Online oktatás esetén Zoom és grafikus tablet.	
--	---	--

Könyvészet

1. Lázár Zsolt József, Lázár József: *Differenciálegyenletek és a Matematikai-Fizika Egyenletei* (elektronikus jegyzet)
2. Willian E. Boyce, Richard C.DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley & Sons, Inc. 2000 (online)
3. Szilágyi Pál : *Közönséges differenciálegyenletek I. Rész*, Kolozsvár 2001 (biblioteca facultății)
4. Lajkó Károly : *Differenciálegyenletek (3.kiadás)* Debreceni Egyetem, Matematikai Intézet 2003 (internet)
5. D.V.Ionescu, C.Kalik *Ecuatii diferențiale ordinare și cu derivate parțiale* E.D.P. București 1965 (biblioteca facultății)
6. Arfken G. *Mathematical Methods for Physicists* (third edition), Academic Press, San Diego California 1985 (online)

8.2. Szeminárium	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
Az adott heti előadáshoz tartozó gyakorlatok, feladatok elvégzése.	Felmérés, házi feladatok megbeszélése, egyéni munka, megbeszélés. Online oktatás esetén Zoom+grafikus tablet. Kiegészítő anyagok, megoldott feladatok, elektronikus formában.	
Könyvészet Lásd az előadások könyvészetét		

8.3. Laboratóriumi gyakorlatok	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
Könyvészet		

9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával

A tantárgy célkitűzések felállításánál, annak tartalmi tervezésénél és a sikeres teljesítési feltételek megadásánál az iskolai oktatás és a Babeș-Bolyai Tudományegyetem földrajzi szomszédságában és vonzáskörében található tudományegyetemek (Universitatea București, Universitatea Alexandru Ioan Cuza Iași, Eötvös József Tudományegyetem Budapest, Debreceni Tudományegyetem, stb.) tanterveit és tananyagait, illetve a kutatóintézetek (Institutul Național de Cercetare Dezvoltare pentru Tehnologii Izotopice și Moleculare INCDTIM Cluj-Napoca, stb.) és a különböző magáncégek vagy magánvállalatok (Evoline, Codespring, Emerson, stb.) munkapiaci igényeit vettük figyelembe.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1. Értékelési kritériumok / 10.2. Értékelési módszerek / 10.3. Aránya a végső jegyben
10.4. Előadás	1. Parciális vizsga: 3 órás írásbeli vizsga elméleti (20%) és feladatokból (80%). Aránya a végső jegyben: 30%. 2. Félév végi vizsga: 3 órás írásbeli vizsga elméleti (20%) és feladatokból (80%). Aránya a végső jegyben: 30%.
10.5. Szeminárium	1. Évközi elméleti felmérők: ~15-20 perces írásbeli, heti rendszerességgel. Aránya a végső jegyben: 12%. 2. Évközi gyakorlati felmérők (házi feladatok): az oktató által kidolgozott feladatokból 3 hetente egy ~60 perces felmérés. Hiányzó felmérés nulla pontot ér. Aránya a végső jegyben: 28%
10.6. Laboratóriumi gyakorlatok	
10.7. A teljesítmény minimumkövetelményei	
50% jelenlét, 50% pontszám házi feladatokból, 50% pontszám a vizsgákon	

11. SDG ikonok (Fenntartható fejlődési célok / Sustainable Development Goals)

Nem alkalmazható

Előadás felelőse

lect. dr. Lázár Zsolt Iosif

Szeminárium felelőse

lect. dr. Lázár Zsolt Iosif

Laborgyakorlat felelőse

Kitöltés dátuma
2026-09-15

Az intézeti jóváhagyás dátuma
2026-09-16

Intézetigazgató
conf. dr. Járai-Szabó Ferenc
