



## A TANTÁRGY ADATLAPJA

Bevezetés a Matematikába

Egyetemi tanév: 2026/2027

### 1. A képzési program adatai

|                                     |                                 |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| 1.1. Felsőoktatási intézmény        | BABEȘ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM    |
| 1.2. Kar                            | FIZIKA KAR                      |
| 1.3. Intézet                        | FIZIKA INTÉZET - MAGYAR TAGOZAT |
| 1.4. Szakterület                    | Fizika                          |
| 1.5. Képzési szint                  | Licensz                         |
| 1.6. Tanulmányi program / Képesítés | Fizika                          |

### 2. A tantárgy adatai

|                                                      |                                                                                      |                      |         |
|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------|
| 2.1. A tantárgy neve                                 | Bevezetés a Matematikába<br>Introducere în Matematică<br>Introduction to Mathematics | A tantárgy kódja     | FLX0102 |
| 2.2. Az előadásért felelős tanár neve                |                                                                                      |                      |         |
| 2.3. A szemináriumért felelős tanár neve             | lect. dr. Lázár Zsolt István                                                         |                      |         |
| 2.4. A laboratóriumi gyakorlatért felelős tanár neve |                                                                                      |                      |         |
| 2.5. Tanulmányi év                                   | 1                                                                                    | 2.6. Félév           | 1       |
|                                                      |                                                                                      | 2.7. Értékelés módja | C       |
|                                                      |                                                                                      | 2.8. Tantárgy típusa | DC      |

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

|                                                                                                                                                                                       |   |                  |    |                              |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|------------------|----|------------------------------|-----------|
| 3.1. Heti óraszám                                                                                                                                                                     | 2 | melyből:         |    |                              |           |
| 3.2. előadás                                                                                                                                                                          | 0 | 3.3. szeminárium | 2  | 3.4. laboratóriumi gyakorlat | 0         |
| 3.5. Tantervben szereplő összóraszám                                                                                                                                                  |   |                  | 28 | melyből:                     |           |
| 3.6. előadás                                                                                                                                                                          | 0 | 3.7. szeminárium | 28 | 3.8. laboratóriumi gyakorlat | 0         |
| Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:                                                                                               |   |                  |    |                              | óra       |
| A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása                                                                                                             |   |                  |    |                              | 20        |
| Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás                                                                                                        |   |                  |    |                              | 0         |
| Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása<br>(nagyobb vagy egyenlő a tantárgy naptárában az ellenőrzési feladatokra előírt összóraszámmal) |   |                  |    |                              | 20        |
| Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)                                                                                                                                                  |   |                  |    |                              | 5         |
| Vizsgák                                                                                                                                                                               |   |                  |    |                              | 2         |
| Más tevékenységek:                                                                                                                                                                    |   |                  |    |                              | 0         |
| <b>3.9. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összóraszám</b>                                                                                        |   |                  |    |                              | <b>47</b> |
| <b>3.10. A félév összóraszám</b>                                                                                                                                                      |   |                  |    |                              | <b>75</b> |
| <b>3.11. Kreditszám</b>                                                                                                                                                               |   |                  |    |                              | <b>3</b>  |

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

|                      |  |
|----------------------|--|
| 4.1. Tantervi        |  |
| 4.2. Kompetenciabeli |  |

### 5. Feltételek (ha vannak)

|                                             |  |
|---------------------------------------------|--|
| 5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei |  |
|---------------------------------------------|--|

|                                                              |                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| 5.2. A szeminárium lebonyolításának feltételei               | vetítéshez szükséges eszköz,<br>internethozzáférés, tábla és megfelelő íróeszköz |
| 5.3. A laboratóriumi gyakorlatok lebonyolításának feltételei |                                                                                  |

## 6.1. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Szakmai- / kulcs-kompetenciák | <p>C1. Matematikai fogalmak, összefüggések és módszerek használata.<br/>A matematika alapvető fogalmainak, tételeinek és módszereinek megértése és megfelelő alkalmazása matematikai és fizikai problémákban.</p> <p>C2. Matematikai problémák felismerése, megfogalmazása és megoldása.<br/>A problémák matematikai struktúrájának felismerése, a megfelelő megoldási módszer kiválasztása és következetes alkalmazása.</p> <p>C5. Matematikai reprezentációk és formalizmusok használata.<br/>Algebrai, analitikus, geometriai, grafikus és numerikus reprezentációk használata, valamint a különböző reprezentációk közötti kapcsolatok felismerése.</p> <p>C7. Önálló matematikai problémamegoldás és ismeretszerzés.<br/>Matematikai problémák önálló végiggondolása és megoldása, a hibák felismerése és javítása, valamint szakirodalmi és digitális források megfelelő használata.</p> |
| Transzverzális kompetenciák   | <p>CT1. Szakmai feladatok hatékony és felelősségteljes ellátása a deontológiai jogszabályok betartásával. A szerzői jogok, a terméktanúsítási módszertan és a szakmai etika elveinek, előírásainak és értékeinek törvényes kereteken belüli alkalmazása a saját precíz, hatékony és felelősségteljes munkastratégiákban.</p> <p>CT2. Csapatmunkában való hatékony részvétel különböző beosztásokban. A szakmai szerepek és felelősségek mon belüli azonosítása, hatékony kommunikációs technikák alkalmazása, illetve csapatmunkában való hatékony részvétel különböző beosztásokban.</p> <p>CT3. Az információk, a kommunikációs források és a szakmai képzések hatékony felhasználása úgy anyanyelven, mint idegennyelven is. Továbbtanulásra való lehetőségek felismerése, az erőforrások és a tanulási technikák kamatoztatása a szakmai előmenetel érdekében.</p>                         |

## 6.2. Tanulási eredmények

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ismeretek  | <p>1. A hallgató/végzett meghatározza a fizikához szükséges alapvető matematikai fogalmakat, tételeket és módszereket.</p> <p>3. A hallgató/végzett felismeri a matematikai objektumok algebrai, geometriai és grafikus reprezentációi közötti kapcsolatokat.</p> <p>4. A hallgató/végzett értelmezi a fizikai problémákban előforduló függvényeket, változókat, paramétereket és matematikai összefüggéseket.</p>          |
| Képességek | <p>1. A hallgató/végzett matematikai eszközöket alkalmaz alapvető problémák analitikus megoldására és egyszerű fizikai jelenségek leírására.</p> <p>2. A hallgató/végzett alapvető matematikai műveleteket és módszereket alkalmaz a fizikai tanulmányok során felmerülő feladatok megoldására.</p> <p>3. A hallgató/végzett matematikai összefüggéseket algebrai, geometriai és grafikus formában ábrázol és értelmez.</p> |

|                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Felelősség és önállóság | <p>1. A hallgató/végzett önállóan old meg alapvető matematikai feladatokat a fizikai tanulmányokhoz szükséges módszerek alkalmazásával.</p> <p>2. A hallgató/végzett kritikusan értékeli matematikai számításainak és érvelésének helyességét.</p> <p>3. A hallgató/végzett önállóan fejleszti a fizikai tanulmányokhoz szükséges matematikai ismereteit és készségeit.</p> |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

|                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7.1. A tantárgy általános célkitűzése | A hallgatók felkészítése azokra a matematikai alapismeretekre, amelyekre a fizika alapképzés további tantárgyainak elsajátításához szükségük lesz.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 7.2. A tantárgy sajátos célkitűzései  | A tantárgy célja, hogy a hallgatók középiskolából hozott matematikai ismereteit egységes, egyetemi szintű keretbe foglalja, és kiegészítse azokkal az eszközökkel (trigonometria, komplex számok, differenciál- és integrálszámítás, sorbfejtések, többváltozós függvények, lineáris algebra), amelyek nélkülözhetetlenek a fizikai jelenségek matematikai leírásához. A hallgatóknak el kell sajátítaniuk az ezekhez kapcsolódó matematikai készségeket, és képessé kell válniuk ezen eszközök önálló alkalmazására egyszerű fizikai feladatok megoldásában. |

## 8. A tantárgy tartalma

|              |                      |              |
|--------------|----------------------|--------------|
| 8.1. Előadás | Didaktikai módszerek | Megjegyzések |
| Könyvészet   |                      |              |

|                  |                      |              |
|------------------|----------------------|--------------|
| 8.2. Szeminárium | Didaktikai módszerek | Megjegyzések |
|------------------|----------------------|--------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                 |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>1. Bevezetés:Törtek, exponenciális és logaritmus függvények tulajdonságai, 10 hatványai és elnevezéseik</p> <p>2. Trigonometria: Szögfüggvények (szinusz, koszinusz, tangens), az egységkör és a <math>\pi</math> fogalma. Pitagorasz tétel, szögösszeg- és különbségképletek, szinusz- és koszinusztétel, inverz trigonometrikus függvények. Trigonometrikus egyenletek és egyszerű alkalmazások. Példák és szöveges feladatok.</p> <p>3. Komplex számok: Algebrai és geometriai értelmezés. Komplex számok ábrázolása a komplex síkon, alpműveletek, modulus. Poláris alak, forgatások geometriai értelmezése, hatványozás. Példák és gyakorlófeladatok.</p> <p>4. Az Euler-szám és az Euler-formula: Az <math>e</math> szám bevezetése és tulajdonságai. Exponenciális függvények és természetes logaritmus. Kapcsolat kamatos kamattal és exponenciális folyamatokkal. Az Euler-formula és az Euler-azonosság, kapcsolat a komplex számokkal és a trigonometrikus függvényekkel.</p> <p>5. Deriválás: A határérték fogalma és a derivált formális definíciója. Alapvető deriválási szabályok és elemi függvények deriváltjai. A derivált geometriai és fizikai jelentése. Egyszerű határérték- és deriválási feladatok.</p> <p>6. Integrálszámítás alapjai: Határozott és határozatlan integrál fogalma, geometriai értelmezése. Alapintegrálok és egyszerű integrálási technikák. Terület- és átlagérték-számítás, fizikai alkalmazások. A kör területének levezetése integrál segítségével. Alapképletek átisméltése.</p> <p>7. Polinomok, algebrai egyenletek: másodfokú egyenlet, Viéte képletek, Horner séma</p> <p>8. Taylor- és Maclaurin-sorok: Függvények polinomos közelítése. Taylor- és Maclaurin-sorok felírása egyszerű függvényekre. A közelítések pontossága és alkalmazási területei. Gyakorlati példák.</p> <p>9. Többváltozós függvények: Két- és többváltozós függvények fogalma. Parciális derivált, iránymenti derivált és gradiens. Kettős integrál geometriai jelentése és egyszerű számítási módszerei. Függvények által határolt területek és térfogatok számítása. Változócsere. Példák és alkalmazások.</p> <p>10. Függvények tulajdonságai és további integrálási technikák: Páros és páratlan függvények tulajdonságai. Egyszerű integrálási módszerek áttekintése, vonalintegrál fogalma és geometriai jelentése. Green, Gauss és Stokes tételek. Differenciáloperátorok. Alkalmazási példák.</p> <p>11. Lineáris algebra alapjai: Lineáris egyenletrendszerek, azok megoldása. Mátrixműveletek, determináns, rang és inverz mátrix. Vektorterek, bázis, lineáris kombináció és lineáris függetlenség. Sajátérték és sajátvektor fogalma, egyszerű alkalmazások. Gyakorlófeladatok.</p> <p>12. További szemelvények: Jensen egyenlőtlenség, függvényegyenletek</p> | <p>feladatmegoldás, közös levezetés és magyarázat, grafikus vizualizálás, online házifeladatok (Khan Academy platform), egyéni konzultáció.</p> |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

## Könyvészet

1. Demidovich, B. P. (Ed.). (1964). Problems in Mathematical Analysis (G. Yankovsky, Trans.). Moscow, USSR: Mir Publishers.  
(Reprinted in 1970, 1976, and 1989. ISBN: 978-5030009438).
2. Lang, S. (1986). A first course in calculus (5th ed.). Springer-Verlag.
3. Ryan, M. (2018). Calculus workbook for dummies with online practice (3rd ed.). John Wiley & Sons.
4. Hass, J., Heil, C., Bogacki, P., & Weir, M. D. (2022). Thomas' calculus (15th ed.). Pearson.
5. Hass, J., Heil, C., Bogacki, P., & Weir, M. D. (2022). Thomas' calculus (15th ed.). Pearson.
6. <https://www.khanacademy.org/>

|                                |                      |              |
|--------------------------------|----------------------|--------------|
| 8.3. Laboratóriumi gyakorlatok | Didaktikai módszerek | Megjegyzések |
| Könyvészet                     |                      |              |

## 9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával

A tantárgy célkitűzések felállításánál, annak tartalmi tervezésénél és a sikeres teljesítési feltételek megadásánál az iskolai oktatás és a Babeş-Bolyai Tudományegyetem földrajzi szomszédságában és vonzáskörében található tudományegyetemek (Universitatea Bucureşti, Universitatea Alexandru Ioan Cuza Iaşi, Eötvös József Tudományegyetem Budapest, Debreceni Tudományegyetem, stb.) tanterveit és tananyagait, illetve a kutatóintézetek (Institutul Naţional de Cercetare Dezvoltare pentru Tehnologii Izotopice şi Moleculare INCDTIM Cluj-Napoca, stb.) és a különböző magáncégek vagy magánvállalatok (Evoline, Codespring, Emerson, stb.) munkapiaci igényeit vettük figyelembe.

## 10. Értékelés

|                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tevékenység típusa                                   | 10.1. Értékelési kritériumok / 10.2. Értékelési módszerek / 10.3. Aránya a végső jegyben                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 10.4. Előadás                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 10.5. Szeminárium                                    | 1. Házi feladatok: heti rendszerességgel kiadott feladatsorok a Khan Academy platformon. Az összes feladatsor hibátlan teljesítése önmagában a maximális, 10-es végső jegyet adja.<br>2. Vizsga: azok a hallgatók, akik a házi feladatokat nem (vagy nem teljesen) végezték el, írásbeli vizsgán vehetnek részt, amely önmagában a végső jegy legfeljebb 7/10 részét adhatja.<br>3. A végső jegy a házi feladatok és a vizsga eredményének kombinációjából adódik. |
| 10.6. Laboratóriumi gyakorlatok                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 10.7. A teljesítmény minimumkövetelményei            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Az átmenő jegyhez minimum 5-ös végső jegy szükséges. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

## 11. SDG ikonok (Fenntartható fejlődési célok / Sustainable Development Goals)

|                  |
|------------------|
| Nem alkalmazható |
|------------------|

### Előadás felelőse

### Szeminárium felelőse

### Laborgyakorlat felelőse

lect. dr. Lázár Zsolt Iosif

Kitöltés dátuma  
2026-09-15

Az intézeti jóváhagyás dátuma  
2026-09-16

Intézetigazgató  
conf. dr. Járai-Szabó Ferenc

